

ОБОБЩЕН НАУЧЕН ОТЧЕТ
на изследователски проект
по Договор ДО 02-257/18.12.2008

тема „Квантова структура и геометрична природа на
фундаменталните сили”

През двата етапа на проекта (18.12.2008 – 30.09.2012) са публикувани или предстоят да бъдат публикувани **общо 159 (сто петдесет и девет) научни труда** на участниците в Договор ДО 02-257/ 18.12.2008 с Националния Фонд за научни изследвания по темата на Договора съгласно работната програма (списъкът на публикациите е приложен отделно; номерата на цитираните трудове съответстват на този списък). Трудовете се разпределят както следва:

(а) монография - **2**;

(б) **88** публикации в списания с импакт фактор, сред тях:

Physical Review Letters - 1; *Physical Review D* - 21; *JHEP* (Journal of High Energy Physics) - 7; *JCAP* (Journal of Cosmology and Astroparticle Physics) - 1; *Nuclear Physics B* - 4; *Physics Letters B* - 7; *Physical Review A* - 1; *Communications in Mathematical Physics* - 2; *Classical and Quantum Gravity* - 2; *General Relativity and Gravitation* - 1; *International Journal of Modern Physics A* - 2; *Advances in Theoretical and Mathematical Physics* - 1; *Geometrical Analysis* - 1; *Journal of Physics A: Mathematical and General* - 6; *Fortschritte der Physik* - 4, и.т.н. ;

(в) **13** публикации в списания без импакт фактор;

(г) **33** публикации на доклади в пълен текст в трудове на международни конференции (proceedings);

(д) **23** препринти (предстоящи за публикуване).

А. Основни научни резултати

Описанието на главните научни резултати следва тематичната структура на разпределение на основните изследователски задачи в работната програма на проекта.

A1. Гравитационни дуални теории на суперсиметрични калибровъчни теории; калибровъчни дуални теории и интерполиращи геометрии; приложения на идеи и методи на холографската дуалност към високо-енергетични процеси на разсейване в калибровъчни теории

Напоследък с все по-голяма важност се налага изучаването на калибровъчни теории при силна константа на връзката и при високи енергии. Този интерес е мотивиран най-вече от редицата планирани експерименти на LHC в ЦЕРН както и от експериментите по изучаване на кварк-глюонната плазма в Брукхайвън. Работите [81-89,91,131-140] са посветени на получаване и изследване на редица характеристики и свойства на тези теории в контекста на т.нар. холографско съответствие, което дава връзка между суперструнна теория в $(d+1)$ -мерно пространство и калибровъчна теория в d -мерно пространство. Суперструнната теория е дефинирана в $(d+1)$ -мерно пространство с геометрия на анти-де Ситер, докато калибровъчната теория е дефинирана в d -мерно пространство на Минковски. Съответствието по своята същност е дуалност между двете теории – когато едната от тях е в режим на слаба константа на връзката, дуалната теория е в режим на силна такава. Важен клас от калибровъчни теории са т.нар. конформни теории. За пресмятане на наблюдаемите в тези теории е нужно да се намерят основни характеристики, чието намиране с известните досега методи не е възможно. Едни от основните характеристики на калибровъчно-инвариантните оператори са техните аномални размерности и дисперсионни съотношения. Не по-малко важна информация за теорията представляват триточковите и четириточковите корелационни функции на операторите. Получаването на тези важни характеристики, а оттам изучаването на наблюдаеми ефекти в режим на силна връзка, е невъзможно със стандартните методи. Понастоящем това е единствено достъпно във формулировката на холографското съответствие. В серията от работи са намерени и изследвани аномални размерности, триточкови и четириточкови функции и други важни свойства, явления и ефекти при теории с максимална и редуцирана суперсиметрия.

Цикълът от работи [81]-[89],[91] съдържа следните по-важни резултати:

(А) Получени са аномалните размерности на калибровъчно-инвариантните оператори в модели на Янг-Милс с нарушена суперсиметрия. За нарушаване на суперсиметрията е използван механизма на деформации разработен за калибровъчните теории от Leigh и Strassler. В струнната теория тези деформации съответстват на деформации на пространство-времето. Получаването на аномалните размерности е ключово за намиране на корелационните функции, т.е. наблюдаеми в теорията.

(Б) Получените дисперсионните съотношения за класа от калибровъзни теории описващи се от теория на суперструни в т.нар. пространства на Сасаки-Айнщайн задават аномалните размерности на определен клас композитни оператори. Квазикласическите изследвания в струнната теория дават възможност да се намерят квантовите корекции в калибровъчните теории. Последните са намерени за оператори описвани от т.нар. пулсиращи струни.

(В) Изучени са класове от солитонни струнни решения в точно решаеми сектори на горните теории. Това позволява да се направят изводи на динамиката на композитни оператори и някои колективни явления в съответния “холографски образ”. Тези структури се очаква да играят важна роля в явления като свъхфлуидност и сръхпроводимост в кварк-глюонна плазма.

(Г) Публикуван е обзор [86] върху т.нар. нарушение на киралната симетрия в холографския подход. Обзорът е върху работи на авторите и съдържа някои съществени нови резултати. Бихме отбелязали, че механизма на нарушение на киралната симетрия чрез магнитно поле предложен от авторите и неговите обобщения понастоящем е най-широко използвания инструмент за нарушение на киралната симетрия и генериране на фермионни конdezати в холографските теории.

В цикъла от работи [131-140] са получени следните по-важни резултати:

(А) Намерени са и са изследвани големи класове от струнни решения с големи квантови числа. Намерени са операторите от дуалната калибровъчна теория съответстващи на тези решения.

(Б) Намерени са дисперсионните съотношения за тези класове решения, а от тях и аномалните размерности на съответните калибровъчни оператори в квазикласическо приближение.

(В) Изследван е класа от пулсиращи струни в пространства на Сасаки-Айнщайн, като са намерени нови решения за този клас. След квазикласическо квантуване на теорията са получени квантовите поправки към енергията, които дават аномалните размерности на определен клас композитни оператори от дуалната калибровъчна теория на полето.

(Г) Пресметнати са триточкови и четириточкови корелационни функции с два квазикласически оператора за максимално симетричния случай на съответствието както и квадратични поправки към триточкови функции. Разгледани са техни граници, като са възпроизведени някои предишни резултати.

(Д) Посредством холографската дуалност са получени за пръв път триточкови корелатори с два оператора с големи квантови числа в теории с редуцирана суперсиметрия: в тримерната АВJM калибровъчна теория на Чърн-Саймънс, в деформирана суперсиметрична калибровъчна теория в четири измерения, както и в т.нар. модел на Клебанов-Уитън.

(Е) В две от работите е инициран проект за обобщение на холографското съответствие за пространства, които не са с геометрия на анти-де Ситер и не са дори асимптотично такива. Разглежданията са направени за модел на Чърн-Саймънс, като е направена интерпретация на дуалната калибровъчна теория като теория с висши спинове. Това обобщава хипотезата на Клебанов и Поляков, че $O(N)$ сигма моделът е дуален на теория с висши спинове.

Изследванията в работи [54-56,109] са свързани с изучаване на дуалността между струнни и калибровъчни теории на елементарните частици при максимална, редуцирана и напълно нарушена суперсиметрия. Важна роля при получаване на резултатите играят интегрируемите структури в дуалните теории. Изследвани са ефектите на крайния обем за т.н. конфигурации от тип „dyonic giant magnons” в струнни теории от тип ПА и ПВ с динамика върху 10-мерно пространство-време с четири различни геометрии. Динамиката на „dyonic giant magnons” състоянията е изследвана с помощта на редукция към интегрируемата система на Neumann-Rosochatius.

В статиите [107,108,110,111], в рамките на квазикласическия подход към гравитационно-калибровъчно-полевата дуалност, са пресметнати нормираните структурни константи в три-точкови корелационни функции, когато два от вертексните оператори съответстват на “тежки” струнни състояния, докато третия вертекс съответства на “леко” състояние. Това е направено за случаите когато “тежките” струнни състояния са гигантски магнони с краен размер (с един или два ъглови момента) и за три различни избора на “лекото” състояние: дилатонен оператор, първичен скаларен оператор, синглетен скаларен оператор върху възбудени струнни нива. Разгледани са два случая: струни движещи се в пространство $AdS_5 \times S^5$, дуални на $N=4$ SYM, и струни движещи се в гама-деформираното пространство $AdS_5 \times S^5_{\text{gamma}}$, дуални на $N=1$ SYM.

В работата [109] са изследвани гигантски магнони с краен размер разпространяващи се в гама-деформираното пространство

AdS₄×CP³_{gamma}, дуално на еднопараметрична деформация на N = 6 суперсиметрична теория на Chern-Simons с материя. Анализирайки ефекта на крайния размер върху дисперсионното съотношение, получаваме че то е модифицирано в сравнение с недеформирания случай, придобивайки зависимост от параметъра на деформацията гама.

A2. Аксиоматика, конформнополеви теории във високи размерности и модели на вертексни алгебри

Същността на главните резултати в работи [12-15] е следната. Рационалните конформни модели използват при своята формулировка теорията на представянията с положителна енергия (и следователно - със старше тегло) на безкрайно-мерните алгебри на Ли. Възникват приводими представяния в пространство на Фок, чиято кратност се обяснява с наличието на компактна група на калибровъчна симетрия, която оставя инвариантни всички наблюдаеми. Този резултат се свързва с теорията на Доплихер, Хааг и Робертс за правилата на суперотбор в алгебричния подход към локалната квантова теория на полето. При това възниква обобщение на минималните представяния на некомпактни алгебри на Ли, чиято теория бе развита през последните десетилетия.

