

КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА, ЛЕКЦИЯ 12 / 5.01.2022

ПЛАН

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. ...

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. ...



Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика". Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

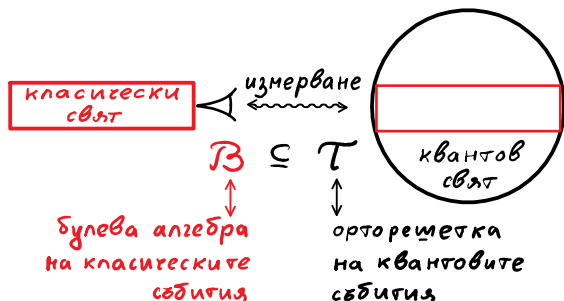
- **Най-напред се оформя алгебричния подход в работи, като например, тези на Дирак и фон Нойман**
[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_\(Fourth_Edition,_Revised\).pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_(Fourth_Edition,_Revised).pdf)
[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/von_Neumann,_J._\(Wheeler,_Nicholas_A._\(ed.\)\),_Mathematical_foundations_of_quantum_mechanics.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/von_Neumann,_J._(Wheeler,_Nicholas_A._(ed.)),_Mathematical_foundations_of_quantum_mechanics.pdf)
- **След това се оформя и "квантово-логическия" подход в работи на фон Нойман и Биркхоф, ..., Пирон**
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Piron_C.,_Foundations_Of_Quantum_Physics.pdf.pdf
Въпреки, че този подход изхожда от много по-слаби аксиоматични предположения той достига по същество до същите резултати.

Тук ще представим най-отличителните моменти на квантовата статистика, както и ще обзор на някои от изследователските направления на квантовата информатика.

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател", посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).

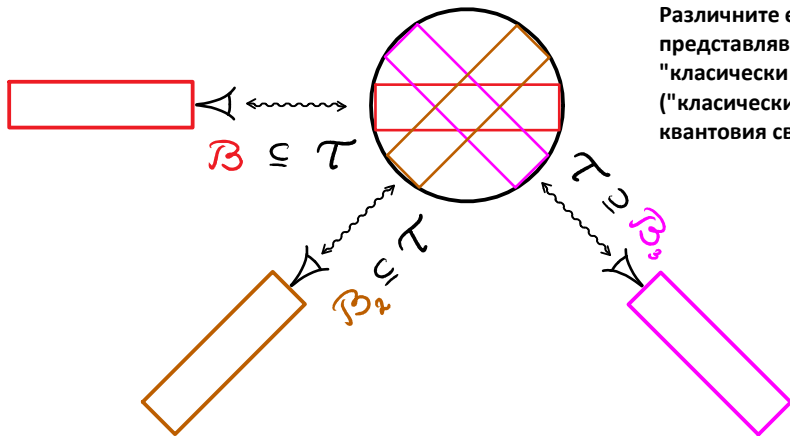
измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).

В класическата физика измерването е "безобидно".



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

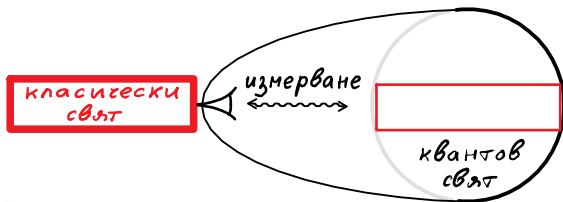
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

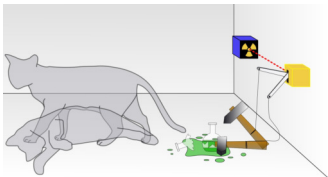
"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?



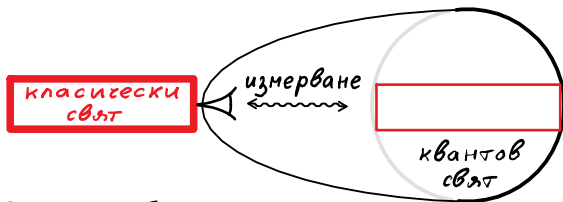
По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

Ако го няма обаче получаваме парадокси, като този с котката на Шрьодингер", която е в чисто състояние на суперпозиция на "жива" и "умряла".

Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес. Винаги обаче ще остане класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

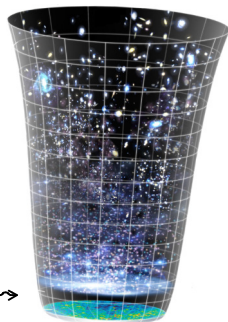


Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

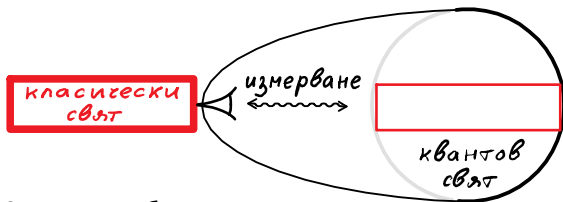
1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.
Как е станала "проекцията"?



