

Квантови трансформации

Квантови трансформации

множество на
наблюдаемите
 $\{A, B, \dots\}$

множество на
състоянията
 $\{p, p', \dots\}$

Квантови трансформации

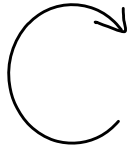
множество на
наблюдаемите
 $\{A, B, \dots\}$

множество на
свързанията
 $\{\rho, \rho', \dots\}$



$\rho(A)$
= средна стойност
на A в ρ

Квантови трансформации



множество на
наблюдаемите
 $\{A, B, \dots\}$

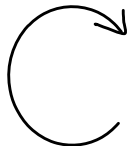
множество на
свързанията
 $\{\rho, \rho', \dots\}$

↑
Картика на
Хайзенберг



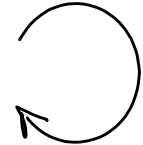
$\rho(A)$
= средна стойност
на A в ρ

Квантови трансформации



множество на
наблюдаемите
 $\{A, B, \dots\}$

множество на
свързанията
 $\{\rho, \rho', \dots\}$



↑
Картика на
Хайзенберг

↓
 $\rho(A)$
= средна стойност
на A в ρ

↑
Картина на
Шрьодингер

Квантови трансформации



множество на
наблюдаемите
 $\{A, B, \dots\}$

множество на
свързанията
 $\{\rho, \rho', \dots\}$



↑
Картика на
Хайзенберг

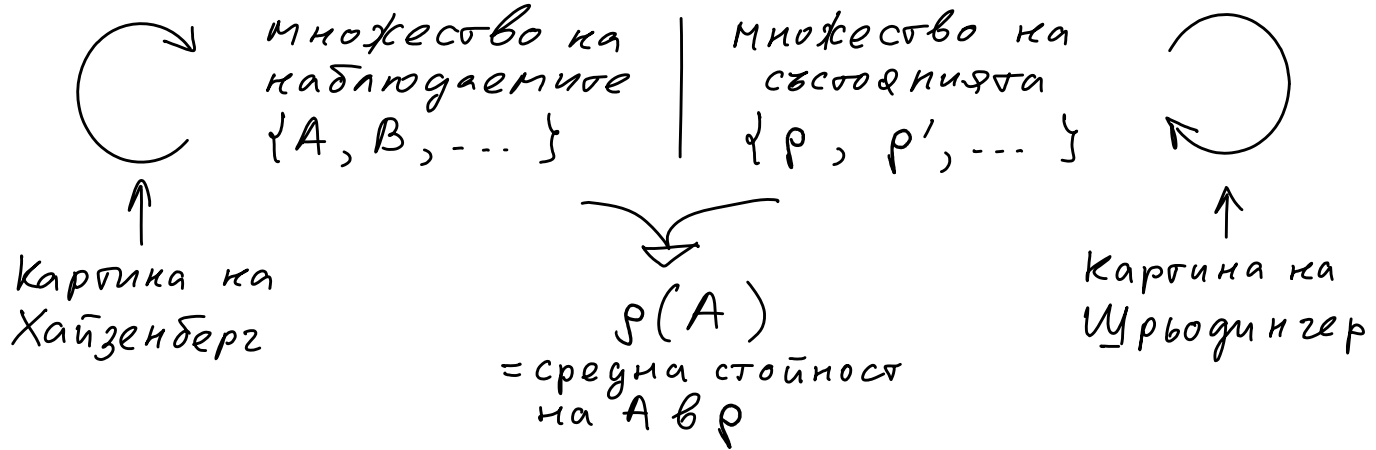


$\rho(A)$
= средна стойност
на A в ρ

↑
Картина на
Шрьодингер

Съгласуване на двете картини

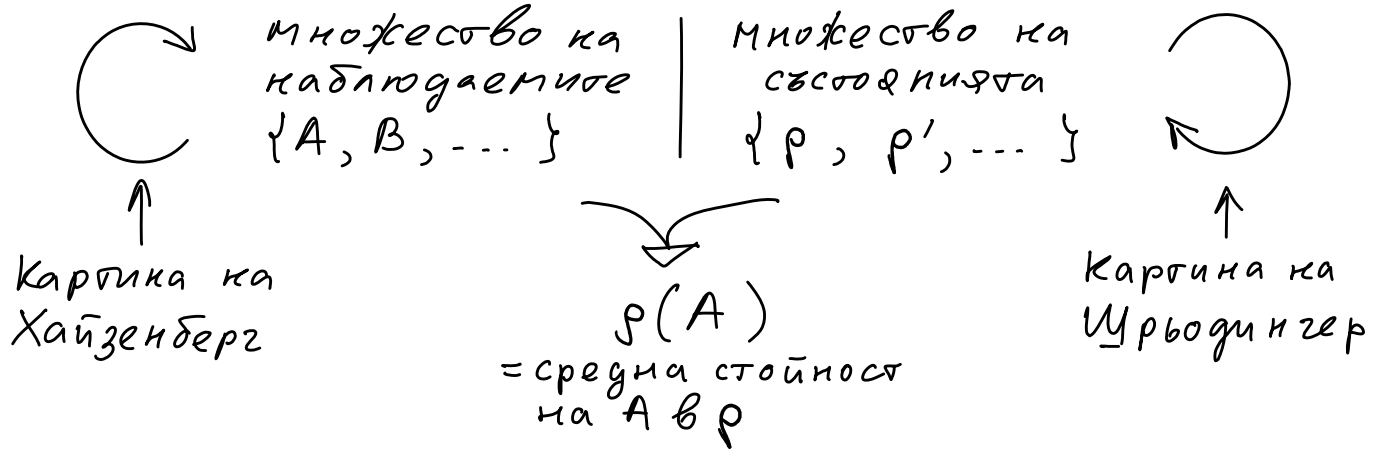
Квантови трансформации



Съгласуване на двете картини

$\rho \mapsto \rho'$ - в картина на Шрьодингер,

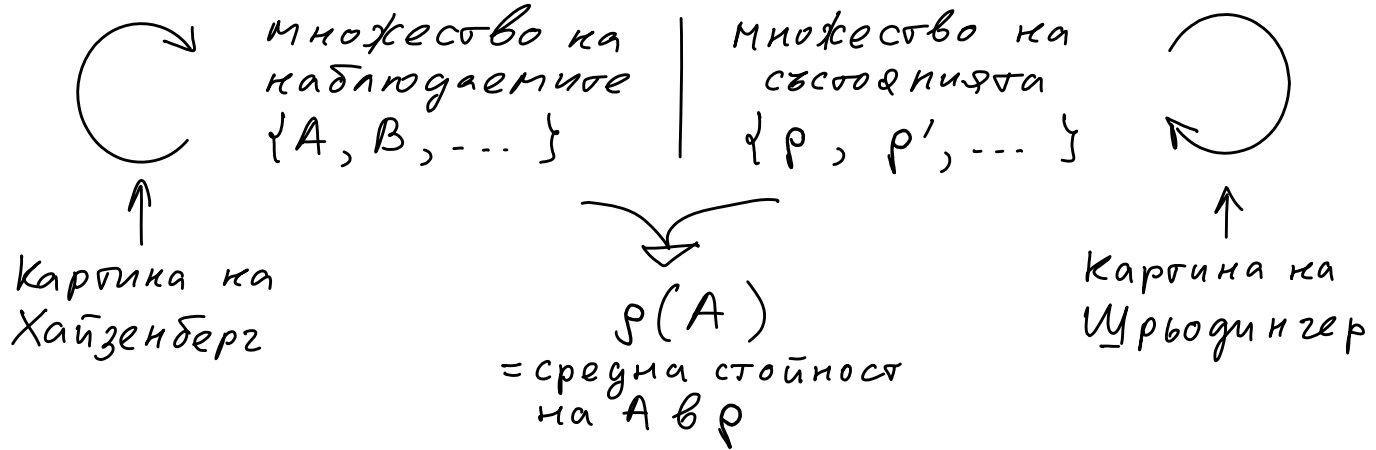
Квантови трансформации



Съгласуване на двете картини

$\rho \mapsto \rho'$ - в картина на Шрьодингер,
 $A \mapsto A'$ - в картина на Хайзенберг.

Квантови трансформации



Съгласуване на двете картини

$\rho \mapsto \rho'$ - в картина на Шрьодингер,
 $A \mapsto A'$ - в картина на Хайзенберг.

Тогава искаме при двете описания

$$\rho(A) \mapsto \rho'(A) = \rho(A').$$

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{e^{i\alpha}\phi \mid \alpha \in \mathbb{R}, \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\|=1\}$ от единични лъчи на едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си,

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такова че ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \text{ и}$$

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такава ще ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \text{ и}$$

$$\{ e^{i\alpha} \psi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}_{\alpha \in \mathbb{R}},$$

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такава че ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \text{ и}$$

$$\{ e^{i\alpha} \psi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}_{\alpha \in \mathbb{R}},$$

то $|\langle \phi | \psi \rangle|^2 = |\langle \phi' | \psi' \rangle|^2$ (за $\forall \phi, \psi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = \|\psi\| = 1$).