Работа [130] е разширен вариант на лекцията на акад. И. Тодоров по покана пред престижния "*Journal Club on String Theory*" в ЦЕРН, Женева. Основният представен тук нов резултат е идеята, че естественото обобщение на киралните конформни алгебри в двумерните квантовополеви модели за случая на по-високи пространствено-времеви размерности са (многомерните) конформни теории на полето с безброй закони за запазване. В частност, съществено са разширени за 4-мерно пространство-време резултатите на неотдавнашната нашумяла статия на Малдасена и др. за 3-мерни конформни теории на полето с висши спинови симетрии.

Трудове [16-19,156-159] са посветени на систематичното изследване на проблемите за пренормировка на ултравиолетовите разходимости и аномалното нарушение на симетриите в квантовата теория на полето в рамките на нов предложен тук за пръв път строг алгебричен подход. В работи [16,19] е развит е аксиоматичен подход към пренормировки на Файнманови амплитуди в конфигурационно пространство. Формулировката на проблема за пренормировки в термини на амплитуди дава възможност да се излезе от конкретната специфика на

различните модели на квантови полета и по такъв начин да се сведе теорията на пренормировките до основни геометрико-алгебрични проблеми свързани със самото пространство-време. От друга страна в [17] е установена връзка с подхода на Епщайн - Глазер който е базиран на построяване на хронологични произведения на квантови полета в конфигурационно пространство. В работа [18] са показани връзки с конструкции от алгебричната геометрия и аналитичната теория на числата породени от новия подход към пренормировките.

В работи [156,157] подхода към пренормировки на Файнманови амплитуди в конфигурационно пространство е адаптиран за специфичния случай на хомогенни Файнманови амплитуди, каквито възникват във безмасовите теории на полето. Тези работи са в сътрудничество със световно известния специалист в областта на квантовата теория на полето Раймон Стора (единият от авторите въвели в лиетартурата известната BRS симетрия). В тях също е въведено понятието за резидуум на Файнманови амплитуди - това е един ренормализационен инвариант, чието нулиране е точен критерий за отсъствие на разходимости и запазване на мащабната инвариантност след квантуване (на безмасови теории). Пример за нулиране на резидууми е съкращаването на разходимости в суперсиметричните теории на полето. В работа [156] са пресметнати конкретни примери на резидууми на Файнманови амплитуди. Основен математически инструмент в дискутираните работи [156,157] е обобщение на теорията на Хьормандер за разширение на обобщени хомогенни функции (разпределения) за случая на асоциирано хомогенни разпределения.

Наред с тези изследвания в работа [158] беше установено наличие на нетривиална операдна структура в теория на пренормировките на Файнманови амплитуди. Тя беше анализирана на комбинаторно ниво. Това отвори широка перспектива за връзки с други подходи в теория на пренормировките, като например подхода на Кон и Краймер, както и връзки с чисто математически проблеми от теория на операдите и аналитичната теория на числата. Работа [158] предизвика силен интерес още с появяването си в препринт и Н. Николов беше поканен да изнесе доклад по нея на специална работна среща (workshop) "Combinatorics of Mathematical Renormalization: a special day" в престижния Френски изследователски център Institut des Hautes Études Scientifiques (IHÉS) съорганизирана от световно известния математик Максим Концевич.

Работа [159] поставя математическите основи на един нов подход за дискретизация с приложение при пресмятане както на геометрични

инварианти така и на величини от теория на полето и в частност, теория на пренормировките.

А3. Светоподобни мембрани във физиката на черните дупки, елементарните частици и космологията

Физическите свойства на предложения за пръв път в литературата в предходни публикации на нашия колектив нов клас p -мерни мембранни модели - т.н. *светоподобни мембрани*, и тяхната роля в гравитацията и космологията са една от централните изследователски задачи в проекта. Светоподобните мембрани са от фундаментален интерес в общата теория на относителността, където те описват импулсивни светоподобни сигнали пораждани от катастрофически астрофизични събития . Те играят съществена роля при редица други важни космологични и астрофизически явления , в това число – в „мембранната парадигма” във физиката на черните дупки и в мембранния подход към проблема с гравитационните доменни стени. Неотдавна светоподобните мембрани започнаха да играят важна роля и в контекста на съвременната струнна теория на фундаменталните сили в природата.

В нашите трудове [2-11,92-97] по тази тематика са открити и подробно са изучени редица особено интересни нови физически ефекти породени от светоподобните мембрани, сред които – процеси на спонтанна компактификация и декомпактификация на пространство-времето, черни дупки без сингулярности, пространствено-времени („вселенски“) портали/тунели (wormholes) и космологични сценарии тип "мембранни вселени". Едни от най-важните последни резултати по тази тематика са в контекста на физиката на елементарните частици при високи енергии, по-точно, това са намерените от нас нови модели за качествено описание на „удържането” на кварките в квантовата хромодинамика.

Главните резултати в публикациите по тази тематика са както следва:

(А) Динамичното променливо повърхностно напрежение на светоподобна мембрана в сферически симетричен или аксиално симетричен (въртящ се) гравитационен фон еволюира експоненциално с времето [2,3] – явление аналогично на знаменития ефект "инфлация на масите" (акумулиране на материя) около хоризонти на черни дупки, открит по-рано от В. Израел и Е. Поасон.

(Б) Показано е, че светоподобните мембрани са подходящи гравитационни източници за възникване на проходими

пространствено-времени "портали" („wormholes”) [4-7,9]. Явно са намерени решения на уравненията на Айнщайн описващи сферически симетрични или аксиално симетрични (въртящи се) тунели, чиито „гърла” са заети от светоподобни мембрани. В качеството на частен случай е намерено решение тип космически тунел с Шварцшилдова пространствено- временна геометрия и с гърло окупирано от светоподобна мембрана [7,6], което е математически правилната самосъгласувана реализация на знаменития междувселенски "мост" на Айнщайн-Розен (Einstein-Rosen “bridge”). С това нашите трудове[7,6] след повече от 70 години! **поправят пропуск в знаменитата класическа статия на Айнщайн и Розен**, където авторите не са забелязали същественото присъствие на светоподобната мембрана!

(В) В работи [10,11,92] е намерен и изследван нов физически интересен механизъм за спонтанна компактификация на пространство-времето – компактификация на част от пространствените измерения индуцирана от светоподобна мембрана, играеща ролята на „мост” от „нормална” (некомпактна) вселена към компактифицирана („тръбовидна”) вселена. В случая на присъствие на две достатъчно разделени светоподобни мембрани с противоположни електрични товари този механизъм описва преход от една „тръбовидна” вселена към друга „тръбовидна” вселена чрез серия от процеси на декомпактификация и последваща компактификация на пространство-времето.

(Г) В работи [3,92,96] са изследвани т.н. светоподобни "мембранни вселени", т.е., модели при които "нашата" вселена се разглежда като светоподобна 4-мерна мембрана потопена в обемащо пространство- време с повече измерения. Намерено е нов тип решение на 5-мерните уравнения на Айнщайн, при което гравитацията в обемащото 5-мерно пространство време се поражда от 4-мерна светоподобна "мембранна вселена" с ненулево повърхностно напрежение и се състои от 2 идентични копия на външни области на черни дупки с геометрия на Шварцшилд-анти-де Ситер "залепени" по общия им хоризонт на събитията зает от светоподобната "мембранна вселена". Това решение е алтернатива на добре известните космологични сценарии на Рандал-Сундрум, при които "мембранните вселени" са обичайни мембрани от тип Намбу-Гото с масивни моди на движение (и следователно не могат да се разполагат върху хоризонти на събитията). Светоподобните мембранни "вселени" дават просто и естествено обяснение защо големи допълнителни пространствени измерения не могат да бъдат

детектирани от наблюдател разположен върху самата светоподобна "вселена".

(Д) В работи [8,92] с помощта на светоподобни мембрани за построени нови типове решения на уравненията на Айнщайн описващи регулярни черни дупки, т.е., черни дупки притежаващи хоризонт на събитията, но без пространствено-временна сингулярност в центъра си.

(Е) Цикълът работи [93-95] са посветени на изследване на ролята на светоподобните мембрани за разкриване природата на "удържането на кварки" (quark confinement) в квантовата хромодинамика – фундаментално свойство в Природата, отговорно за самото съществуване на нашия материален свят.

Тук ние откриваме две нови физически интересни явления. Първото такова явление е "скриване/екраниране на електричен товар" зад "вселенски портал" ("wormhole throat") породен и зает от заредена светоподобна мембрана – „мост” между некомпактна вселена с геометрия на черна дупка на Шварцшилд-де Ситер и компактифицирана "тръбовидна" вселена от тип обобщаващ известната класическа "тръбовидна" вселена на Леви-Чивита-Бертоти-Робинсон. Именно, в резултат на специфичната динамика на светоподобната мембрана, взаимодействаща с гравитацията и със специален вид нелинейна електродинамика, целият електричен поток от заредената светоподобна мембрана се "изтласква" в "тръбовидната" вселена и, съответно, външен наблюдател в некомпактната "наша" вселена детектира заредената мембрана като електрически неутрална.

Второто ново явление е още по-интересен физически ефект – собствено "удържане" на електричния товар в тръбовидна пространствена област, което дава качествено моделно описание на "удържане" на кварките в квантовата хромодинамика. По-точно, този ефект се реализира в глобално пространство-време с два вселенски портала/тунела (two-"throat" wormhole), където „най-лявата” и „най-дясната” вселени са две идентични копия на външната пространствено-времева област на черна дупка с геометрия на Шварцшилд-де Ситер, междинната "средна" вселена е област с крайни пространствени размери на обобщена "тръбовидна" вселена от типа на Леви-Чивита-Бертоти-Робинсон, а двата вселенски портала между споменатите по-горе вселени са заети от две противоположно-заредени светоподобни мембрани. Подобно на описания по-горе нов ефект "скриване на електричен товар зад вселенски портал", и тук забележителните свойства на динамиката на светоподобните мембрани заедно със

специфичния вид на нелинейната електродинамика водят до това, че целият електричен поток между заредените мембрани се затваря (скрива, удържа) в средната "тръбовидна" вселена с крайни пространствени размери. За произволен външен наблюдател в някоя от двете некомпактни вселени, съответните заредени мембрани заемащи вселенските портали изглеждат като електрически неутрални обекти.

