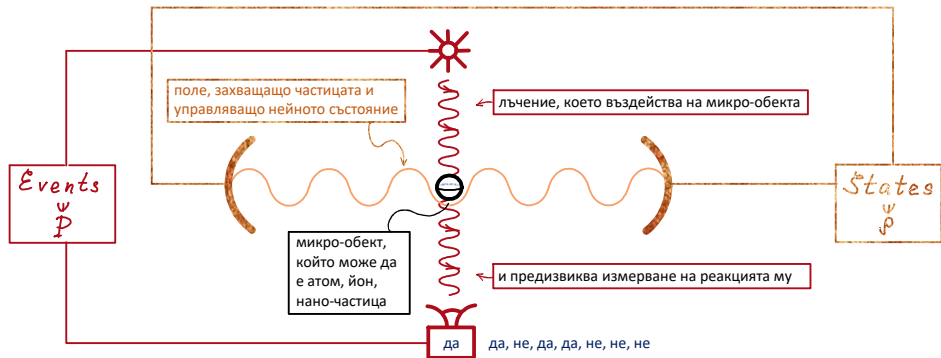


КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА, ЛЕКЦИЯ 4 / 27.10.2021

Начална постановка:

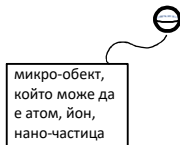


$$\text{Prob}_{\psi_P} P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

Начална постановка:



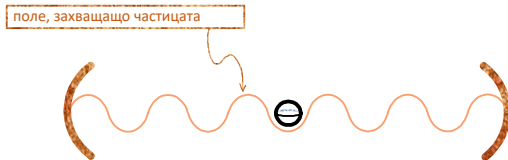
Начална постановка:



Начална постановка:



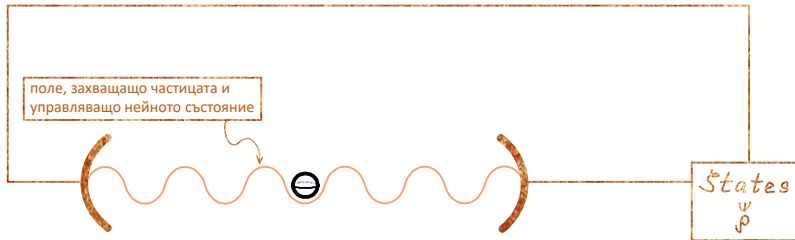
Начална постановка:



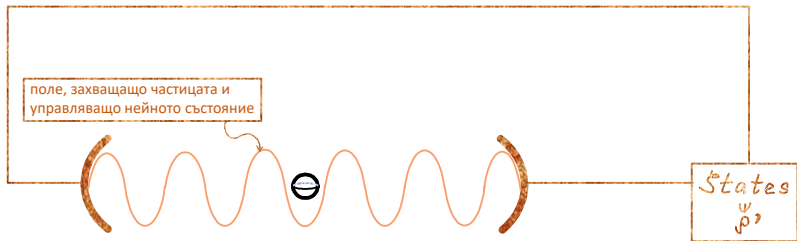
Начална постановка:



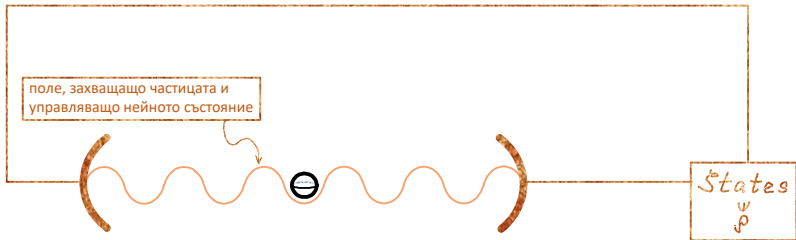
Начална постановка:



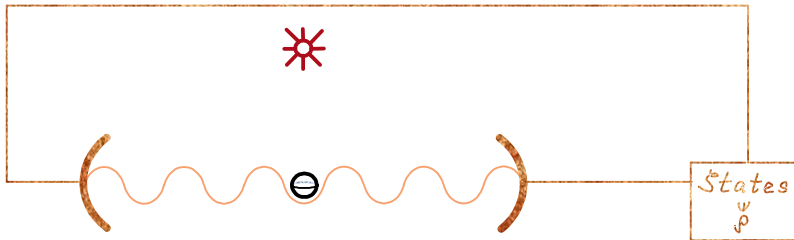
Начална постановка:



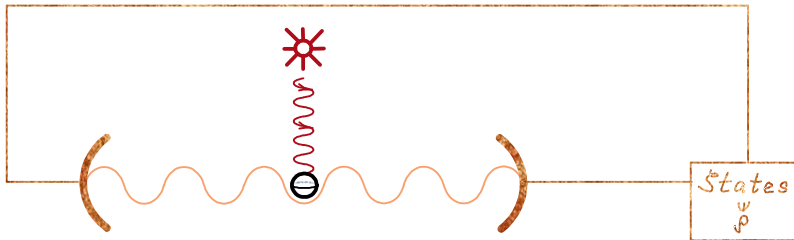
Начална постановка:



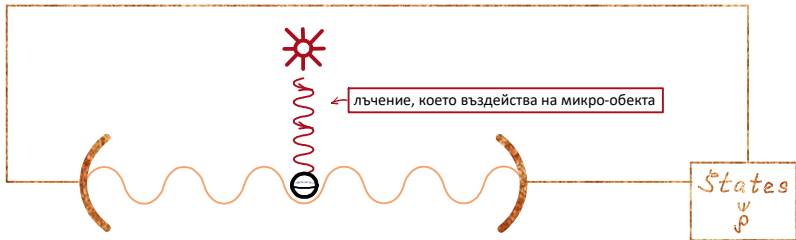
Начална постановка:



Начална постановка:



Начална постановка:



Начална постановка:



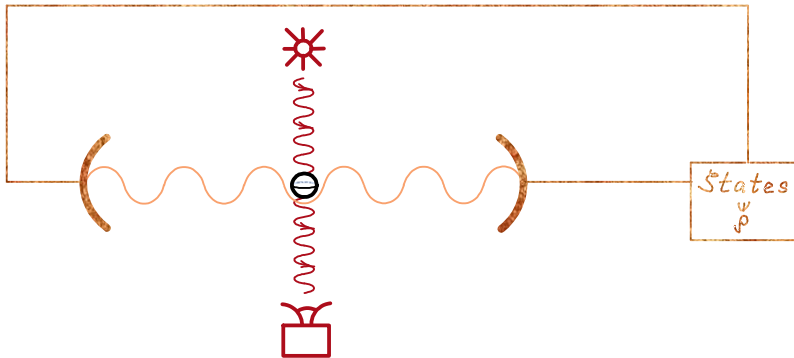
Начална постановка:



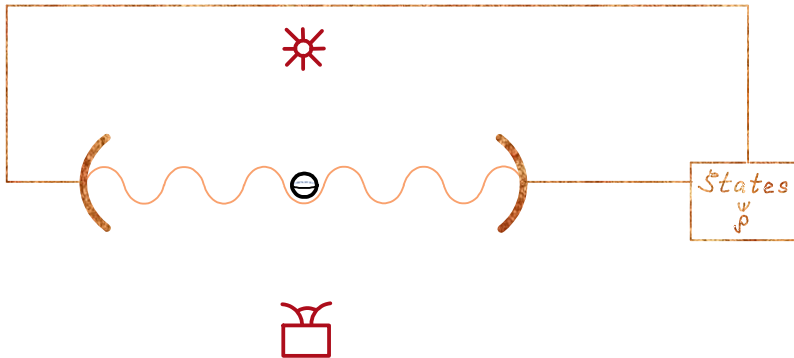
Начална постановка:



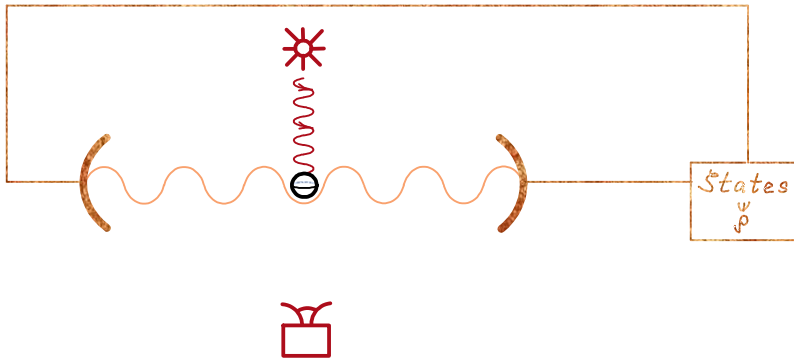
Начална постановка:



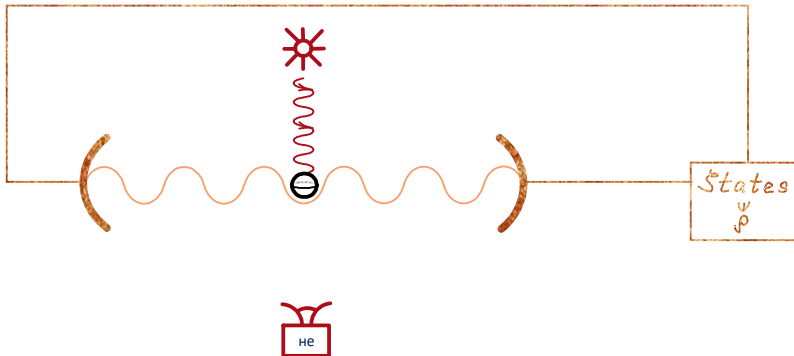
Начална постановка:



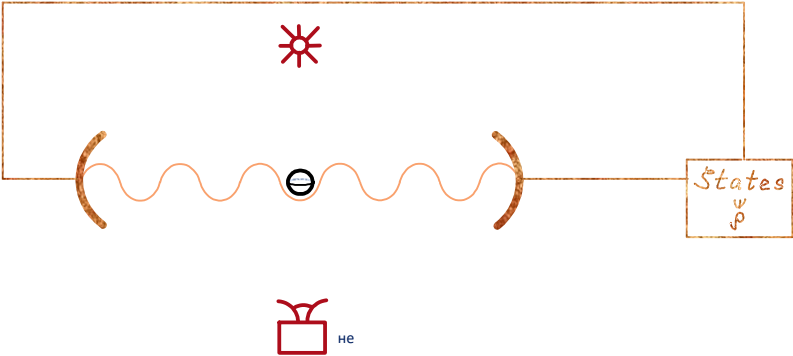
Начална постановка:



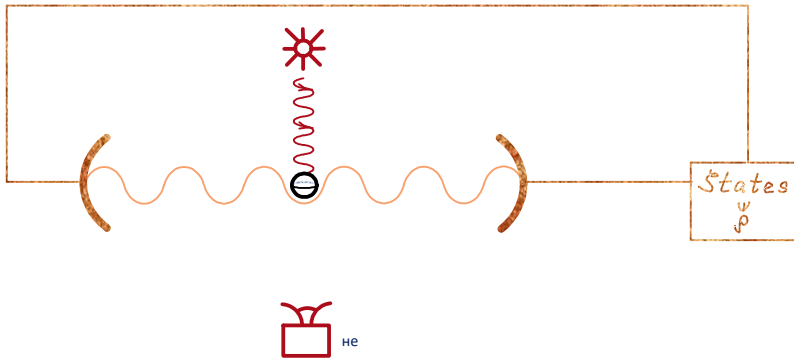
Начална постановка:



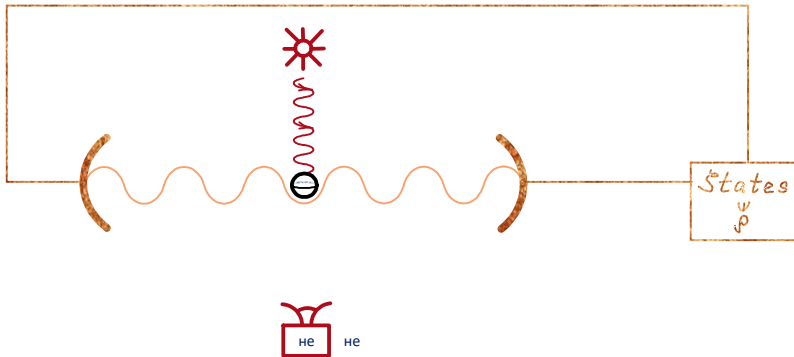
Начална постановка:



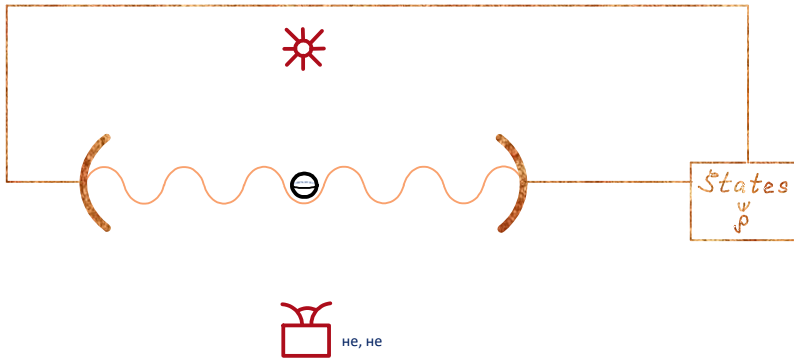
Начална постановка:



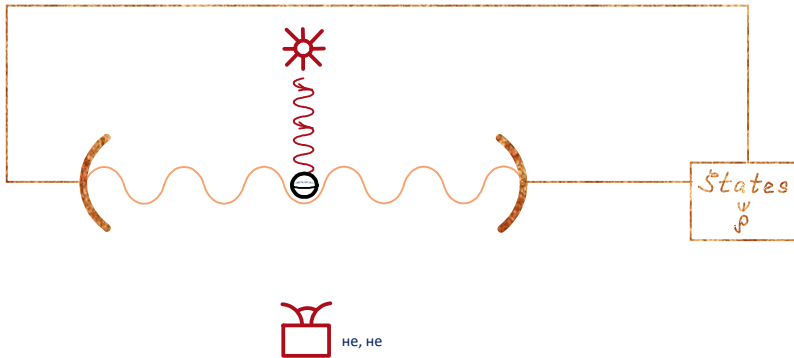
Начална постановка:



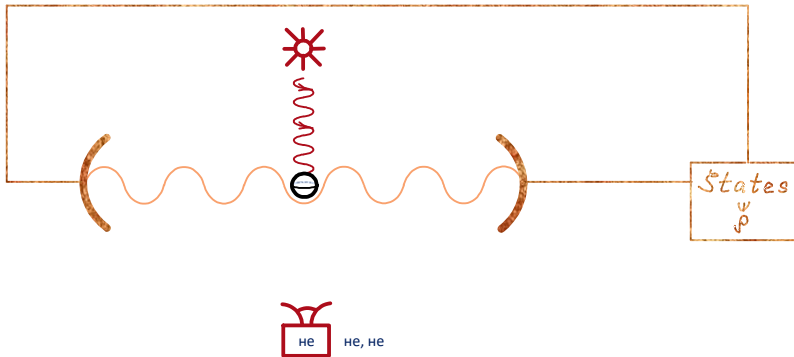
Начална постановка:



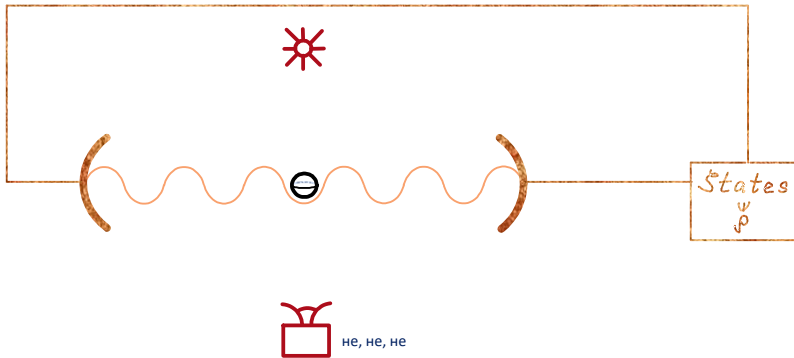
Начална постановка:



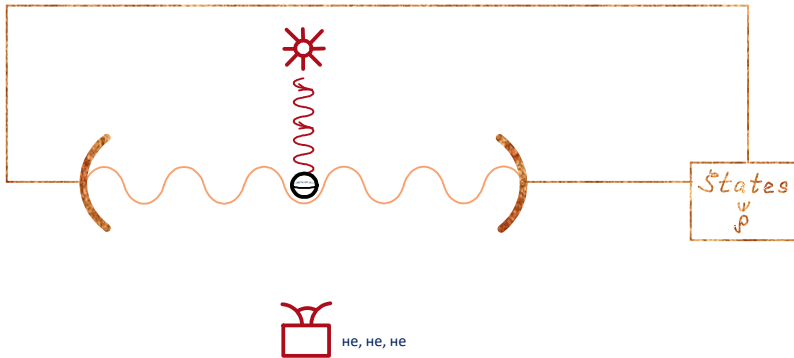
Начална постановка:



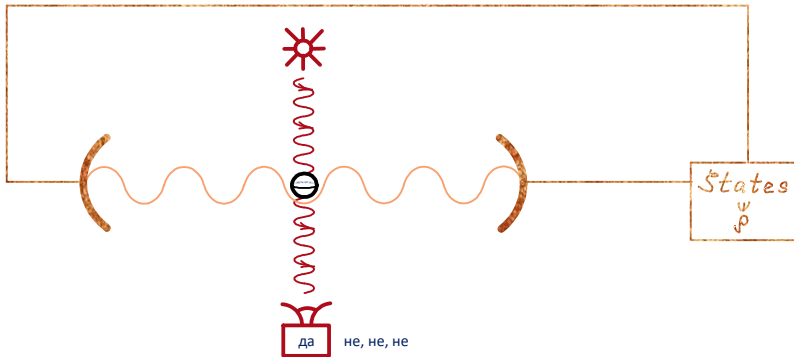
Начална постановка:



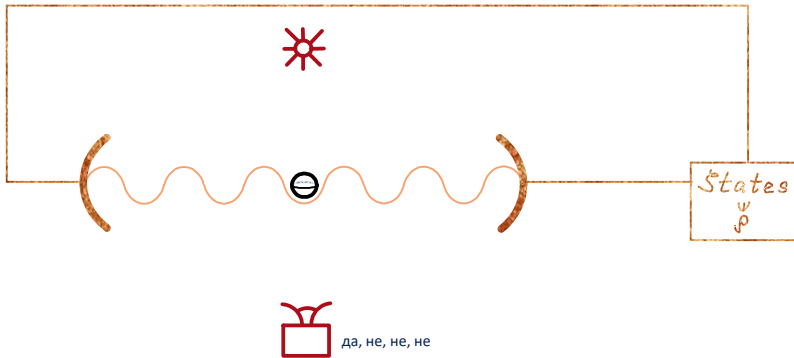
Начална постановка:



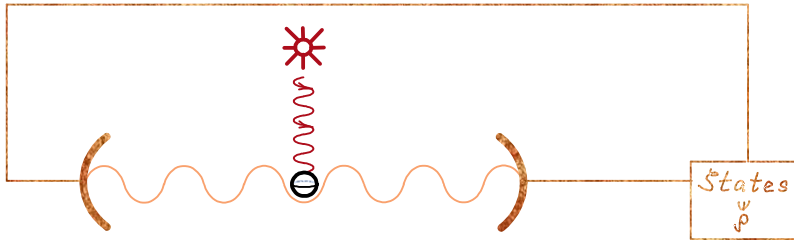
Начална постановка:



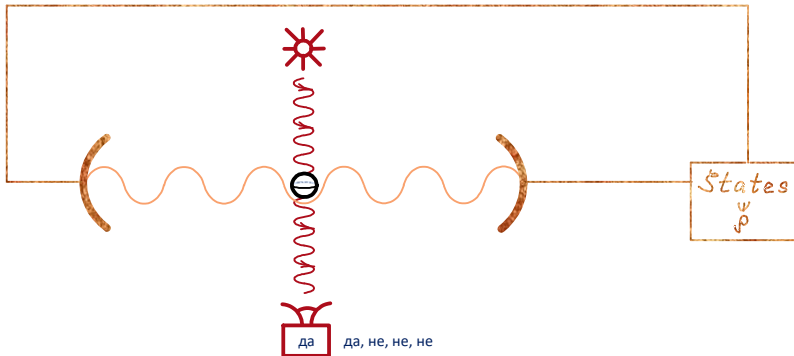
Начална постановка:



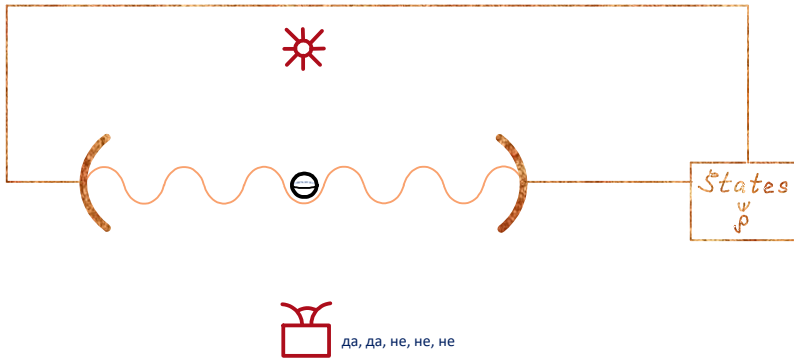
Начална постановка:



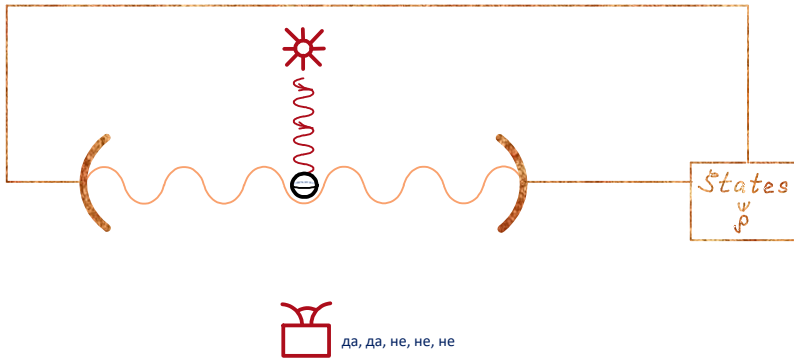
Начална постановка:



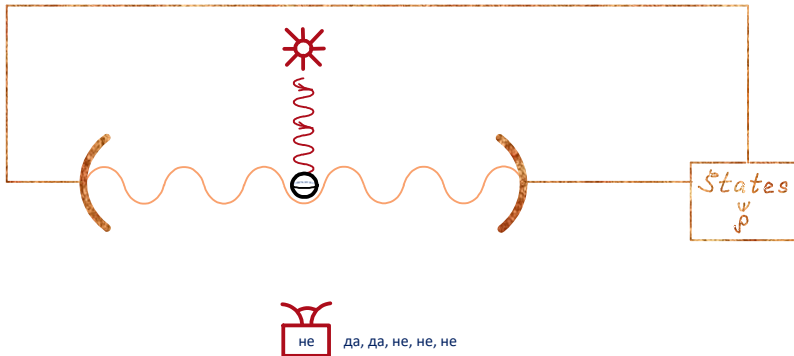
Начална постановка:



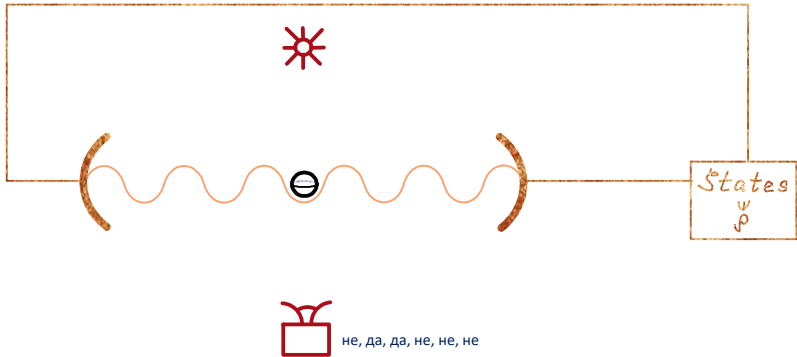
Начална постановка:



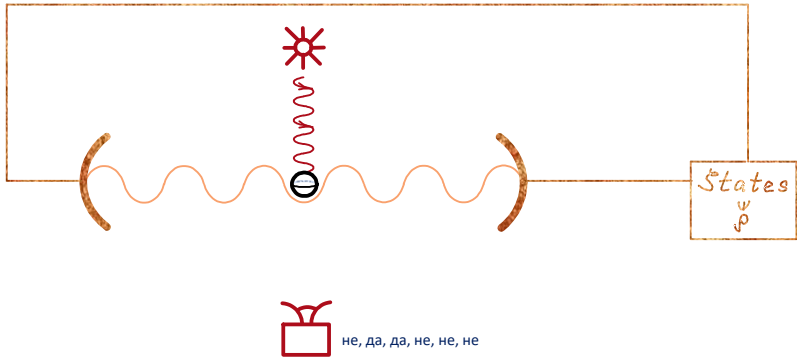
Начална постановка:



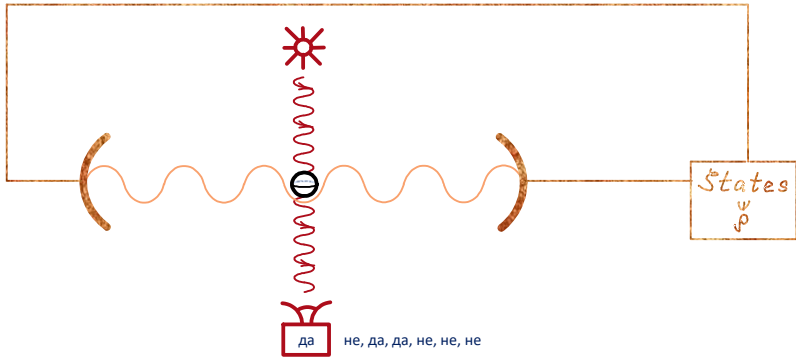
Начална постановка:



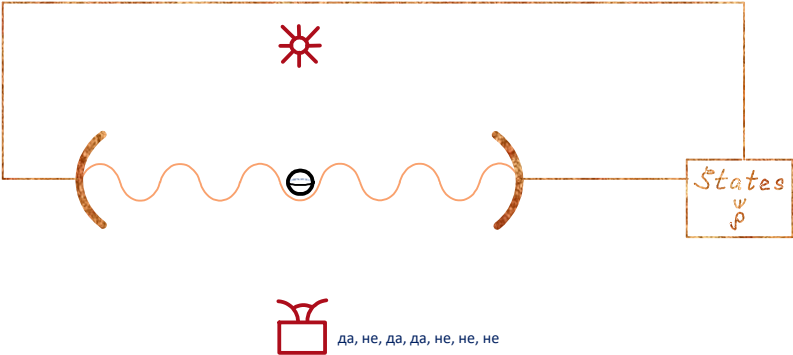
Начална постановка:



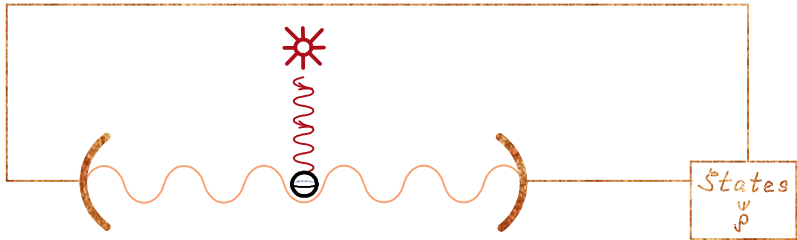
Начална постановка:



Начална постановка:

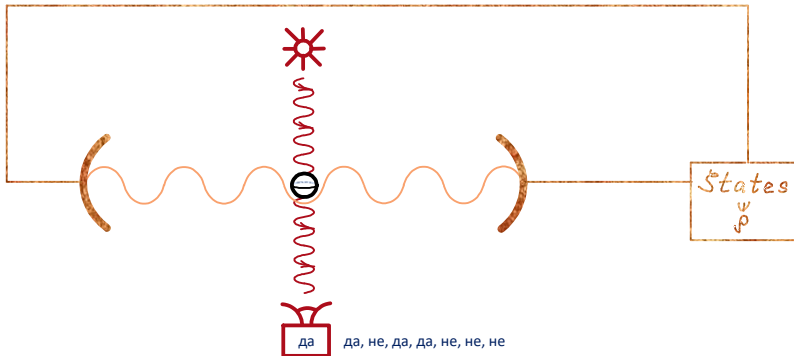


Начална постановка:

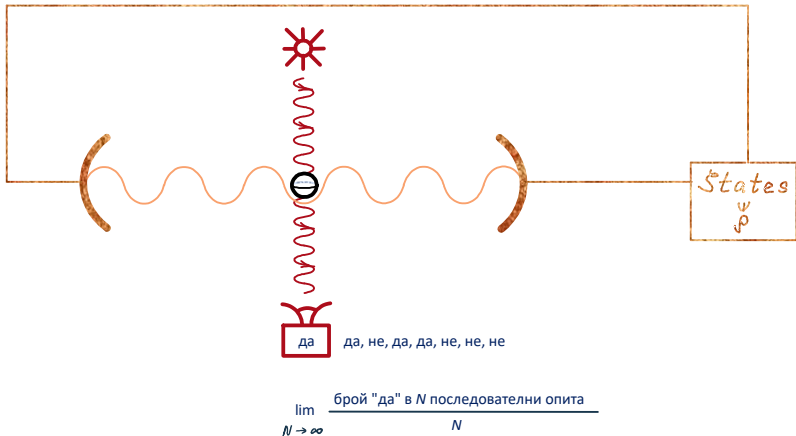


да, не, да, да, не, не, не

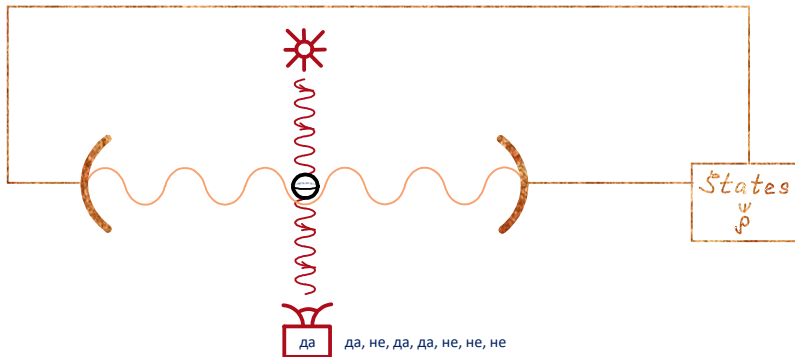
Начална постановка:



Начална постановка:

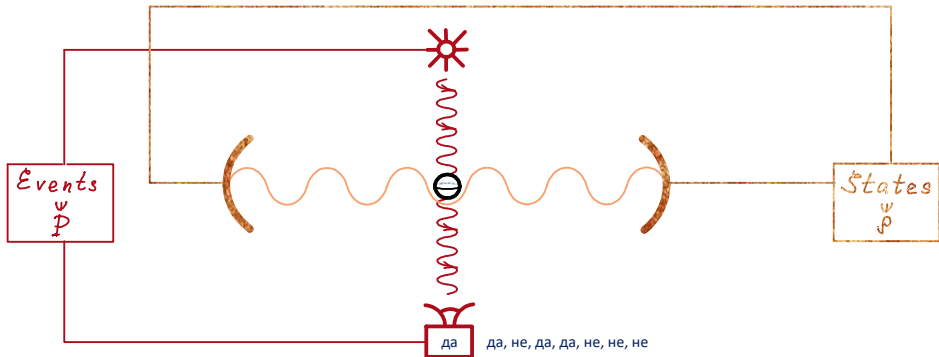


Начална постановка:



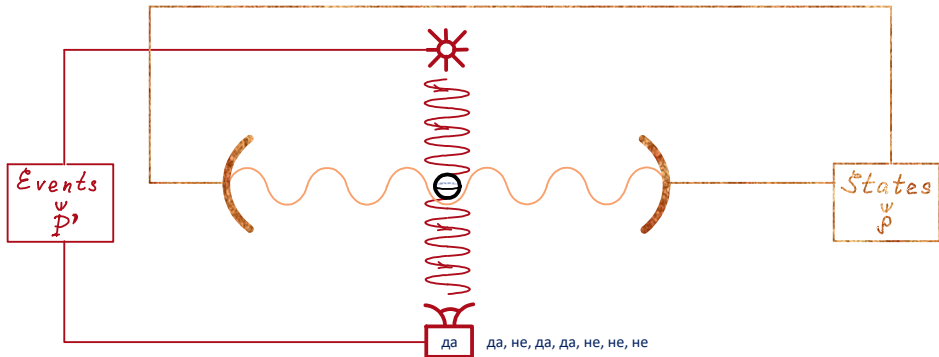
$$\text{Prob}_p P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

Начална постановка:



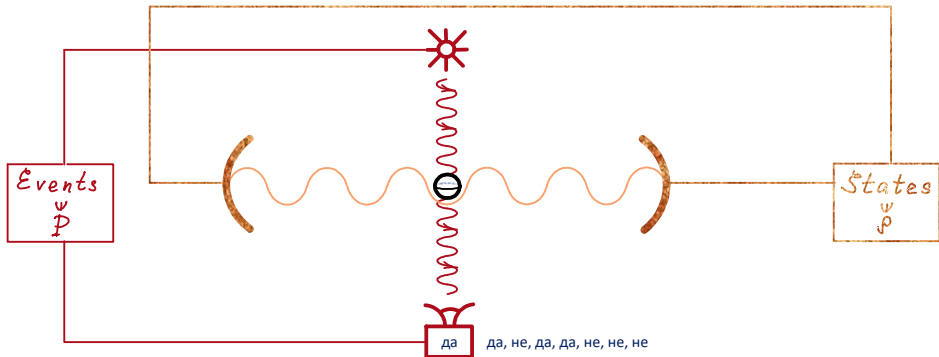
$$\text{Prob}_{\mathcal{P}} \psi = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

Начална постановка:



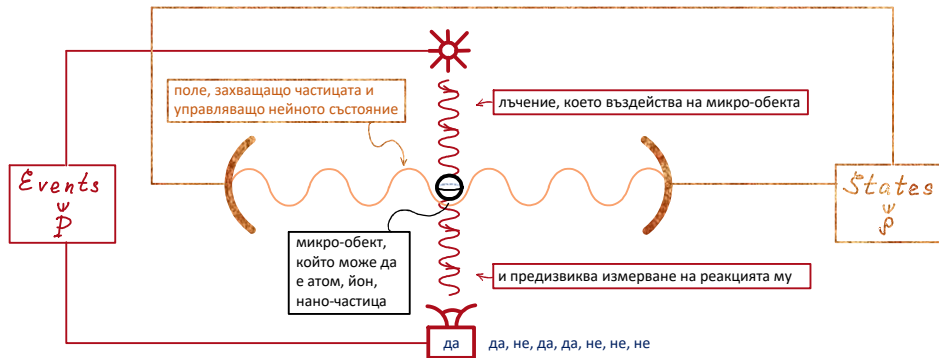
$$\text{Prob}_{\rho} P' = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

Начална постановка:

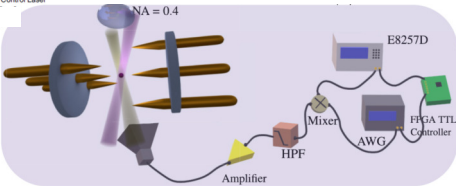
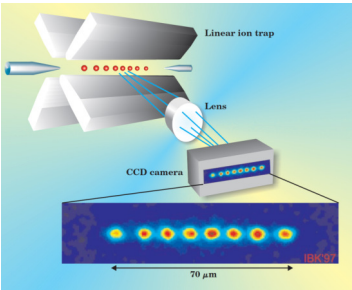
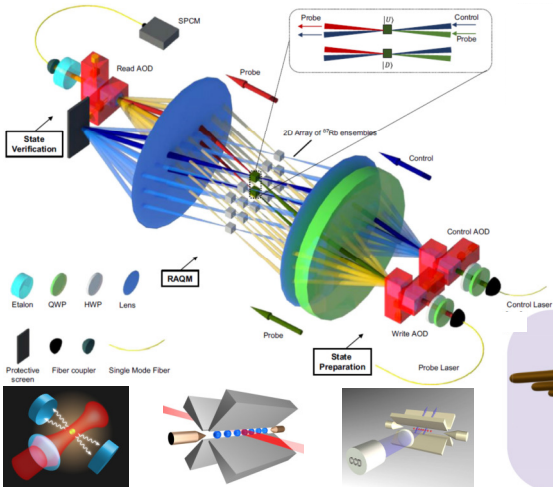


$$\text{Prob}_{\rho} \mathcal{P} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

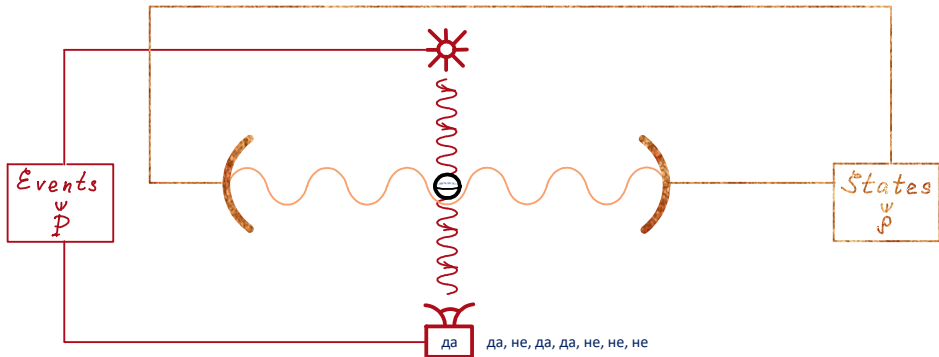
Начална постановка:



$$\text{Prob}_{\rho} P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$



Начална постановка:



$$\text{Prob}_{\mathcal{P}} \psi = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

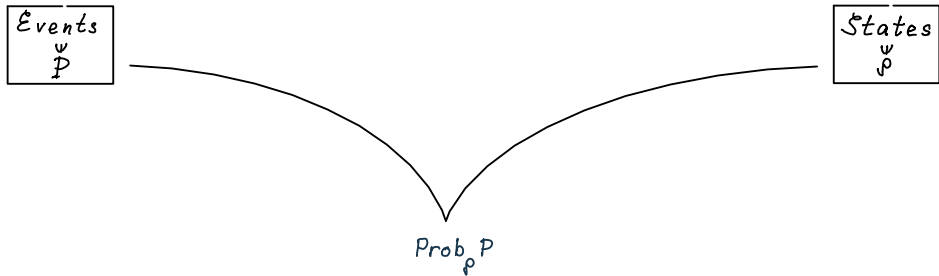
Начална постановка:

Events
 ψ
 $\mathcal{P}$

States
 ψ
 ρ

Prob _{ρ} $\mathcal{P}$

Начална постановка:



Начална постановка:

$$\mathcal{Events} \times \mathcal{States} \longrightarrow [0,1]: (\mathcal{P}, \rho) \longmapsto \text{Prob}_{\rho} \mathcal{P}$$

Начална постановка:

$$\text{Events} \times \text{States} \rightarrow [0,1]: (\mathcal{P}, \rho) \mapsto \text{Prob}_{\rho} \mathcal{P} =: \rho(\mathcal{P})$$

съгласно

първата аксиома за отделимост ние третираме състоянията, като функции от събитията

Начална постановка:

$$\text{Events} \times \text{States} \rightarrow [0,1]: (\mathcal{P}, \rho) \mapsto \text{Prob}_{\rho} \mathcal{P} \stackrel{\text{с\ddot{v}}\text{гласно}}{=} \rho(\mathcal{P})$$

първата аксиома за отделимост ние третираме състоянията, като функции от събитията

Втората аксиома за отделимост = множеството на състоянията, като функции върху множеството Events разделя елементите му.

Начална постановка:

$$\text{Events} \times \text{States} \rightarrow [0,1]: (\mathcal{P}, \rho) \mapsto \text{Prob}_{\rho} \mathcal{P} =: \rho(\mathcal{P})$$

съгласно

първата аксиома за отделимост ние третираме състоянията, като функции от събитията

Втората аксиома за отделимост = множеството на състоянията, като функции върху множеството Events разделя елементите му.

Две системи считаме еквивалентни (изоморфни), ако има взаимно-еднозначни и обратими съответствия между множествата на събитията им и множествата на състоянията им, съответно, при което се получават еднакви вероятности при съответстващи си събития и състояния

Начална постановка:

$$\text{Events} \times \text{States} \rightarrow [0,1]: (P, \rho) \mapsto \text{Prob}_\rho P =: \rho(P)$$

съгласно

първата аксиома за отделимост ние третираме състоянията, като функции от събитията

Втората аксиома за отделимост = множеството на състоянията, като функции върху множеството Events разделя елементите му.

Две системи считаме еквивалентни (изоморфни), ако има взаимно-еднозначни и обратими съответствия между множествата на събитията им и множествата на състоянията им, съответно, при което α получават еднакви вероятности при съответстващи си събития и състояния

Основна логическа релация:

$$\text{За } P, Q \in \text{Events} : P \preceq Q \iff \begin{cases} \rho(P) = 1 \implies \rho(Q) = 1 & (\forall \rho) \\ \rho(Q) = 0 \implies \rho(P) = 0 & (\forall \rho) \end{cases}$$

Основна логическа релација:

$$\text{За } P, Q \in \text{Events} : P \preceq Q \iff \begin{cases} \rho(P) = 1 \implies \rho(Q) = 1 & (\forall \rho) \\ \rho(Q) = 0 \implies \rho(P) = 0 & (\forall \rho) \end{cases}$$

Основна логическа релация:

$$\text{За } P, Q \in \text{Events} : P \preceq Q \iff \begin{cases} \rho(P) = 1 \implies \rho(Q) = 1 & (\forall \rho) \\ \rho(Q) = 0 \implies \rho(P) = 0 & (\forall \rho) \end{cases}$$

Квантово логически операции "∧" и "∨" : изискваме да съществуват, т.е.
(наредба)

$$P \preceq Q \iff P = P \wedge Q \iff Q = P \vee Q$$

Основна логическа релация:

$$\text{За } P, Q \in \text{Events} : P \preceq Q \iff \begin{cases} \rho(P) = 1 \implies \rho(Q) = 1 & (\forall \rho) \\ \rho(Q) = 0 \implies \rho(P) = 0 & (\forall \rho) \end{cases}$$

Квантово логически операции "∧" и "∨" : изискваме да съществуват, т.е.

$$(\text{наредба}) \quad P \preceq Q \iff P = P \wedge Q \iff Q = P \vee Q$$

$$\left. \begin{array}{ll} (\text{асоциативност}) & P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R \\ (\text{комутативност}) & P \wedge Q = Q \wedge P \\ (\text{поглъщане}) & P \wedge (P \vee Q) = P \\ (\text{идемпотентност}) & P \wedge P = P \end{array} \right\} \begin{array}{l} (\wedge \leftrightarrow \vee) \\ (\wedge \leftrightarrow \vee) \\ (\wedge \leftrightarrow \vee) \\ (\wedge \leftrightarrow \vee) \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Events} \\ \text{е решетка} \end{array} \right\}$$

Основна логическа релация:

$$\text{За } P, Q \in \text{Events} : P \preceq Q \iff \begin{cases} \rho(P) = 1 \implies \rho(Q) = 1 & (\forall \rho) \\ \rho(Q) = 0 \implies \rho(P) = 0 & (\forall \rho) \end{cases}$$

Квантово логически операции "∧" и "∨" : изискваме да съществуват, т.е.

$$(\text{наредба}) \quad P \preceq Q \iff P = P \wedge Q \iff Q = P \vee Q$$

$$\left. \begin{array}{ll} (\text{асоциативност}) & P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R \\ (\text{комутативност}) & P \wedge Q = Q \wedge P \\ (\text{поглъщане}) & P \wedge (P \vee Q) = P \\ (\text{идемпотентност}) & P \wedge P = P \end{array} \right\} \begin{array}{l} (\wedge \leftrightarrow \vee) \\ (\wedge \leftrightarrow \vee) \\ (\wedge \leftrightarrow \vee) \\ (\wedge \leftrightarrow \vee) \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Events} \\ \text{е решетка} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} (\text{нула и единица}) \quad P \wedge \hat{0} = \hat{0}, \quad P \vee \hat{0} = P \\ \quad \quad \quad P \wedge \hat{1} = P, \quad P \vee \hat{1} = \hat{1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Events} \\ \text{е решетка с } 0 \text{ и } 1 \end{array}$$

Квантово логически операции "∧" и "∨" : изискваме да съществуват, т.е.

(наредба)

$$P \leq Q \iff P = P \wedge Q \iff Q = P \vee Q$$

(асоциативност)

$$P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R \quad (\wedge \leftrightarrow \vee)$$

(комутативност)

$$P \wedge Q = Q \wedge P$$

(поглъщане)

$$P \wedge (P \vee Q) = P$$

(идемпотентност)

$$P \wedge P = P$$

(нула и единица)

$$P \wedge \hat{0} = \hat{0}, \quad P \vee \hat{0} = P$$

$$P \wedge \hat{1} = P, \quad P \vee \hat{1} = \hat{1}$$

$$(\wedge \leftrightarrow \vee)$$

$$(\wedge \leftrightarrow \vee)$$

$$(\wedge \leftrightarrow \vee)$$

Events

е решетка

Events

е решетка с 0 и 1

Квантово логически операции "∧" и "∨" : изискваме да съществуват, т.е.

