Компютърен тест на AdS/CFT съответствието с фундаментална материя

Веселин Филев

Dublin Institute for Advanced Studies

Българска Академия на Науките
Март 2016

План

1. AdS/CFT съответствие
   - Оригинална форма
   - Добавяне на фундаментална материя
   - Компютърни симулации на хологравски калибровъчни теории
2. BFSS матричен модел
   - Свойства
   - Симулации
3. Berkooz-Douglas матричен модел
   - Динамична спрямо нединамична материя
   - Холографско описание
   - Компютърни симулации
   - Сравнение

AdS/CFT съответствие

Type IIB String Theory on

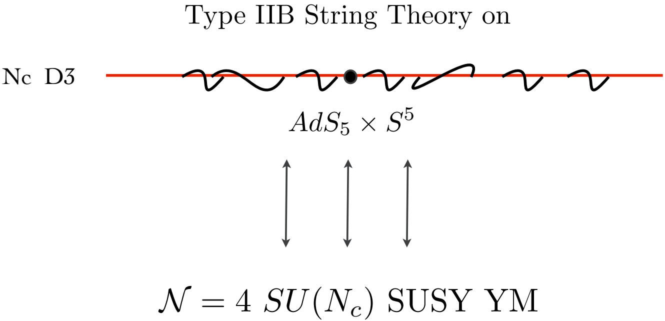
Nc D3 

$AdS_5 \times S^5$

$$\updownarrow$$

$$\mathcal{N} = 4 \; SU(N_c) \; \text{SUSY YM}$$

AdS/CFT съответствие

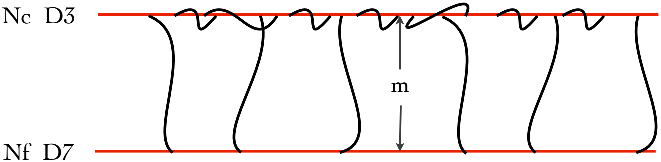


- Формула на Gubser-Klebanov-Polyakov-Witten:

$$\langle e^{\int d^d x \phi_0(x) \langle \mathcal{O}(x) \rangle} \rangle_{\mathrm{CFT}} = \mathcal{Z}_{\mathrm{string}}[\phi_0(x)]$$

Фундаментална материя, Karch & Katz

Generalizing the correspondence

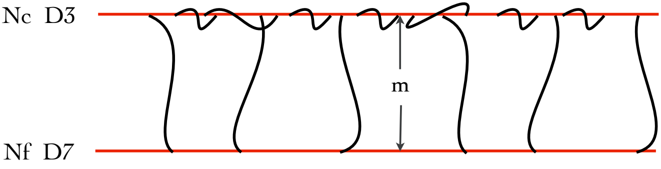


	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D3	-	-	-	-	·	·	·	·	·	·
D7	-	-	-	-	-	-	-	-	·	·

- Добавяме N_f масивни $\mathcal{N}=2$ хипермултиплети:

$$m_q \int d^2\theta\, \tilde{Q}\, Q \to \mathrm{SYM} \quad \text{with} \quad m_q = m/2\pi\alpha'$$

Generalizing the correspondence



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D3	-	-	-	-	·	·	·	·	·	·
D7	-	-	-	-	-	-	-	-	·	·

- Добавяме N_f масивни $\mathcal{N}=2$ хипермултиплети:

$$m_q \int d^2\theta\, \tilde{Q}\, Q \to \mathrm{SYM} \qquad \text{with} \qquad m_q = m/2\pi\alpha'$$

Пробно приближение $N_f \ll N_c$

Пробно приближение $N_f \ll N_c$

- Пробата се описва от Dirac-Born-Infeld действие
  $S \propto \int d^7\xi\, e^{-\Phi} \sqrt{||G_{ab} - 2\pi\alpha' \mathcal{F}_{ab}||}$

Пробно приближение $N_f \ll N_c$

- Пробата се описва от Dirac-Born-Infeld действие $S \propto \int d^7\xi \, e^{-\Phi} \sqrt{||G_{ab} - 2\pi\alpha' \mathcal{F}_{ab}||}$
- В профилът на D-браната е закодиран фунд. кондензат на теорията. Квази-класическите флуктиации описват мезонни състояния

Пробно приближение $N_f \ll N_c$

- Пробата се описва от Dirac-Born-Infeld действие
  $S \propto \int d^7\xi \, e^{-\Phi} \sqrt{||G_{ab} - 2\pi\alpha' \mathcal{F}_{ab}||}$
- В профилът на D-браната е закодиран фунд. кондензат на теорията. Квази-класическите флуктиации описват мезонни състояния
- $U(1)$ полето на D-браната описва: външно ЕМ поле, химичен пот., ел. токове.

Пробно приближение $N_f \ll N_c$

- Пробата се описва от Dirac-Born-Infeld действие
  $S \propto \int d^7\xi \, e^{-\Phi} \sqrt{||G_{ab} - 2\pi\alpha' \mathcal{F}_{ab}||}$
- В профилът на D-браната е закодиран фунд. кондензат на теорията. Квази-класическите флуктиации описват мезонни състояния
- $U(1)$ полето на D-браната описва: външно ЕМ поле, химичен пот., ел. токове.
- Множество ‘приложения’: термални и квантови фазови преходи, нарушение на киралната сим., магитна катализа и др.

Пробно приближение $N_f \ll N_c$

- Пробата се описва от Dirac-Born-Infeld действие $S \propto \int d^7\xi\, e^{-\Phi}\sqrt{||G_{ab} - 2\pi\alpha'\mathcal{F}_{ab}||}$
- В профилът на D-браната е закодиран фунд. кондензат на теорията. Квази-класическите флуктиации описват мезонни състояния
- $U(1)$ полето на D-браната описва: външно ЕМ поле, химичен пот., ел. токове.
- Множество ‘приложения’: термални и квантови фазови преходи, нарушение на киралната сим., магитна катализа и др.
- Можем ли да тестваме дали AdS/CFT наистина работи в тези случаи?

Компютърни симулации на хологравски калибровъчни теории

- Използвайки twisting [S. Catterall, hep-lat/0503036] или orbifolding [D. Kaplan, M. Unzal hep-lat/0503039] техники, изглежда възможно да симулираме $\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ SYM в $4D$, за малки N.

Компютърни симулации на хологравски калибровъчни теории

- Използвайки twisting [S. Catterall, hep-lat/0503036] или orbifolding [D. Kaplan, M. Unzal hep-lat/0503039] техники, изглежда възможно да симулираме $\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ SYM в $4D$, за малки N.
- Не е очевидно как да се обобщи за $\mathcal{N} = 2$ SUSY теории с фунд. хипермултиплет.