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на

едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такава че ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \} \text{ и } \{ e^{i\alpha} \psi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}$$

$$\text{то } |\langle \phi | \psi \rangle|^2 = |\langle \phi' | \psi' \rangle|^2.$$

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на

едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такава че ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \} \text{ и } \{ e^{i\alpha} \psi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}$$

$$\text{то } |\langle \phi | \psi \rangle|^2 = |\langle \phi' | \psi' \rangle|^2.$$

Тогавна съществува изоражение $T: \mathcal{H} \longrightarrow \mathcal{H}$, което е.

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такава че ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \} \text{ и } \{ e^{i\alpha} \psi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}$$

$$\text{то } |\langle \phi | \psi \rangle|^2 = |\langle \phi' | \psi' \rangle|^2.$$

Тогави съществува изоражение $T: \mathcal{H} \longrightarrow \mathcal{H}$, което е.

- взаимно-еднозначно и обратимо;

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на

едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такава че ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \} \text{ и } \{ e^{i\alpha} \psi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}$$

$$\text{то } |\langle \phi | \psi \rangle|^2 = |\langle \phi' | \psi' \rangle|^2.$$

Тогавна съществува изоморфизъм $T: \mathcal{H} \longrightarrow \mathcal{H}$, което е.

- взаимно-еднозначно и обратимо;
- унитарно или антиунитарно (определенията следват по-долу);

Квантови трансформации

Теорема на Вигнер (Wigner's theorem)

Нека τ е взаимно-еднозначно и обратимо съответствие на множеството $\{ \{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \mid \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1 \}$ от единични лъчи на едно Хилбертово пространство \mathcal{H} в себе си, такова ще ако

$$\{ e^{i\alpha} \phi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \phi' \} \text{ и } \{ e^{i\alpha} \psi \} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} \psi' \}$$

$$\text{то } |\langle \phi | \psi \rangle|^2 = |\langle \phi' | \psi' \rangle|^2.$$

Тогаво съществува изотопия $T: \mathcal{H} \longrightarrow \mathcal{H}$, което е.

- взаимно-еднозначно и обратимо;
- унитарно или антиунитарно (определенията следват по-долу);
- T представя τ по формулата:

$$\{ e^{i\alpha} \phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \xrightarrow{\tau} \{ e^{i\alpha} T\phi \}_{\alpha \in \mathbb{R}} \quad (\forall \phi \in \mathcal{H}, \|\phi\| = 1).$$

Квантови трансформации

$$(\rho'(A) \equiv) \langle \phi' | A \phi' \rangle = \langle \phi | A' \phi \rangle (\equiv \rho(A'))$$

$$\Rightarrow \langle T\phi | A T\phi \rangle = \langle \phi | A' \phi \rangle$$

$$\begin{array}{c} \parallel \\ \langle \cancel{T}\phi | \cancel{T} T^{-1} A \phi \rangle = \langle \phi | T^{-1} A T \phi \rangle \end{array}$$

$$\Rightarrow \langle \phi | \underbrace{(A' - T^{-1} A T)}_{:= C} \phi \rangle = 0 \quad \forall \phi \in \mathcal{H}.$$

Но $C = C^*$, понеже $(A')^* = A'$ (A' е отново наблюдаема)

$$\text{и } (T^{-1} A T)^* = (T^* A T) = T^* A T^{**} = T^{-1} A T.$$

Квантови трансформации

От друга страна е в сила следният факт (без доказателство):

Твърдение. Ако C е самоспрегат оператор в (пред) Хилбертово пространство \mathcal{H} за който $\langle \phi | C \phi \rangle = 0 \quad \forall \phi \in \mathcal{H}$, то $C = 0$.

Полученият резултат е, че в картината на Хайзенберг трансформацията на наблюдаемите се поражда отново от унитарни (или антиунитарни) трансформации $T: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ по формулата

$$A \mapsto T^{-1} A T.$$

Горната трансформация е един много специален вид трансформация в алгебрата: тя изиграва произведение в произведение:

$$T^{-1}(AB)T = (T^{-1}AT)(T^{-1}BT).$$