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

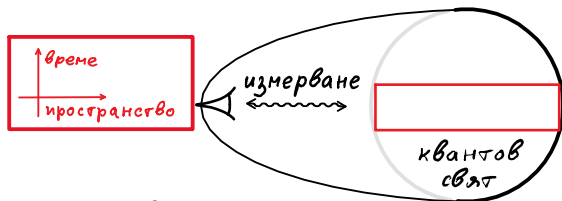
Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.
Как е станала "проекцията"?

В случая, цялата вселена се оказва в положението на "котката на Шрьодингер"



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:

постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

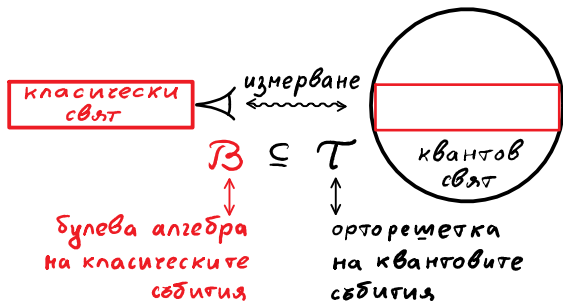
Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

И все пак, за да стигнем до условията на "квантова гравитация" ние трябва да постигнем енергии от порядъка на около 10^{15} пъти по-големи от най-високите енергии достъпни на човека.

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. ...

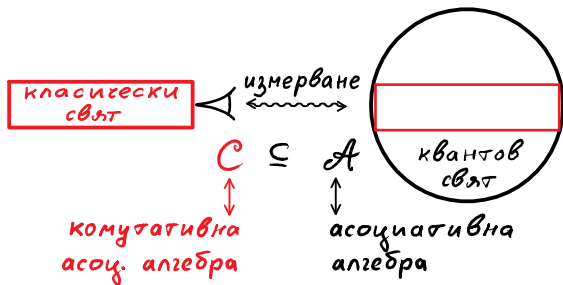
"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **логическия** подход страната на наблюдателя се определя от **орто-решетката на събитията**



"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **алгебричния** подход страната на наблюдателя се определя от **алгебрата на наблюдаемите**



Състоянията на системата се определят, като **"вероятностния отклик"** на системата при нашите измервания.

От тук в частност следва, че състоянията са такива функции върху алгебрата на наблюдаемите, които след ограничение до всяка комутативна подалгебра могат да се интерпретират, като средни стойности на наблюдаеми в класическа статистика.

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества

Булеви алгебри

Комутативни алгебри

$$\mathcal{S} \longmapsto \mathcal{P}(\mathcal{S}) \cong 2^{\mathcal{S}} \longmapsto \mathbb{C}^{\mathcal{S}} \equiv \text{Func}_{\mathbb{C}}(\mathcal{S})$$

$$\begin{array}{c} \mathcal{S}_1 \\ \downarrow f \\ \mathcal{S}_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \mathcal{P}(\mathcal{S}_1) \cong 2^{\mathcal{S}_1} \\ \uparrow f^* \\ \mathcal{P}(\mathcal{S}_2) \cong 2^{\mathcal{S}_2} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Func}_{\mathbb{C}}(\mathcal{S}_1) \\ \uparrow f^* \\ \text{Func}_{\mathbb{C}}(\mathcal{S}_2) \end{array}$$

където:

PULLBACK

$$\begin{array}{l} \text{за } \mathcal{S} \subseteq \mathcal{S}_2 \\ f^*(\mathcal{S}) := f^{-1}(\mathcal{S}) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{за } A: \mathcal{S}_2 \rightarrow \mathbb{C} \\ f^*(A) := A \circ f \end{array}$$

Забележете, че

$$f^*(\chi_{\mathcal{S}}) \equiv \chi_{f^{-1}(\mathcal{S})} \equiv \chi_{f^*(\mathcal{S})}$$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества

Булеви алгебри

Комутативни алгебри

$$S \mapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^S \mapsto \mathcal{C}^S \equiv \text{Func}_{\mathcal{C}}(S)$$

$$\begin{array}{c} S_1 \\ \downarrow f \\ S_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \uparrow f^* \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{Func}_{\mathcal{C}}(S_1) \\ \uparrow f^* \\ \text{Func}_{\mathcal{C}}(S_2) \end{array}$$

"Категориите" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията и клас на морфизмите на категорията. Горните съответствия между различни категории са примери за т.нар. "функтори на категории" (<https://en.wikipedia.org/wiki/Functor>).

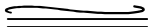
Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества

Комутативни алгебри

FinSet



FinComAlg ^{opposite}

На тази еквивалентност (в малко по-общ вид) се основава "алгебричната геометрия" / "algebraic geometry".