Компютърни симулации на хологравски калибровъчни теории

- Използвайки twisting [S. Catterall, hep-lat/0503036] или orbifolding [D. Kaplan, M. Unzal hep-lat/0503039] техники, изглежда възможно да симулираме $\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ SYM в $4D$, за малки N.
- Не е очевидно как да се обобщи за $\mathcal{N} = 2$ SUSY теории с фунд. хипермултиплет.
- Да разгледаме 1D хологравски КТП, които са супер-ренормализуеми.

Компютърни симулации на хологравски калибровъчни теории

- Използвайки twisting [S. Catterall, hep-lat/0503036] или orbifolding [D. Kaplan, M. Unzal hep-lat/0503039] техники, изглежда възможно да симулираме $\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ SYM в $4D$, за малки N.
- Не е очевидно как да се обобщи за $\mathcal{N} = 2$ SUSY теории с фунд. хипермултиплет.
- Да разгледаме 1D хологравски КТП, които са супер-ренормализуеми.
- Естествен кандидат е D0/D4 система, T-дуална на D3/D7 система. (един “клас на универсалност”)

Компютърни симулации на холографски калибровъчни теории

- Използвайки twisting [S. Catterall, hep-lat/0503036] или orbifolding [D. Kaplan, M. Unzal hep-lat/0503039] техники, изглежда възможно да симулираме $\mathcal{N} = 4$ $SU(N)$ SYM в $4D$, за малки N.
- Не е очевидно как да се обобщи за $\mathcal{N} = 2$ SUSY теории с фунд. хипермултиплет.
- Да разгледаме 1D холографски КТП, които са супер-ренормализуеми.
- Естествен кандидат е D0/D4 система, T-дуална на D3/D7 система. (един “клас на универсалност”)
- Даулната КТП е Berkooz-Douglas матричен модел - BFSS-матричен модел с фунд. материя.

BFSS матричен модел

- $\mathcal{N} = 16$ $SU(N)$ 1D SYM теория описваща N D0-брани при ниски енергии.

BFSS матричен модел

- $\mathcal{N} = 16$ $SU(N)$ 1D SYM теория описваща N D0-брани при ниски енергии.
- Предложен е като не пертурбативна формулировка на M-теория компактифицирана на S^1. [T. Banks, W. Fischler, S. H. Shenker and L. Susskind: hep-th/9610043]

BFSS матричен модел

- $\mathcal{N} = 16$ $SU(N)$ 1D SYM теория описваща N D0-брани при ниски енергии.
- Предложен е като не пертурбативна формулировка на M-теория компактифицирана на S^1. [T. Banks, W. Fischler, S. H. Shenker and L. Susskind: hep-th/9610043]
- Редуцираме размерността на $\mathcal{N} = 1$ 10D SYM до 1D:

$$S_E = \frac{1}{g^2}\int d\tau\, \mathrm{Tr}\left\{\frac{1}{2}(D_\tau X^i)^2 - \frac{1}{4}[X^i,X^j]^2 + \frac{1}{2}\psi^T C_9\, D_\tau\psi - \frac{1}{2}\psi^T C_9\, \gamma^i[X^i,\psi]\right\} \ ,$$

BFSS матричен модел

- $\mathcal{N} = 16$ $SU(N)$ 1D SYM теория описваща N D0-брани при ниски енергии.
- Предложен е като не пертурбативна формулировка на M-теория компактифицирана на S^1. [T. Banks, W. Fischler, S. H. Shenker and L. Susskind: hep-th/9610043]
- Редуцираме размерността на $\mathcal{N} = 1$ 10D SYM до 1D:

$$S_E = \frac{1}{g^2}\int d\tau\,\mathrm{Tr}\left\{\frac{1}{2}(D_\tau X^i)^2 - \frac{1}{4}[X^i, X^j]^2 + \frac{1}{2}\psi^T C_9\, D_\tau\psi - \frac{1}{2}\psi^T C_9\,\gamma^i[X^i,\psi]\right\} \ ,$$

- Моделът притежава глобална $SO(9)$ симетрия и плоски степени на свобода (Cartan modes):

$$[X^i, X^j] = 0$$

The BFSS matrix model

- Ефективната константа на вз. $g_{eff} = g^2 N U^{-3}$ т.е. моделът е АС и AdS/CFT е валидно само при ниски Е.

The BFSS matrix model

- Ефективната константа на вз. $g_{eff} = g^2 N U^{-3}$ т.е. моделът е АС и AdS/CFT е валидно само при ниски Е.
- Дуалната геометрия е:

$$
\begin{aligned}
ds^2/\alpha' &= -H^{-1/2}dt^2 + H^{1/2}f^{-1}dU^2 + H^{1/2}U^2 d\Omega_8^2 \\
e^{\Phi} &= H^{3/4}\,, \quad C_{(1)} = H^{-1}dt,
\end{aligned}
$$

- където:

$$
H = \frac{L^7}{U^7}\,,\ f = 1 - \frac{U_0^7}{U^7}\,,\ U_0^5 = \left(\frac{4\pi}{7}\right)^2 L^7 T^2\,,\ L^7 = 240\pi^5\alpha'^5\lambda\,,\ \lambda = N g^2
$$

The BFSS matrix model

- Ефективната константа на вз. $g_{eff} = g^2 N U^{-3}$ т.е. моделът е АС и AdS/CFT е валидно само при ниски Е.
- Дуалната геометрия е:

$$
\begin{aligned}
ds^2/\alpha' &= -H^{-1/2}dt^2 + H^{1/2}f^{-1}dU^2 + H^{1/2}U^2 d\Omega_8^2 \\
e^{\Phi} &= H^{3/4}\ , \ \ C_{(1)} = H^{-1}dt,
\end{aligned}
$$

- където:

$$
H = \frac{L^7}{U^7}\ ,\ f = 1 - \frac{U_0^7}{U^7}\ ,\ U_0^5 = \left(\frac{4\pi}{7}\right)^2 L^7 T^2\ ,\ L^7 = 240\pi^5\alpha'^5\lambda\ ,\ \lambda = N g^2
$$

- Кривината нараства с разстоянието: $\mathcal{R} \sim U^{3/2}$.