(Ж) Нови физически интересни явления, в допълнение към намерените в предходните трудове описани по-горе в т.(А)-(В), възникват когато нелинейната електродинамика взаимодейства с "нелинейна" $f(R)$ -гравитация (обобщаваща стандартната Айнщайнова теория на относителността) и скалярно "дилатонно" поле (работа [97]). Тук ние намираме:

(i) Фазов преход между "удържане" и "освобождение" на електрически натоварени обекти (confinement-deconfinement transition) благодарение на специфичната форма на ефективния дилатонен потенциал породена от $f(R)$ -гравитацията;

(ii) Ефективните калибровъчно-полеви константи на връзка, както и индуцираната космологична константа стават динамични (променливи) зависещи от вакуумното средно на дилатона. В частност, динамично се генерира стандартен Максвелов кинетичен член за калибровъчното поле благодарение на $f(R)$ -гравитацията даже когато няма такъв в нейно отсъствие - това означава динамично раждане на "глуони".

А4. Черни дупки в многомерната обща теория на относителността

В работа [57] е решен стоящият повече от 20 години проблем за класификацията на всички регулярни решения в Айнщайн-Максуел-дилатонната теория в пространство-време с 4 измерения. Този въпрос, независимо от усилията на много учени, остана нерешен повече от две десетилетия, тъй като потенциалите на размерно редуцираните уравнения на Айнщайн-Максуел с дилатонно поле не формират симетрично пространство и всички познати математически методи бяха неприложими. В статията е разработен нов метод, който не изисква симетрии и се базира на неположителността на оператора на Кривината и съществуването на геодезична хомотопия в пространството на потенциалите. На базата на развития метод строго е доказано, че регулярните решения се класифицират по единствен начин от дължините на фактор-пространството на хоризонтите, ъгловите моменти и зарядите на хоризонтите.

В статията [58] е доказана важна теорема класифицираща всички регулярни решения на уравненията на Айнщайн-Максуел в 5-мерно пространство-време с допълнително компактно измерение. В частност теоремата класифицира и всички решения описващи заредени черни дупки. Регулярните решения се класифицират на базата на т.н. интервална структура, ъгловите моменти асоциирани с хоризонтите, зарядите съответстващи на генераторите на втората ко-хомологична група на пространство-времето и магнитните потоци през повърхнините асоциирани с нулевите орбити на 5-тото измерение. Неочакваният и качествено новият момент тук е появата на магнитните потоци.

Получено е стационарно аксиално-симетрично решение на 5-мерните уравнения на Einstein с Kaluza-Klein асимптотика като са използвани солитонни методи на генериране на решения. В същината на проблема е решаването на уравнението на Ernst, което е извършено чрез прилагането на двусолитонна трансформация на Bäcklund. Решението описва конфигурация от въртящ се черен пръстен заобиколен от две пространствено-времеви балончета. Намерен е сектор в параметричното пространство, в който появата на конични сингулярности може да бъде избегната и решението е регулярно. Пресметнати са физическите характеристики - маса, ъглов момент, скорост на въртене на черния пръстен, формули на Smarr. Показано е, че други, по-прости решения на стационарните аксиално-симетрични решения на уравненията на Einstein във вакуум могат да бъдат получени като подходящи гранични случаи на намереното решение. Тези резултати са публикувани в [59].

В работата [60] са конструирани точни решения на 5-мерните уравнения на Айнщайн-Максуел описващи редици от диполни черни пръстени и пространствено-времеви балончета. Изследвани са техните физически свойства и са изведени формулите на Smarr и първият принцип на термодинамиката.

В работата [61] са получени точни решения описващи редици от черни обекти и пространство-временни балончета при наличие на външно магнитно поле във високи измерения. Изведени са формулите на Smarr и първия принцип на термодинамиката.

В работата [62] са класифицирани всички регулярни решения на уравненията на Айнщайн в пространство-време с компактни измерения, включително тези описващи черни дупки. Класификацията е на базата на интервалната структура и асимптотичните зпавзащи се заряди.

В друг цикъл от трудове, завършени в рамките на настоящия проект, са изследвани в режим на силни полета скаларно-тензорните теории (СТТ), които са сред най-широко изучаваните алтернативни теории на гравитацията. СТТ са изследвани подробно в режим на слаби гравитационни полета и е установено, че те са в съгласие с наложените ограничения идващи от наблюдателни данни от слънчевата система и бинарни системи от неутронни звезди. В режим на силни полета, обаче, техните свойства могат съществено да се отличават от тези на Общата теория на относителността, което е и мотивацията за представените тук научни изследвания. По-конкретно, числено са получени решения описващи заредени компактни обекти – черни дупки и солитоноподобни обекти в СТТ, и са изследвани някои техни основни характеристики като термодинамика, устойчивост и квазинормални моди. Като източник на гравитационното поле в модели е включено електрично поле с нелинеен лагранжиан. Избрани са лагранжиани на електричното поле, които в ниско енергетична граница са съгласувани с експерименталните ограничения: лагранжиан на Борн-Инфелд, лагранжиан на Ойлер-Хайзенберг и лагранжиан описващ електродинамика свободна от сингулярности. Изследвани са структурата и физическите характеристики на компактни обекти в рамките на три големи класа СТТ: клас 1 – СТТ със знако-постоянна функция на вдвояване и безмасово скаларно поле, клас 2 – СТТ със знако-постоянна функция на вдвояване и масивно скаларно поле и клас 3 – СТТ с безмасово скаларно поле и функция на вдвояване, чиито водещ член е от първи порядък по скаларното поле.

Числени решенията описващи заредени черни дупки в клас 2 са представени в работи [63,70,75]. Изследвана е тяхната причинна структура. Установено е, че броят на хоризонтите може да бъде един или два в зависимост от стойностите на параметрите в модела. Поради наличието на потенциал на скаларното поле в този клас от СТТ съществуват екстремални черни дупки. Получените черни дупки са устойчиви относно радиални смущения. За изследване на глобалната

им устойчивост е приложен метода на Поанкаре – *метод на точката на обръщане*.

Статия [64] е посветена на изследване на устойчивостта на заредени черни дупки с нелинеен лагранжиан на електромагнитното поле на Борн-Инфелд в клас 1. Изведени са уравненията описващи еволюцията на радиалните смущенията на метриката и скаларното поле. Показано е, че еволюцията на радиалните пертурбации на метриката се определя от еволюцията на радиалните пертурбации на скаларното поле. Доказана е устойчивостта на решенията относно радиални смущения. За изследване на глобалната им устойчивост е приложен метода на Поанкаре – *метод на точката на обръщане*.

В [65] са конструирани числено решения описващи заредени черни дупки куплирани към нелинейната електродинамика на Борн-Инфелд в СТТ от клас 1, когато пространство-времето има асимптотика от тип анти-де Ситер. Изследвани са свойствата на тези решенията както числено, така и аналитично. Изследвана е също така термодинамиката на черните дупки в каноничен ансамбъл. За големи стойности на параметъра на Борн-Инфелд и за определен интервал от стойности на заряда в доказано съществуването на фазови преходи от нулев и първи род. Важно е да се отбележи, че подобни фазови преходи се наблюдават също и когато скаларното поле е тривиално (нулево), т.е. в теорията на Айнщайн куплирана към електродинамика на Борн-Инфелд в пространство време с анти-де Ситер асимптотика, но гореспоменатите фазови преходи от нулев род са пропуснати в предходните изследвания проведен от други учени и са докладвани за пръв път от нас.

Според очакванията един от основните методи за изучаване на свойствата на различни компактни обекти и в частност черни дупки ще бъде свързан с излъчваните от тях гравитационни вълни. В [66,79] е предложен метод за определянето на честотите на т. нар. квазинормални моди на стационарни черни дупки, които определят излъчването на гравитационни вълни в линеен режим. Те могат да бъдат определени с помощта на наблюдения в електромагнитната област в случай, че изследваната черна дупка се проявява и като гравитационна леща. Резултатите дават малко изследвана до този момент връзка между две явления свързани с физиката на черните дупки – излъчване на гравитационни вълни и гравитационни лещи.

Сред потенциалните приложения на откритите връзки е и локализирането на източници на гравитационни вълни.

Освен, че могат да бъдат от съществено значение за бъдещите експерименти свързани с наблюдението на гравитационни вълни квазинормалните моди имат и чисто теоретично приложение. Те могат да бъдат използвани за изследване на устойчивостта на обектите, да дадат информация за тяхната еволюция и да служат за индикатор на наличието на фазови преходи. В работата [67] е изследван спектъра на скаларните квазинормалните моди на заредени черни дупки куплирани към нелинейната електродинамика на Борн-Инфелд в СТТ от клас 3. За определени стойности на параметрите се наблюдават неустойчиви квазинормални моди, което е знак за съществуването на допълнителни решения, описващи черни дупки с ненулево скаларно поле. Подобни решения са намерени при решаването на полевите уравнения за статичния и сферично симетричен случай. Наблюдава се неединственост на решенията които са в еднозначно съответствие със свързаните състояние на потенциала участващ в пертурбациите на скаларното поле.

