

КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА, ЛЕКЦИЯ 8 / 24.11.2021

Корекциите спрямо предходната версия са отразени в лилав цвят

1. Основни принципи на квантовата теория

1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преговор)

1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;

1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние ;

1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преборо)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.

1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.



1. Основни принципи на квантовата теория :

статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- **наблюдаема**, **събитие** – частен случай на наблюдаема;
- **състояние**;
- **измерване** на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и **вероятност** за това.

$\text{Prob}_\rho(Q) :=$ вероятност за настъпване (след измерване)
на събитие Q в състояние ρ



класическо измерване

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- **наблюдаема**, **събитие** – частен случай на наблюдаема;
- **състояние**;
- **измерване** на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и **вероятност** за това.

$P_{\text{гов}_r}(Q) :=$ вероятност за настъпване (след измерване)
на събитие Q в състояние r



Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- **наблюдаема**, **събитие** – частен случай на наблюдаема;
- **състояние**;
- **измерване** на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и **вероятност** за това.

$\text{Prob}_\rho(Q) := \text{вероятност за настъпване (след измерване)}$
на събитие Q в състояние ρ



- Възможни стойности на наблюдаема $A = \text{спектр}$, $\text{Spec } A$;
спектъра на събитие $e \subseteq \{0, 1\}$.

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- **наблюдаема**, **събитие** – частен случай на наблюдаема;
- **състояние**;
- **измерване** на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и **вероятност** за това.

$P_{\text{гов}_r}(Q) := \text{вероятност за настъпване (след измерване)}$
на събитие Q в състояние r



- Възможни стойности на наблюдаема $A = \text{спектр}$, **Срес A** ;
спектра на събитие $e \subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема A и число поражда събитие
" A приема стойност α след измерване " $\equiv$ " $A = \alpha$ "

- Възможни стойности на наблюдаема A = **спектр**, **$\text{Spes } A$** ;
спектра на събитие $e \subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема A и число поражда събитие
" A приема стойност α след измерване " $\equiv$ " $A = \alpha$ "

- Възможни стойности на наблюдаема $A = \text{спектр}, \text{Срес } A$;
спектра на събитие $e \subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема A и число поражда събитие
" A приема стойност α след измерване " $\equiv$ " $A = \alpha$ "
- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
" $Q = 0$ " $\equiv$ " $Q^\perp = 1$ " ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).

- Възможни стойности на наблюдаема $A = \text{спектр}, \text{Spec } A$;
спектра на събитие $e \subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема A и число поражда събитие
" A приема стойност α след измерване " $\equiv$ " $A = \alpha$ "
- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
" $Q = 0$ " $\equiv$ " $Q^\perp = 1$ " ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).
- Средна стойност на наблюдаема A при измерване в състояние ρ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \text{Spec } A} \alpha \cdot \text{Prob}_\rho \{ A = \alpha \}$$

- Възможни стойности на наблюдаема $A = \text{спектр}, \text{Spec } A$;
спектра на събитие $e \subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема A и число порожда събитие
" A приема стойност α след измерване " $\equiv$ " $A = \alpha$ "
- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
" $Q = 0$ " $\equiv$ " $Q^\perp = 1$ " ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).
- Средна стойност на наблюдаема A при измерване в състояние ρ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \text{Spec } A} \alpha \cdot \text{Prob}_\rho \{ A = \alpha \}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_\rho \equiv \text{Prob}_\rho(Q)$

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
 $"Q = 0" \equiv "Q^\perp = 1"$ ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).

- Средна стойност на наблюдаема A при измерване в състояние ρ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \mathcal{S}_{\text{res}} A} \alpha \cdot \text{Prob}_\rho \{A = \alpha\}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_\rho \equiv \text{Prob}_\rho(Q)$

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
 $"Q = 0" \equiv "Q^\perp = 1"$ ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).

- Средна стойност на наблюдаема A при измерване в състояние ρ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \text{Spec } A} \alpha \cdot \text{Prob}_\rho \{A = \alpha\}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_\rho \equiv \text{Prob}_\rho(Q)$

- Смес на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:

$$\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$$

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
 $"Q = 0" \equiv "Q^\perp = 1"$ ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).

- Средна стойност на наблюдаема A при измерване в състояние ρ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \text{Spec } A} \alpha \cdot \text{Prob}_\rho \{A = \alpha\}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_\rho \equiv \text{Prob}_\rho(Q)$

- Смес на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
 $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема A

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие Q , т.е., " $Q = 1$ ".
 $"Q = 0" \equiv "Q^\perp = 1"$ ($Q^\perp$ е отрицанието на Q).

- Средна стойност на наблюдаема A при измерване в състояние ρ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \text{Spec } A} \alpha \cdot \text{Prob}_\rho \{A = \alpha\}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_\rho \equiv \text{Prob}_\rho(Q)$

- Смес на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
 $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема A
- Чисто състояние = такова, което не може да бъде не тривиална смес (т.е., q_1 или $q_2 = 0$)

- **Смес** на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
 $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема A
- **Чисто състояние** = такова, което не може да бъде не тривиална смес (т.е., q_1 или $q_2 = 0$)

- **Смес** на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
 $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема A
- **Чисто състояние** = такова, което не може да бъде не тривиална смес (т.е., q_1 или $q_2 = 0$)
- **Експеримент** на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = твърдесовеното събитие = единичната наблюдаема):

- Смес** на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:

$$\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$$

, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема A
- Чисто състояние** = такова, което не може да бъде не тривиална смес (т.е., q_1 или $q_2 = 0$)
- Експеримент** на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = твърдесовеното събитие = единичната наблюдаема):

$$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m, Q_j \wedge Q_k = 0, Q_1, \dots, Q_n - \text{елементарни събития на експеримента}$$

- Смес** на състояния ρ_1 и ρ_2 с тегла $q_1, q_2 \in [0, 1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от :

$$\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$$

, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема A
- Чисто състояние** = такова, което не може да бъде не тривиална смес (т.е., q_1 или $q_2 = 0$)
- Експеримент** на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = твърдесовеното събитие = единичната наблюдаема):

$$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m, Q_j \wedge Q_k = 0, Q_1, \dots, Q_n - \text{елементарни събития на експеримента}$$
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са **съвместно измерими (съвместни)**.