The BFSS matrix model

- Ефективната константа на вз. $g_{eff} = g^2 N U^{-3}$ т.е. моделът е АС и AdS/CFT е валидно само при ниски Е.
- Дуалната геометрия е:

$$
\begin{aligned}
ds^2/\alpha' &= -H^{-1/2}dt^2 + H^{1/2}f^{-1}dU^2 + H^{1/2}U^2 d\Omega_8^2 \\
e^{\Phi} &= H^{3/4}\,, \quad C_{(1)} = H^{-1}dt,
\end{aligned}
$$

- където:

$$
H = \frac{L^7}{U^7}\,,\ f = 1 - \frac{U_0^7}{U^7}\,,\ U_0^5 = \left(\frac{4\pi}{7}\right)^2 L^7 T^2\,,\ L^7 = 240\pi^5\alpha'^5\lambda\,,\ \lambda = N g^2
$$

- Кривината нараства с разстоянието: $\mathcal{R} \sim U^{3/2}$.
- Малка кривина и къса струна изисква: $1 \ll g_{eff} \ll N^{\frac{4}{7}}$.

Симулации

- Симулации върху решетка (до колкото зная):
  - Catterall & Wiseman, 0803.4273
  - Kadoh & Kamata, 1503.08499
  - Filev & O'Connor, 1506.01366

Симулации

- Симулации върху решетка (до колкото зная):
  - Catterall & Wiseman, 0803.4273
  - Kadoh & Kamata, 1503.08499
  - Filev & O'Connor, 1506.01366
- Не-решетъчни симулации:
  - За пръв път от Anagnostopoulos, Hanada, Nishimura и Takeuchi 0707.4454
  - Най-подробните изследвания на BFSS модел. Не тривиален тест на AdS/CFT съответствието.

Симулации

- Симулации върху решетка (до колкото зная):
  - Catterall & Wiseman, 0803.4273
  - Kadoh & Kamata, 1503.08499
  - Filev & O'Connor, 1506.01366
- Не-решетъчни симулации:
  - За пръв път от Anagnostopoulos, Hanada, Nishimura и Takeuchi 0707.4454
  - Най-подробните изследвания на BFSS модел. Не тривиален тест на AdS/CFT съответствието.
- Ние ще се фокусираме върху резултатите на 1506.01366.

Дискретизиране

- Следвайки Catterall и Wiseman разглеждаме базис в който $C_9 = \sigma_1 \otimes 1_8$, за кин. член получаваме:

$$\psi^T C_9 \, \mathcal{D}_t \, \psi \quad \to \quad \left(\psi^T_{1\,m} \;,\quad \psi^T_{2\,m}\right) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1_8 \, (\mathcal{D}_-)_{mn} \\ 1_8 \, (\mathcal{D}_+)_{mn} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi_{1\,n} \\ \psi_{2\,n} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{D}_t X^i \quad \to \quad \frac{U_{n,n+1} X^i_{n+1} U_{n+1,n} - X^i_n}{a}$$

  - където $(\mathcal{D}_\pm W)_n = \pm (U_{n,n\pm1} W_{n\pm1} U_{n\pm1,n} - W_n)/a$

Дискретизиране

- Следвайки Catterall и Wiseman разглеждаме базис в който $C_9 = \sigma_1 \otimes 1_8$, за кин. член получаваме:

$$\psi^T C_9\, \mathcal{D}_t\, \psi \quad \to \quad \left(\psi^T_{1\,m}\ ,\quad \psi^T_{2\,m}\right) \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1_8\,(\mathcal{D}_-)_{mn} \\ 1_8\,(\mathcal{D}_+)_{mn} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi_{1\,n} \\ \psi_{2\,n} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{D}_t X^i \quad \to \quad \frac{U_{n,n+1} X^i_{n+1} U_{n+1,n} - X^i_n}{a}$$

  - където $(\mathcal{D}_\pm W)_n = \pm(U_{n,n\pm1} W_{n\pm1} U_{n\pm1,n} - W_n)/a$

- Получената решетъчна теория няма фермионно дублиране (fermion doubling).

RHMC

- Използваме RHMC метода [hep-lat/0409133] (Clark et al. 2004).

$$|\mathrm{Pf}(\mathcal{M})| = \det(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{1/4} \propto \int D\bar{\xi} D\xi e^{-\xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi}$$

RHMC

- Използваме RHMC метода [hep-lat/0409133] (Clark et al. 2004).

$$|\mathrm{Pf}(\mathcal{M})| = \det(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{1/4} \propto \int D\bar{\xi} D\xi e^{-\xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi}$$

- Дефинираме $S_{\mathrm{ps.f}} \equiv \xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi$ и симулираме $S_{\mathrm{tot}} = S_{\mathrm{bos}} + S_{\mathrm{ps.f}}$

RHMC

- Използваме RHMC метода [hep-lat/0409133] (Clark et al. 2004).

$$|\mathrm{Pf}(\mathcal{M})| = \det(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{1/4} \propto \int D\bar{\xi} D\xi e^{-\xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi}$$

- Дефинираме $S_{\mathrm{ps.f}} \equiv \xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi$ и симулираме $S_{\mathrm{tot}} = S_{\mathrm{bos}} + S_{\mathrm{ps.f}}$
- Идеята е да приближим $(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4}$ с частична сума:

$$(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{\delta} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\#} \alpha_i (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M} + \beta_i)^{-1}$$

RHMC

- Използваме RHMC метода [hep-lat/0409133] (Clark et al. 2004).

$$|\mathrm{Pf}(\mathcal{M})| = \det(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{1/4} \propto \int D\bar{\xi} D\xi e^{-\xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi}$$

- Дефинираме $S_{\mathrm{ps.f}} \equiv \xi^\dagger (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4} \xi$ и симулираме $S_{\mathrm{tot}} = S_{\mathrm{bos}} + S_{\mathrm{ps.f}}$
- Идеята е да приближим $(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^{-1/4}$ с частична сума:

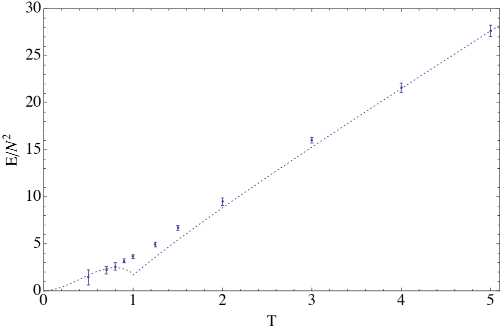
$$(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\#} \alpha_i (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M} + \beta_i)^{-1}$$

- Псевдо-фермионната сила е:

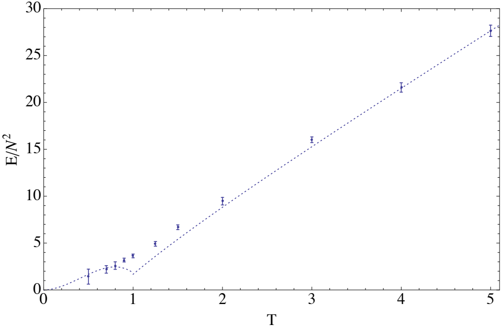
$$\frac{\partial S_{\mathrm{ps.f}}}{\partial u} = -\sum_{i=1}^{\#} \alpha_i h_i^\dagger \frac{\partial (\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M})}{\partial u} h_i \,,$$

- където h_i изпълняват $(\mathcal{M}^\dagger \mathcal{M} + \beta_i) h_i = \xi_i$ и може да се получи с multi-shift solver.