Ако заменим категорията на комутативните алгебри с некомутиативните - получаваме т.нар. "некомутиативна геометрия" / "non-commutative geometry". Във физиката това съответства на преход към "квантовия свят".

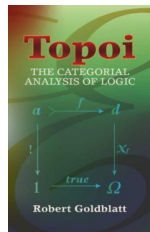
За съжаление, категорията на некомутиативните алгебри не е толкова богата, колкото категорията на множествата.

В последните десетилетия има опити към квантовия свят да се приложи обобщен вариант на категорията на множествата, наречен "теория на топосите" (topos theory).

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
- 3. Кратък увод в теорията на категориите**
и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. ...

[1984] **Topoi The Categorical Analysis of Logic**, Goldblatt R.

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/\[1984-Gol\]cr-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Gol]cr-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf)



CHAPTER 1. MATHEMATICS = SET THEORY? 6

1. Set theory 6
2. Foundations of mathematics 13
3. Mathematics as set theory 14

CHAPTER 2. WHAT CATEGORIES ARE 17

1. Functions are sets? 17
2. Composition of functions 20
3. Categories: first examples 23
4. The pathology of abstraction 25
5. Basic examples 26

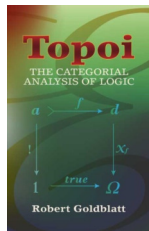
CHAPTER 3. ARROWS INSTEAD OF EPSILON 37

1. Monic arrows 37
2. Epic arrows 39
3. Iso arrows 39
4. Isomorphic objects 41
5. Initial objects 43
6. Terminal objects 44
7. Duality 45
8. Products 46
9. Co-products 54
10. Equalisers 56
11. Limits and co-limits 58
12. Co-equalisers 60
13. The pullback 63
14. Pushouts 68
15. Completeness 69
16. Exponentiation 70

Това покрива материала по т.нар. "декартово затворени категории" (Cartesian Closed Categories / CCC). Те съответстват на т.нар. "логика от първи ред" и също имат съответствие в базисното "типично λ -смятане."

[1984] **Topoi The Categorical Analysis of Logic**, Goldblatt R.

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/\[1984-Gol\]cr-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Gol]cr-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf)



CHAPTER 4.

INTRODUCING TOPOI 75

1. Subobjects 75

2. Classifying subobjects 79

3. Definition of topos 84

4. First examples 85

5. Bundles and sheaves 88

6. Monoid actions 100

7. Power objects 103

8. Ω and comprehension 107

Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции". В теория на категориите това води до понятието за топос (topos).

В теорията на топосите се показва, че е достатъчно да се потопи вътрешно понятието за "под-обекти", което води до т.нар. "класификатор на подобекти" Ω .

В категорията на множествата, която е пример за топос, $\Omega = \{0,1\}$. Тоест, това е категорния аналог на понятието "бит". От гледна точка на теорията на типовете и λ -смятане на Ω съответства нов тип - "Bool".

[1984] Topoi The Categorical Analysis of Logic, Goldblatt R.

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/\[1984-Gol\]\[cr\]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Gol][cr]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf)

CHAPTER 1.**MATHEMATICS = SET THEORY? 6**

1. Set theory 6
2. Foundations of mathematics 13
3. Mathematics as set theory 14

CHAPTER 2.**WHAT CATEGORIES ARE 17**

1. Functions are sets? 17
2. Composition of functions 20
3. Categories: first examples 23
4. The pathology of abstraction 25
5. Basic examples 26

CHAPTER 3.**ARROWS INSTEAD OF EPSILON 37**

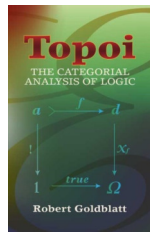
1. Monic arrows 37
2. Epic arrows 39
3. Iso arrows 39
4. Isomorphic objects 41
5. Initial objects 43
6. Terminal objects 44
7. Duality 45
8. Products 46
9. Co-products 54
10. Equalisers 56
11. Limits and co-limits 58
12. Co-equalisers 60
13. The pullback 63
14. Pushouts 68
15. Completeness 69
16. Exponentiation 70

CHAPTER 4.**INTRODUCING TOPOI 75**

1. Subobjects 75
2. Classifying subobjects 79
3. Definition of topos 84
4. First examples 85
5. Bundles and sheaves 88
6. Monoid actions 100
7. Power objects 103
8. Ω and comprehension 107

[1984] **Topoi The Categorical Analysis of Logic**, Goldblatt R.