- **Експеримент** на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = твърдестовеното събитие = единствената наблюдаема):
 $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m, Q_j \wedge Q_k = 0, Q_1, \dots, Q_n$ - елементарни събития на експеримента
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са **съвместно измерими** (**съвместни**).

- **Експеримент** на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = твърдестовеното събитие = единствената наблюдаема):
 $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m, Q_j \wedge Q_k = 0, Q_1, \dots, Q_m$ - елементарни събития на експеримента
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са **съвместно измерими** (**съвместни**).
- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.
 $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \alpha_j \neq \alpha_k, Q_j = \{A = \alpha_j\}, \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$
 $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m,$

- Експеримент** на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = твърдестовеното събитие = единствената наблюдаема):

$$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m, Q_j \wedge Q_k = 0, Q_1, \dots, Q_m - \text{елементарни събития на експеримента}$$
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са **съвместно измерими** (**съвместни**).
- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \alpha_j \neq \alpha_k, Q_j = \{A = \alpha_j\}, \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m,$$

- **Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{+} \dots \dot{+} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува **асоциативна $\ast$ -алгебра** с $\hat{1}, \mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A, (AB)^* = B^* A^*, (\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

$\mathcal{A}$ — алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{+} \dots \dot{+} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$ (самоспрегнатост)

има дистрибутивно и асоциативно произведение

$$A^{\ast\ast} = A, \quad (AB)^{\ast} = B^{\ast}A^{\ast}$$

$$(\alpha A + \beta B)^{\ast} = \bar{\alpha} A^{\ast} + \bar{\beta} B^{\ast}$$

$\mathcal{A}$ — алгебра на наблюдаемите

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{+} \dots \dot{+} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува асоциативна ~~*~~-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A, (AB)^* = B^* A^*$
 $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

$\mathcal{A}$ — алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{+} \dots \dot{+} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{1}, \mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{\ast\ast} = A, (AB)^{\ast} = B^{\ast}A^{\ast}$ алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

$$(\alpha A + \beta B)^{\ast} = \bar{\alpha} A^{\ast} + \bar{\beta} B^{\ast}$$

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A, (AB)^* = B^* A^*$

$(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

$\mathcal{A}$ — алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{+} \dots \dot{+} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува **асоциативна $\ast$ -алгебра** с $\hat{1}, \mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A, (AB)^* = B^* A^*$

$(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

- Всяка наблюдаема A отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

$$A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m, \quad \alpha_j \neq \alpha_k, \quad Q_j = \{A = \alpha_j\}, \quad \text{Spec } A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\hat{1} = Q_1 \dot{+} \dots \dot{+} Q_m,$$
- Функция** f ($f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на A) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \dots + f(\alpha_m) Q_m$
- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{1}, \mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{\ast\ast} = A, (AB)^{\ast} = B^{\ast}A^{\ast}$
 $(\alpha A + \beta B)^{\ast} = \bar{\alpha} A^{\ast} + \bar{\beta} B^{\ast}$

$\mathcal{A}$ — алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^{\ast} = Q = Q^2$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^\ast$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{\ast\ast} = A$, $(AB)^\ast = B^\ast A^\ast$
 $(\alpha A + \beta B)^\ast = \bar{\alpha} A^\ast + \bar{\beta} B^\ast$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^\ast = Q = Q^2$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

$(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)

$(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

$\rho: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^\ast$

има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{\ast\ast} = A$, $(AB)^\ast = B^\ast A^\ast$ алгебра на наблюдаемите (самоспрегнатост)

$(\alpha A + \beta B)^\ast = \bar{\alpha} A^\ast + \bar{\beta} B^\ast$
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^\ast = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

$\rho(\alpha A + \beta B) =$

$\alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$

$\rho: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$
 $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$
 $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$ $\rho(A^*A) \geq 0$ $\rho: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$
 $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$
 $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$ $\rho(A^*A) \geq 0$ $\rho(\hat{I}) = 1$ $\rho: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$

- Съществува асоциативна $\ast$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^\ast$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{\ast\ast} = A$, $(AB)^\ast = B^\ast A^\ast$
 $(\alpha A + \beta B)^\ast = \bar{\alpha} A^\ast + \bar{\beta} B^\ast$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^\ast = Q = Q^2$
- $\wp$ е състояние $\Leftrightarrow \wp$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$
 $\wp(\alpha A + \beta B) = \alpha \wp(A) + \beta \wp(B)$ $\wp(A^\ast A) \geq 0$ $\wp(\hat{I}) = 1$ $\wp: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$

- Съществува асоциативна $\neq$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
 $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$
 $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$ $\rho(A^*A) \geq 0$ $\rho(\hat{I}) = 1$ $\rho: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$
- Съвместно измерими наблюдаеми $A, B, \dots, C$ (в частност и събития)
 $\Leftrightarrow$ взаимно комутиращи: $AB = BA, \dots, AC = CA, \dots, BC = CB$.