Вътрешна енргия

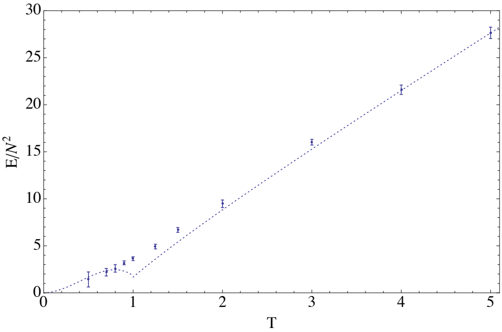


Вътрешна енргия



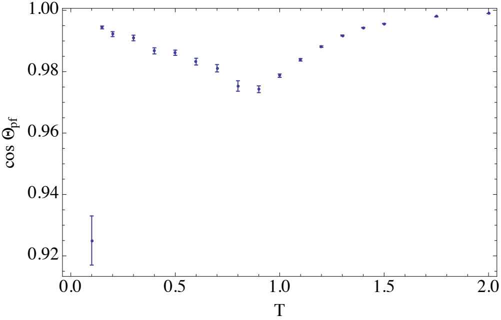
- При $T \gg 1$ кривата представя развитие в $1/T$ т 0710.2188.

Вътрешна енргия



- При $T \gg 1$ кривата представя развитие в $1/T$ т 0710.2188.
- При $T < 1$ кривата представя AdS/CFT резултати с α' корекции: 0811.3102 (Hanada et al. 2008)

Проблем с дефинитноста (Sign Problem)



- Графика на $\cos\Theta_{Pf}$ за $N = 3$ и $\Lambda = 4$. Фазата остава малка за всички T, но спада рязко при малки , вероятно заради силен ефект на решетката.

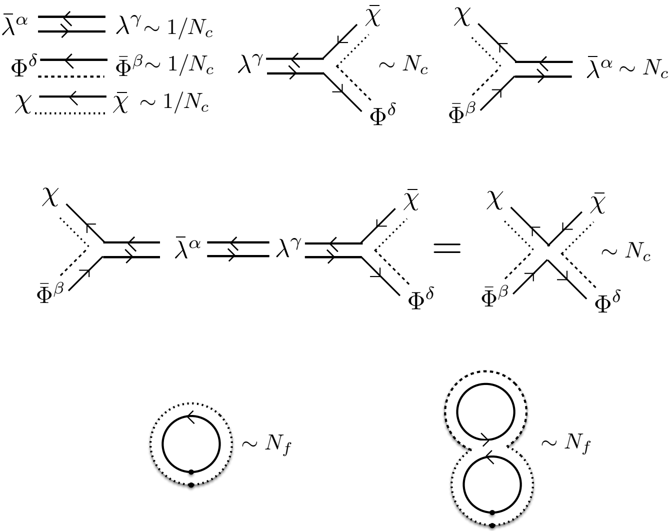
Berkooz-Douglas матричен модел

- Да се въведе M_5 плътност в BFSS модела hep-th/9610236 (Berkooz & Douglas 1996).
- Редуцирине на D5/D9 ситема (Van Raamsdonk, 2002):

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\left(\frac{1}{2}D_0X^aD_0X^a+\frac{i}{2}\lambda^{\dagger\,\rho}D_0\lambda_\rho+\frac{1}{2}D_0\bar{X}^{\rho\dot\rho}D_0X_{\rho\dot\rho}+\frac{i}{2}\theta^{\dagger\dot\rho}D_0\theta_{\dot\rho}\right)\\ &+\frac{1}{g^2}\mathrm{tr}\left(D_0\bar\Phi^\rho D_0\Phi_\rho+i\chi^\dagger D_0\chi\right)+\mathcal{L}_{\rm int}\end{aligned}$$

където:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\rm int} &= \frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\left(\frac{1}{4}[X^a,X^b][X^a,X^b]+\frac{1}{2}[X^a,\bar X^{\rho\dot\rho}][X^a,X_{\rho\dot\rho}]-\frac{1}{4}[\bar X^{\alpha\dot\alpha},X_{\beta\dot\alpha}][\bar X^{\beta\dot\beta},X_{\alpha\dot\beta}]\right)\\ &-\frac{1}{g^2}\mathrm{tr}\left(\bar\Phi^\rho(X^a-m^a)(X^a-m^a)\Phi_\rho\right)\\ &+\frac{1}{g^2}\mathrm{tr}\left(\bar\Phi^\alpha[\bar X^{\beta\dot\alpha},X_{\alpha\dot\alpha}]\Phi_\beta+\frac{1}{2}\bar\Phi^\alpha\Phi_\beta\bar\Phi^\beta\Phi_\alpha-\bar\Phi^\alpha\Phi_\alpha\bar\Phi^\beta\Phi_\beta\right)\\ &+\frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\left(\frac{1}{2}\bar\lambda^\rho\gamma^a[X^a,\lambda_\rho]+\frac{1}{2}\bar\theta^{\dot\alpha}\gamma^a[X^a,\theta_{\dot\alpha}]-\sqrt{2}\,i\,\varepsilon_{\alpha\beta}\,\bar\theta^{\dot\alpha}[X_{\beta\dot\alpha},\lambda_\alpha]\right)\\ &+\frac{1}{g^2}\mathrm{tr}\left(\bar\chi\gamma^a(X^a-m^a)\chi+\sqrt{2}\,i\,\varepsilon_{\alpha\beta}\,\bar\chi\lambda_\alpha\Phi_\beta-\sqrt{2}\,i\,\varepsilon_{\alpha\beta}\,\bar\Phi^\alpha\bar\lambda_\beta\chi\right)\end{aligned}$$


$\bar\lambda^\alpha$ $\lambda^\gamma \sim 1/N_c$
Φ^δ $\bar\Phi^\beta \sim 1/N_c$
χ $\bar\chi \sim 1/N_c$
λ^γ $\bar\chi$ Φ^δ $\sim N_c$
χ $\bar\Phi^\beta$ $\bar\lambda^\alpha \sim N_c$
χ $\bar\Phi^\beta$ $\bar\lambda^\alpha$ λ^γ $\bar\chi$ Φ^δ $=$ χ $\bar\chi$ $\bar\Phi^\beta$ Φ^δ $\sim N_c$
$\sim N_f$
$\sim N_f$

Динамична спрямо нединамична материя

- Не можем да подтиснем фунд. детерминанта.