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/\[1984-Gol\]\[cr\]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Gol][cr]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf)



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathcal{C}$ comprises

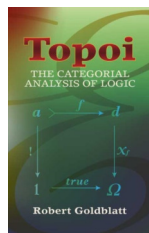
- (1) a collection of things called $\mathcal{C}$ -objects;
- (2) a collection of things called $\mathcal{C}$ -arrows;
- (3) operations assigning to each $\mathcal{C}$ -arrow f a $\mathcal{C}$ -object $\text{dom } f$ (the “domain” of f) and a $\mathcal{C}$ -object $\text{cod } f$ (the “codomain” of f). If $a = \text{dom } f$ and $b = \text{cod } f$ we display this as

$$f: a \rightarrow b \quad \text{or} \quad a \xrightarrow{f} b;$$

- (4) an operation assigning to each pair $\langle g, f \rangle$ of $\mathcal{C}$ -arrows with $\text{dom } g = \text{cod } f$, a $\mathcal{C}$ -arrow $g \circ f$, *the composite of f and g* , having $\text{dom}(g \circ f) = \text{dom } f$ and $\text{cod}(g \circ f) = \text{cod } g$, i.e. $g \circ f: \text{dom } f \rightarrow \text{cod } g$, and such that the following condition obtains:

[1984] **Topoi The Categorical Analysis of Logic**, Goldblatt R.

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/\[1984-Gol\]\[cr\]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Gol][cr]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf)



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathcal{C}$ comprises

(4) an operation assigning to each pair $\langle g, f \rangle$ of $\mathcal{C}$ -arrows with $\text{dom } g = \text{cod } f$, a $\mathcal{C}$ -arrow $g \circ f$, *the composite of f and g* , having $\text{dom}(g \circ f) = \text{dom } f$ and $\text{cod}(g \circ f) = \text{cod } g$, i.e. $g \circ f : \text{dom } f \rightarrow \text{cod } g$, and such that the following condition obtains:

Associative Law: Given the configuration

$$a \xrightarrow{f} b \xrightarrow{g} c \xrightarrow{h} d$$

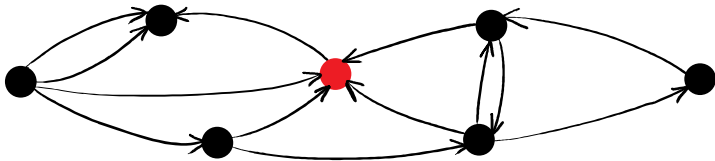
of $\mathcal{C}$ -objects and $\mathcal{C}$ -arrows then $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

(5) an assignment to each $\mathcal{C}$ -object b of a $\mathcal{C}$ -arrow $1_b : b \rightarrow b$, called *the identity arrow on b* , such that

Identity Law: For any $\mathcal{C}$ -arrows $f : a \rightarrow b$ and $g : b \rightarrow c$

$$1_b \circ f = f, \quad \text{and} \quad g \circ 1_b = g$$

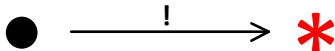
Идейно, при категорния подход обектите с тяхната структура се задават не сами по себе си, а в отношението спрямо останалите обекти, посредством стрелките ("трансформациите") между тях.



Аналогично, всяка стрелка се определя не сама себе си, а посредством структурата на абстрактните композиции между тях.

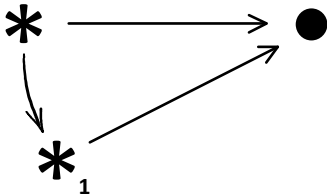
Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеристика:



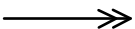
от всеки обект него към има
точно една стрелка.
Наричат се терминални обекти.

- "елемент" на обект е всяка стрелка към него идваща от терминален обект:



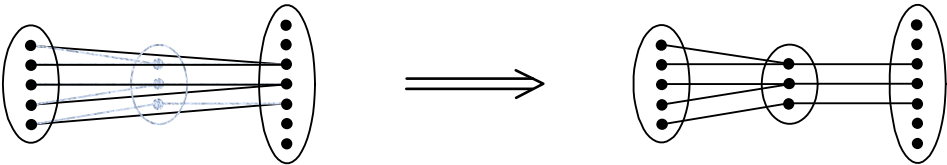
като такива два елемента се
отъждествяват.

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция 
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция 
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост 
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \longrightarrow \gg \bullet \rhd \longrightarrow \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

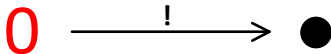


В теорията на категориите възниква следното понятие за **"дуалност"**:

това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

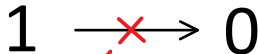
Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):



В категорията на множествата: $0 = \emptyset$ - празното множество.

Припомняме, че за всяко множество S съществува единствена функция от празното множество към него, $\emptyset \rightarrow S$, което е "празната функция". В обратната посока обаче, функция $S \rightarrow \emptyset$ може да има само, ако S е също празно!