- Съществува асоциативна $\times$ -алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
 $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$
 $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$ $\rho(A^*A) \geq 0$ $\rho(\hat{I}) = 1$
- Съвместно измерими наблюдаеми $A, B, \dots, C$ (в частност и събития)
 $\Leftrightarrow$ взаимно комутиращи: $AB = BA, \dots, AC = CA, \dots, BC = CB$.
- За съвместно измерими събития P, Q , логическите операции имат алгебричен израз:
 $P \wedge Q = PQ = QP$, $P \vee Q = P + Q - PQ$, $Q^\perp = \hat{I} - Q$

- Съществува асоциативна $\times$ -алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че A е наблюдаема $\Leftrightarrow A = A^*$
 има дистрибутивно и асоциативно произведение $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$ алгебра на наблюдаемите (самоспрежнатост)
 $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$
- Q е събитие $\Leftrightarrow Q^* = Q = Q^2$
- ρ е състояние $\Leftrightarrow \rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$
 $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$ $\rho(A^*A) \geq 0$ $\rho(\hat{1}) = 1$
- Съвместно измерими наблюдаеми $A, B, \dots, C$ (в частност и събития)
 $\Leftrightarrow$ взаимно комутиращи: $AB = BA, \dots, AC = CA, \dots, BC = CB$.
- За съвместно измерими събития P, Q , логическите операции имат алгебричен израз:
 $P \wedge Q = PQ = QP$, $P \vee Q = P + Q - PQ$, $Q^\perp = \hat{1} - Q$
 В частност, $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \dots \dot{\vee} Q_m \Leftrightarrow \begin{cases} Q_1 + \dots + Q_m = \hat{1} \\ Q_j Q_k = 0 \text{ за } j \neq k \end{cases}$

- Математически резултат класифицира:

- Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

• Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{c}
 k_1 \\
 k_2 \\
 \vdots \\
 k_m
 \end{array} \right\} \begin{array}{|c|c|c|c|}
 \hline
 \text{shaded } A_1 & 0 & \dots & 0 \\
 \hline
 0 & \text{shaded } A_2 & \dots & 0 \\
 \hline
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \hline
 0 & 0 & \dots & \text{shaded } A_m \\
 \hline
 \end{array} \\
 \left. \begin{array}{c} k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_m \end{array} \right\}
 \end{array}
 \quad =: \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m) \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{за } A_j \in \text{Mat}_{k_j}(\mathbb{C}) \\ \text{при } j = 1, \dots, m \end{array} \right\}$$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{l} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{array} \right\} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{шaded} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \text{шaded} & \dots & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & \dots & \text{шaded} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ k_1 \quad k_2 \quad k_m \end{array} \\
 \left. \begin{array}{l} \text{шaded} \\ \text{шaded} \\ \vdots \\ \text{шaded} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{шaded} \\ \text{шaded} \\ \vdots \\ \text{шaded} \end{array}
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{блочно-диагонална матрица} \\ \\ \\ \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \text{за } A_j \in \text{Mat}_{k_j}(\mathbb{C}) \\ \text{при } j = 1, \dots, m \end{array} \right\}$$

$\mathcal{A} = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m)$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{array} \right\} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{шрихован} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \text{шрихован} & \dots & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hline 0 & 0 & \dots & \text{шрихован} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_m \end{array} \\
 \left. \begin{array}{c} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_m \end{array} \right\} \begin{array}{c} \text{шрихован} \\ \text{шрихован} \\ \vdots \\ \text{шрихован} \end{array}
 \end{array}
 \quad \left. \begin{array}{l} \text{блочно-диагонална матрица} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{за } A_j \in \text{Mat}_{k_j}(\mathbb{C}) \\ \text{при } j = 1, \dots, m \end{array}$$

$\mathcal{A} = \text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m)$

за фиксирани набор $k_1, \dots, k_m \in \mathbb{N}$.

- Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

следа на матрица $\text{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \dots + a_{nn}$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

следа на
матрица

$$\text{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \dots + a_{nn}$$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_\rho) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

следа на матрица $\text{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \dots + a_{nn}$

Наблюдаемата $\hat{\rho}$ се нарича **матрица на плътността** на състоянието.

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

следа на матрица $\text{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \dots + a_{nn}$

Наблюдаемата $\hat{\rho}$ се нарича **матрица на плътността** на състоянието. В сила е, че $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ е матрица на плътността на състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho}$ е положително дефинитна матрица, $\text{Tr} \hat{\rho} = 1$.

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{J} \in \mathcal{A}$ ($\hat{J} = \hat{J}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_\rho) = \text{Tr} \hat{J} A.$$

следа на матрица $\text{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \dots + a_{nn}$

Наблюдаемата $\hat{J}$ се нарича **матрица на плътността** на състоянието. В сила е, че $\hat{J} \in \mathcal{A}$ е матрица на плътността на състояние $\Leftrightarrow \hat{J}$ е положително дефинитна матрица, $\text{Tr} \hat{J} = 1$.

Ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ е смес, то $\hat{J} = q_1 \hat{J}_1 + q_2 \hat{J}_2$.

$$\hat{J} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{J} = 1$$

Така, ρ е чисто $\Leftrightarrow \hat{J}$ е самоспрегната матрица от ранг = 1.

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{J} \in \mathcal{A}$ ($\hat{J} = \hat{J}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_\rho) = \text{Tr} \hat{J} A.$$

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

- Пълният размер $n = k_1 + \dots + k_m$ се нарича **ниво на системата**

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr} \hat{\rho} A.$$

- Пълният размер $n = k_1 + \dots + k_m$ се нарича **ниво на системата** и е = максималния брой алтернативи на експеримент.