В работата [68] е изследван аналитично ефектът на гравитационната леща предизвикан от заредени стационарни аксиално-симетрични дилатон-аксионни черни дупки на Kerr-Sen в приближение на слаби полета. Изчислени са физическите характеристики на образа и са сравнени с известни случаи на лензинг от други компактни обекти.

Резултатите получени в работи [57] – [68] са докладвани на най-големия международен конгрес посветен на проблемите на гравитацията – *Marcel Grossman 12*, гр. Париж, Франция през 2009. **Важно е да отбележим, че докладът на проф. С. Язаджиев „Uniqueness theorems in higher dimensions” беше единият от двата „invited talks” в секцията „Black holes in higher dimesions”.** Резултатите са докладвани и на международната конференция – International Conference on Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences, провела се в гр. Созопол, България през 2009 и 2010г.

Част от докладите на тези конференции са публикувани [69,70], а други предстоят да бъдат публикувани в сборниците с доклади към тези конференции [71] – [78].

За описанието на солитоно-подобни обекти е използван регулярен лагранжиан на електромагнитното поле. Намерени са числени и приближени аналитични решения описващи солитоно-подобни обекти в СТТ от клас 1 и клас 3 [79,80]. Установена е неединственост на решенията в клас 3, като броят на решенията нараства с нарастване на абсолютната стойност на параметъра на СТТ.

В работата [144] е изследвано излъчването на Хокинг за асимптотически неплоски дионни черни дупки в четиримерната теория на гравитацията на Айнщайн, при добавено дилатонно и електромагнитно поле. Изследванията са направени в квазикласическо приближение, където се оказва, че задачата може да бъде решена аналитично. Така е получен квазикласическият спектър на излъчване на разглежданите черни дупки, като е изследван и случая на екстремални черни дупки. В чистата теория на гравитацията на Айнщайн съществува просто съотношение между повърхностната гравитация на черната дупка и излъчването на Хокинг. Оказва се обаче, че в режим на високи честоти и при ненулев магнитен заряд тази формула не е в сила за разглежданите в [144] черни дупки. Още по-интересен е фактът, че температурата на Хокинг не зависи от вътрешните характеристики на изследваните черни дупки, а само от линейния фонов дилатонен параметър. Този резултат е изключително важен, тъй като това е първият случай, в който е наблюдаване подобно несъответствие между повърхностната гравитация и температурата на черната дупка, и показва, че формулата на Хокинг не е универсално приложима.

В работите [145] и [146] са изследвани осцилациите на различни алтернативни модели на неутронни звезди. Тъй като спектърът на осцилациите на неутроните звезди е директно свързан със честотите на излъчваните от тях гравитационни вълни, подобно изследване е от голяма важност. Причината за това е, че в момента се строят редица експерименти за детектиране на гравитационни вълни (Advanced LIGO, VIRGO), и се очаква те да бъдат пуснати с действие до няколко години. Така, за да можем да интерпретираме получените от тях резултати, ние трябва да разполагаме с достатъчно добри теоретични модели на излъчването на гравитационни вълни от компактните обекти, и в частност от неутронните звезди.

Едно от най-често срещаните предположение при изучаването на неутронни звезди и техните осцилации, е че налягането в недрата им е изотропно. Това предположение значително опростява уравненията, но съществуват редица доказателства, че налягането може да е

анизотропно (с най-общ смисъл това означава, че налягането в радиална и тангенциална посока се различава). Съществуват редица модели на анизотропни неутронни звезди. В публикацията [145] са изследвани за пръв път осцилациите на неутронни звезди при наличието на анизотропно налягане. Използвано е приближението на Каулинг, където пространство-времето е фиксирано, и се пертурбира единствено флуида. Построени са числени модели на анизотропни звезди и е получен спектър на осцилациите им. Разгледани са първите няколко моди и е направено сравнение със случая на изотропни звезди. Резултатите показват, че при наличие на силна анизотропия спектърът на осцилациите се различава съществено от този на изотропните звезди. Така бъдещите наблюдения на гравитационни вълни, излъчени от неутронни звезди, могат да бъдат използвани за доказване или отхвърляне на хипотезата за наличие на анизотропно налягане в неутроните звезди.

Мотивирани от интензивните изследвания на тъмната енергия във вселената, в работата [146] е разгледан модел на неутронна звезда съдържаща тъмна енергия. За описанието на тъмната енергия е използвано фантомно скаларно поле, като този избор е мотивиран от редица наблюдателни данни. Решенията са получени числено, като са изследвани характеристиките на неутронните звезди (максимална маса, устойчивост на решенията). Интересен резултат е, че при наличие на голямо количество тъмна енергия съществуват стабилни решения с много големи маси, понеже налягането на тъмната енергия е отрицателно, и то компенсира в определени граници гравитационното привличане. Изследван е също така и спектърът на осцилациите на получените неутронни звезди, като се оказва, че тъмната енергия влияе съществено на този спектър. Получените резултати могат да бъдат използвани в бъдеще както за тестване на евентуалното наличие на тъмна енергия в компактните обекти, така и за налагане на ограничения върху моделите на тъмна енергия.

В работа [147] е намерено ново точно решение в рамките на 5-мерната Einstein-Maxwell-дилатонна гравитация, описващо статична черна дупка върху Taub-NUT инстантон. Решението не притежава електричен или магнитен заряд, а се интерпретира като поставено във външно магнитно поле (магнетизирана черна дупка). Прилагайки техниките разработени в работа [149] са получени физическите характеристики на решението и за изведени съответните формули на Смар. Показано е, че решението притежава напълно регулярен граничен случай, описващ магнетизиран Kaluza-Klein инстантон,

който също представлява ново точно решение на 5-мерната Einstein-Maxwell-дилатонна гравитация.

Работа [148] е посветена на изграждането на аналитичен непertурбативен модел описващ т. нар. магнетари в рамките на общата теория на относителността. Магнетарите са неутронни звезди, които притежават свръхсилни магнитни полета и се считат за едни от най-вероятните източници на наблюдаваните периодични излъчвания на гама и рентгенови лъчи (Soft Gamma Repeaters). Предполага се, че тези избухвания са свързани със сеизмични вибрации на магнетарите, което налага по-задълбоченото изследване на вътрешната им структура. В литературата съществуват опростени магнетарни модели, които се основават на уравненията на Einstein-Maxwell, където неутронната материя се описва от идеален флуид. До този момент са намерени различни числени и приближени решения на описаната система, но настоящата работа предлага първото аналитично непertурбативно решение на статичните аксиално-симетрични уравнения на Einstein-Maxwell в присъствието на анизотропен идеален флуид. Построеният модел е приложен за изчисляването на важни физически характеристики на магнетарите.

В работа [149] е изследвана термодинамиката на клас от решения на Einstein-Maxwell-дилатонната гравитация в 5 измерения на пространство-времето описващи системи от черни дупки и регулярни самогравитиращи обекти наречени гравитационни инстантони. Разгледани са недостатъчно изяснени в литературата въпроси като адекватната дефиниция на маса за описаните решения и коректният вид на формулите на Смар. Извършено е строго извеждане на формулите на Смар, което показва, че те включват важни характеристики на решенията като NUT-заряда и NUT-потенциала. Намерените общи резултати са демонстрирани върху конкретни решения, като по този начин е изследвана подробно тяхната термодинамика. Получено е също така ново точно решение в рамките на 5-мерната Einstein-Maxwell-дилатонна гравитация, описващо статична заредена черна дупка върху Taub-Volt инстантон.

В работи [150] и [153] от настоящия проект е изследван ефектът на скаларно (дилатонно) поле върху структурата и устойчивостта на черни дупки и самогравитиращи солитонopodobни обекти в теорията на Скирм. Теорията на Скирм се прилага за ефективно описание на

бариони в режим на ниски енергии, при които константата на връзката е голяма и това не позволява да бъде приложен пертурбативен подход.

В работа [153] са получени числени решения, които при достатъчно високи маси описват черни дупки, а при ниски маси – солитонopodobни обекти. В разгледаната теория са на лице три свободни параметъра – барионното число N , константата на взаимодействието a и допълнителен параметър D_{eff} присъстващ в потенциала на дилатона. Поради нелинейността на теорията на Скирм дори при фиксирани стойности на свободните параметри, решенията не са единствени, т.е. за класификацията на решенията е необходим допълнителен параметър. На фазовата диаграма се наблюдават два клона от решения, както за черните дупки така и за солитонopodobните обекти. Те се сливат и изчезват при $a = a_{max}$. Интересно е, че стойността на a_{max} е приблизително една и съща както за черните дупки, така и за солитонopodobните обекти, но и в двата случая тя силно зависи от стойността на D_{eff} . Дилатонният параметър D_{eff} влияе също и върху максималната маса, респективно и върху максималния радиус, на черните дупки. При повишаване на барионното число N , което може да приема произволно високи стойности, се появяват нови двойки от решения във фазовата диаграма.

В работа [153] е изследва устойчивостта на получените в [150] решения. За изследването на устойчивостта на черните дупки са приложени два подхода – линейни пертурбации и термодинамичен метод наречен *метод на точката на обръщане*. Устойчивостта на солитоните е изследвана само чрез линейни пертурбации, тъй като те не се разглеждат като термодинамични системи. При налагане на линейните пертурбации на полевите уравнения се получават две взаимно свързани уравнения за пертурбациите на дилатонното и скиримионно поле. При решаването на тези уравнения, със съответните гранични условия, са получени честотите на квазинормалните моди за солитоните и черните дупки, на базата на които могат да се определят стабилните и нестабилни клонове от решения. Резултатите показват, че както за солитоните, така и за черните дупки, само единият от клоновете от решения е устойчив, а другият – неустойчив. Така в точката a_{max} се наблюдава смяна на устойчивостта, която се изразява в едновременно анулиране на реалната и имагинерната част на честотите на квазинормалните моди. Направените изводи за устойчивостта на черните дупки на базата на линейните пертурбации се потвърждават и от *метода на точката на обръщане*.