Лесно се доказва, че за категория, в която съществува стрелка:



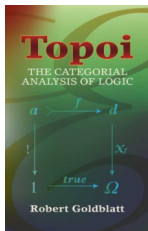
следва, че всички стрелки са изо-стрелки, т.е., всички обекти са изоморфни и то по единствен



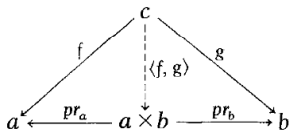
нетривиалност

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)



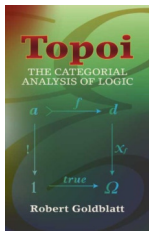
DEFINITION. A *product* in a category $\mathcal{C}$ of two objects a and b is a $\mathcal{C}$ -object $a \times b$ together with a pair $(pr_a : a \times b \rightarrow a, pr_b : a \times b \rightarrow b)$ of $\mathcal{C}$ -arrows such that for *any* pair of $\mathcal{C}$ -arrows of the form $(f : c \rightarrow a, g : c \rightarrow b)$ there is exactly one arrow $\langle f, g \rangle : c \rightarrow a \times b$ making



commute, i.e. such that $pr_a \circ \langle f, g \rangle = f$ and $pr_b \circ \langle f, g \rangle = g$. $\langle f, g \rangle$ is the *product arrow* of f and g with respect to the *projections* pr_a, pr_b .

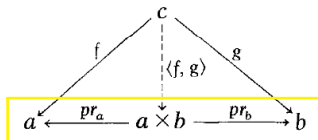
Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)



В категорията на множествата, обектите-произведения са декартовите произведения на множества и те имат самостоятелен смисъл и в тяхната конструкция са "вградени" изходните множества.

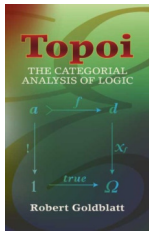
От гледна точка на теория на категориите обектът-произведение няма нито самостоятелен смисъл и конструкция.



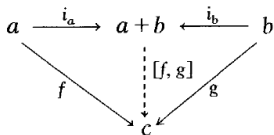
Обектите-произведения имат смисъл и еднозначност (с точност до единствен изоморфизъм) единствено, когато са взети заедно с "привързващите" ги стрелки pr_a и pr_b .

Последен пример:

- обект-ко-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.9. Co-products, p. 54)



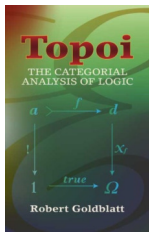
Дуалното понятие на произведението е ко-произведението:



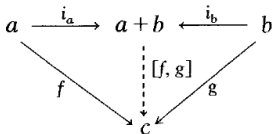
В категорията на множествата ко-произведението е дизюнктивното обединение.

Последен пример:

- обект-ко-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.9. Co-products, p. 54)



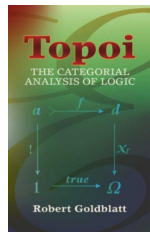
DEFINITION A *co-product* of $\mathcal{C}$ -objects a and b is a $\mathcal{C}$ -object $a + b$ together with a pair $i_a : a \rightarrow a + b$, $i_b : b \rightarrow a + b$ of $\mathcal{C}$ -arrows such that for any pair of $\mathcal{C}$ -arrows of the form $(f : a \rightarrow c, g : b \rightarrow c)$ there is exactly one arrow $[f, g] : a + b \rightarrow c$ making



commute, i.e. such that $[f, g] \circ i_a = f$ and $[f, g] \circ i_b = g$.

[1984] **Topoi The Categorical Analysis of Logic**, Goldblatt R.

[http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/\[1984-Gol\]\[cr\]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf](http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Gol][cr]-Topoi-The_Categorical_Analysis_of_Logic_By-Goldblatt_R.pdf)



CHAPTER 1.		CHAPTER 9.	
MATHEMATICS = SET THEORY?	6	FUNCTORS	194
CHAPTER 2.		CHAPTER 10.	
WHAT CATEGORIES ARE	17	SET CONCEPTS AND VALIDITY	211
CHAPTER 3.		CHAPTER 11.	
ARROWS INSTEAD OF EPSILON	37	ELEMENTARY TRUTH	230
CHAPTER 4.		CHAPTER 12.	
INTRODUCING TOPOI	75	CATEGORIAL SET THEORY	289
CHAPTER 5.		CHAPTER 13.	
TOPOS STRUCTURE: FIRST STEPS	109	ARITHMETIC	332
CHAPTER 6.		CHAPTER 14.	
LOGIC CLASSICALLY CONCEIVED	125	LOCAL TRUTH	359
CHAPTER 7.		CHAPTER 15.	
ALGEBRA OF SUBOBJECTS	146	ADJOINTNESS AND QUANTIFIERS	438
CHAPTER 8.		CHAPTER 16.	
INTUITIONISM AND ITS LOGIC	173	LOGICAL GEOMETRY	458
		REFERENCES	521

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,

By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,

By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

функционален програмен език $\Leftrightarrow$ **категория** (декартово затворена), при което

типове данни $\Leftrightarrow$ обекти на категорията

функции между типове данни $\Leftrightarrow$ стрелки между обекти на категорията

константи на типове данни $\Leftrightarrow$ елементи на обекти, $1 \rightarrow a$

Всяка стрелка $a \rightarrow b$ трансформира елементите посредством композицията:



Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Допълнителна литература:

[1986-LJ] ***Introduction to Higher-Order Categorical Logic***, J. Lambek, P. J. Scott, (1986)

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-LS_cr.pdf

[1991-P] ***Basic Category Theory for Computer Scientists***, Pierce B.C.