● Математически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $\ast$ -алгебри са от вида $\mathcal{A} = \text{Mat}_{k_1, \dots, k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние ρ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ ($\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$), така че

$$\rho(A) (\equiv \langle A \rangle_{\rho}) = \text{Tr } \hat{\rho} A.$$

- Пълният размер $n = k_1 + \dots + k_m$ се нарича **ниво на системата** и е = максималния брой алтернативи на експеримент. Например, един максимален експеримент се определя от следното

разбиване на $\hat{1}$, което е максимално: $\hat{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

k_1	A_1	0	...	0
k_2	0	A_2	...	0
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	
k_m	0	0	...	A_m
	k_1	k_2		k_m

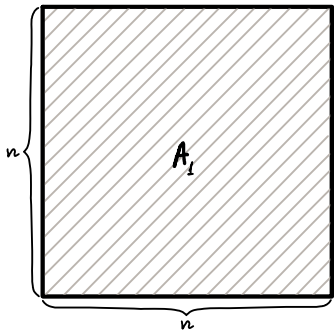
- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

1	a_1	0	0	...	0	0
1	0	a_2	0	...	0	0
1	0	0	a_3	...	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
1	0	0	0	...	a_{n-1}	0
1	0	0	0	...	0	a_n
	1	1	1		1	1

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

k_1	A_1	0	...	0
k_2	0	A_2	...	0
$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	
k_m	0	0	...	A_m
	k_1	k_2		k_m

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая



- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

1	a_1	0	0	...	0	0
1	0	a_2	0	...	0	0
1	0	0	a_3	...	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
1	0	0	0	...	a_{n-1}	0
1	0	0	0	...	0	a_n
	1	1	1		1	1

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебра на диагоналните матрици (блокове 1×1)

1	a_1	0	0	...	0	0
1	0	a_2	0	...	0	0
1	0	0	a_3	...	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
1	0	0	0	...	a_{n-1}	0
1	0	0	0	...	0	a_n
	1	1	1		1	1

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

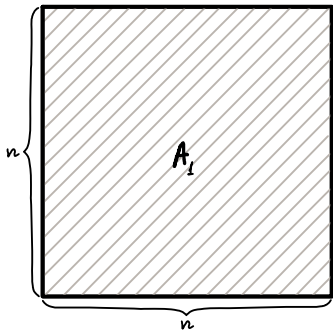
- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

1	a_1	0	0	...	0	0
1	0	a_2	0	...	0	0
1	0	0	a_3	...	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
1	0	0	0	...	a_{n-1}	0
1	0	0	0	...	0	a_n
	1	1	1		1	1

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **чисто квантови системи**, $m=1$, $k_1=n \Rightarrow$ алгебрата на всички $n \times n$ матрици (1 блок)

Това е "напълно" некомутативен случай.



• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

1	a_1	0	0	...	0	0
1	0	a_2	0	...	0	0
1	0	0	a_3	...	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
1	0	0	0	...	a_{n-1}	0
1	0	0	0	...	0	a_n
	1	1	1		1	1

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)

Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

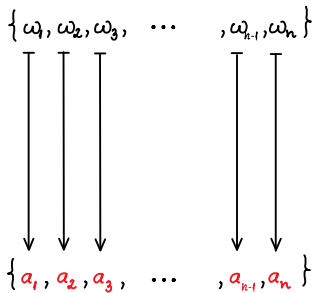
- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)

Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрат на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.



• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{C} & & \end{array}$$

A

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)

Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix} = \text{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)

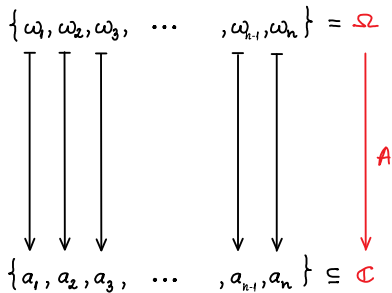
Това е единствения комутативен случай.

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = \text{Mat}_{1,\dots,1}(\mathbb{C})$

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix} = \text{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

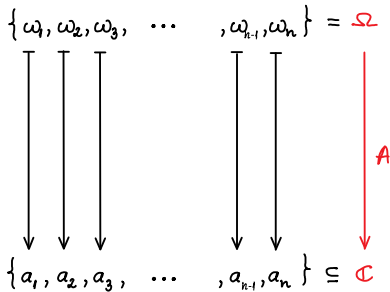
- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.



В този случай алгебрата $\mathcal{A} = \text{Mat}_{1, \dots, 1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $\ast$ -алгебра от функции
 $A: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ върху n -елементно Ω

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.



В този случай алгебрата $\mathcal{A} = \text{Mat}_{1, \dots, 1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $\ast$ -алгебра от функции

$A: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ върху n -елементно Ω

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

$$= \text{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = \text{Mat}_{1, \dots, 1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $\ast$ -алгебра от функции

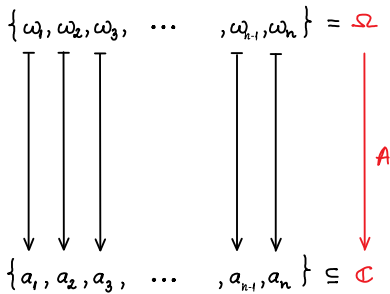
$\mathcal{A} : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ върху n -елементно Ω

Наистина, законите за **собиране** и **умножаване на диагонални матрици** съответстват на законите за **собиране и умножаване на функции (поелементно)**:

$$\text{diag}(a_1, \dots, a_n) + \text{diag}(b_1, \dots, b_n) = \text{diag}(a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n) \iff (A+B)(\omega_j) = A(\omega_j) + B(\omega_j)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.