(наредба) $P \leq Q \iff P = P \wedge Q \iff Q = P \vee Q$

(асоциативност) $P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R$ $(\wedge \leftrightarrow \vee)$
 (комутативност) $P \wedge Q = Q \wedge P$ $(\wedge \leftrightarrow \vee)$
 (поглъщане) $P \wedge (P \vee Q) = P$ $(\wedge \leftrightarrow \vee)$
 (идемпотентност) $P \wedge P = P$ $(\wedge \leftrightarrow \vee)$

Events
е решетка

(нула и единица) $P \wedge \hat{0} = \hat{0}, P \vee \hat{0} = P$
 $P \wedge \hat{1} = P, P \vee \hat{1} = \hat{1}$

Events
е решетка с 0 и 1

(отрицание) $(P^\perp)^\perp = P$
 $P \wedge P^\perp = \hat{0}, P \vee P^\perp = \hat{1}$
 $(P \wedge Q)^\perp = P^\perp \vee Q^\perp$ $(\wedge \leftrightarrow \vee)$

Events
е орто-решетка

Квантово логически операции "∧" и "∨" : изискваме да съществуват, т.е.

(наредба)

$$P \leq Q \iff P = P \wedge Q \iff Q = P \vee Q$$

(асоциативност)

$$P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R \quad (\wedge \leftrightarrow \vee)$$

(комутативност)

$$P \wedge Q = Q \wedge P$$

(поглъщане)

$$P \wedge (P \vee Q) = P$$

(идемпотентност)

$$P \wedge P = P$$

(нула и единица)

$$P \wedge \hat{0} = \hat{0}, \quad P \vee \hat{0} = P$$

$$P \wedge \hat{1} = P, \quad P \vee \hat{1} = \hat{1}$$

(отрицание)

$$(P^\perp)^\perp = P$$

$$P \wedge P^\perp = \hat{0}, \quad P \vee P^\perp = \hat{1}$$

$$(P \wedge Q)^\perp = P^\perp \vee Q^\perp$$

$$(\wedge \leftrightarrow \vee)$$

Events

е решетка

Events

е решетка с 0 и 1

Events

е орто-решетка

-това са всички закони на класическото
пропозиционално смятане без дистрибутивността:

$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R) \quad (\wedge \leftrightarrow \vee)$$

Заклучителни аксиоми :

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$,
кдегго $Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$,
където $Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$

Закон за покриването: Ако $P, Q \in \text{Events}$, P е елементарно, то $P \vee Q$ покрива Q .

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$,
където $Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$

Закон за покриването: Ако $P, Q \in \text{Events}$, P е елементарно, то $P \vee Q$ покрива Q .
Където: • събитието T покрива събитието S , ако $S \leq T$, $S \neq T$ и от $S \leq R \leq T$ следва, че $S = R$ или $R = T$

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$,
където $Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$

Закон за покриването: Ако $P, Q \in \text{Events}$, P е елементарно, то $P \vee Q$ покрива Q .
Където:

- събитието T покрива събитието S , ако $S \leq T$, $S \neq T$ и от $S \leq R \leq T$ следва, че $S = R$ или $R = T$
- събитието P е елементарно, ако P покрива $\hat{0}$.

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$,
където $Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$

Закон за покриването: Ако $P, Q \in \text{Events}$, P е елементарно, то $P \vee Q$ покрива Q .
Където:

- събитието T покрива събитието S , ако $S \leq T$, $S \neq T$ и от $S \leq R \leq T$ следва, че $S = R$ или $R = T$
- събитието P е елементарно, ако P покрива $\hat{0}$.

Атомарност: Всяко ненулево събитие мажорира елементарно събитие.

Заклучителни аксиоми:

Закон за орто-модуларност: Ако $P \leq Q$, $P, Q \in \text{Events}$, то $Q = P \vee (Q \setminus P)$,
където $Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$

Закон за покриването: Ако $P, Q \in \text{Events}$, P е елементарно, то $P \vee Q$ покрива Q .
Където:

- събитието T покрива събитието S , ако $S \leq T$, $S \neq T$ и от $S \leq R \leq T$ следва, че $S = R$ или $R = T$
- събитието P е елементарно, ако P покрива $\hat{0}$.

Атомарност: Всяко ненулево събитие мажорира елементарно събитие.

Крайност: Съществува $N \in \mathbb{N}$, т.е. за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_n \leq \hat{1}$ имаме $n \leq N$.
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_n \neq \hat{1}$

Заключительни аксиоми:

Състояния: $States = Prob. Dist. (Events) .$

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob.Dist.(Events)$.

Където: $\bullet Prob.Dist.(Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \};$

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob. Dist. (Events)$.

Където:

- $Prob. Dist. (Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;
- $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob.Dist.(Events)$.

Където: • $Prob.Dist.(Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;

- $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(\hat{1}) = 1$

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob.Dist.(Events)$.

- Където:
- $Prob.Dist.(Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;
 - $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(\hat{1}) = 1$
и адитивна: $p(Q) = p(P) + p(Q \setminus P)$ за $P \preceq Q$

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob.Dist.(Events)$.

- Където:
- $Prob.Dist.(Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;
 - $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(I) = 1$
и адитивна: $p(Q) = p(P) + p(Q \setminus P)$ за $P \preceq Q$
-

Заключителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob. Dist. (Events)$.

- Където:
- $Prob. Dist. (Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;
 - $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(I) = 1$
и адитивна: $p(Q) = p(P) + p(Q \setminus P)$ за $P \preceq Q$
-

По такъв начин, една система се определя напълно от задаването на $Events$, като орто-решетка.

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob. Dist. (Events)$.

- Където:
- $Prob. Dist. (Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;
 - $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(I) = 1$
и адитивна: $p(Q) = p(P) + p(Q \setminus P)$ за $P \preceq Q$
-

По такъв начин, една система се определя напълно от задаването на $Events$, като орто-решетка.

С други думи: Всичко се определя от това, какви събития можем да наблюдаваме.

Заклучителни аксиоми:

Състояния: $States = Prob.Dist.(Events)$.

- Където:
- $Prob.Dist.(Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \};$
 - $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(\hat{1}) = 1$
и адитивна: $p(Q) = p(P) + p(Q \setminus P)$ за $P \preceq Q$
-

По такъв начин, една система се определя напълно от задаването на $Events$, като орто-решетка.

С други думи: Всичко се определя от това, какви събития можем да наблюдаваме.

Пример: класическа система - определя се от крайно множество Ω , така че

$$Events := \mathcal{P}(\Omega) \quad , \quad States := Prob.Dist.(\Omega) (\cong Prob.Dist.(\mathcal{P}(\Omega)))$$

Състояния: $States = Prob. Dist. (Events)$.

Където:

- $Prob. Dist. (Events) = \{ p : Events \rightarrow [0, 1] \mid p \text{ е вероятност} \}$;
- $p : Events \rightarrow [0, 1]$ е вероятност, ако е нормирана: $p(\hat{1}) = 1$
и адитивна: $p(Q) = p(P) + p(Q \setminus P)$ за $P \preceq Q$

По такъв начин, една система се определя напълно от задаването на $Events$, като орто-решетка.

С други думи: Всичко се определя от това, какви събития можем да наблюдаваме.

Пример: класическа система - определя се от крайно множество Ω , така че

$$Events := \mathcal{P}(\Omega) \quad , \quad States := Prob. Dist. (\Omega) \quad (\cong Prob. Dist. (\mathcal{P}(\Omega)))$$

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено излъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено излъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде излъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено излъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $Events \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: $States$ ще бъде излъкнало подмножество на $\{Events \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in States$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$

$$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$$

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $Events \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: $States$ ще бъде изпъкнало подмножество на $\{Events \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in States$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$

$$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in States$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}$
това се нарича

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$

$$\Rightarrow p = \underbrace{q_1 p_1 + q_2 p_2}_{\text{това се нарича:}} \in \text{States} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$$

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

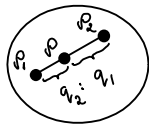
Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$

$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{това се нарича: } \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$



$$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$$

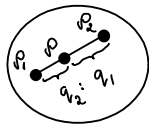
това се нарича:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$



$$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$$

това се нарича:

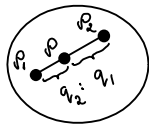
$\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

Точките на изпъкнало множество, които не могат да се представят в нетривиална изпъкнала комбинация (т.е., с нетривиални тегла $q_1, q_2 \neq 0$ и 1) се наричат в геометрията **екстремални** точки

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$



$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$

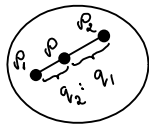
това се нарича: $\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

Точките на изпъкнало множество, които не могат да се представят в нетривиална изпъкнала комбинация (т.е., с нетривиални тегла $q_1, q_2 \neq 0$ и 1) се наричат в геометрията **екстремални** точки, а в квантовата теория - **чисти състояния**.

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$



$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$

това се нарича: $\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

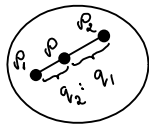
Точките на изпъкнало множество, които не могат да се представят в нетривиална изпъкнала комбинация (т.е., с нетривиални тегла $q_1, q_2 \neq 0$ и 1) се наричат в геометрията **екстремални** точки, а в квантовата теория - **чисти състояния**.

Значение:

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$



$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$

това се нарича: $\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

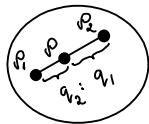
Точките на изпъкнало множество, които не могат да се представят в нетривиална изпъкнала комбинация (т.е., с нетривиални тегла $q_1, q_2 \neq 0$ и 1) се наричат в геометрията **екстремални** точки, а в квантовата теория - **чисти състояния**.

Значение: 1) това са максимално изчистени от неопределеност състояния.

Това, което в началото на курса бяхме сложили, като аксиома, сега може да се докаже:

Теорема. Множеството на състоянията е затворено изпъкнало подмножество на линейното пространство на всички функции $\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}$.

Припомняме: States ще бъде изпъкнало подмножество на $\{\text{Events} \rightarrow \mathbb{R}\}$, ако за $\forall p_1, p_2 \in \text{States}$ и $\forall q_1, q_2 \in [0, 1], q_1 + q_2 = 1$



$\Rightarrow p = q_1 p_1 + q_2 p_2 \in \text{States}$

това се нарича: $\left\{ \begin{array}{l} \text{в геометрията - изпъкнала линейна комбинация} \\ \text{с тегла } q_1, q_2 \\ \text{в квант. теория - смес на състояния с тегла } q_1, q_2 \end{array} \right.$

Точките на изпъкнало множество, които не могат да се представят в нетривиална изпъкнала комбинация (т.е., с нетривиални тегла $q_1, q_2 \neq 0$ и 1) се наричат в геометрията **екстремални** точки, а в квантовата теория - **чисти състояния**.

Знаение: 1) това са максимално изчистени от неопределеност състояния.

2) Те пораждат (по т.нар. теорема на Крейн-Милман) всички състояния при смесване.

I. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

I. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \preceq Q_1 \preceq \dots \preceq Q_{m-1} \preceq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$

I. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$

1. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ нейн елемент покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .

I. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ нейн елемент покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .
 (Нарича се свойство на Жордан-Холдер / Jordan - Hoelder)

1. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$

нейн елемент покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .

(Нарича се свойство на Жордан-Холдер / Jordan - Hoelder)

Така: събитието Q покрива събитието $P \iff$ нивото на $Q = 1 +$ нивото на P .

1. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$

нейн елемент покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .

(Нарича се свойство на Жордан-Холдер / Jordan - Hoelder)

Така: събитието Q покрива събитието $P \iff$ нивото на $Q = 1 +$ нивото на P .

За $P \leq Q$: нивото на $Q \setminus P =$ нивото на $P -$ нивото на $\hat{Q}$

1. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$

нейн елемент покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .

(Нарича се свойство на Жордан-Холдер / Jordan - Hoelder)

Така: събитието Q покрива събитието $P \iff$ нивото на $Q = 1 +$ нивото на P .

За $P \leq Q$: нивото на $Q \setminus P =$ нивото на $P -$ нивото на $\hat{Q}$

в частност: нивото на $Q^\perp =$ нивото на $\hat{1} -$ нивото на $\hat{Q}$

1. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е Events , нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$

нейн елемент покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .

(Нарича се свойство на Жордан-Холдер / Jordan - Hoelder)

Така: събитието Q покрива събитието $P \iff$ нивото на $Q = 1 +$ нивото на P .

За $P \leq Q$: нивото на $Q \setminus P =$ нивото на $P -$ нивото на $\hat{Q}$

в частност: нивото на $Q^\perp = \underbrace{\text{нивото на } \hat{1}}_{:= \text{ранг на системата}} - \text{нивото на } \hat{Q}$

1. Ниво на събитие. Етафна структура на събитията. Ранг на системата

- Събитието Q има ниво n , ако за всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$ имаме $m \leq n$,
 $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$ $n = \max m$
- В орто-модуларни решетки, каквато е $\mathcal{E}vents$, нивата формират етафи: доказва се, че всяка верига $\hat{0} \leq Q_1 \leq \dots \leq Q_{m-1} \leq Q$, която не може да се разшири, т.е., всеки $0 \neq Q_1 \neq \dots \neq Q_{m-1} \neq Q$

нейн елемен покрива предходния, има една и съща дължина = нивото на Q .

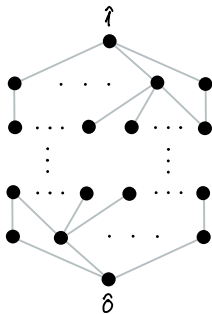
(Нарича се свойство на Жордан-Холдер / Jordan - Hoelder)

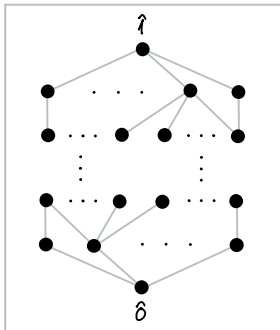
Така: събитието Q покрива събитието $P \iff$ нивото на $Q = 1 +$ нивото на P .