<http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1991-P.pdf>

[1995-AL] ***Categories Types and Structures.***

An Introduction to Category Theory for the working computer scientist, Asperti A., Longo G.

<http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1995-AL.pdf>

[1997-S] ***Functionality, polymorphism, and concurrency: a mathematical investigation of programming paradigms.***

Peter Selinger, Ph.D. Thesis, University of Pennsylvania (1997), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/1997-S_cr.pdf

[1998-AG] ***The optimal implementation of functional programming languages***, Asperti A., Guerrini S.

<http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1998-AG.pdf>

[2012-BW] ***Category theory for computing science***, Barr M., Wells C.

<http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2012-BW.pdf>

[2018-S1] **Category-theoretic Structure for Independence and Conditional Independence**, By Alex Simpson,

El.Not.Theor.Comp.Sci., Vol. 336, 2018, pp. 281-297, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-S1_cr.pdf

Едно от главните приложения на теорията на категориите е, че тя служи, като мост за връзка и пренасяне на понятия между различни области.

В последните десетилетия се развива категорен подход към основите на квантовата теория и заедно с това, и към квантовите изчисления и алгоритми:

[1995-AC] A Sheaf Model for Intuitionistic Quantum Mechanics, M. Adelman and J. V. Corbett,
App. Categor. Struc. 3: 79-104, (1995) <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1995-AC.pdf>

[2008-DI] A topos foundation for theories of physics, A. Döring and C. J. Isham, JMP. 49, (2008)

I. Formal languages for physics, <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-1.pdf>

II. Daseinisation and the liberation of quantum theory, <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-2.pdf>

III. The representation of physical quantities with arrows, <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-3.pdf>

IV. Categories of systems, <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-4.pdf>

[2011-DI] "What is a Thing?": Topos Theory in the Foundations of Physics, A. Döring and C. J. Isham,
<http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2011-DI.pdf>, Chapter 13 in, New Structures for Physics: <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2011-C.pdf>

[2013-ZK] A Categorical Semantic Representation of Quantum Event Structures, Zafiris E., Karakostas V.,
Found. Phys.(2013) , <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2013-ZK.pdf>

В последните десетилетия се развива категорен подход към основите на квантовата теория и заедно с това, и към квантовите изчисления и алгоритми:

[2013-F] ***A First Course in Topos Quantum Theory***, Flori C.,

Lecture Notes in Physics 944 (2018), <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2018-F.pdf>

Review of the topos approach to quantum theory, Flori C.,

Can. J. Phys. 91: 471–473 (2013), <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2013-F1.pdf>

[2015-LDR] **Topos logic in measurement-based quantum computation**, Loveridge L., Dridi R., and Raussendorf R.,

Proc. R. Soc. A 471: 20140716 (2015), <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2015-LDR.pdf>

[2015-O_] ***Reality and Measurement in Algebraic Quantum Theory***, Masanao Ozawa at all.,

Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Volume 261, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2015-O_.pdf

[2017-L] ***Topos theory and quantum logic: From Classical Concepts to Operator Algebras***, Landsman K.,

Fundamental Theories of Physics 188 (2017), <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2017-L.pdf>

[2018-F] ***A Second Course in Topos Quantum Theory***, Flori C.,

Lecture Notes in Physics 944 (2018), <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2018-F.pdf>

[2018-RS] **A Categorical Model for a Quantum Circuit Description Language (Extended Abstract)**, Rios F., Selinger P.,

EPTCS 266, 2018, pp. 64-178, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-RS_cr.pdf

[2020-D] **A Critique of Topos Logic in Measurement-Based Quantum Computation**, Diephuis S.

Thesis report for the BSc Applied Physics and BSc Applied Mathematics, <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2020-D.pdf>

[2018-CCS] **Dagger linear logic for categorical quantum mechanics**, Robin Cockett, Cole Comfort, Priyaa V. Srinivasan, <http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2018-CCS.pdf>

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
- 4. Квантово програмиране**
5. ...