Работа [151] разглежда възможни релативистки модели на звезди, при които е отчетена не само обичайната материя, но и присъствието на тъмна енергия. Теоретичните модели показват, че тъмната материя играе фундаментална роля в космологията, като определя разширението на Вселената. По тази причина е важно да се изследват и нейните евентуални проявления на локално астрофизично ниво. Възможно теоретично описание на тъмната материя е чрез въвеждането на скаларни полета с отрицателна кинетична енергия, т. нар. фантомни полета. В настоящата работа в рамките на този модел е получен клас от точни решения на уравненията на Einstein, които описват вътрешността на звезди съставени от смес от обичайна материя и тъмна енергия. Намерени са и съответните външни решения, които представляват непрекъснато продължение на вътрешните.

В работа [152] е изследван проблемът за класификацията и единствеността на стационарните аксиално-симетрични асимптотически плоски решения описващи черни дупки в рамките на Einstein-Maxwell-дилатонната гравитация в 5 измерения на пространство-времето. Съществуващите до този момент резултати в областта съществено използват налагането на определени ограничения върху вида на електромагнитното поле. Настоящата работа представлява първото разглеждане на максимално общия случай. Доказва се, че описаните решения се определят еднозначно от тяхната интервална структура, електрични и магнитни заряди и магнитни потоци. Доказателството е валидно за определени граници на дилатонния параметър, включващи и случая на чиста Einstein-Maxwell гравитация, тъй като се базира на неположителността на оператора на Римановата кривина за дадено пространство, доказана само при тези ограничения.

Както коментирахме по-горе наблюдението на гравитационни вълни ще бъде нов и изключително силен инструмент както за тестването на различни астрофизични модели, така и за тестване на самата обща теория на относителността (ОТО). Едно от популярните обобщения на ОТО са тензорно-векторно-скаларните теории на гравитацията (ТеВеС). Както може да заключим и от името, в тези теории освен метриката на пространство времето, са въведени две допълнителни полета – скаларно и векторно. Всъщност ТеВеС е ковариантно обобщение на теория наречена модифицирана Нютонова динамика

(МоДН), която е широко използвана за алтернативно обяснение на ротационните криви на галактиките. В работата [154] е направено първото изследване на скаларни квазинормалните моди на сферично-симетрични черни дупки в ТеВеС (т.е. разгледани са пертурбациите на скаларното поле). На базата на получения спектър на квазинормалните моди може да се заключи, че разглежданите решения са стабилни спрямо изследваните пертурбации. Също така е направено заключението, че дори в границата, когато различните параметри на връзките клонят към нула, честотите на квазинормалните моди клонят към $1/\sqrt{2}$ пъти честотите на скаларните пертурбации в ОТО. Показано е освен това, че честотите на квазинормалните моди не се променят съществено при вариране стойностите на параметрите на връзките.

A5. Двумерни извън-критични струнни модели

В цикъла работи [28-29,31] се решава задачата за построяване на три-точкови корелатори на тахионни полета в отворена лиувилева некритична струна, които са произведения на гранични корелатори в теории на Вирасоро при централен товар $c < 1$ ("материя") и $c > 25$ (Лиувилева теория). В [28,31], се разглеждат тахиони, Лиувилевият фактор за които се описва от гранична теория от тип FZZ (Fateev-Zamolodchikov-Zamolodchikov), а материалният фактор отговаря на гранични полета описвани с изродени представяния. В [29] Лиувилевият ("обличащ") фактор отговаря на гранични полета, зададени с изродени представяния при $c > 25$. Това е Лиувилева теория от тип ZZ, при която и границите се описват със същите изродени представяния. Резултатът за ZZ теорията е получен с аналитично продължение на всеки от факторите във формулата за FZZ случая. Резултатът за материалния фактор представлява ново решение на пентагонните уравнения в област на параметрите, за която досега няма изведена универсална формула.

В [30] са описани операторните разложения на локални двумерни полета в присъствие на топологични дефекти, както в рационални конформни теории, така и в теорията на Лиувил с непрекъснат и дискретен спектър. Резултатите са приложени при пресмятане на средните на операторите на Уилсон и т Хофт, като явно е доказана тяхната дуалност. Резултатите са интересни поради забелязаната неотдавна връзка между двумерната конформна теория на Лиувил и 4-мерни калибровъчни теории със суперсиметрия $N=2$. В частност, работа [30] е докладвана на две конференции, на ежегодната

конференция в памет на Клод Ициксон в Сакле и на конференция в Ереван (с публикация [112] в материалите на тази конференция); има 9 забелязани цитирания.

В работа [113] се конструира квазикласическо приближение за 3-точкова функция на вертексни полета върху евклидово пространство AdS_3 в модела на Вес-Зумино-Витен като решение на класическата система уравнения на Книжник-Замолодчиков. Този резултат има отношение към струнната реализация на дуални конформни модели. Работата е докладвана на конференция в Прага и публикация [114] по този доклад е изпратена за сборника с материали на конференцията.

А6. Двумерни интегрируеми модели – приложение на квантово-груповата и конформната инвариантност, квантови групи и техните представления

През отчетния период на договора бе завършена, подготвена за печат и издадена монографията [1] на акад. Иван Тодоров и доц. Людмил Хаджииванов “*Quantum Groups and Braid Group Statistics in Conformal Current Algebra Models*” (Lecture Notes, Editora da Universidade Federal do Espirito Santo, Vitoria, Brazil (2010), 163 p., ISBN 978-85-7772-045-3), или „Квантови групи и статистика на групата на плитките в модели на конформната алгебра на токовете”. Тя представлява значително разширена версия на курса от лекции, прочетен от акад. Иван Тодоров във Физическия факултет на Федералния Университет „Еспирито Санто” във Витория, Бразилия през есента на 2007 г. и предлага въведение към квантовите групи, групите на плитките и техните приложения към двумерната конформна теория на полето. Евентуалният ѝ читател – по идея, студент от старшите курсове или докторант в областта на математичната физика – може да се запознае с основните концепции на алгебрите на Хопф, групите на пермутации и тези на плитките, конформната симетрия в две и повече пространствено-времеви измерения и аксиоматичната квантова теория на полето. Изложеният материал съдържа също скорошни оригинални резултати на авторите и е съпроводен с множество примери и упражнения, както и с библиографски и исторически справки.

Квантуването на (двумерния) модел на Вес-Зумино-Новиков-Уитен (WZNW) е естествено свързано с разлагането на полето на кирални компоненти, зависещи от конусните променливи. В класическата теория тези компоненти са задължителни квазипериодични, с определена матрица на монодромия, която може да бъде диагонална

или “обща”. И в двата случая квантуването на матриците на монодромия изисква въвеждането на допълнителни числени фактори, които могат да се интерпретират като непертурбативна пренормировка.

В трудове [105,106] са обсъдени както теоретико-полевите, така и алгебричните аспекти на това явление. Показано е, че квантовите пренормировъчни фактори са съвместими с естествените дефиниции за детерминантите на възникващите матрици с взаимно некомутиращи елементи. Разгледана е детайлно и т.нар. конструкция на Фадеев-Решетихин-Тахтаджан на квантови универсални обвиващи алгебри. В случая те се определят в термини на Гаусовите компоненти на матрицата на монодромия и са носители на “вътрешната” квантовогрупова симетрия на модела.

В трудове [115-117] са адаптирани по-ранни резултати за класификацията на унитарните неприводими представяния с положителна енергия на N -разширената конформна суперсиметрия $su(2,2/N)$. Тази адаптация е използвана за класификацията на важните за приложенията BPS-състояния, а също така на т.н. защитени състояния, които не си променят конформното тегло при пренормировки [115]. Отделно и подробно е разгледан частния случай на $(1/N)$ - BPS-състояния [116]. Важна дейност за същите унитарни представяния е намирането на техните характеристики, които задават спектъра във физическите приложения. Тази дейност също е продължение на по-ранна, като сега са дадени по-явни и пълни формули за характеристиките [117].

В серия от работи се продължава една дългогодишна дейност по явното конструиране на инвариантни диференциални оператори. Разгледани са реалните Ли алгебри $E_{7(-25)}$ [34], $su(n,n)$ [118] и $sp(n,R)$ [119]. Тези алгебри са избрани неслучайно – те принадлежат на един тесен клас алгебри, които ние въвеждаме в [34] и наричаме „конформни Ли алгебри” и които имат свойства подобни на конформните алгебри в n -мерно пространство-време. Ние даваме явно мултиплетите от неразложими елементарни представяния, което включва нужната информация на всички релевантни инвариантни диференциални оператори. Разгледана е и алгебрата $E_{6(-14)}$ [38].

В работа [120] е предложена **нова идея** за т.н. *параболична връзка* m/u реални некомпактни алгебри g, g' които имат една и съща комплексификация. Те трябва така да имат параболични алгебри p, p' с една и съща комплексификация. Важността на параболичната връзка

идва от това, че представянията на g, g' индуцирани от параболичните алгебри $\mathfrak{p}, \mathfrak{p}'$ имат един и същ набор от инвариантни диференциални оператори. В работата са дадени всички алгебри параболично свързани с алгебрите от класа конформни Ли алгебри, а също така и някои други интересни алгебри. Работата [121] е по-кратък вариант за трудовете на конференция в Прага през 2012г., където В.Добрев има пленарен доклад, като има разлики в илюстративния материал.