За $P \leq Q$: нивото на $Q \setminus P =$ нивото на $P -$ нивото на $\hat{Q}$

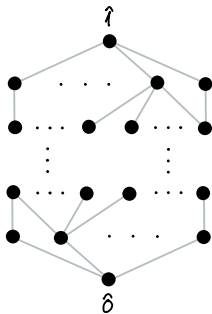
в частност: нивото на $Q^\perp =$ нивото на $\hat{1} -$ нивото на $\hat{Q}$

(понеже $Q^\perp = \hat{1} \setminus Q$) $:=$ ранг на системата

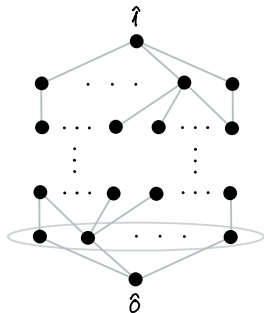




Дијаграма на Хасе / Hasse : два елемента се соединени
с вертикална линија, ако горниот покрива долниот

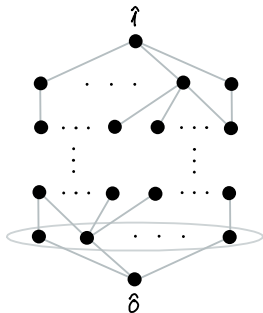


етап 0 :



етап 1 :

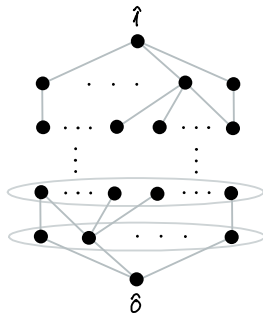
етап 0 :



erak 1:

erak 0 :

элементарни събития = атоми на Events

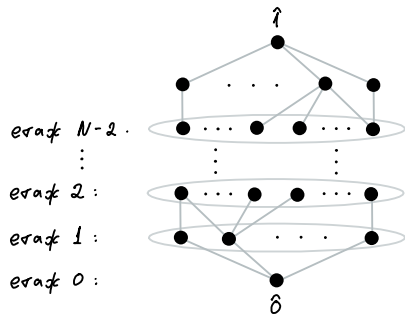


етап 2 :

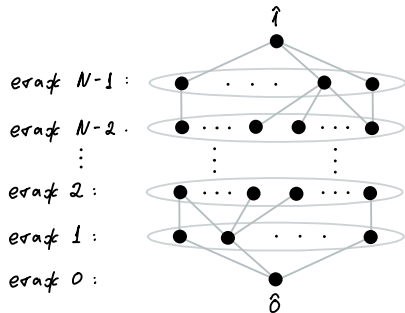
етап 1 :

етап 0 :

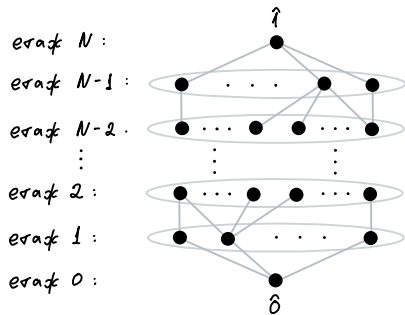
елементарни събития = атоми на Events



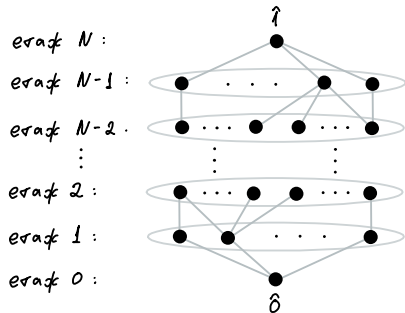
елементарни събития = атоми на $\mathcal{E}vents$



елементарни събития = атоми на $\mathcal{E}vents$



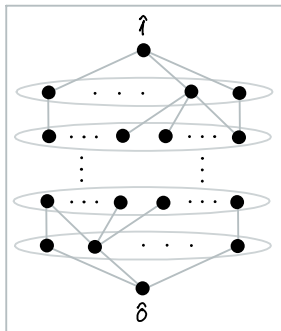
елементарни събития = атоми на $Events$



Нивото на $\hat{1}$ се нарича ранг на системата

елементарни събития = атоми на Events

етаж N :
 етаж $N-1$:
 етаж $N-2$:
 $\vdots$
 етаж 2 :
 етаж 1 :
 етаж 0 :



Нивото на $\hat{1}$ се нарича ранг на системата

Диаграма на Хасе / Hasse : два елемента са свързани с вертикална черта, ако горният покрива долния

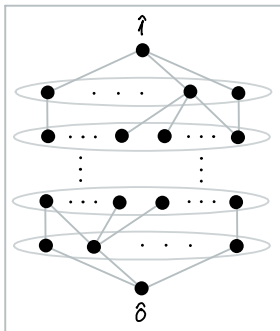
елементарни събития = атоми на $Events$

етаж N :етаж $N-1$:етаж $N-2$: $\vdots$

етаж 2:

етаж 1:

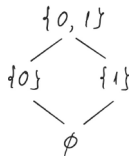
етаж 0:

Нивото на $\hat{\uparrow}$ се нарича ранг на системата

Диаграма на Хасе / Hasse: два елемента са свързани с вертикална черта, ако горният покрива долния

елементарни събития = атоми на Events

класически бит:

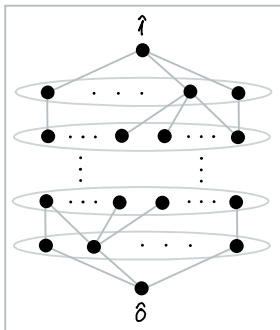


етаж N :етаж $N-1$:етаж $N-2$: $\vdots$

етаж 2:

етаж 1:

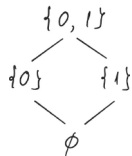
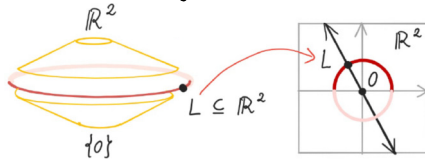
етаж 0:

Нивото на $\hat{1}$ се нарича ранг на системата

Диаграма на Хасе / Hasse: два елемента са свързани с вертикална черта, ако горният покрива долния

елементарни събития = атоми на Events

класически бит:

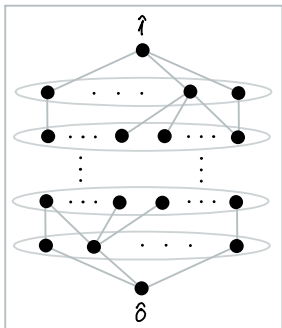
квантов бит (над $\mathbb{R}$):

етаж N :етаж $N-1$:етаж $N-2$: $\vdots$

етаж 2:

етаж 1:

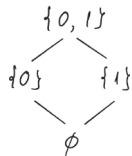
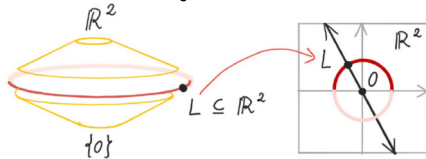
етаж 0:

Нивото на $\hat{1}$ се нарича ранг на системата

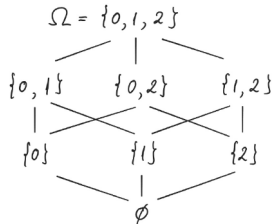
Диаграма на Хасе / Hasse: два елемента са свързани с вертикална черта, ако горният покрива долния

елементарни събития = атоми на Events

класически бит:

квантов бит (над $\mathbb{R}$):

класическа система от ниво 3



2. Подсистеми . Надсистеми

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$.

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции.

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи.

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи. Но това не е всичко.

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи. Но това не е всичко.
- Над-система на система е такава, за която последната е подсистема.

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи. Но това не е всичко.
- Над-система на система е такава, за която последната е подсистема.
Това описва:

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи. Но това не е всичко.
- Над-система на система е такава, за която последната е подсистема.
Това описва: $\mathcal{E}vents_1 \subseteq \mathcal{E}vents_2 \subseteq \mathcal{E}vents_3 \subseteq \dots \subseteq \mathcal{E}vents_\infty$

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи. Но това не е всичко.
- Над-система на система е такава, за която последната е подсистема.
Това описва: $\mathcal{E}vents_1 \subseteq \mathcal{E}vents_2 \subseteq \mathcal{E}vents_3 \subseteq \dots \subseteq \mathcal{E}vents_\infty$
— процеса на преузиране на измерванията

2. Подсистеми . Надсистеми

- Подсистема на система с орто-решетка на събитията $\mathcal{E}vents$ се определя от нейна под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ (припомнете: орто-решетката на събитията определя цялата структура, в частност: $States' = Prob.Dist.(\mathcal{E}vents')$).
- Под-орто-решетка $\mathcal{E}vents' \subseteq \mathcal{E}vents$ е подмножество, което заедно с $\forall P, Q \in \mathcal{E}vents'$ съдържа и $P \wedge Q, P \vee Q, P^\perp$. В частност, $0 = P \wedge P^\perp \in \mathcal{E}vents'$ и $1 \in \mathcal{E}vents'$.
- Смисъл: подсистемата е подмножество от събития, но със старите логически операции. Това ще бъде изходна позиция при теорията на съставните системи. Но това не е всичко.
- Над-система на система е такава, за която последната е подсистема.
Това описва: $\mathcal{E}vents_1 \subseteq \mathcal{E}vents_2 \subseteq \mathcal{E}vents_3 \subseteq \dots \subseteq \mathcal{E}vents_\infty$
– процеса на преузиране на измерванията и също,
процеса на "награждане" на изчисленията.

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:

$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Булева подалгебра на орто-решетка е под-орто-решетка, която сама по себе си е булева алгебра.

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Булева подалгебра на орто-решетка е под-орто-решетка, която сама по себе си е булева алгебра.
- Подсистема, определена от булева подалгебра на *Events* се нарича експеримент.

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Булева подалгебра на орто-решетка е под-орто-решетка, която сама по себе си е булева алгебра.
- Подсистема, определена от булева подалгебра на *Events* се нарича експеримент.
- Чрез теорията на булевите алгебри се доказва, че множеството от събитията на една (крайна) система е булева алгебра $\Leftrightarrow$ системата е класическа.

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Булева подалгебра на орто-решетка е под-орто-решетка, която сама по себе си е булева алгебра.
- Подсистема, определена от булева подалгебра на *Events* се нарича експеримент.
- Чрез теорията на булевите алгебри се доказва, че множеството от събитията на една (крайна) система е булева алгебра $\Leftrightarrow$ системата е класическа.
- Всъщност, атомите на булевата алгебра $\mathcal{P}(\Omega)$ са синглетоните $\{\omega\}$ при $\omega \in \Omega$ и така те са 1-1 съответствие с Ω .

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Булева подалгебра на орто-решетка е под-орто-решетка, която сама по себе си е булева алгебра.
- Подсистема, определена от булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ се нарича експеримент.
- Чрез теорията на булевите алгебри се доказва, че множеството от събитията на една (крайна) система е булева алгебра $\Leftrightarrow$ системата е класическа.
- Всъщност, атомите на булевата алгебра $\mathcal{P}(\Omega)$ са синглетоните $\{\omega\}$ при $\omega \in \Omega$ и така те са 1-1 съответствие с Ω .
- Елементарни събития (алтернативи) на експеримент са атомите на булевата му подалгебра. Те може да не са елементарни събития на $\mathcal{E}vents$ обаче!

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Примери на булеви подалгебри (експерименти):

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:
$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Примери на булеви подалгебри (експерименти):
 - във всяка орто-решетка (в т.ч. и Events) и всеки нейн елемент P
 $\{\hat{0}, \hat{1}\}$ и $\{\hat{0}, P, P^\perp, \hat{1}\}$ са булеви подалгебри от ниво 1 и 2, съотв.

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони**:

$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

- Примери на булеви подалгебри (експерименти):

- във всяка орто-решетка (в т.ч. и Events) и всеки нейн елемент P $\{\hat{0}, \hat{1}\}$ и $\{\hat{0}, P, P^\perp, \hat{1}\}$ са булеви подалгебри от ниво 1 и 2, съотв.

Първата отговаря на тривиалния, най-малък експеримент, а втората отговаря на най-малкия експеримент, при който се тества събитието P .

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Булева алгебра е орто-решетка, в която се изпълняват **дистрибутивните закони** :

$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R), \quad P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
- Примери на булеви подалгебри (експерименти) :
 - във всяка орто-решетка (в т.ч. и Events) и всеки нейн елемент P $\{\hat{0}, \hat{1}\}$ и $\{\hat{0}, P, P^\perp, \hat{1}\}$ са булеви подалгебри от ниво 1 и 2, съотв. Първата отговаря на тривиалния, най-малък експеримент, а втората отговаря на най-малкия експеримент, при който се тества събитието P .
 - за всяка орто-**модуларна** решетка (в т.ч. и Events) и всеки два елемента $P \leq Q$ т.ч. $\hat{0} \neq P \neq Q \neq \hat{1}$, подмножеството $\{\hat{0}, P, Q, P^\perp, Q^\perp, Q \setminus P, P^\perp \setminus Q^\perp, \hat{1}\}$ е булева подалгебра от ниво 3.

2. Булеви алгебри и подалгебри. Експерименти на системата

- Примери на булеви подалгебри (експерименти):

- във всяка орто-решетка (в т.ч. и Events) и всеки нейн елемент P $\{\hat{0}, \hat{1}\}$ и $\{\hat{0}, P, P^\perp, \hat{1}\}$ са булеви подалгебри от ниво 1 и 2, съотв. Първата отговаря на тривиалния, най-малък експеримент, а втората отговаря на най-малкия експеримент, при който се тества събитието P .
- за всяка орто-**модуларна** решетка (в т.ч. и Events) и всеки два елемента $P \preceq Q$ т.ч. $\hat{0} \neq P \neq Q \neq \hat{1}$, подмножеството $\{\hat{0}, P, Q, P^\perp, Q^\perp, Q \setminus P, P^\perp \setminus Q^\perp, \hat{1}\}$ е булева подалгебра от ниво 3.

3. Комутируемост на събития

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутирajući или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутиращи или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.
- Тоест, $P, Q \in \text{Events}$ комутират, ако се съдържат в обща булева подалгебра на Events .

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутиращи или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.
- Тоест, $P, Q \in \text{Events}$ комутират, ако се съдържат в обща булева подалгебра на Events .
- Доказва се, че P и Q комутират $\Leftrightarrow \begin{cases} P = (P \wedge Q) \vee (P \wedge Q^\perp) \\ Q = (P \wedge Q) \vee (P^\perp \wedge Q) \end{cases}$

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутиращи или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.
- Тоест, $P, Q \in \text{Events}$ комутират, ако се съдържат в обща булева подалгебра на Events .
- Доказва се, че P и Q комутират $\Leftrightarrow$
$$\begin{cases} P = (P \wedge Q) \vee (P \wedge Q^\perp) \\ Q = (P \wedge Q) \vee (P^\perp \wedge Q) \end{cases}$$

използва орто-модулярността

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутиращи или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.
- Тоест, $P, Q \in \text{Events}$ комутират, ако се съдържат в обща булева подалгебра на Events .
- Доказва се, че P и Q комутират $\Leftrightarrow$
$$\begin{cases} P = (P \wedge Q) \vee (P \wedge Q^\perp) \\ Q = (P \wedge Q) \vee (P^\perp \wedge Q) \end{cases}$$

използва орто-модуларността


- В частност, ако $P \preceq Q$, то P и Q комутират.

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутиращи или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.
- Тоест, $P, Q \in \text{Events}$ комутират, ако се съдържат в обща булева подалгебра на Events .
- Доказва се, че P и Q комутират $\Leftrightarrow$
$$\begin{cases} P = (P \wedge Q) \vee (P \wedge Q^\perp) \\ Q = (P \wedge Q) \vee (P^\perp \wedge Q) \end{cases}$$

използва орто-модуларността


- В частност, ако $P \preceq Q$, то P и Q комутират.
- Доказва се, че в орто-модуларни решетки: няколко елемента комутират, ако всеки два комутират.