В този случай алгебрата $A = \text{Mat}_{1, \dots, 1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $\ast$ -алгебра от функции
 $A: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ върху n -елементно Ω

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за **събиране и умножаване на функции (поелементно)**:

$$\text{diag}(a_1, \dots, a_n) + \text{diag}(b_1, \dots, b_n) = \text{diag}(a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n) \iff (A+B)(\omega_j) = A(\omega_j) + B(\omega_j)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

$$= \text{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

В този случай алгебрата $A = \text{Mat}_{1, \dots, 1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $\ast$ -алгебра от функции

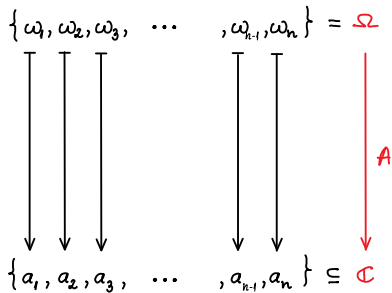
$A: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ върху n -елементно Ω

Наистина, законите за събиране и **умножаване на диагонални матрици** съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

$$\text{diag}(a_1, \dots, a_n) \times \text{diag}(b_1, \dots, b_n) = \text{diag}(a_1 \cdot b_1, \dots, a_n \cdot b_n) \iff (AB)(\omega_j) = A(\omega_j)B(\omega_j)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.



В този случай алгебрата $A = \text{Mat}_{1, \dots, 1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $\ast$ -алгебра от функции
 $A: \Omega \rightarrow \mathbb{C}$ върху n -елементно Ω

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и **умножаване на функции (поелементно)**:

$$\text{diag}(a_1, \dots, a_n) \times \text{diag}(b_1, \dots, b_n) = \text{diag}(a_1 \cdot b_1, \dots, a_n \cdot b_n) \iff (AB)(\omega_j) = A(\omega_j)B(\omega_j)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{C} & & \end{array}$$

A

В този случай също:

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

В този случай също:

$$A = A^* \iff \text{наблюдаема}$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

В този случай също:

$$A = A^* \iff \text{наблюдаема}$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$= \text{Spec } A = A(\Omega)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \dots, \omega_j, \dots, \omega_k, \dots, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \{0, \dots, 1, \dots, 1, \dots, 0\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

 χ_S


събитие

В този случай също:

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \dots, \omega_j, \dots, \omega_k, \dots, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ \{0, \dots, 1, \dots, 1, \dots, 0\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array} \quad \chi_S$$



събитие = характеристична функция
на подмножество $S \subseteq \Omega$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \dots, \omega_j, \dots, \omega_k, \dots, \omega_n\} = \Omega$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\{0, \dots, 1, \dots, 1, \dots, 0\} \subseteq \mathbb{R}$$

χ_S



събитие = характеристична функция
на подмножество $S \subseteq \Omega$

логически и алгебрични операции:

$$\chi_{S_1 \cap S_2} = \chi_{S_1} \chi_{S_2}$$

$$\chi_{S_1 \cup S_2} = \chi_{S_1} + \chi_{S_2} - \chi_{S_1} \chi_{S_2}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & & \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{C} & & \end{array}$$

A

В този случай също:

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \{p_1, p_2, p_3, & \dots & , p_{n-1}, p_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

$\Leftarrow$ състояние ρ

В този случай също:

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & & \omega_{n-1}, \omega_n & \} = \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ p_1, p_2, p_3, & \dots & & p_{n-1}, p_n & \} \subseteq \mathbb{R} \\ & & & & & & \subseteq [0,1] \end{array}$$

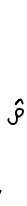
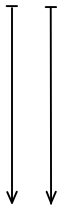
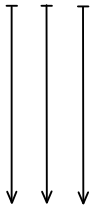
В този случай също:

$$\Longleftarrow \text{состояние } \rho \iff \begin{array}{l} \text{вероятностно} \\ \text{разпределение} \\ p_1 + \dots + p_n = 1 \end{array}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$



$$\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-1}, p_n\} \subseteq \mathbb{R} \\ \subseteq [0, 1]$$



состояние $\rho \Leftrightarrow$ вероятностно
разпределение
= матрицата на плет.

$$\underbrace{\text{Tr } \hat{\rho}}_{p_1 + \dots + p_n = 1}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad A = A^*$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

В този случай също:

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad \hat{\mathcal{P}}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-1}, p_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad A = A^*$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

В този случай също:

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad \hat{\rho}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-1}, p_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

$$\rho(A) = \langle A \rangle_\rho = \text{Tr } \hat{\rho} A$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad A = A^*$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

В този случай също:

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad \hat{\rho}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-1}, p_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

$$\rho(A) = \langle A \rangle_\rho = \text{Tr} \hat{\rho} A$$

$$(\text{Tr}(\text{diag}(p_1, \dots, p_n) \text{diag}(a_1, \dots, a_n)))$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad A = A^*$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

В този случай също:

$$\{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_{n-1}, \omega_n\} = \Omega$$

$$\begin{array}{ccccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \quad \hat{\rho}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-1}, p_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

$$\rho(A) = \langle A \rangle_\rho = \text{Tr} \hat{\rho} A$$

$$(\text{Tr}(\text{diag}(p_1, \dots, p_n) \text{diag}(a_1, \dots, a_n)))$$

$$= p_1 a_1 + \dots + p_n a_n$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow A = A^* \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \hat{\rho} \\ \{p_1, p_2, p_3, & \dots & , p_{n-1}, p_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array} \quad \text{Число състояние: } \hat{\rho} = \text{diag}(0, \dots, 1, \dots, 0)$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{R} & & A = A^* \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \{p_1, p_2, p_3, & \dots & , p_{n-1}, p_n\} & \subseteq & \mathbb{R} & & \hat{\mathcal{P}} \end{array}$$

Число състояния: $\hat{\mathcal{P}} = \text{diag}(0, \dots, 1, \dots, 0)$
= елементарно събитие

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow A = A^* \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \hat{p} \\ \{p_1, p_2, p_3, & \dots & , p_{n-1}, p_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

Число състояние: $\hat{p} = \text{diag}(0, \dots, 1, \dots, 0)$
= елементарно събитие
= характеристична функция на синглетон $\{\omega_j\}$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow A = A^* \\ \{a_1, a_2, a_3, & \dots & , a_{n-1}, a_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \hat{\rho} \\ \{p_1, p_2, p_3, & \dots & , p_{n-1}, p_n\} & \subseteq & \mathbb{R} \end{array}$$