Едно много важно развитие от последните десетина години в теория на струните и конформната теория е така нареченото AdS/CFT съответствие. Основната идея е за връзката (съответствие) м/у струнна теория в $(d+1)$ -мерно пространство и калибровъчна теория в d -мерно пространство. Това съответствие се нарича и релативистка холография. Основният инструмент са конформните свойства на двете съответстващи си картини. Още тогава ние имахме принос към това развитие. Напоследък това съответствие се прилага все по-широко и често по-общата постановка се нарича Gauge/Gravity съответствие. Разширяването включва и разглеждането на нерелативистко съответствие, при което конформната група се заменя с групата на Шрьодингер. Последната може да се получи чрез специална контракция на конформната група и затова запазва някои свойства на конформната група. В частност може да се получи нерелативистки аналог на AdS/CFT съответствието, или нерелативистка холография. Нашето внимание беше привлечено от факта, че в най-първите работи по въпроса се използваше картина, в която съответствието беше не между $(d+1)$ -мерно пространство и d -мерно пространство, а $(d+1)$ -мерно пространство и 1 -мерно пространство. Така, че в работа [33] ние построихме явно именно пълното съответствие. По-точно казано, ние построихме интегрален оператор, който на функциите в d -мерно пространство съпоставя функции в $(d+1)$ -мерно пространство. Обратният оператор също е построен като граничен в $(d+1)$ -мерното пространство в граничното му d -мерно пространство. Нещо повече, ние показахме, че тези оператори са инвариантни по отношение на групата на Шрьодингер. Ние намерихме и мястото на по-ранните разглеждания в нашата картина. Работа [122] е вариант на [33] за трудовете на конференция в Прага през 2011г., където В.Добрев има поканен доклад, като има едно подобрене при прехода от 4 -мерно към 3 -мерно обемащо пространство.

Друга работа [37] свързана с Шрьодингеровата симетрия е намирането на иерархии от диференциални уравнения инвариантни по отношение на Шрьодингеровата алгебра на Ли в $(n+1)$ -мерно пространство-време. За да се намерят тези уравнения, най-напред се намират сингулярните вектори в модулите на Верма на тази алгебра. Тази задача бе решена по-рано за случаите $n=1,2,3$ сега е решена за произволно n .

В работа [35] е показано, че нетривиалното централно разширение на супералгебрата $su(2/2)$, което напоследък се използва в изучаване на $N=4$ теория на супер-Янг-Милс, е свързано с едни не много известни четири-линейни релации подобни на известните три-линейни релации на Сер.

Работа [36] продължава една дългогодишна дейност по екзотични биалгебри, като се разглеждат такива в по-големи размерности. Тук представяме екзотичните биалгебри, които възникват от една 9×9 унитарна брейд-матрица. Работа [124] е развитие на работа [36] съдържайки повече резултати.

Работа [123] е обзорна в/у няколко по-ранни работи на В. Добрев, но съдържа нов материал в Секция 5.3. Работа [125] е обзорна, като включва резултати, които са близки тематично с работи на акад. М. Матеев, макар че подходите и резултатите са различни.

В статиите [40-41] е предложена единна схема за описание на интегрируемите системи на Калоджеро-Мозер, както в рационалния, така и в тригонометричния случай. Подходът се базира на резултати на Е. Хорозов по характеризация на фазовите пространства на тригонометричните интегрируеми системи на Калоджеро – Мозер. Отначало се въвежда алгебра на Ли, която е естествен аналог на W -алгебрата. В нашия случай вместо диференциални оператори се разглеждат диференци. Строи се представяне със старши вектор в бозонно пространство на Фок. Основният резултат е, че точките на фазовото пространство на тригонометричните системи на Калоджеро-Мозер са във взаимно-еднозначно съответствие с точките на пространството на представянето, които отговарят на решения на йерархията на Кадомцев-Петвиашвили от интегрируеми солитонни уравнения.

В работа [104] е намерено ново по-добро решение на знаменития инфинитезимален 16-ти проблем на Хилберт за пределните цикли при пертурбации на интегрируеми планарни динамични (хамилтонови) системи.

Работи [26,27,90] са посветени на изследване на свойствата на т.н. квантови групи и свързани с тях структури: квантови алгебри на Ли и биковариантно диференциално смятане, Хопфови структури и таблици на Юнг и връзката им с деформирана парастатистика, уравнения на Янг-Бакстер в теорията на квантовите интегрируеми системи.

Оригинален резултат в работата [128] е изчерпателното описание на квантовите алгебри на Ли асоциирани със супер-симетричната R-матрица на Дринфелд-Джимбо. Резултатът е докладван на международна конференция в памет на Юлиус Вес - един от пионерите на квантовите групи и алгебри.

Работите [126,127,129] са различни подходи от различни гледни точки към теоремата за хомотопен пренос на Торнике Кадеишвили приложена върху кохомологичния пръстен на дву-нилпотентната алгебра на Ли. Разгледана е комутативна асоциативна хомотопна алгебра и е подчертана връзката с комбинаториката на таблиците на Юнг.

В статистическата физика и теорията на струните има много ситуации в които се наблюдава инвариантност спрямо мащабни трансформации, които често могат да се разширят до по-голяма група на пространствено-времеви трансформации. Пример са конформните трансформации и техните приложения във фазовите преходи от втори род и теорията на струните. В предходните работи на други автори по теорията на неравновесните фазови преходи се разглеждат само локални трансформации т.е. инфинитезимални генератори на съответните алгебри във формата на векторни полета (диференциални оператори от първи ред). В нашата работа [39] предлагаме експлицитна конструкция на алгебрата на стареене, подалгебра на алгебрата на Шрьодингер (генераторът на времеви трансляции е изключен), включваща динамични мащабни трансформации за произволна стойност на динамичната експонента z . Нашите резултати показват, че в този случай трябва да се откажем от стандартната концепция за трансформация на координатите и вместо това да разглеждаме трансформация на разпределение на координатите. Тази конструкция има определен успех при описание на прости статистически модели на

явлението физическо стареене с динамична експонента $z \neq 2$. Освен за описание на явлението физическо стареене, предложената от нас конструкция има отношение към чисто математическия проблем за намиране на решения на уравнения (от типа на Шрьодингер) от трети и по-висок ред.

Нелокалните представяния на алгебрата на стареене получени в работи [39,142] от настоящия втори етап на проекта за произволна цяла стойност на динамична експонента z и едно пространствено измерение $d=1$, с цел приложение към конкретни физически модели, се разширяват до многомерния случай в работа [143]. Оказва се, че преходът от едно пространствено измерение към повече измерения не е тривиален както е при локалните алгебри(групи). В частност, когато динамичната експонента е четно число структурата на алгебрата на стареене е същата както в едномерния случаи: нелокалните генератори на трансформациите на Галилей и на специалните трансформации се изразяват в термини на степените на оператора на Лаплас, както и съответното инвариантно уравнение, и са съвместими с ротациите. В този случаи, от двуточковата функция, ковариантна спрямо алгебрата на стареене се получава (линейната) пълната функция на отклик на сферичния модел($d>4$) и модела на Mullins Herring (динамична експонента $z=4$) за израстване на повърхности със запазващ се параметър на порядък .

Когато динамичната експонента е нечетно число, нелокалните генератори не са съвместими с ротациите и алгебрата на стареене се затваря само върху решенията на d (броя на пространствените измерения) на брой уравнения, които не са инвариантни спрямо цялата алгебра. От друга страна, структурата на алгебрата на стареене в едномерния случаи се запазва ако се работи в термини на определени дробни производни на Riesz.

A7. Топологична защита на съхранение и обработка на квантовата информация

В работа [22] са построени физически естествените представяния на брейд групата B_{2n+2} чрез аналитично продължение на вълновите функции (реализирани като корелационни функции в модела на Изинг) описващи състоянията съдържащи $2n+2$ Изингови аниони с фиксирани координати. Тази конфигурация би могла да се използва за реализация на **топологически квантов компютър** с n кубита, в който

съхранението и обработката на информация са защитени от грешки и некохерентност благодарение на топологическите свойства на системата. Доказано е, че тези представяния са напълно еквивалентни на двете нееквивалентни спинорни представяния на ортогоналната група $SO(2n+2)$ и са посочени съответните сплитачи оператори осъществяващи еквивалентността. От друга страна в [21] е показано, че двете нееквивалентни спинорни представяния на брейд групата B_{2n+2} са напълно еквивалентни от изчислителна гледна точка. Предложени са физически процеси, които биха могли евентуално да прехвърлят от едното представяне в другото. Също така в [20,24] е показано, че всички квантовите гейтове, които могат да бъдат реализирани чрез сплитане на Изингови аниони принадлежат на групата на Клифорд, която запазва групата от гейтове на Паули, и по тази причина имат важно приложение в кодовете за корекции на грешки.

В публикации [23,25] са изследвани ефектите на Кулонова блокада на проводимостта на квантови точки реализирани в двуточков интерферометър на Фабри-Перо работещ в режим на квантов ефект на Хол. Това би позволило да се разграничат различните Холови състояния, които се характеризират с различни топологични свойства и има важно значение за физическата реализация на топологически кубитове.

В контекста на приложение на конформнополеви методи към теорията на квантовите компютри е изследвана структурата на Хилбертовото пространство за граничните състояния на произволен квантов Холов флуид с дискова форма в постановката на интерферометър на Фабри-Перо [155]. Това пространство е явно разложено като сума от тензорни произведения на заредени и неутрални сектори и въвеждането на поток на Ахаронов-Бом модифицира само заредената част. Цената за това опростено представяне е появата на общи правила за отбор определящи сдвояването на заредени и неутрални сектори на конформната теория на полето, което зависи само от числителя на Холовия фактор на запълване. Такова разложение, заедно с процедурата за отчитане на действието на потока на Ахаронов-Бом позволяват да се направи детайлен количествен анализ на явленията възникващи при Кулонова блокада в електронни интерферометри на Фабри-Перо, както и за пресмятане на проводимостта и коефициента на Зийбек за едно-

електронни транзистори (single-electron transistors) реализирани чрез квантови Холови точки при ненулеви температури.