3. Комутируемост на събития

- Събитията P и Q се наричат комутиращи или още съвместни, ако могат да утасоват в общ експеримент.
- Тоест, $P, Q \in \text{Events}$ комутират, ако се съдържат в обща булева подалгебра на Events .
- Доказва се, че P и Q комутират $\Leftrightarrow$
$$\begin{cases} P = (P \wedge Q) \vee (P \wedge Q^\perp) \\ Q = (P \wedge Q) \vee (P^\perp \wedge Q) \end{cases}$$

използва орто-модуларността 
- В частност, ако $P \preceq Q$, то P и Q комутират.
- Доказва се, че в орто-модуларни решетки: няколко елемента комутират, ако всеки два комутират.
- Внимание: релацията "комутируемост" е симетрична, но в общия случай не е транзитивна! (контрапример - по-късно.)

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q се наричат дизюнктивни $\Leftrightarrow \begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q са наричат дизюнктивни $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: *взаимно изключващи се*

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q са наричат дизюнктивни $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: взаимно изключващи се

В класическия случай е достатъчно само $P \wedge Q = \hat{0}$, но не и в квантовия.

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q са наричат дизюнктивни $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: *взаимно изключващи се*

В класическия случай е достатъчно само $P \wedge Q = \hat{0}$, но не и в квантовия.
За n събития: $A_1, \dots, A_n$ са дизюнктивни, ако са две по две дизюнктивни.

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q се наричат дизюнктивни $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: взаимно изключващи се

В класическия случай е достатъчно само $P \wedge Q = \hat{0}$, но не и в квантовия.
 За n събития: $Q_1, \dots, Q_n$ са дизюнктивни, ако са две по две дизюнктивни.

- Ако за събития имаме $P = Q_1 \vee \dots \vee Q_n$ и $Q_1, \dots, Q_n$ са ненулеви и дизюнктивни тогава пишем: $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$ и казваме, че имаме дизюнктивно разбиване на P .

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q се наричат дизюнктивни $\iff$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: взаимно изключващи се

В класическия случай е достатъчно само $P \wedge Q = \hat{0}$, но не и в квантовия. За n събития: $Q_1, \dots, Q_n$ са дизюнктивни, ако са две по две дизюнктивни.

- Ако за събития имаме $P = Q_1 \vee \dots \vee Q_n$ и $Q_1, \dots, Q_n$ са ненулеви и дизюнктивни тогава пишем: $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$ и казваме, че имаме дизюнктивно разбиване на P . Ако $P = \hat{1}$, то казваме, че имаме (дизюнктивно) разбиване на $\hat{1}$.

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q се наричат дизюнктивни $\iff$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: взаимно изключващи се

В класическия случай е достатъчно само $P \wedge Q = \hat{0}$, но не и в квантовия.
 За n събития: $Q_1, \dots, Q_n$ са дизюнктивни, ако са две по две дизюнктивни.

- Ако за събития имаме $P = Q_1 \vee \dots \vee Q_n$ и $Q_1, \dots, Q_n$ са ненулеви и дизюнктивни тогава пишем: $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$ и казваме, че имаме дизюнктивно разбиване на P .
 Ако $P = \hat{1}$, то казваме, че имаме (дизюнктивно) разбиване на $\hat{1}$.
- Теорема. Имаме 1-1 съответствие между експериментите (т.е., булевите подалгебри на Events) и разбиванията на $\hat{1}$

4. Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания на събития и единицата

- Събитията P и Q се наричат дизюнктивни $\iff$ $\begin{cases} P \wedge Q = \hat{0} \\ P \text{ и } Q \text{ са съвместни} \\ \text{(комутират)} \end{cases}$
още: взаимно изключващи се

В класическия случай е достатъчно само $P \wedge Q = \hat{0}$, но не и в квантовия.
 За n събития: $Q_1, \dots, Q_n$ са дизюнктивни, ако са две по две дизюнктивни.

- Ако за събития имаме $P = Q_1 \vee \dots \vee Q_n$ и $Q_1, \dots, Q_n$ са ненулеви и дизюнктивни тогава пишем: $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$ и казваме, че имаме дизюнктивно разбиване на P .
 Ако $P = \hat{1}$, то казваме, че имаме (дизюнктивно) разбиване на $\hat{1}$.
- Теорема. Имаме 1-1 съответствие между експериментите (т.е., булевите подалгебри на Events) и разбиванията на $\hat{1}$, при което събитията в разбиването на $\hat{1}$ се явяват елементарните събития на експеримента.

5. Максимални експерименти

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експеримента $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експеримента $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.
- Максимален експеримент: такъв, който не може да се преуизира (разшири) повече.

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експеримента $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.
- Максимален експеримент: такъв, който не може да се преуизира (разшири) повече. Тоест, това е максимална булева подалгебра и съдържа максимална информация, която можем да получим в едно наблюдение за системата.

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експериментът $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.
- Максимален експеримент: такъв, който не може да се преуизира (разшири) повече. Тоеест, това е максимална булева подалгебра и съдържа максимална информация, която можем да получим в едно наблюдение за системата. Ако системата е класическа, то Events е булева алгебра и това е единствената максимална булева подалгебра.

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експеримента $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.
- Максимален експеримент: такъв, който не може да се преуизира (разшири) повече. Тоест, това е максимална булева подалгебра и съдържа максимална информация, която можем да получим в едно наблюдение за системата. Ако системата е класическа, то Events е булева алгебра и това е единствената максимална булева подалгебра. В противен случай - няма единствена максимална.

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експеримента $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.
- Максимален експеримент: такъв, който не може да се преуизира (разшири) повече. Тоест, това е максимална булева подалгебра и съдържа максимална информация, която можем да получим в едно наблюдение за системата. Ако системата е класическа, то Events е булева алгебра и това е единствената максимална булева подалгебра. В противен случай - няма единствена максимална. Тоест, за неklasически системи максималната информация никога не е пълна!

5. Максимални експерименти

- При ситуация, когато за два експеримента имаме включване $\mathcal{B}_1 \subseteq \mathcal{B}_2$ за съответните булеви подалгебри, това означава, че експеримента $\mathcal{B}_1$ е по-груб от $\mathcal{B}_2$ или също, че $\mathcal{B}_2$ е по-фин експеримент от $\mathcal{B}_1$.
- Максимален експеримент: такъв, който не може да се преуизира (разшири) повече. Тоест, това е максимална булева подалгебра и съдържа максимална информация, която можем да получим в едно наблюдение за системата.
Ако системата е класическа, то Events е булева алгебра и това е единствената максимална булева подалгебра. В противен случай - няма единствена максимална. Тоест, за неklasически системи максималната информация никога не е пълна!
Товава различните максимални наблюдения се явяват "взаимно допълващи се".

5. Максимални експерименти

- Консервиране на максимални експерименти :

5. Максимални експерименти

- Консервиране на максимални експерименти : нека $P_i \in Events$ е елементарно събитие .

5. Максимални експерименти

- Консервиране на максимални експерименти : нека $P_i \in Events$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{1}$, то системата е от ниво 1 , т.е. , класически синглетон .

5. Максимални експерименти

- Консервиране на максимални експерименти : нека $P_i \in \text{Events}$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{1}$, то системата е от ниво 1 , т.е. , класически синглетон . В противен случай , $P_i^\perp \neq \hat{0}$ и $\Rightarrow \exists$ елементарно събитие $P_2 \preceq P_1^\perp$ (актома).

5. Максимални експерименти

- Консервиране на максимални експерименти : нека $P_i \in Events$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{I}$, то системата е от ниво 1 , т.е. , класически синглетон . В противен случай , $P_i^\perp \neq \hat{O}$ и $\Rightarrow \exists$ елементарно събитие $P_2 \preceq P_1^\perp$ (актома) . Ако $P_1 \vee P_2 = \hat{I}$, то системата е от ниво 2 .

5. Максимални експерименти

- Конструирание на максимални експерименти : нека $P_i \in \text{Events}$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{I}$, то системата е от ниво 1 , т.е. , класически синглетон . В противен случай , $P_i^\perp \neq \hat{O}$ и $\Rightarrow \exists$ елементарно събитие $P_2 \preceq P_1^\perp$ (актома) . Ако $P_1 \vee P_2 = \hat{I}$, то системата е от ниво 2 . В противен случай $(P_1 \vee P_2)^\perp \neq \hat{O}$ и $\exists$ елементарно събитие $P_3 \preceq (P_1 \vee P_2)^\perp$.

5. Максимални експерименти

- Конструирание на максимални експерименти : нека $P_i \in \text{Events}$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{1}$, то системата е от ниво 1 , т.е. , класически синглетон . В противен случай , $P_i^\perp \neq \hat{0}$ и $\Rightarrow \exists$ елементарно събитие $P_2 \preceq P_1^\perp$ (актома) .

Ако $P_1 \vee P_2 = \hat{1}$, то системата е от ниво 2 . В противен случай $(P_1 \vee P_2)^\perp \neq \hat{0}$ и $\exists$ елементарно събитие $P_3 \preceq (P_1 \vee P_2)^\perp$. И т.н. , получаваме елементарни събития $P_1, P_2, \dots, P_N$, за които $P_1 \overset{\cdot}{\vee} \dots \overset{\cdot}{\vee} P_n = \hat{1}$.

5. Максимални експерименти

- Конструирание на максимални експерименти : нека $P_i \in \text{Events}$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{1}$, то системата е от ниво 1 , т.е., класически синглетон . В противен случай , $P_i^\perp \neq \hat{0}$ и $\Rightarrow \exists$ елементарно събитие $P_2 \preceq P_1^\perp$ (актома) .

Ако $P_1 \vee P_2 = \hat{1}$, то системата е от ниво 2 . В противен случай $(P_1 \vee P_2)^\perp \neq \hat{0}$ и $\exists$ елементарно събитие $P_3 \preceq (P_1 \vee P_2)^\perp$. И т.н. , получаваме елементарни събития $P_1, P_2, \dots, P_N$, за които $P_1 \overset{\cdot}{\vee} \dots \overset{\cdot}{\vee} P_n = \hat{1}$. Показва се , че това са елементарните събития на максимален експеримент .

5. Максимални експерименти

- Конструирание на максимални експерименти : нека $P_i \in \text{Events}$ е елементарно събитие . Ако $P_i = \hat{I}$, то системата е от ниво 1 , т.е. , класически синглетон . В противен случай , $P_i^\perp \neq \hat{O}$ и $\Rightarrow \exists$ елементарно събитие $P_2 \preceq P_1^\perp$ (актома) . Ако $P_1 \vee P_2 = \hat{I}$, то системата е от ниво 2 . В противен случай $(P_1 \vee P_2)^\perp \neq \hat{O}$ и $\exists$ елементарно събитие $P_3 \preceq (P_1 \vee P_2)^\perp$. И т.н. , полугаваме елементарни събития $P_1, P_2, \dots, P_N$, за които $P_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} P_n = \hat{I}$. Показва се , че това са елементарните събития на максимален експеримент .
- По-нататък ще покажем , че в нашите основни модели на квантови системи , определени от хилбертови пространства , максимален експеримент се определя от ортонормиран базис (оттам идва изрече "измерване в базис") .

6. Център на системата и централно разбиване

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)
- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$.

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)
- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$. Тогава,
 $\hat{1} = E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r$ - централно разбиване на $\hat{1}$

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)

- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$. Тогава,

$$\hat{1} = E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r \text{ - централно разбиване на } \hat{1}$$

и за всяко събитие P

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)

- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$. Тогава,

$$\hat{1} = E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r \text{ - централно разбиване на } \hat{1}$$

$$\text{и за всяко събитие } P = P \wedge \hat{1}$$

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)

- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$. Тогава,

$$\hat{1} = E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r \text{ - централно разбиване на } \hat{1}$$

$$\text{и за всяко събитие } P = P \wedge \hat{1} = P \wedge (E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r)$$

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)

- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$. Тогава,

$$\hat{1} = E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r \text{ - централно разбиване на } \hat{1}$$

$$\text{и за всяко събитие } P = P \wedge \hat{1} = P \wedge (E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r)$$

$$= (P \wedge E_1) \dot{\vee} \dots \dot{\vee} (P \wedge E_r)$$

6. Център на системата и централно разбиване

- Център на $\mathcal{E}vents$ (и аналогично, на всяка орто-решетка) е множеството

$$\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents) = \{ P \in \mathcal{E}vents \mid P \text{ комутира с } Q \text{ за } \forall Q \in \mathcal{E}vents \}$$

Събитията от центъра се наричат централни събития.

- Доказва се, че $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$ е булева подалгебра на $\mathcal{E}vents$ (както и при всяка орто-модуларна решетка)

- Нека $E_1, \dots, E_r$ са атомите на булевата подалгебра $\mathcal{Z}(\mathcal{E}vents)$. Тогава,

$$\hat{1} = E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r \text{ - централно разбиване на } \hat{1}$$

$$\text{и за всяко събитие } P = P \wedge \hat{1} = P \wedge (E_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} E_r)$$

$$= (P \wedge E_1) \dot{\vee} \dots \dot{\vee} (P \wedge E_r) \text{ - централно разбиване на } P.$$

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Една система е неприводима, ако има тривиален център, т.е.,

$$\mathcal{Z}(\text{Events}) = \{\hat{O}, \hat{I}\}$$

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Една система е неприводима, ако има тривиален център, т.е.,

$$\mathcal{Z}(\text{Events}) = \{\hat{0}, \hat{1}\}$$

- За произволна система: ако $E_j \in \mathcal{Z}(\text{Events})$ е атом,

$$\text{Events}_j := \{P \in \text{Events} \mid \hat{0} \preceq P \preceq E_j\} =: [\hat{0}, E_j]$$

е неприводима орто-модуларна решетка и $\Rightarrow$ определя неприводима система

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Една система е неприводима, ако има тривиален център, т.е.,

$$\mathcal{Z}(\text{Events}) = \{\hat{0}, \hat{1}\}$$

- За произволна система: ако $E_j \in \mathcal{Z}(\text{Events})$ е атом,

$$\text{Events}_j := \{P \in \text{Events} \mid \hat{0} \preceq P \preceq E_j\} =: [\hat{0}, E_j] \text{ - нарича се сегмент}$$

в решетка

е неприводима орто-модуларна решетка и $\Rightarrow$ определя неприводима система

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Една система е неприводима, ако има тривиален център, т.е.,

$$\mathcal{Z}(\text{Events}) = \{\hat{0}, \hat{1}\}$$

- За произволна система: ако $E_j \in \mathcal{Z}(\text{Events})$ е атом,

$$\text{Events}_j := \{P \in \text{Events} \mid \hat{0} \preceq P \preceq E_j\} =: [\hat{0}, E_j] \text{ - нарича се сегмент}$$

в решетка

е неприводима орто-модуларна решетка и $\Rightarrow$ определя неприводима система

- Внимание: Events_j не е под-орто-решетка на Events и следователно, не е подсистема!

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Една система е неприводима, ако има тривиален център, т.е.,

$$\mathcal{Z}(\text{Events}) = \{\hat{0}, \hat{1}\}$$

- За произволна система: ако $E_j \in \mathcal{Z}(\text{Events})$ е атом,

$$\text{Events}_j := \{P \in \text{Events} \mid \hat{0} \preceq P \preceq E_j\} =: [\hat{0}, E_j] \text{ - нарича се сегмент}$$

в решетка

е неприводима орто-модуларна решетка и $\Rightarrow$ определя неприводима система

- **Внимание:** Events_j не е под-орто-решетка на Events и следователно, не е подсистема! Това е така, понеже единица на Events_j е E_j , а не $\hat{1} \notin \text{Events}_j$!!!