Динамична спрямо нединамична материя

- Не можем да подтиснем фунд. детерминанта.
- Имаме две възможности:

Динамична спрямо нединамична материя

- Не можем да подтиснем фунд. детерминанта.
- Имаме две възможности:
  - Да пренебрегнем фунд. детерминанта но да преизчеслим теглата с нея (reweight)
    - Предимство: няма проблем с дефинитивността & пробно приближение.
    - Недостатък: прекалено тежки числени сметки.

Динамична спрямо нединамична материя

- Не можем да подтиснем фунд. детерминанта.
- Имаме две възможности:
  - Да пренебрегнем фунд. детерминанта но да преизчеслим теглата с нея (reweight)
    - Предимство: няма проблем с дефинитивността & пробно приближение.
    - Недостатък: прекалено тежки числени сметки.
  - Да разгледаме пълна динамична симулация.
    - Предимство: по лесна имплементация и реализация.
    - Недостатък: Може да има проблем с дефинитивността .

Динамична спрямо нединамична материя

- Не можем да подтиснем фунд. детерминанта.
- Имаме две възможности:
  - Да пренебрегнем фунд. детерминанта но да преизчеслим теглата с нея (reweight)
    - Предимство: няма проблем с дефинитивността & пробно приближение.
    - Недостатък: прекалено тежки числени сметки.
  - Да разгледаме пълна динамична симулация.
    - Предимство: по лесна имплементация и реализация.
    - Недостатък: Може да има проблем с дефинитивността .
- Ние избрахме вторият подход.

Холографско описание: пробни D4–брани

- Да си припомним метриката на D0 пространство

$$ds^2 = -H^{-\frac{1}{2}} f\, dt^2 + H^{\frac{1}{2}} \left(\frac{du^2}{f} + u^2\, d\Omega_8^2 \right) ,$$

Холографско описание: пробни D4–брани

- Да си припомним метриката на D0 пространство

$$ds^2 = -H^{-\frac{1}{2}}\, f\, dt^2 + H^{\frac{1}{2}}\left(\frac{du^2}{f} + u^2\, d\Omega_8^2\right) ,$$

- Параметризираме S^8 чрез:

$$d\Omega_8^2 = d\theta^2 + \cos^2\theta\, d\Omega_3^2 + \sin^2\theta\, d\Omega_4^2 ,$$

Холографско описание: пробни D4–брани

- Да си припомним метриката на D0 пространство

$$ds^2 = -H^{-\frac{1}{2}} f\, dt^2 + H^{\frac{1}{2}} \left(\frac{du^2}{f} + u^2\, d\Omega_8^2 \right) ,$$

- Параметризираме S^8 чрез:

$$d\Omega_8^2 = d\theta^2 + \cos^2\theta\, d\Omega_3^2 + \sin^2\theta\, d\Omega_4^2 ,$$

- D4–браните изпълват t, u и Ω_3 и имат профил $\theta(u)$.

Холографско описание: пробни D4–брани

- Да си припомним метриката на D0 пространство

$$ds^2 = -H^{-\frac{1}{2}} f\, dt^2 + H^{\frac{1}{2}} \left(\frac{du^2}{f} + u^2\, d\Omega_8^2 \right) ,$$

- Параметризираме S^8 чрез:

$$d\Omega_8^2 = d\theta^2 + \cos^2\theta\, d\Omega_3^2 + \sin^2\theta\, d\Omega_4^2 ,$$

- D4–браните изпълват t, u и Ω_3 и имат профил $\theta(u)$.
- Профилът на им се определя от DBI действие:

$$S^E_{\rm DBI} = \frac{N_f\, \beta}{8\, \pi^2\, \alpha'^{5/2}\, g_s} \int du\, u^3 \cos^3\theta(u) \sqrt{1 + u^2 f(u)\, \theta'(u)^2} .$$

- Да си припомним метриката на D0 пространство

$$ds^2 = -H^{-\frac{1}{2}}\, f\, dt^2 + H^{\frac{1}{2}} \left(\frac{du^2}{f} + u^2\, d\Omega_8^2 \right) ,$$

- Параметризираме S^8 чрез:

$$d\Omega_8^2 = d\theta^2 + \cos^2\theta\, d\Omega_3^2 + \sin^2\theta\, d\Omega_4^2 ,$$

- D4–браните изпълват t, u и Ω_3 и имат профил $\theta(u)$.
- Профилът на им се определя от DBI действие:

$$S^E_{\mathrm{DBI}} = \frac{N_f\, \beta}{8\, \pi^2\, \alpha'^{5/2}\, g_s} \int du\, u^3 \cos^3\theta(u) \sqrt{1 + u^2\, f(u)\, \theta'(u)^2} .$$

- Дефинирайки $\tilde{u} = u/u_0$, на безкрайност θ се развива:

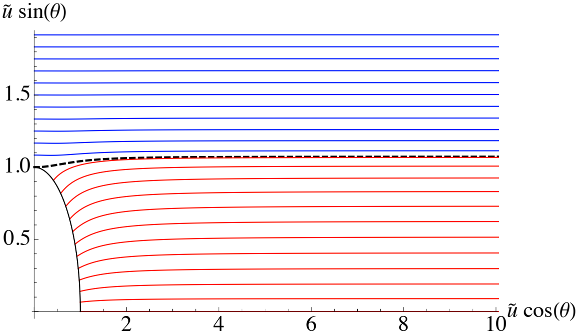
$$\sin\theta = \frac{\tilde{m}}{\tilde{u}} + \frac{\tilde{c}}{\tilde{u}^3} + \dots .$$

- AdS/CFT речникът свързва $\tilde{m}$ и $\tilde{c}$ с масата и фунд. кондензат чрез:

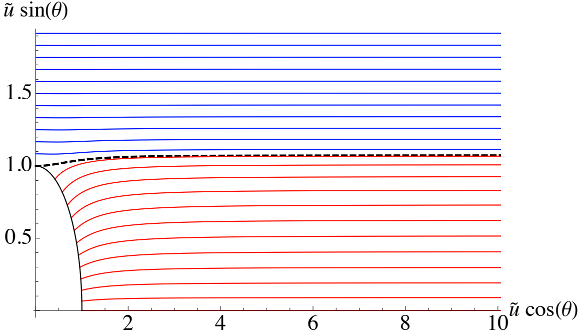
$$
\begin{aligned}
m_q &= \left(\frac{120\,\pi^2}{49}\right)^{1/5} \left(\frac{T}{\lambda^{1/3}}\right)^{2/5} \lambda^{1/3}\,\tilde{m}\;, \\
\langle \mathcal{O}_m \rangle &= \left(\frac{2^4\,15^3\,\pi^6}{7^6}\right)^{1/5} N_f\,N_c\,\left(\frac{T}{\lambda^{1/3}}\right)^{6/5} (-2\,\tilde{c})\;.
\end{aligned}
$$

- Това е зависимостта, която ще тестваме върху решетката включително точните коефициенти!