A8. Изследвания на кватернионни и квартернионни контактни многообразия

Суперсиметричната теория на струните се явява като централен и най-многообещаващ модел на единна теория на всички фундаментални сили в Природата. В серия от наши работи се опитваме да разберем и опишем геометрични структури възникващи по необходимост в суперсиметричната струнна теория. Главният обект на изучаване са римановите многообразия допускащи паралелени спинори спрямо метрична свързаност с анти симетрична торзия, възникнали наскоро в теоретичната и математическа физика. Една от основните причина за големия интерес към тези обекти е факта, че броя на запазващите се суперсиметрии зависи съществено от броя на паралелните спинори. Основен въпрос в суперсиметричната теория на струните е конструиране на компактни решения с ненулеви силови полета на уравненията на движение в размерност 5,6,7 и 8 извлечени от бозонното действие които запазват поне една суперсиметрия.

В статията [41] се прави обзор на резултати на автора по характеризация на фазовите пространства на тригонометричните интегрируеми системи на Калоджеро – Мозер. Отначало се въвежда алгебра на Ли, която е естествен аналог на W - алгебрата. В нашия случай вместо диференциални оператори се разглеждат диференци. Строи се представяне със старши вектор в бозонно пространство на Фок. Основният резултат е, че точките на фазовото пространство на тригонометричните системи на Калоджеро-Мозер са във взаимно-однозначно съответствие с точките на пространството на представянето, които отговарят на решения на уравнението на Кадомцев-Петвиашвили.

Статията [40] е обзор на резултати, свързани с описанието на системите на Калоджеро-Мозер, както в рационалния, така и в тригонометричния случай. Предложена е единна схема, но като цяло резултатите са получени в други статии на автора.

В цикъла трудове [42-44] са получени следните по-значителните резултати:

(А) Конструирани са първите експлицитни компактни решения с ненулево силово поле, не-тривиален инстантон и не-постоянен дилатон на хетеротичните Килинг-спинорни уравнения удовлетворяващи условието за аномалията, още известна като система на Стромингер, в размерност 5,6.

(Б) Изследвано е кои от тези експлицитни решения на системата на Стромингер са решения на хетеротичните уравнения на движение и е намерен компактен пример.

(В) Доказано е, че решенията на системата на Стромингер с ненулеви силови полета са решения на хетеротичните уравнения на движение в размерности 5,6,7 и 8 точно когато свързаността избрана върху допирателното разслоение е инстантон. Това има важно отражение в хетеротичната компактификация в размерност 6 като фиксира избора на свързаността върху допирателното разслоение в уравнението за анулиране на аномалията. Последният факт следва в размерност 6 от фундаменталната теорема на Доналдсон-Уленбек-Яу, която твърди в частност, че инстантонната свързаност във векторно разслоение със фиксирана метрика и комплексна структура е единствена.

Естествено и много важно обобщение на групата на Хайзенберг са групите от Хайзенбергов тип въведени от Каплан. Групите от Хайзенбергов тип, които са групи на Карно със стъпка две, са изследвани във връзка с геометрията, анализа и различни клонове на приложните науки обхващащи въпроси от оптималния контрол, роботиката, кристалографията и във връзка с попълване от човешкия мозък на липсваща част от видим образ.

За групи от тип на Ивасава е известно неравенството на Фоланд и Щайн, което е обобщение на неравенството на Соболев за функции и играе фундаментална роля за анализа върху групи на Карно. Единствените известни екстремали на това неравенство са тези, намерени за реалните и комплексни хиперболични пространства от Таленти, Обен и Джерисон и Лее.

В серия от наши трудове са изследвани екстремалите и най-добрата константа върху кватернионни хиперболични пространства, естествено породените кватернионно контактни структури и кватернионния проблем на Ямабе.

В работите [45-53] са получени следните по-значителните резултати:

(А) Определена е на най-добрата константа и експлицитно са описани екстремалите на неравенството от Соболев тип на Фоланд-

Щайн върху кватернионните група на Хеизенберг и е решен свързания с това проблем на Ямабе върху седем-мерната кватернионна сфера.

(Б) Конструирана е тензорна инварианта върху кватернионно контактно многообразие в духа на тензора на Х.Ваил и тензора на Черн-Мозер и е показано че това е обструкцията за локална кватернионно контактна конформност с кватернионната група на Хайзенберг и стандартната 3-сасакиева сфера.

(В) Конструирани са експлицитни кватернионно контактни структури върху седем-мерни групи на Ли и са получени нови пълни некомпактни метрики с група на холономията равна на групата $Spin(7)$ и на групата $Sp(2)Sp(1)$ – кватернионно Келерови метрики.

(Г) Конструирана е тензорна инварианта върху параконтактно многообразие в духа на тензора на Х.Ваил и тензора на Черн-Мозер и е показано че това е обструкцията за локална пара- контактна конформност с хиперболичната група на Хайзенберг. Дадено е ново доказателство на фундаменталната теоремата на Черн-Мозер за локална еквивалентност на ср-многообразие със стандартната сасакиева сфера.

Цикълът трудове [98-103] от втория етап на проекта продължава изследванията по горната тематика и съдържа следните по-значителните резултати:

(А) В работа [99] са конструирани първите експлицитни компактни решения с не-нулево силово поле, не-тривиален инстантон и не-постоянен дилатон на хетеротичните Килинг-спинорни уравнения удовлетворяващи условието за аномалията, още известна като система на Стромингер, в размерност 7 и 8.

(Б) Изследвано е кои от тези експлицитни решения на системата на Стромингер са решения на хетеротичните уравнения на движение и е намерен компактен пример в размерност 7 и 8.

В работата [102] са получени следните по-значителните резултати:

(А) Намерени са достатъчни условия за несъществуване на холоморфни топ-форми върху компактно Ермитово не-Келерово многообразие удовлетворяващо важни диференциални условия върху Келеровата форма. Доказано е, че ако допълнително холономията на свързаността на Бисмут-Стромингер се съдържа в специалната унитарна група то не съществува холоморфна топ форма.

(Б) Установено е, че компактно конформно на балансирано Ермитово многообразие удовлетворяващо тези диференциални условия е Келерово.

В работата [100] са получени следните по-значителните резултати:

(А) Намерена е проста явна конструкция на хипер-Келерови и хипер-симплектични метрики в размерност 4 като са използвани тримерни групи от тип на Бианки от клас А и е открита връзка между тях.

(Б) Конструирани са нови явни хиперсимплектични метрики в размерност 4.

Естествено и много важно обобщение на групата на Хайзенберг са групите от Хайзенбергов тип въведени от Каплан. Групите от Хайзенбергов тип, които са групи на Карно със стъпка две, са изследвани във връзка с геометрията, анализа и различни клонове на приложните науки обхващащи въпроси от оптималния контрол, роботиката, кристалографията и във връзка с попълване от човешкия мозък на липсваща част от видим образ.

За групи от тип на Ивасава е известно неравенството на Фоланд и Щайн, което е обобщение на неравенството на Соболев за функции и играе фундаментална роля за анализа върху групи на Карно. Единствените известни екстремали на това неравенство са тези, намерени за реалните и комплексни хиперболични пространства от Таленти, Обен и Джерисон и Лее.

Монографията [98] на проф. Стефан Иванов и доц. Димитър Василев, издадена от World Scientific, е посветена на изследване екстремалите и най-добрата константа върху кватернионни хиперболични пространства, естествено породените кватернионно контактни структури и кватернионния проблем на Ямабе като са дадени необходими сведения от анализа и диференциалната геометрия.

В работата [101] е намерен е нов метод за изследване на компактни CR-многообразия, за които първото собствено число на суб-лапласиана достига максималната си стойност, тази на Сасакиевата сфера. Доказано е, че ако допълнително торзията на Вебстер е с нулева дивергенция то многообразието е сфера.

В работата [103] е намерена формула от тип на Бохнер за суб-лапласиана върху компактно кватернионно контактено многообразие.

Намерена е точно неравенство за първата му собствена стойност. Установено е, че 3-Сасакиево многообразие достига равенство точно когато е сфера.

Б. Значимост на основните научни резултати

Б1. Нови знания във физиката с фундаментално-научен характер

Главната ценност на научните резултати по настоящия Договор се заключава в техния принос за строгото обосноваване на фундаменталната концепция за „холографска” дуалност между гравитацията във време-пространства с допълнително измерение от една страна, и различни типове калибровъчни полеве теории описващи физиката на границата на обемащото многомерно пространство-време, от друга страна: на първо място - квантовата хромодинамика (силно свързани кварки, стълкновения на тежки йони, кварк-глюонна плазма), релятивистката хидродинамика (динамика на флуиди като динамика на хоризонти в обемащо пространство-време) и физиката на кондензираните среди („холографски” свързани проводници, квантов ефект на Хол).

Може с увереност да се твърди, че пълното доказателство на хипотезата за гравитационно/калибровъчно-полевата „холографска” дуалност по своето въздействие върху всички области на физиката, далеч надхвърлящи контекста на физика на високите енергии, ще бъде аналогична на революцията във физиката от началото на миналия век със създаването на теорията на относителността и квантовата механика.

Получените резултати са принос към дългосрочната програма на международната общност на учените от областта на физиката на елементарните частици и високите енергии, астрофизиците и космолозите за търсене на **отговори на такива важни концептуални научни проблеми** като природата на "тъмната материя" и "тъмната енергия" във Вселената, наличието на допълнителни измерения на пространство-времето, суперсиметрията, микроскопични черни дупки и пространствено-времеви портали (wormholes), решаване на вездесъщия „информационен парадокс“.

