$$S\{q(t)\} = \int dt\ L(q(t), \dot{q}(t), t)$$ ← лагранжиан

$$S\{\varphi(x,t)\} = \int dt \underbrace{\int dx\ \mathcal{L}(\varphi(x,t), \partial\varphi(x,t), x, t)}_{L\{\varphi(x,t)\}(t)}$$

3+1 формализъм ← $L\{\varphi(x,t)\}(t)$

↑ фиксирано

$\mathcal{L}$ – плътност на лагранжиана

$$\delta(\alpha x) = \alpha^{-1}\delta(x)$$ – δ-функция в непр. граница

$$f(0) = \int_{\mathbb{R}} dx\ \delta(x) f(x), \quad x = \alpha x'$$

$$= \int_{\mathbb{R}} dx'\ \alpha\ \delta(\alpha x') f(\alpha x')$$

$$f(x) = \int_{\mathbb{R}} dx'\ \delta(x-x') f(x')$$

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{R}} dp\ e^{ixp}$$

Развитие на S-матрицата в теория на пертурбациите

$$S = \lim_{\substack{t_1 \to \infty \\ t_2 \to -\infty}} T\text{-}\exp\left(\int_{t_2}^{t_1} d\tau \, i I_0(\tau) \right)$$

$\|$ в записките

V

$c = \hbar = 1$

$$H = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{своб.}}}{H_0} + I_0$$

$\{\hat{\varphi}(x,t)\}_{x \in R}$ – еволюират по к. на X.

$$\hat{\varphi}_0(x,t) = e^{iH_0t} \hat{\varphi}_0(x,0) e^{-iH_0t}$$

Приемаме, че в $t=0$ (реф. момент)

$$\left.\begin{aligned} \hat{\varphi}(x,0) &= \hat{\varphi}_0(x,0) \\ \partial_t \hat{\varphi}(x,0) &= \partial_t \hat{\varphi}_0(x,0) \end{aligned}\right\} \text{еднакви нач. условие както за}$$

свободните, така и за взаимод.

a и a^+ са едни и същи

Можем защото К.К.С. са едни и същи
има теорема на фон Нойман, че
$\forall$ представяне на ККС за краен
брой степени на свобода са изоморфни
(еквивалентни)

https://en.wikipedia.org/wiki/Stone%E2%80%93von_Neumann_theorem

За ∞-много степени на свобода - няма да
важи $\longrightarrow$ инфрачервен проблем

https://en.wikipedia.org/wiki/Haag%27s_theorem

H, H_0, I са полиноми

на $\varphi(x,t)$, $\partial_t \varphi(x,t)$

Когато поставим в

I вместо $\varphi(x,t)$

$\varphi_0(x,t)$

ще пишем $I_0(t)$

Защо възниква тази ситуация?

$$I_0(t) = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial t_1} S(t_1, t_2)\Big|_{t_1 = t_2 = t}$$

$$S(t_1, t_2) = e^{-iH_0 t_1}\, e^{iH(t_1 - t_2)}\, e^{+iH_0 t_2}$$

$$\Rightarrow \quad I_0(t) = e^{-iH_0 t}\underbrace{(H - H_0)}_{I(0)} e^{iH_0 t}$$

$$I(0) = \sum_{x \in R} \lambda \frac{1}{4!} \delta \underbrace{\varphi(x,0)^4}_{=\ \varphi_0(x,0)^4\ =\ \varphi_0}$$

$$I_0(-t) = \underbrace{e^{iH_0 t}}_{=\ U_0} I(0)\, e^{-iH_0 t}$$

$$= \sum_{x \in R} \lambda \frac{1}{4!} \delta\, \underbrace{U_0}\, \underbrace{\varphi_0 \cancel{U^{-1}} \cancel{U_0} \varphi_0 \cancel{U_0^{-1}} \cdots \cancel{U_0} \varphi_0}_{\varphi_0^4} \underbrace{U_0^{-1}}$$

$$\Rightarrow \quad I_0(-t)$$

$$= \sum_{x \in R} \lambda \frac{\cancel{g}}{4!} \varphi_0(x,t)^4$$

Този метод се нарича картина на взаимодействието

Interaction picture

- наблюдаемите еволюират по свободната еволюция
- състоянието еволюира по $S^0(t_1, t_2)$

Разложение T-exp в ряд

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \cancel{\left(\frac{g}{4!}\right)^n} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_n \, T\left(I_0(\tau_1) \cdots I_0(\tau_n)\right)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left(\frac{g}{4!}\right)^n \cdot \left(\sum_{x_1 \in R} \lambda \int d\tau_1\right) \cdots \left(\sum_{x_n \in R} \lambda \int d\tau_n\right)$$

$$\cdot T\left(\varphi_0(x_1, \tau_1)^4 \cdots \varphi_0(x_n, \tau_n)^4\right)$$

$$\underset{\lambda \to 0}{=} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left(\frac{g}{4!}\right)^n \cdot \int_{\mathbb{R}^{1+1}} d^2 x_1 \cdots \int_{\mathbb{R}^{1+1}} d^2 x_n \, T\left(\varphi_0(x_1)^4 \cdots \varphi_0(x_n)^4\right)$$

$$\varphi_0(x,t) = \sum_{p \in \tilde{R}} \tilde{\lambda} \Big(\text{функц.}(p,x,t)\, a(p)$$

$$+ \text{функция}(p,x,t)^*\, a(p)^* \Big)$$

$$\left(\curlyvee\right)^4$$

$$= \sum \text{функции} \; b_1 b_2 b_3 b_4$$

$$b_j \in \{ a(p), a(p)^* \}_{p \in \tilde{R}}$$

$j = 1, \dots, 4$

$$\left(\curlyvee\right)^n$$

или на раждане
или на унищожаване

$$\to \quad b_1 \cdots b_{4n}$$

Следващо важно е привеждането
на произведението $b_1 \cdots b_{4n}$
в т. нар. "нормална форма"

$$b_1 b_2 = N(b_1 b_2) + \overline{b_1\, b_2}$$

бозони