- D4–бранните влагания се делят на Minkowski и black hole влагания:



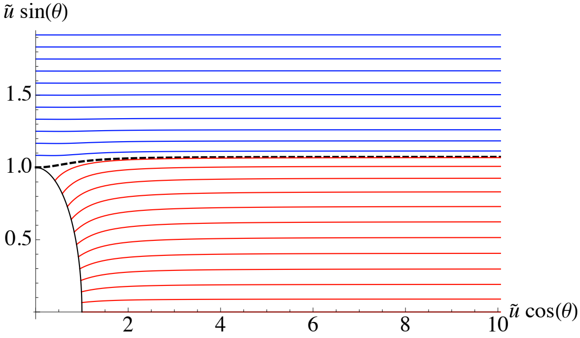
- D4–бранните влагания се делят на Minkowski и black hole влагания:



- α' корекциите варират силно с m_q за Minkowski влагания

Холографско описание: пробни D4–брани

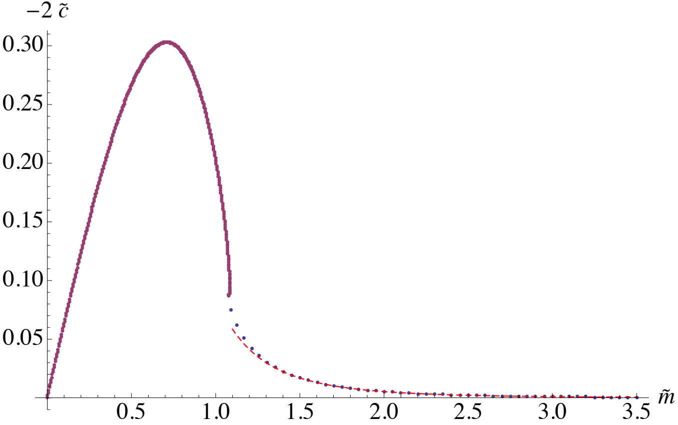
- D4–бранните влагания се делят на Minkowski и black hole влагания:



- α' корекциите варират силно с m_q за Minkowski влагания
- α' корекциите варират слабо с m_q за black hole влагания

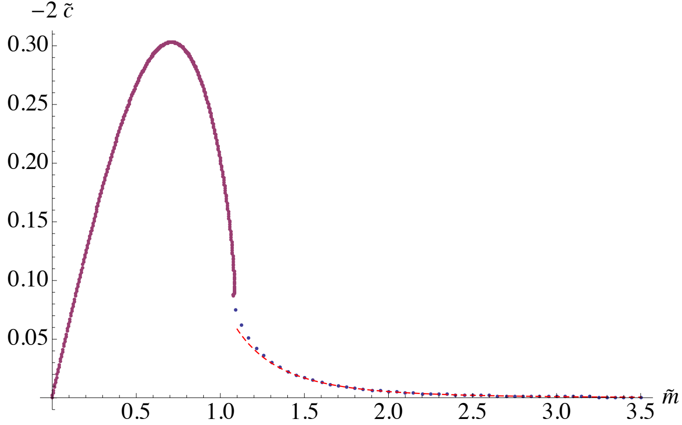
Фундаментален кондензат

- Решавайки числено EOM за θ получаваме конд. крива:



Фундаментален кондензат

- Решавайки числено EOM за θ получаваме конд. крива:



- Сега сме готови да генерираме аналогичната крива с компютърни симулации.

Компютърни симулации

- Основен момент да презапишем кинетичния член:

$$
\begin{aligned}
S^{\mathrm{E}}_{\chi\,\mathrm{kin}} &= \frac{1}{2g^2}\left(\zeta^{1\,T}\,,\,\zeta^{2\,T}\right)\left(\begin{array}{cc} 0_4 & -K_\chi^T \\ K_\chi & 0_4 \end{array}\right)\left(\begin{array}{c} \zeta^1 \\ \zeta^2 \end{array}\right)\,, \\
K^{ij}_{\chi\,n,m} &\equiv \delta_{n+1,m}\,\delta_{ij} - \delta_{n,\Lambda-1}\,\delta_{m,0}\,D_{ij} - \delta_{n,m}\,,
\end{aligned}
$$

Компютърни симулации

- Основен момент да презапишем кинетичния член:

$$\begin{aligned} S^{\mathrm{E}}_{\chi\,\mathrm{kin}} &= \frac{1}{2g^2}\left(\zeta^{1\,T}, \zeta^{2\,T}\right)\begin{pmatrix} 0_4 & -K_\chi^T \\ K_\chi & 0_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \zeta^1 \\ \zeta^2 \end{pmatrix} , \\ K^{ij}_{\chi\,n,m} &\equiv \delta_{n+1,m}\,\delta_{ij} - \delta_{n,\Lambda-1}\,\delta_{m,0}\,D_{ij} - \delta_{n,m} \ , \end{aligned}$$

- Не диагоналната структура елиминира фермионни двойници.

Компютърни симулации

- Основен момент да презапишем кинетичния член:

$$S^{\mathrm{E}}_{\chi\,\mathrm{kin}} = \frac{1}{2g^2}\left(\zeta^{1\,T},\zeta^{2\,T}\right)\begin{pmatrix} 0_4 & -K_\chi^T \\ K_\chi & 0_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \zeta^1 \\ \zeta^2 \end{pmatrix},$$

$$K^{ij}_{\chi\,n,m} \equiv \delta_{n+1,m}\,\delta_{ij} - \delta_{n,\Lambda-1}\,\delta_{m,0}\,D_{ij} - \delta_{n,m}\,,$$

- Не диагоналната структура елиминира фермионни двойници.
- За пълно описание на модела разгледайте [Filev & O'Connor, arXiv:1512.02536]

- Дефинира са чрез $\mathcal{O}_m^a \equiv \delta F/\delta m_q^a$, в нашия случай:

$$\mathcal{O}_m^a = \frac{N}{\beta\,\lambda}\int\limits_0^{\beta} \mathrm{tr}\left(2\,\bar{\Phi}^{\rho}\,(m_q^a - X^a)\,\Phi_{\rho} + \hat{\chi}^{\dagger}\,\gamma^a\,\hat{\chi}\right)$$

Кондензатен Оператор

- Дефинира са чрез $\mathcal{O}_m^a \equiv \delta F / \delta m_q^a$, в нашия случай:

$$\mathcal{O}_m^a = \frac{N}{\beta\,\lambda} \int_0^\beta \mathrm{tr}\left(2\,\bar{\Phi}^\rho\,(m_q^a - X^a)\,\Phi_\rho + \hat{\chi}^\dagger\,\gamma^a\,\hat{\chi}\right)$$

- $\mathcal{O}_m^a$ е безразмерен, а на решетката $m_q^a \to m_q^a/\lambda^{1/3}$.