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими / irreducible

- Внимание: $\mathcal{E}vents_j$ не е под-орто-решетка на $\mathcal{E}vents$ и следователно, не е подсистема! Това е така, понеже единица на $\mathcal{E}vents_j$ е E_j , а не $\hat{1} \notin \mathcal{E}vents_j$!!!

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Внимание: $\mathcal{E}vents_j$ не е под-орто-решетка на $\mathcal{E}vents$ и следователно, не е подсистема! Това е така, понеже единица на $\mathcal{E}vents_j$ е E_j , а не $\hat{1} \notin \mathcal{E}vents_j$!!!

По-нататък, при съставните системи ще се окаже, че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система, то резултатът ще бъде отново неприводима система.

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими / irreducible

- **Внимание :** по-нататък , при съставните системи ще се окаже , че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система , то резултата ще бъде отново неприводима система.

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- **Внимание** : по-нататък , при съставните системи ще се окаже , че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система , то резултата ще бъде отново неприводима система.
- Централна структурна теорема $Events = Events_1 \times \dots \times Events_r$
-разбиване в т.нар. пряко произведение

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими / irreducible

- **Внимание** : по-нататък , при съставните системи ще се окаже , че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система , то резултата ще бъде отново неприводима система.
- Централна структурна теорема $\mathcal{E}vents = \mathcal{E}vents_1 \times \dots \times \mathcal{E}vents_r$
-разбиване в т.нар. пряко произведение

То следва от централното разбиване: $P = P_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} P_n \Leftrightarrow (P_1, \dots, P_r)$

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- **Внимание** : по-нататък , при съставните системи ще се окаже , че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система , то резултата ще бъде отново неприводима система.
- Централна структурна теорема $\text{Events} = \text{Events}_1 \times \dots \times \text{Events}_r$
-разбиване в т.нар. пряко произведение

То следва от централното разбиване: $P = P_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} P_n \Leftrightarrow (P_1, \dots, P_r)$

Оказва се , че за $P' \Leftrightarrow (P'_1, \dots, P'_r)$ и $P'' \Leftrightarrow (P''_1, \dots, P''_r)$

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- **Внимание** : по-нататък , при съставните системи ще се окаже , че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система , то резултата ще бъде отново неприводима система.
- Централна структурна теорема $\mathcal{E}vents = \mathcal{E}vents_1 \times \dots \times \mathcal{E}vents_r$
-разбиване в т.нар. пряко произведение

То следва от централното разбиване: $P = P_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} P_n \Leftrightarrow (P_1, \dots, P_r)$

Оказва се , че за $P' \Leftrightarrow (P'_1, \dots, P'_r)$ и $P'' \Leftrightarrow (P''_1, \dots, P''_r)$

имаме : $P' \preceq P'' \Leftrightarrow P'_1 \preceq P''_1, \dots, P'_r \preceq P''_r$.

7. Неприводими системи. Разлагане на неприводими /irreducible

- Внимание: по-нататък, при съставните системи ще се окаже, че при комбиниране на няколко неприводими подсистеми в една обща система, то резултатът ще бъде отново неприводима система.

- Централна структурна теорема $\mathcal{E}vents = \mathcal{E}vents_1 \times \dots \times \mathcal{E}vents_r$
-разбиване в т.нар. пряко произведение

То следва от централното разбиване: $P = P_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} P_n \Leftrightarrow (P_1, \dots, P_r)$

Оказва се, че за $P' \Leftrightarrow (P'_1, \dots, P'_r)$ и $P'' \Leftrightarrow (P''_1, \dots, P''_r)$

имаме: $P' \preceq P'' \Leftrightarrow P'_1 \preceq P''_1, \dots, P'_r \preceq P''_r$.

- За класическа система $\mathcal{E}vent_j$ са отделните синглети.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забелязана е следната връзка с геометрията :

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забелязана е следната връзка с геометрията :
 - нека обоеим за "точка" всяко елементарно събитие P (т.е., от ниво 1);

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забележана е следната връзка с геометрията :
 - нека обявим за "точка" всяко елементарно събитие P (т.е., от ниво 1);
 - нека обявим за "линия" (права) всяко събитие A от ниво 2;

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забележана е следната връзка с геометрията :
 - нека обявим за "точка" всяко елементарно събитие P (т.е., от ниво 1);
 - нека обявим за "линия" (права) всяко събитие Q от ниво 2;
 - нека обявим, че една точка P "лежи на" линията $Q \iff P \preceq Q$;

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забележана е следната връзка с геометрията :
 - нека обявим за "точка" всяко елементарно събитие P (т.е., от ниво 1);
 - нека обявим за "линия" (права) всяко събитие Q от ниво 2;
 - нека обявим, че една точка P "лежи на" линията $Q \iff P \preceq Q$;
 - отгук идват и изразите "линия съдържа точка", "пресечни точки на линии" и др.;

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забележана е следната връзка с геометрията:
 - нека обявим за "точка" всяко елементарно събитие P (т.е., от ниво 1);
 - нека обявим за "линия" (права) всяко събитие Q от ниво 2;
 - нека обявим, че една точка P "лежи на" линията $Q \iff P \preceq Q$;
 - отгук идват и изразите "линия съдържа точка", "пресечни точки на линии" и др.;
 - тогава, ако Events е неприводима, то се изпълняват т.нар. аксиоми на Уайтхед (Whitehead)

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Неприводимите системи са градивните логически и структурни блокове на всяка система. За класическите системи - това са синглетоните.
- Забележана е следната връзка с геометрията :
 - нека обявим за "точка" всяко елементарно събитие P (т.е., от ниво 1);
 - нека обявим за "линия" (права) всяко събитие Q от ниво 2;
 - нека обявим, че една точка P "лежи на" линията $Q \iff P \preceq Q$;
 - отгук идват и изразите "линия съдържа точка", "пресечни точки на линии" и др.;
 - тогава, ако Events е неприводима, то се изпълняват т.нар. аксиоми на Уайтхед (Whitehead) https://en.wikipedia.org/wiki/Projective_geometry#Axioms_of_projective_geometry

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия :

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия :

(G1) Всяка линия



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия :

(G1) Всяка линия съдържа поне три точки .



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия:

(G1) Всяка линия съдържа поне три точки.

(G2) Всеки две различни точки P_1 и P_2



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия:

(G1) Всяка линия съдържа поне три точки.



(G2) Всеки две различни точки P_1 и P_2 лежат на точно една линия $Q =: \overline{P_1 P_2}$



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия:

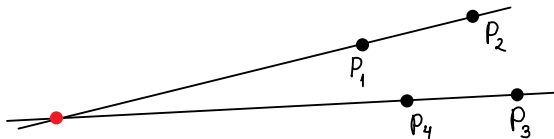
(G1) Всяка линия съдържа поне три точки.



(G2) Всеки две различни точки P_1 и P_2 лежат на точно една линия $Q =: \overline{P_1 P_2}$



(G3) Ако линии $\overline{P_1 P_2}$ и $\overline{P_3 P_4}$ се пресичат



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия:

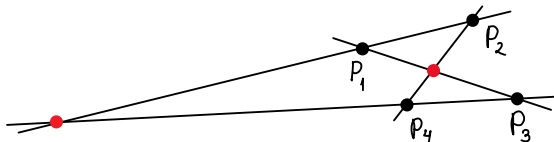
(G1) Всяка линия съдържа поне три точки.



(G2) Всеки две различни точки P_1 и P_2 лежат на точно една линия $Q =: \overline{P_1 P_2}$



(G3) Ако линии $\overline{P_1 P_2}$ и $\overline{P_3 P_4}$ се пресичат, то също и $\overline{P_1 P_3}$ и $\overline{P_2 P_4}$ се пресичат



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Аксиоми на Хайтхед на **проективната** геометрия:

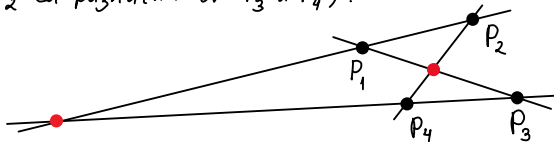
(G1) Всяка линия съдържа поне три точки.



(G2) Всеки две различни точки P_1 и P_2 лежат на точно една линия $Q =: \overline{P_1 P_2}$



(G3) Ако линии $\overline{P_1 P_2}$ и $\overline{P_3 P_4}$ се пресичат, то също и $\overline{P_1 P_3}$ и $\overline{P_2 P_4}$ се пресичат (предполагайки, че P_1 и P_2 са различни от P_3 и P_4).



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят в.нар. "проективни пространства"

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят n -мер. "проективни пространства" и тяхната размерност се оказва
= на рангът на Events - 1

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят n -мер. "проективни пространства" и тяхната размерност се оказва
$$= \underbrace{\text{на рангът на Events}}_{\text{нивото на } \hat{1}} - 1$$

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят n -мер. "проективни пространства" и тяхната размерност се оказва
$$= \underbrace{\text{на рангът на Events}}_{\text{ниво на } \hat{I}} - 1$$

Така, квантовият бит се оказва "проективна права" (т.е., $\dim = 1$)

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят $\mathcal{V}$ -нар. "проективни пространства" и тяхната размерност се оказва
$$= \underbrace{\text{на рангът на Events}}_{\text{нивото на } \hat{1}} - 1$$

Така, квантовият бит се оказва "проективна права" (т.е., $\dim = 1$)

- Ако размерността на **проективното** пространство е ≥ 2

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят т.нар. "проективни пространства" и тяхната размерност се оказва
$$= \underbrace{\text{на рангът на Events}}_{\text{ниво на } \hat{1}} - 1$$

Така, квантовият бит се оказва "проективна права" (т.е., $\dim = 1$)

- Ако размерността на **проективното** пространство е ≥ 2 , то то съдържа в себе си числова система (пръстен с деление)

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- На базата на тези аксиоми могат да се построят т.нар. "проективни пространства" и тяхната размерност се оказва
$$= \underbrace{\text{на рангът на Events}}_{\text{ниво на } \hat{1}} - 1$$

Така, квантовият бит се оказва "проективна права" (т.е., $\dim = 1$)

- Ако размерността на **проективното** пространство е ≥ 2 , то то съдържа в себе си числова система (пръстен с деление), с което могат да се координатизират.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



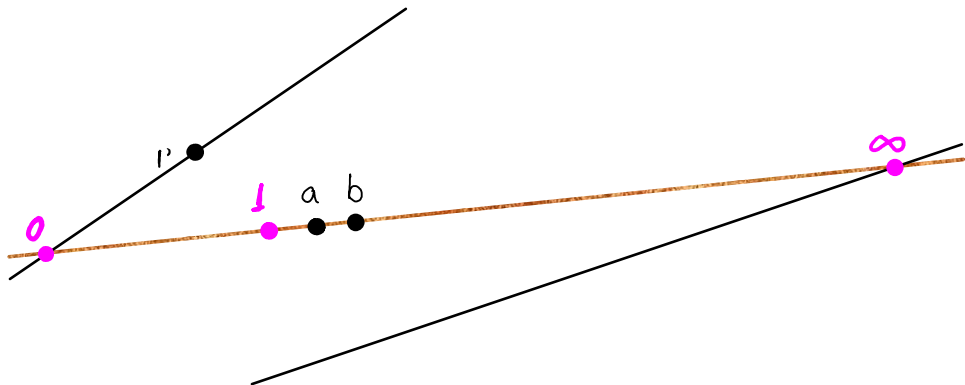
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



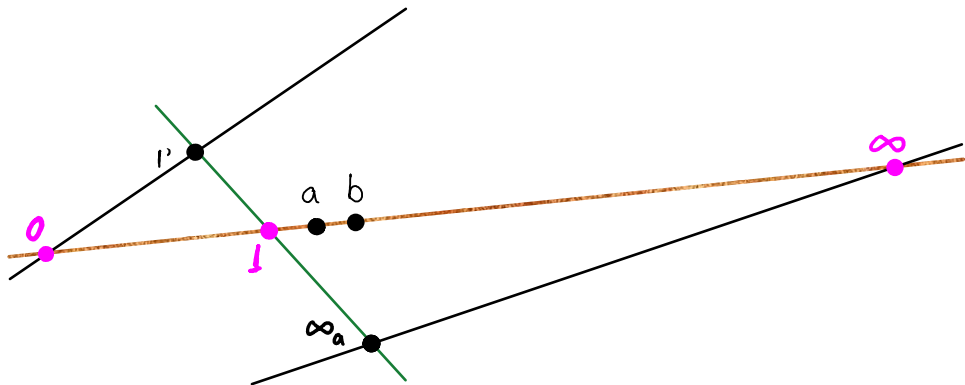
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



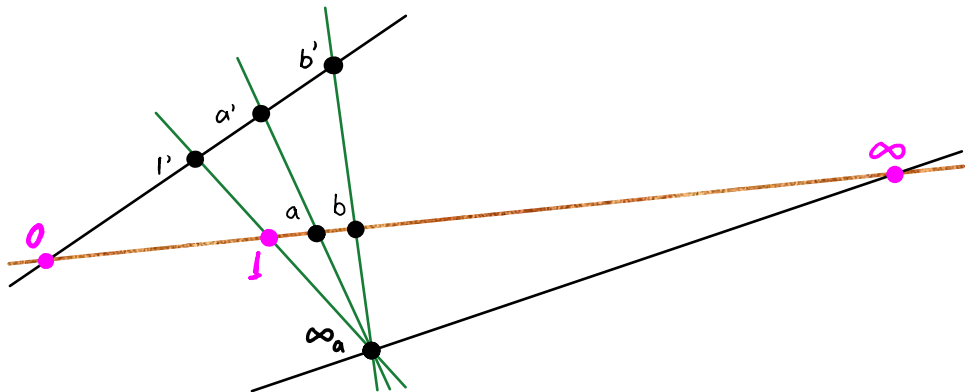
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



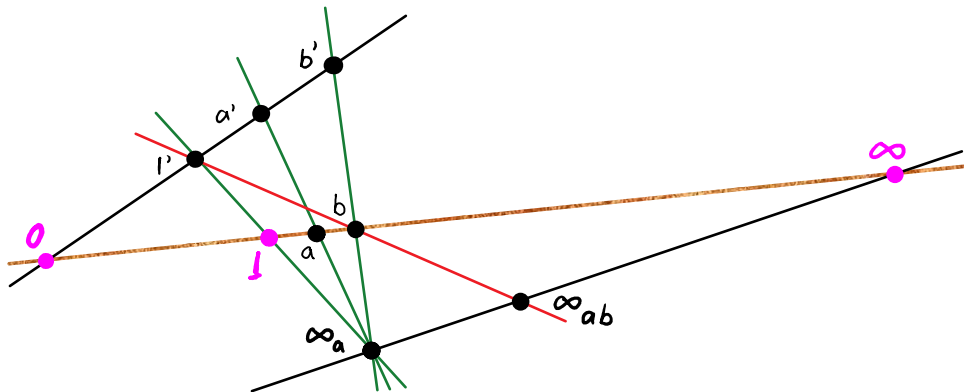
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