1) Обзори

https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_programming

[2021-GGA] **Quantum Programming Language: A Systematic Review of Research Topic and Top Cited Languages**, By Sunita Garhwal, Maryam Ghorani, Amir Ahmad, Archives of Computational Methods in Engineering (2021) http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2021-GGA_ar.pdf

2) Литература с преобладаващ акцент на квантово функционално програмиране и лямбда-смятане

[2020-CdV] **Full Abstraction for the Quantum Lambda-Calculus**, Pierre Clairambault, Marc de Visme, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2020-CdV.pdf>

[2019-S_] **A monadic semantics for quantum computing in an object oriented language**, By Samuel da Silva Feltosa, Juliana Kaizer Vizzottoa, Eduardo Kessler Pivetaa, Andre Rauber Du Boisb, Sci.Comp.P. (2019) http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2019-S_ar.pdf

[2019-S] **Mathematics Of Quantum Computing An Introduction**, By Wolfgang Scherer (2019), http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2019-S_ar.pdf

[2019-GMV] **Realizability in the Unitary Sphere**, By Alejandro Diaz-Caro, Mauricio Guillermo, Alexandre Miquel, Benoît Valiron, 2019 IEEE, http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2019-GMV_ar.pdf

[2019-DCDR] **Two linearities for quantum computing in the lambda calculus**, Alejandro Diaz-Caro, Gilles Dowek, Juan Pablo Rinaldi, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2019-DCDR.pdf>

[2019-Z] **Quantum Calculi: From Theory to Language Design**, Margherita Zorzi, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2019-Z.pdf>

[2018-R] **Formally Verified Quantum Programming**, Robert Rand, Dissertation, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2018-R.pdf>

[2018-S] **Practical Quantum Computing for Developers Programming Quantum Rigs in the Cloud using Python, Quantum Assembly Language and IBM QExperience**, By Vladimir Silva, (2018) http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2018-S_ar.pdf

[2018-CCCS] **From Reversible Programs to Univalent Universes and Back**, By Jacques Carette, Chao-Hong Chen, Vikraman Choudhury, Amir Sabry, ElNot.Theor.Comp.Sci., Vol. 336, (2018), pp. 5-25, http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2018-CCCS_ar.pdf

[2018-LMZ] **Enriching a Linear/Non-linear Lambda Calculus: A Programming Language for String Diagrams**, Bert Lindenhovius, Michael Mislove, Vladimir Zamdzhiy, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2018-LMZ.pdf>

[2017-YYW] **Invariants of quantum programs-characterisations and generation**, By Mingsheng Ying; Shenggang Ying, Xiaodi Wu, (2017) pp. 818-832, http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2017-YYW_ar.pdf

[2017-AD] **Lineal: A linear-algebraic Lambda-calculus**, Pablo Arrighi, Gilles Dowek. Logical Methods in Computer Science, Vol. 13(1:8)2017, pp. 1-33, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2017-AD.pdf>

[2016-Y] **Foundations of Quantum Programming**, Mingsheng Ying, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2016-Y.pdf>

[2016-CEH] **Logic and Algebraic Structures in Quantum Computing**, By Jennifer Chubb, Ali Eskandarian, Valentina Harizanov, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2016-CEH.pdf>

[2016-CW] **Von Neumann Algebras form a Model for the Quantum Lambda Calculus**, Kenta Cho, Abraham Westerbaan, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2016-CW.pdf>

[2015-DFL] **On Coincidence and Quantum Lambda Calculi**, Yuxin Deng, Yuan Feng, Ugo Dal Lago, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2015-DFL.pdf>

[2015-R] **Algebraic and Logical Methods in Quantum Computation**, By-Neil J. Ross, PhD-thesis, ArXiv:1510.02198, http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2015-R_ar.pdf

[2014-R] **A formalization of the Quipper quantum programming language**, Neil J. Ross, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2014-R.pdf>

[2014-PSV] **Applying Quantitative Semantics to Higher-Order Quantum Computing Language**, Michele Pagani, Peter Selinger, Benoît Valiron, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2014-PSV.pdf>

[2014-Z] **Programming Languages and Systems**, By- Shao, Z. (Ed.), Lect.Not.Comp.Sci. (2014), <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2014-Z.pdf>

[2014-A] **The dagger lambda calculus**, Philip Atezoglu, EPTCS 172, 2014, pp. 217-235, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2014-A.pdf>

[2012-M] **High-level Structures in Quantum Computing**, By-Jaroslaw A. Mischczak, http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2012-M_ar.pdf

[2012-V] **On Polymorphic Types with Enforceable Linearity for a Quantum Lambda Calculus**, Marco Voigt, Diplomarbeit, <http://theco.inria.fr/~mishra/q21/QProg/2012-V.pdf>

1) Обзори

https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_programming

[2021-GGA] **Quantum Programming Language: A Systematic Review of Research Topic and Top Cited Languages**, By Sunita Garhwal, Maryam Ghorani, Amir Ahmad, Archives of Computational Methods in Engineering (2021) <https://ojs.iaeng.org/IJCS/index.php/IJCS/article/view/2021-GGA-cr.pdf>