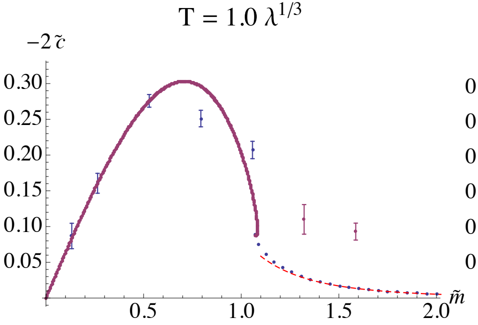
Кондензатен Оператор

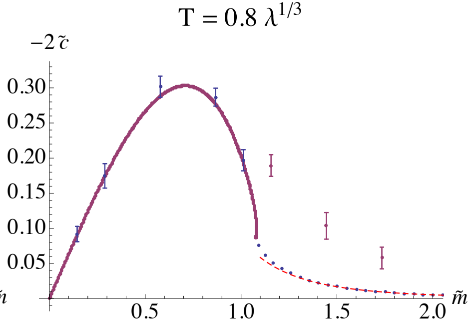
- Дефинира са чрез $\mathcal{O}_m^a \equiv \delta F / \delta m_q^a$, в нашия случай:

$$\mathcal{O}_m^a = \frac{N}{\beta\,\lambda} \int_0^\beta \mathrm{tr}\left(2\,\bar{\Phi}^\rho\,(m_q^a - X^a)\,\Phi_\rho + \hat{\chi}^\dagger\,\gamma^a\,\hat{\chi}\right)$$

- $\mathcal{O}_m^a$ е безразмерен, а на решетката $m_q^a \to m_q^a/\lambda^{1/3}$.
- На решетката фермионния член е заместен с пройзводна на псевдо-фермионното действие, което е имплементирано в RHMC.

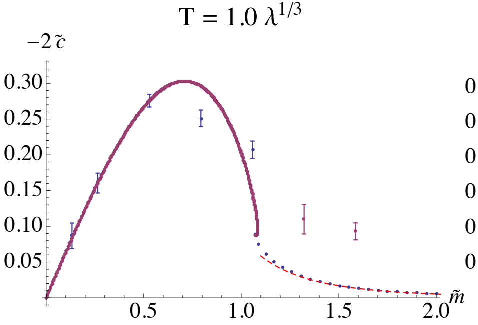
- Кондензатни криви за $N = 10$, $\Lambda = 16$ и $T/\lambda^{1/3} = 0.8, 1.0$

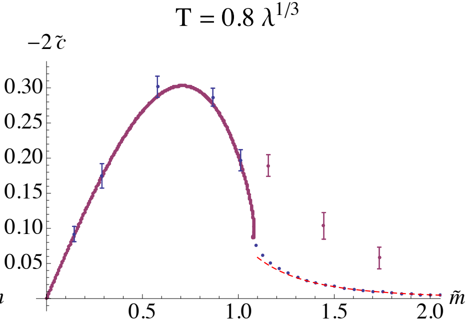




Сравнение

- Кондензатни криви за $N = 10$, $\Lambda = 16$ и $T/\lambda^{1/3} = 0.8, 1.0$

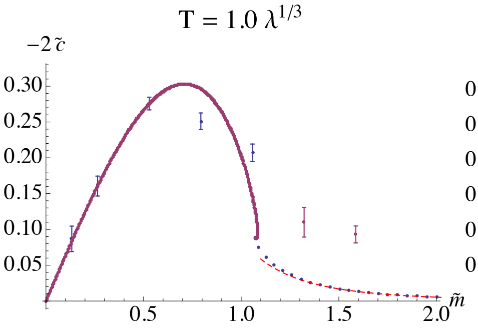




- Отлично съответствие за малки $\tilde{m}$.

Сравнение

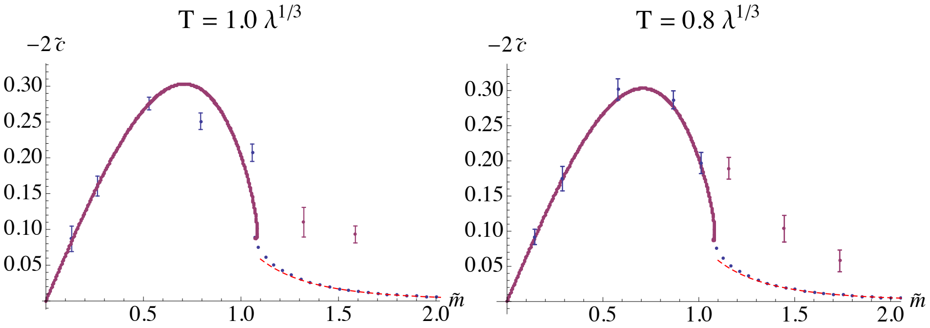
- Кондензатни криви за $N = 10$, $\Lambda = 16$ и $T/\lambda^{1/3} = 0.8, 1.0$



- Отлично съответствие за малки $\tilde{m}$.
- За по ниски T обхваща цялата black hole фаза!

Сравнение

- Кондензатни криви за $N = 10$, $\Lambda = 16$ и $T/\lambda^{1/3} = 0.8, 1.0$



- Отлично съответствие за малки $\tilde{m}$.
- За по ниски T обхваща цялата black hole фаза!
- Значителни отклонения в мезонната фаза.

Сравнение

- Обяснява се с различната зависимост на α'-корекциите към свободната енергия от масата.

Сравнение

- Обяснява се с различната зависимост на α'-корекциите към свободната енергия от масата.
- За black hole фаза тя е слаба и се съкращава при диференциране по m_q.

Сравнение

- Обяснява се с различната зависимост на α'-корекциите към свободната енергия от масата.
- За black hole фаза тя е слаба и се съкращава при диференциране по m_q.
- Кривината изпитина от Minkowski влаганията варира чуствително с m_q и кондензата има заничетлни α'-корекции.