В този случай също:

Множеството от състояния на класическа система е симплекс с върхове - чистите състояния



• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow A = A^* \end{array}$$

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, \omega_n\} & = & \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \hat{\mathcal{P}} \end{array}$$

$$\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_{n-1}, p_n\} \subseteq \mathbb{R}$$

В този случай също:

Спектрално разлагане на наблюдаема:

$$A = \sum_{\alpha \in A(\Omega)} \alpha \cdot \chi_{A^{-1}(\alpha)}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \omega_1, \omega_2, \omega_3, & \dots & & \omega_{n-1}, \omega_n & \} = \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ a_1, a_2, a_3, & \dots & & a_{n-1}, a_n & \} \subseteq \mathbb{C} \end{array}$$

A

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)

Това е единственият комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

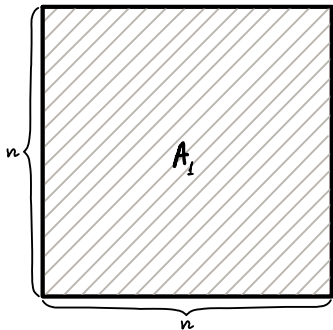
- **класически системи**, $m=n$, $k_1=\dots=k_m=1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове 1×1)
Това е единственият комутативен случай.

1	a_1	0	0	...	0	0
1	0	a_2	0	...	0	0
1	0	0	a_3	...	0	0
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
1	0	0	0	...	a_{n-1}	0
1	0	0	0	...	0	a_n
	1	1	1		1	1

• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **чисто квантови системи**, $m=1$, $k_1=n \Rightarrow$ алгебрата на всички $n \times n$ матрици (1 блок)

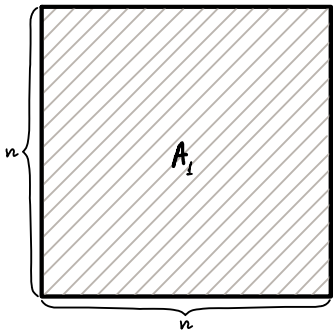
Това е "напълно" некомутиращ случай.



• В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- **чисто квантови системи**, $m=1$, $k_1=n \Rightarrow$ алгебрата на всички $n \times n$ матрици (1 блок)

Това е "напълно" некомутативен случай.



$$\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

- чистото квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген **вектор на състоянието**.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = \text{Tr}(\Psi \Psi^* A)$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\langle A \rangle_{\Psi} = \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi)$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\langle A \rangle_{\Psi} = \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_\Psi &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) \\ &= \langle \Psi | A | \Psi \rangle \end{aligned}$$

$$\overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген **вектор на състоянието**.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_{\Psi} &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) \\ &= \langle \Psi | A | \Psi \rangle \end{aligned}$$

$$\overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

ρ е чисто състояние $\Leftrightarrow \hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\hat{\rho} \geq 0 \text{ и } \text{Tr} \hat{\rho} = 1$$

$$\Leftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

нареген вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя, чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Leftrightarrow \Psi' = e^{i\varphi} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_{\Psi} &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) \\ &= \langle \Psi | A | \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения} \end{aligned}$$

$$\overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_{\Psi} &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix} \\ &= \langle \Psi | A | \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения} \end{aligned}$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_{\Psi} &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \\ &= \langle \Psi | A | \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения} \end{aligned}$$

$$\overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

<bra|ket>

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_{\Psi} &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix} \\ &= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения} \end{aligned}$$

<bra|ket> :

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_{\Psi} &= \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix} \\ &= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения} \end{aligned}$$

~~bra~~ket : за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$
 ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi | := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ - ермитово спрягнатия вектор-ред : бра-вектор.

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\langle A \rangle_{\Psi} = \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения}$$

$\langle \text{bra} | \text{ket} \rangle$: за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$
 ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го нарисуваме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi | := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ - ермитово спрягнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\langle \Phi | \cdot | \Psi \rangle = \langle \Phi | \Psi \rangle$ $\xrightarrow{\text{ред} \times \text{стълб} = \text{число}}$ скалярното произведение в $\mathbb{C}^n$ ($\exists \Phi, \Psi$)
 хилбертово пространство на състоянията

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема A в състояние с вектор Ψ е:

$$\langle A \rangle_{\Psi} = \text{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \text{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}}^A \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle - \text{в бра-кет означения}$$

$\langle \text{bra} | \text{ket} \rangle$: за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$
 ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го нарисуваме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi | := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ - ермитово спрягнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\langle \Phi | \cdot | \Psi \rangle = \langle \Phi | \Psi \rangle$ $\xrightarrow{\text{число}}$ скалярното произведение в $\mathbb{C}^n$ ($\exists \Phi, \Psi$)
 хилбертово пространство на състоянията

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

$\langle \text{bra} | \text{ket} \rangle$:

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го нарисуваме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi | := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ - ермитово спрягнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\langle \Phi | \cdot | \Psi \rangle = \langle \Phi | \Psi \rangle$ $\xrightarrow{\text{ред} \times \text{стълб} = \text{число}}$ скалярното произведение в $\mathbb{C}^n$ ($\ni \Phi, \Psi$)
хилбертовото пространство на състоянията

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

$\langle \text{bra} | \text{ket} \rangle$:

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го нарисуваме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi| := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ - ермитово спрягнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\overset{\text{ред} \times \text{стълб}}{\langle \Phi|} \overset{=}{\overset{\text{число}}{|\Psi\rangle}} = \langle \Phi|\Psi\rangle \rightarrow$ скалярното произведение в $\mathbb{C}^n$ ($\exists \Phi, \Psi$)
хилбертовото пространство на състоянията

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития.