2) Литература с преобладаващ акцент на квантово функционално програмиране и лямбда-смятане

[2012-YFDL] **Quantum programming: From theories to implementation**, Mingsheng Ying, Yuan Feng, Run Yao Duan, Yangli Li, Chinese Science Bulletin 57(16) (2012), <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2012-YFDL-cr.pdf>

[2009-SV] **Quantum Lambda Calculus**, By-Peter Selinger, Benoit Vallon (2009), <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2009-SV-cr.pdf>

[2010-LMZ] **Quantum implicit computational complexity**, Ugo Dal Lago, Andrea Masini, Margherita Zorzi, Theoretical Computer Science 411 (2010) 377–409, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2010-LMZ-cr.pdf>

[2009-SI] **Semantic Techniques in Quantum Computation**, Gay Simon, Mackie Iain, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2009-SI-cr.pdf>

[2008-LMZ] **On a Measurement-Free Quantum Lambda Calculus with Classical Control**, Ugo Dal Lago, Andrea Masini, Margherita Zorzi, Under consideration for publication in Math. Struct. in Comp. Science <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2008-LMZ-cr.pdf>

[2008-Se] **On a Fully Abstract Model for a Quantum Linear Functional Language**, Peter Selinger, Electronic Notes in Theoretical Computer Science 210 (2008) 123–137, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2008-Se-cr.pdf>

[2008-S] **A Survey of Quantum Programming Languages - History, Methods, and Tools**, Donald A. Sofge, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2008-S-cr.pdf>

[2008-G] **An overview of QML with a concrete implementation in Haskell**, Jonathan Gratage, 0806.2735, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2008-G-cr.pdf>

[2007-S] **Automatic Quantum Computer Programming A Genetic Programming Approach**, By-Lee Spector (eds.), <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2007-S-cr.pdf>

[2006-SV] **A lambda calculus for quantum computation with classical control**, By-Peter Selinger and Benoit Vallon, Math.Struc.Comp.Sci., 16(3), 527 (2006), <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2006-SV-cr.pdf>

[2006-G] **A functional quantum programming language**, By-Jonathan James Gratage, BSc (Hons), thesis, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2006-G-cr.pdf>

[2006-AG] **SLIDES ON Functional Quantum Programming**, By-Thorsten Altenkirch, Jonathan Gratage, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2006-AG-cr.pdf>

[2005-AG] **A functional quantum programming language**, By-Thorsten Altenkirch and Jonathan Gratage, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2005-AG-cr1.pdf>

[2005-Z1] **Nondeterministic Quantum Programming**, By-Paolo Zuliani, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2005-Z1-cr.pdf>

[2005-Z] **Compiling quantum programs**, By-Paolo Zuliani, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2005-Z-cr.pdf>

[2004-S] **Towards a quantum programming language**, By-Peter Selinger, Math.Struc.Comp.Sci. 14(4) pp.527-586, 2004, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2004-S-cr.pdf>

[2004-vT] **A Lambda Calculus for Quantum Computation**, By-Andre van Tonder, SIAM J. COMPUT. Vol. 33, No. 5, pp. 1109–1135 (2004), <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2004-vT-cr.pdf> Brown preprint: BROWN-HET-1366, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2004-vT-cr.pdf>

[2004-FKS] **Linear Dependent Type Theory for Quantum Programming Languages**, By-Peng Fu, Kohel Kishida, Peter Selinger, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2004-FKS-cr.pdf>

[2000-SZ] **Quantum Programming**, By-J. W. Sanders and P. Zuliani, In: R. Backhouse and J. N. Oliveira (Eds.): MPC 2000, LNCS 1837, pp. 80–99, 2000, <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/2000-SZ-cr.pdf>

[1997-S] **Functionality, polymorphism, and concurrency: a mathematical investigation of programming paradigms**, By-Peter Selinger, Ph.D. Thesis, University of Pennsylvania (1997) <https://www.elsevier.com/locate/ymbsyn/1997-S-cr.pdf>

3) Допълнителни източници

Microsoft: Quantum computing

- Linear algebra for quantum computing

<https://docs.microsoft.com/en-us/quantum/overview/algebra-for-quantum-computing>

https://cds.cern.ch/record/1522001/files/978-1-4614-6336-8_BookBackMatter.pdf

<https://www.math.ubc.ca/%7Ecarrell/NB.pdf>

Quantum Computation Primer by Daniel Vaughan

<https://www.codeproject.com/Articles/5155638/Quantum-Computation-Primer-Part-1>

<https://www.codeproject.com/Articles/5160469/Quantum-Computation-Primer-Part-2>

<https://www.codeproject.com/Articles/5160472/Quantum-Computation-Primer-Part-3>

Learn Quantum Computation using Qiskit

<https://qiskit.org/>

<https://qiskit.org/textbook/preface.html>

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. ...