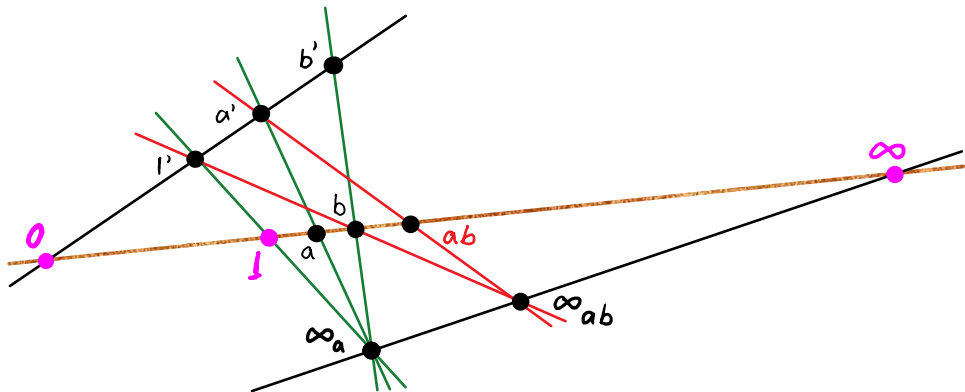
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



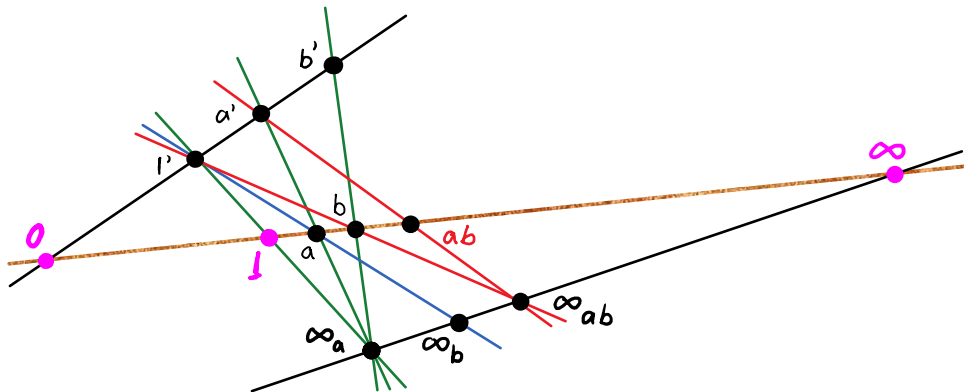
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



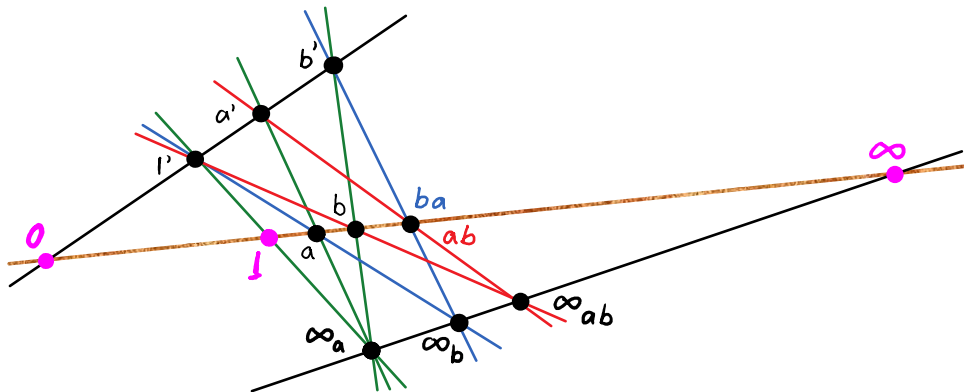
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



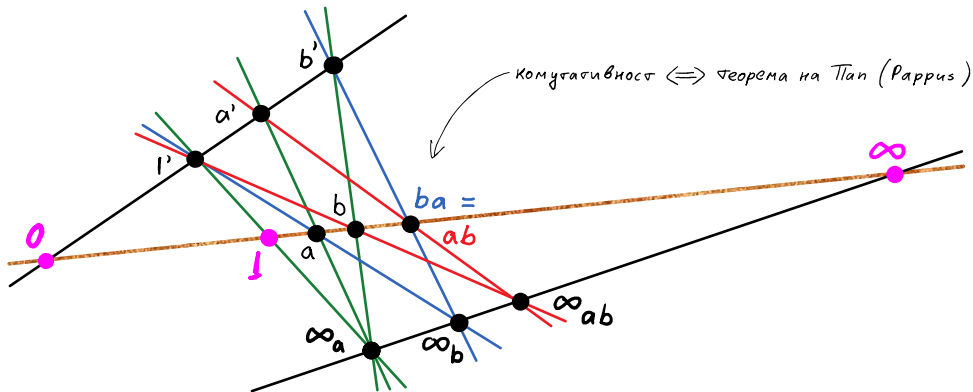
8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Например, умножението :



8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}.i$ - комплексни числа

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

- Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}.i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}.j$ - кватерниони / quaternions

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}.i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}.j$ - кватерниони / quaternions

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}.i$ - октониони / octonions

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}.i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}.j = \mathbb{R} + \mathbb{R}.i + \mathbb{R}.j + \mathbb{R}.ij$ - кватерниони / quaternions

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}.l = \mathbb{R} + \mathbb{R}.i + \mathbb{R}.j + \mathbb{R}.l + \dots + \mathbb{R}.ijl$ - октониони / octonions

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}j = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}ij$ - кватерниони / quaternions

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}l = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}l + \dots + \mathbb{R}ijl$ - октониони / octonions

} комутативни, асоциативни

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}j = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}ij$ - кватерниони / quaternions, некомутиративни, асоц.

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}l = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}l + \dots + \mathbb{R}ijl$ - октониони / octonions

} комутативни, асоциативни

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}j = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}ij$ - кватерниони / quaternions, некомутиативни, асоц.

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}l = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}l + \dots + \mathbb{R}ijl$ - октониони / octonions, неасоц.

} комутативни, асоциативни

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}j = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}ij$ - кватерниони / quaternions, некомутиативни, асоц.

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}l = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}l + \dots + \mathbb{R}ijl$ - октониони / octonions, неасоц.

- Системите от ниво ≥ 4 имат винаги асоциативни числови системи.

} комутиативни, асоциативни

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

● Основни геометрични факти

- Системите от ниво 2, т.е., "бит" имат геометрична (проективна) размерност 1, т.е. са проективни линии. Те нямат обаче достатъчна геометрична свобода, за да бъдат класифицирани
- Системите от ниво 3 са двумерни проективни геометрии. Те имат достатъчно геометрично пространство за да се конструира числова система. В непрекъснатия случай възможностите са:

$\mathbb{R}$ - реални числа

$\mathbb{C} = \mathbb{R} + \mathbb{R}i$ - комплексни числа

$\mathbb{H} = \mathbb{C} + \mathbb{C}j = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}ij$ - кватерниони / quaternions, некомутиативни, асоц.

$\mathbb{O} = \mathbb{H} + \mathbb{H}l = \mathbb{R} + \mathbb{R}i + \mathbb{R}j + \mathbb{R}l + \dots + \mathbb{R}ijl$ - октониони / octonions, неасоц.

} комутиативни, асоциативни

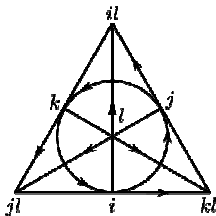
- Системите от ниво ≥ 4 имат винаги асоциативни числови системи.

- В информатиката обаче ние се интересуваме и от изчислителни числови системи.

8. Структура на неприводимите системи - геометризация

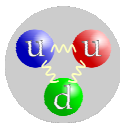
- Една от научните моди в последните години:

Octonions



Fano plane

Quarks, Leptons and The Standard Model



A proton is composed of two up quarks, one down quark, and the gluons that mediate the forces "binding" them together.

9. Допълнителна литература

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/Talk_on_Quantum_Logic/Birkhoff_G.,_von%20Neumann_J.,_The_Logic_of_Quantum_Mechanics,_Ann_Math_2nd_Ser_v37_No4_\(1936\)_pp823-843_cropped.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/Talk_on_Quantum_Logic/Birkhoff_G.,_von%20Neumann_J.,_The_Logic_of_Quantum_Mechanics,_Ann_Math_2nd_Ser_v37_No4_(1936)_pp823-843_cropped.pdf)

THE LOGIC OF QUANTUM MECHANICS

BY GARRETT BIRKHOFF AND JOHN VON NEUMANN

(Received April 4, 1936)

ANNALS OF MATHEMATICS
Vol. 37, No. 4, October, 1936



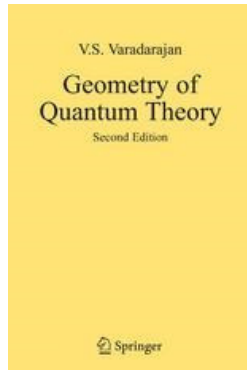
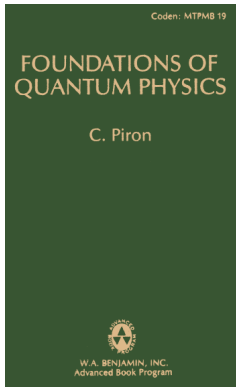
Garrett Birkhoff
(1911 – 1996)



John von Neumann
(1903 – 1957)

9. Допълнителна литература

- http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/literature/Piron_C.,_Foundations_Of_Quantum_Physics_cropped.pdf



http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/literature/Varadarajan_V.S.,_Geometry_of_Quantum_Theory_cropped.pdf

9. Допълнителна литература

- Теория на решетките

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/literature/Birkhoff_G.,_Lattice_Theory_cropped.pdf



1st ed – 1940

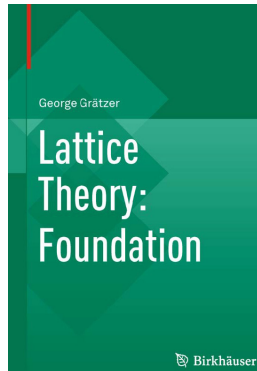
2nd ed - 1948

3d ed – 1973

1st ed – 1978

.....

2010

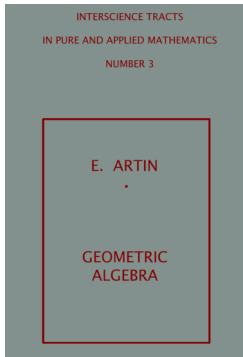


http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/literature/Gratzer_G.,_Lattice_theory_Foundation_cropped.pdf

9. Допълнителна литература

• Проективна геометрия

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/Talk_on_Quantum_Logic/Artin E., Geometric Algebra cropped.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/Talk_on_Quantum_Logic/Artin_E.,_Geometric_Algebra_cropped.pdf)



CHAPTER II

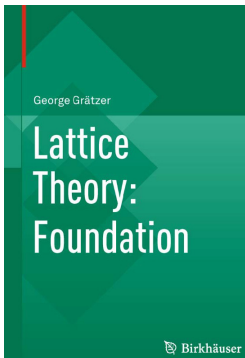
Affine and Projective Geometry

1. Introduction and the first three axioms	51
2. Dilatations and translations	54
● 3. Construction of the field	58
● 4. Introduction of coordinates	63
5. Affine geometry based on a given field	66
● 6. Desargues' theorem	70
● 7. Pappus' theorem and the commutative law	73
8. Ordered geometry	75
9. Harmonic points	79
10. The fundamental theorem of projective geometry	85
11. The projective plane	98

9. Допълнителна литература

• Проективна геометрия

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/Talk_on_Quantum_Logic/Gratzer_G.,_Lattice_theory_Foundation_cropped.pdf



Complemented Modular Lattices	373
5.1 Congruences	373
5.2 Modular geometric lattices	373
5.3 Projective spaces	375
5.4 The lattice $PG(D, \mathfrak{m})$	378
5.5 Desargues' Theorem	379
5.6 Arguesian lattices	383
• 5.7 The Coordinatization Theorem	384
5.8 Frink's Embedding Theorem	387
5.9 A weaker version of the arguesian identity	390
5.10 Projective planes	392

10. Най-важното от квантово-логическия подход

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията ρ ($\in States$) са функции върху събитията

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- $\mathcal{E}vents$ е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in \mathcal{S}tates$ са вероятностни функции върху събитията $P \in \mathcal{E}vents$

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- $\mathcal{E}vents$ е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in \mathcal{S}tates$ са вероятностни функции върху събитията $P \in \mathcal{E}vents$
 $\rho(1) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- $\mathcal{E}vents$ е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in \mathcal{S}tates$ са вероятностни функции върху събитията $P \in \mathcal{E}vents$
 $\rho(1) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(I) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(1) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(1) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- $\mathcal{E}vents$ е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in \mathcal{S}tates$ са вероятностни функции върху събитията $P \in \mathcal{E}vents$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\wedge, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: О е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.
- Съвместни (комутираци) събития = такива, които $\subseteq$ в общ експеримент

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\perp, \vee, \wedge$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.
- Съвместни (комутиращи) събития = такива, които $\subseteq$ в общ експеримент
- Няколко събития са съвместни $\Leftrightarrow$ те са две по две съвместни

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\perp, \vee, \wedge$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.
- Съвместни (комутиращи) събития = такива, които $\subseteq$ в общ експеримент
- Няколко събития са съвместни $\Leftrightarrow$ те са две по две съвместни
- Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$.

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\perp, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.
- Съвместни (комутиращи) събития = такива, които $\subseteq$ в общ експеримент
- Няколко събития са съвместни $\Leftrightarrow$ те са две по две съвместни
- Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$.
- Експеримент (= булева подалгебра) $\Leftrightarrow$ разбиване на $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\perp, \vee, \perp$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: 0 е от ниво 0 , елементарните събития са от ниво 1 , ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.
- Съвместни (комутиращи) събития = такива, които $\subseteq$ в общ експеримент
- Няколко събития са съвместни $\Leftrightarrow$ те са две по две съвместни
- Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$.
- Експеримент (= булева подалгебра) $\Leftrightarrow$ разбиване на $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$ където $Q_1, \dots, Q_n$ се явяват елементарните събития на експеримента

10. Най-важното от квантово-логическия подход

- Events е орто-решетка ($\perp, \vee, \wedge$ - без дистрибутивност)
- Състоянията $\rho \in States$ са вероятностни функции върху събитията $P \in Events$
 $\rho(\hat{1}) = 1$, $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \setminus P)$, за $P \leq Q$ ($Q \setminus P := Q \wedge P^\perp$)
- Смес на състояния. Чисти състояния
- Ниво на събитие: $\hat{0}$ е от ниво 0, елементарните събития са от ниво 1, ниво на $\hat{1} =:$ ранг на системата = максималния брой алтернативи в експериментите.
- Експеримент е булева подалгебра.
- Съвместни (комутиращи) събития = такива, които $\subseteq$ в общ експеримент
- Няколко събития са съвместни $\Leftrightarrow$ те са две по две съвместни
- Дизюнктивни събития. Дизюнктивни разбивания $P = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$.
- Експеримент (= булева подалгебра) $\Leftrightarrow$ разбиване на $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_n$ където $Q_1, \dots, Q_n$ се явяват елементарните събития на експеримента
- Максимален експеримент $\Leftrightarrow$ такъв за който елементарните му събития са елементарни за цялата система