В тази връзка, за да илюстрираме кардиналното значение на фундаменталните теоретични изследвания в науката, нека подчертаем, че неотдавнашното откритие в ЦЕРН на неуловимия до

скоро скаларен бозон на Хигс – колкото и това да е грандиозно и впечатляващо достижение на гениална изобретателност и находчивост на физиците-експериментатори и на високите технологии, в края на краищата е именно едно блестящо потвърждение на предсказания на физици-теоретици от преди близо 50 години!

Б2. Трансфер на знания и благоприятна среда за млади учени

Настоящият проект се отличава със своята широка интердисциплинарност, междуинституционалност и високоефективна синергия между отделните тематични групи. Изследванията свързани с проекта разширяват досегашните познания с нови съществени резултати в споменатите по-горе направления. Натрупаният професионален опит и получените резултати ще бъдат използвани в бъдещите фундаментални научни изследвания на колектива, и особено - при обучението и израстването на млади научни кадри, тъй като темите от проекта в областите на квантовата теория на полето, релативистката гравитация и фундаменталната математика ще бъдат актуални и през следващите десетилетия.

Особено важен аспект, засягащ по-нататъшното развитие на колектива, е свързан с факта, че настоящият проект даде на по-младите членове на научния екип ценен международен опит в науката, който е от изключителна важност за тяхното бъдещо развитие като научни работници. След завършването на проекта младите ни колеги придобиха не само значително по-висока научна квалификация, но и умения да се адаптират към високо конкурентна и творческа среда, типична за европейското и световно научно пространство.

Следва специално да се отбележи, че в периода на действие на настоящия Договор петима млади учени-докторанти от колектива (И. Стефанов, Г. Гюлчев, Д. Донева, П. Недкова и Д. Арnaudов) блестящо защитиха своите докторски дисертации. Някои от тях междуременно получиха престижни пост-докторски позиции в най-авторитетни чуждестранни академични институции. В добавка на защитилите вече докторанти, член на колектива бе още един млад докторант Д. Недановски (от реп. Македония), чиято защита предстои през следващата година.

Лекционни курсове водени от членове на колектива.

Акад. И. Тодоров е прочел следните курсове лекции във Физическия факултет на СУ "св. Кл. Охридски" за магистри и

докторанти: "Алгебри на Клифорд и спинори" (2010 год.),
"Квантуването е мистерия, но вторичното квантуване е функтор" (2011 год.).

Член-кор. В. Петкова е прочела през 2009 год. 42-часов курс лекции за докторанти и пост-докторанти (посещавани и от професори) в Института по теоретична физика на университета в гр.Гьотинген (Германия) на тема "Двумерни конформни теории на полето".

Доц. Н. Николов е прочел през 2011 год. в Математическия факултет на СУ "св. Кл. Охридски" спецкурс лекции на тема "Увод в теорията на операторните алгебри с приложения в математиката и физиката".

Гл.ас. Тодор Попов е прочел серия от курсове лекции в African University of Science and Technology (Нигерия) както следва:
„Quantum Mechanics“ (2009, 80 часа; „Mathematical Methods of Physics II“ (2010, 60 часа); „Quantum Mechanics“ (2010, 60 часа); „Quantum Field Theory“ (2011, 60 часа); „Mathematical Methods of Physics II“ (2012, 60 часа). Също така в момента той ръководи дипломант (в магистерска програма) от същия университет.

Б3. Международно сътрудничество и разпространение на резултатите

Важно следствие от успешното завършване на проекта е затвърдяването на плодотворното сътрудничество на научния екип с водещи учени и групи в света работещи в сходни научни области.

Непълен списък на активните международни сътрудничества на членовете на колектива в рамките на двустранни или многостранни научни съглашения, както на институционално така и на междудържавно равнище, включва:

- (1) *Austria* – Erwin Schrödinger Institute for Mathematical Physics (ESI), Vienna; Institut für Hochenergiephysik der Universität Wien;
- (2) *France* – C.E.A. Saclay (Gif-sur-Yvette), Institut des Hautes Etudes Scientifiques (Bur-sur-Yvette); Université de Paris-Sud (Orsay), Ecole Polytechnique (Palaiseau), L.A.P.P. (Annecy); Université Paul Sabatier (Toulouse); Université Henri Poincaré (Nancy); Institut de Recherche Mathématique Avancée CNRS et Université de Strasbourg; Centre de Physique Théorique (Marseille);

- (3) *Germany* – Institut für Theoretische Physik der Universität Göttingen; Technische Universität Clausthal; Max-Planck Institut für Mathematik in den Naturwissenschaften, Leipzig; Institut für Theoretische Physik der Justus-Liebig-Universität, Giessen; Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg; Eberhard-Karls-Universität Tübingen; Field Theory Group, University of Oldenburg;
- (4) *Israel* – Ben-Gurion University (Beer-Sheva);
- (5) *Italy* – I.C.T.P. and S.I.S.S.A. (Trieste), University of Trieste; Rome University “Tor Vergata” & INFN;
- (6) *Japan* – Osaka Prefecture University;
- (7) *Republic of Korea* - Ewha University (Seoul);
- (8) *Russia* – J.I.N.R. (Dubna);
- (9) *Switzerland* - Theory Group of C.E.R.N. (Geneva); University of Geneva;
- (10) *United Kingdom* – Imperial College, London;
- (11) *United States of America* – Pennsylvania State University (Abington).

Трудовете по проекта са публикувани в най-авторитетните рецензируеми международни списания с импакт-фактор такива като *Physical Review D*, *Physical Review Letters*, *Journal of High Energy Physics*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, *Nuclear Physics B*, *Physics Letters B*, *Communications in Mathematical Physics*, *Journal of Mathematical Physics*, *International Journal of Modern Physics A & D*, *Classical and Quantum Gravity*, *General Relativity and Gravitation*, *Advances in Theoretical and Mathematical Physics*, *Journal of Geometrical Analysis*, *Journal of Physics A: Mathematical and General*, *Fortschritte der Physik* и/или в сборници трудове на международни научни мероприятия.

Други важен канал за разпространение на резултатите от изследванията по темата на проекта е участието на членовете на колектива с доклади (някои от които по специална покана) на престижни международни научни събития (конференции, работни семинари, школи) в чужбина - Париж, Мюнхен, Прага, Ереван, Анжер, Тянджин, Белград, Lexington, Leiden, Аннесу, Виена, серията световни конгреси по гравитация и космология "Марсел Гросман" (Париж, Стокхолм), и др.

Членът на колектива проф. В. Добрев е член на Постоянния комитет (international standing committee) на престижната серия

международни конференции “International Colloquium on Group Theoretical Methods in Physics” от 1996 год. насам, като е бил съорганизатор на част от тези конференции, последната от тях състояла се в гр. Nankai (Китай) през 2012 год.

В периода на Договора членовете на колектива са организирали две международни научни мероприятия у нас с утвърден авторитет сред международната научна общественост - **8-я** и **9-я международен работен семинар** на тема „*Ли-симетрии и приложения във физиката*” съответно през лятото на **2009** и **2011**, на които в качеството на лектори са участвали редица водещи чуждестранни учени в областта на теоретичната и математическа физика. Тези международни мероприятия несъмнено са принос за издигане и утвърждаване на авторитета в международен мащаб на българската школа в тази научна област.

В. Устойчивост на дейностите след приключване на проекта

Както научните резултати от успешното изпълнение на настоящия проект, така и настоящите и бъдещи творчески планове на членовете на колектива естествено се вписват в контекста на кардиналните задачи на съвременната *теория на елементарните частици при (свръх)-високи енергии* за десетилетия напред в бъдещето. Основните усилия на всички учени в тази област, работещи в условията на интензивно и тясно сътрудничество в рамките на големи международни колаборации и научни мрежи, обединяващи десетки академични институции от всички краища на света, вкл. колектива от настоящия проект, са насочени към следните приоритетни направления:

- (1) Дълбоко и детайлно разбиране на механизмите на „свръхвеликото” обединение на всички фундаментални взаимодействия в Природата (силни и слаби ядрени, електромагнитни и гравитационни) в рамките на струнната теория, в частност:
 - (а) квантова гравитация и природа на вакуума;
 - (б) квантова природа на сингулярностите на пространство-времето във физиката на черните дупки, пространствено-времените тунели (“wormholes”), глобална топология на Вселената;
 - (в) наличие и природа на допълнителни измерения на пространство-времето;

(г) съвременни нови космологични сценарии от тип „мембранни вселени“.

(2) Съвръзаната със струнната теория качествено нова физика отвъд енергиите и мащабите на стандартния модел на елементарните частици и “concordance” модела на стандартната космология, в частност:

(а) проблем за йерархията на енергетичните мащаби;

(б) масивни неутрина;

(в) квантова хромодинамика - “confinement” на кварките, кварк-глуонна плазма;

(г) проблем за „тъмната” материя и „тъмната” енергия в съвременната космология.

(3) Приложения на струнната теория във ядрената физика и физиката на кондензираната материя – описание с помощта на знаменитите струнни дуалности на сълъкновения на релативистични тежки йони, ефекта на Хол, нови нестандартни механизми на свръхпроводимост.

Без съмнение, гореприведените стратегически идеи представляват естествена среда както за ползотворно бъдещо дългосрочно сътрудничество между членовете на настоящия екип, така и за установяване на нови творчески взаимодействия на национално и международно ниво за решаване с обединени усилия на предизвикателствата на съвременната физика, доказателства за което представляват настоящата и приключилите успешно предходни наши колаборации.