Сравнение

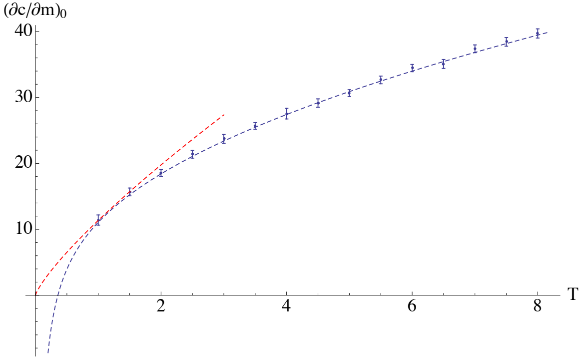
- Обяснява се с различната зависимост на α'-корекциите към свободната енергия от масата.
- За black hole фаза тя е слаба и се съкращава при диференциране по m_q.
- Кривината изпитина от Minkowski влаганията варира чуствително с m_q и кондензата има заничетлни α'-корекции.
- Съгласието в deconfined phase е получено без напасване на свободни параметри!

Сравнение

- Обяснява се с различната зависимост на α'-корекциите към свободната енергия от масата.
- За black hole фаза тя е слаба и се съкращава при диференциране по m_q.
- Кривината изпитина от Minkowski влаганията варира чуствително с m_q и кондензата има заничетлни α'-корекции.
- Съгласието в deconfined phase е получено без напасване на свободни параметри!
- За да подобрим съответсвието:
  - Симуларме по-ниски температури T.
  - Да апроксимираме α'-корекциите.
  - Да изследваме втора пройзводна на свободната енергия dc/dm.

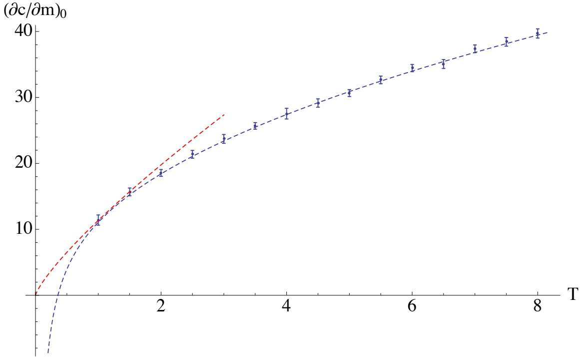
Пройзводна на кодензата dc/dm.

- Крива dc/dm за $N = 10$.



Пройзводна на кодензата dc/dm.

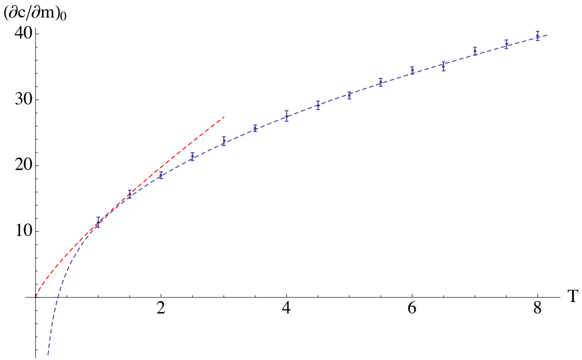
- Крива dc/dm за $N = 10$.



- Синята крива е: $dc/dm = N\,(1.40819\,T^{1/2} - 0.3/T)$.

Пройзводна на кодензата dc/dm.

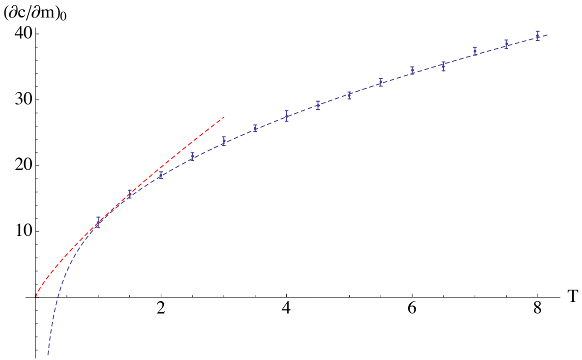
- Крива dc/dm за $N = 10$.



- Синята крива е: $dc/dm = N(1.40819\,T^{1/2} - 0.3/T)$.
- Червената крива е получена от AdS/CFT .

Пройзводна на кодензата dc/dm.

- Крива dc/dm за $N = 10$.



- Синята крива е: $dc/dm = N(1.40819\, T^{1/2} - 0.3/T)$.
- Червената крива е получена от AdS/CFT .
- [Asano, Filev, Kovacik, O'Connor] to appear .

Заключение

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.
- Изследвахме $\langle \mathcal{O}_m^a \rangle$ vs m_q чрез AdS/CFT и PC.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.
- Изследвахме $\langle \mathcal{O}_m^a \rangle$ vs m_q чрез AdS/CFT и PC.
- Демонстрирахме отлично съответствие между AdS/CFT и PC симулации в black hole фазата.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.
- Изследвахме $\langle \mathcal{O}_m^a \rangle$ vs m_q чрез AdS/CFT и PC.
- Демонстрирахме отлично съответствие между AdS/CFT и PC симулации в black hole фазата.
- Има механизъм на съкращаване. Кондензатът в black hole фазата има слаби α'-корекции.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.
- Изследвахме $\langle \mathcal{O}_m^a \rangle$ vs m_q чрез AdS/CFT и PC.
- Демонстрирахме отлично съответствие между AdS/CFT и PC симулации в black hole фазата.
- Има механизъм на съкращаване. Кондензатът в black hole фазата има слаби α'-корекции.
- Обсъдихме възможности да се подобрят резултатите в мезонната фаза.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.
- Изследвахме $\langle \mathcal{O}_m^a \rangle$ vs m_q чрез AdS/CFT и PC.
- Демонстрирахме отлично съответствие между AdS/CFT и PC симулации в black hole фазата.
- Има механизъм на съкращаване. Кондензатът в black hole фазата има слаби α'-корекции.
- Обсъдихме възможности да се подобрят резултатите в мезонната фаза.
- Представихме предварителни резултати за dc/dm.

Заключение

- Симулирахме Berkooz-Douglas матричен модел.
- Границата $N_f \ll N_c$ не подтиска фунд. детерминанта.
- Изследвахме $\langle \mathcal{O}_m^a \rangle$ vs m_q чрез AdS/CFT и PC.
- Демонстрирахме отлично съответствие между AdS/CFT и PC симулации в black hole фазата.
- Има механизъм на съкращаване. Кондензатът в black hole фазата има слаби α'-корекции.
- Обсъдихме възможности да се подобрят резултатите в мезонната фаза.
- Представихме предварителни резултати за dc/dm.
- D0/D4–бранната система премина теста.

Благодаря!