- чиста квантова система $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

$\langle \text{bra} | \text{ket} \rangle$:

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го нарисуваме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi| := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ - ермитово спрягнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\langle \Phi | \cdot | \Psi \rangle = \langle \Phi | \Psi \rangle$ $\xrightarrow{\text{ред} \times \text{стълб} = \text{число}}$ скалярното произведение в $\mathbb{C}^n$ ($\ni \Phi, \Psi$)
хилбертовото пространство на състоянията

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и елем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

- *чисто квантови системи* $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и элем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_{\rho} Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

- чисти квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и елем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода.

- чисти квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и елем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

- чисти квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и елем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$, където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори

- чисти квантови системи $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и елем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори:
ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$

- **чисти квантови системи** $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния ρ и елем. събития Q :

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \text{Prob}_{\rho} Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори:

ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (**о.н.б.**) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$,

$$\text{то: } A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$$

- *чисто квантови системи* $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори:
ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (*о.н.б.*) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$,

$$\text{то: } A = \lambda_1 |f_1\rangle \langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle \langle f_n|$$

- **чисто квантови системи** $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори:
ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$, $\alpha_1 := \lambda_1 = \dots = \lambda_{k_1} < \alpha_2 := \lambda_{k_1+1} = \dots$
то: $A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$

- *чисто квантови системи* $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори:
ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$, $\alpha_1 := \lambda_1 = \dots = \lambda_{k_1} < \alpha_2 := \lambda_{k_1+1} = \dots$
то:
$$A = \lambda_1 |f_1\rangle \langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle \langle f_n|$$
$$= \alpha_1 (|f_1\rangle \langle f_1| + \dots + |f_{k_1}\rangle \langle f_{k_1}|) + \alpha_2 (|f_{k_1+1}\rangle \langle f_{k_1+1}| + \dots + |f_{k_1+k_2}\rangle \langle f_{k_1+k_2}|) + \dots$$

- *чисто квантови системи* $\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = |a_{\Psi \rightarrow \Phi}|^2$,
където $a_{\Psi \rightarrow \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \rightarrow \Phi} = p_{\Phi \rightarrow \Psi}$ е
вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от Ψ в състояние с вектор Φ .

Спектралното разлагане на наблюдаема $A (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори:
ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$, $\alpha_1 := \lambda_1 = \dots = \lambda_{k_1} < \alpha_2 := \lambda_{k_1+1} = \dots$

$$\text{то: } A = \lambda_1 |f_1\rangle \langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle \langle f_n|$$

$$= \underbrace{\alpha_1 (|f_1\rangle \langle f_1| + \dots + |f_{k_1}\rangle \langle f_{k_1}|)}_{:= Q_1} + \underbrace{\alpha_2 (|f_{k_1+1}\rangle \langle f_{k_1+1}| + \dots + |f_{k_1+k_2}\rangle \langle f_{k_1+k_2}|)}_{:= Q_2} + \dots$$

- Събитие Q в чисто квантова система ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
= самоспразен и идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
= самоспрегнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
= ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 - = самоспрегнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 - = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 - $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогонален проектор върху V)

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 - = самоспрегнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 - = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 - $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ **(ортогоналния проектор върху V)**

- Свдигие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
= самоспрезнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
= ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са свдигия, тогава:

- Свдигие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
= самоспрезнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
= ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са свдигия, тогава:
 $Q_1 \preceq Q_2$

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 = самоспрегнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогонален проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:
 $Q_1 \preceq Q_2 \iff$ от $\text{Prob}_\rho(Q_1) = 1$ следва $\text{Prob}_\rho(Q_2) = 1$ ($\forall \rho$ -состояние)

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 = самоспрезнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

$$Q_1 \preceq Q_2 \iff \text{от } \text{Prob}_{\rho}(Q_1) = 1 \text{ следва } \text{Prob}_{\rho}(Q_2) = 1 \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff \text{Prob}_{\rho}(Q_1) \leq \text{Prob}_{\rho}(Q_2) \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 = самоспрезгат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогонален проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

$$Q_1 \preceq Q_2 \iff \text{от } \text{Prob}_{\rho}(Q_1) = 1 \text{ следва } \text{Prob}_{\rho}(Q_2) = 1 \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff \text{Prob}_{\rho}(Q_1) \leq \text{Prob}_{\rho}(Q_2) \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff V_1 \subseteq V_2$$

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 = самоспрезгат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогонален проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

$$Q_1 \preceq Q_2 \iff \text{от } \text{Prob}_\rho(Q_1) = 1 \text{ следва } \text{Prob}_\rho(Q_2) = 1 \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff \text{Prob}_\rho(Q_1) \leq \text{Prob}_\rho(Q_2) \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff V_1 \subseteq V_2$$
- Всеки максимален експеримент отговаря на о.н.б. $f_1, \dots, f_n \in \mathbb{C}^n$ посредством разбиването на $\hat{1}$:

$$\hat{1} = |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + |f_n\rangle\langle f_n|$$

- Събитие Q в **чисто квантова система** ($\mathcal{A} = \text{Mat}_n(\mathbb{C})$)
 = самоспрезнат идемпотент $Q \in \text{Mat}_n(\mathbb{C})$
 = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
 $\Leftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху V)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

$$Q_1 \preceq Q_2 \iff \text{от } \text{Prob}_\rho(Q_1) = 1 \text{ следва } \text{Prob}_\rho(Q_2) = 1 \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff \text{Prob}_\rho(Q_1) \leq \text{Prob}_\rho(Q_2) \text{ } (\forall \rho\text{-состояние})$$

$$\iff V_1 \subseteq V_2$$
- Всеки максимален експеримент отговаря на о.н.б. $f_1, \dots, f_n \in \mathbb{C}^n$ посредством разбиването на $\hat{1}$:

$$\hat{1} = |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + |f_n\rangle\langle f_n|$$

- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бис $(\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C}))$

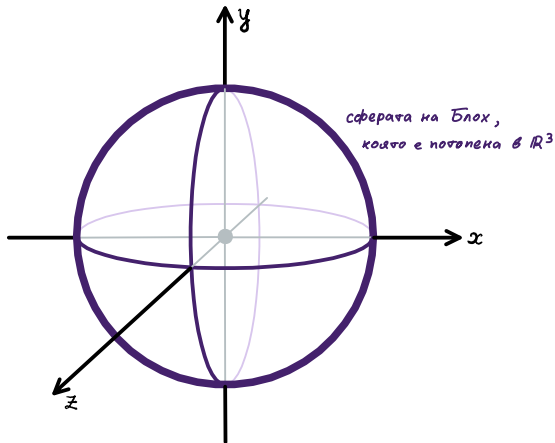
- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)

общ вид на матрицата на плътността на състояние

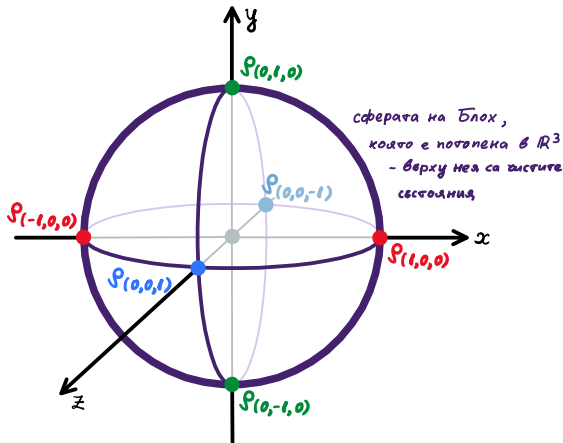
$$\hat{\rho}(x, y, z) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+z & x-iy \\ x+iy & 1-z \end{pmatrix} \quad \text{за } x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$$

чисто състояние $\leftrightarrow$ =

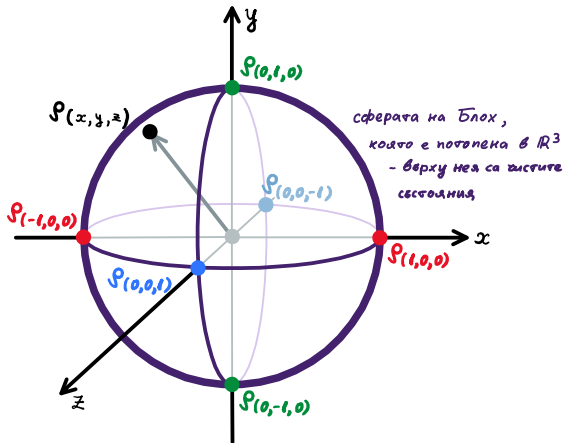
- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)



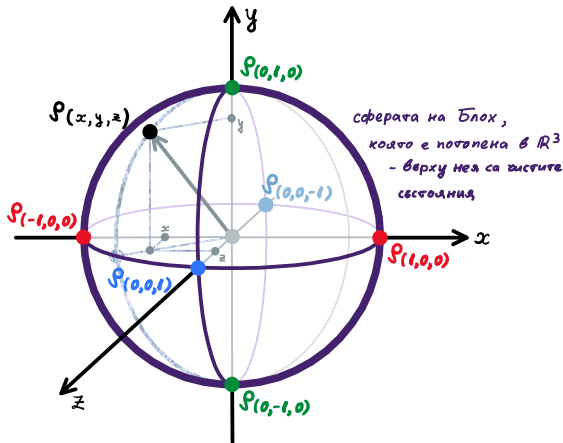
- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)



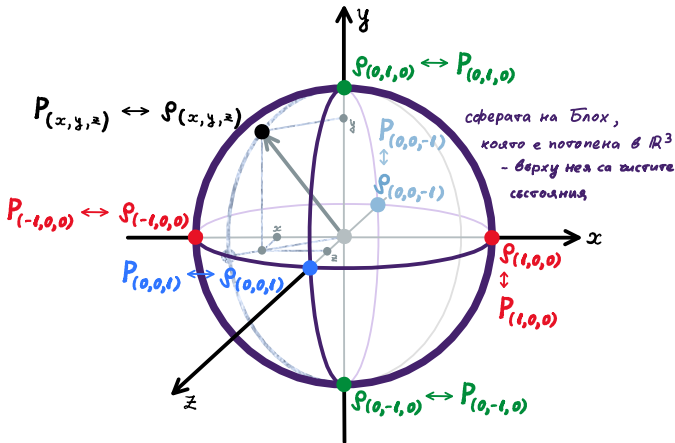
- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)



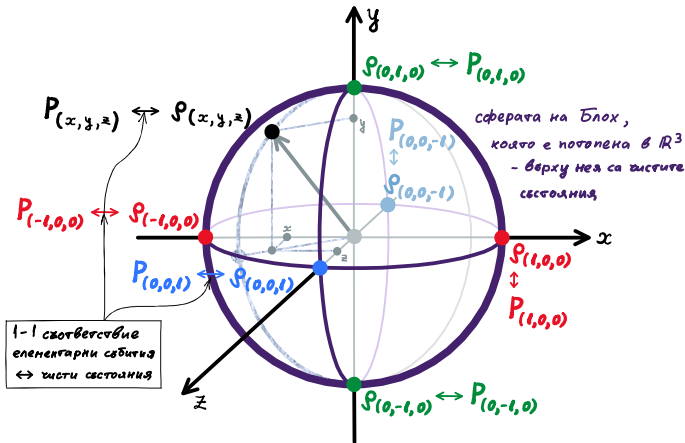
- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)



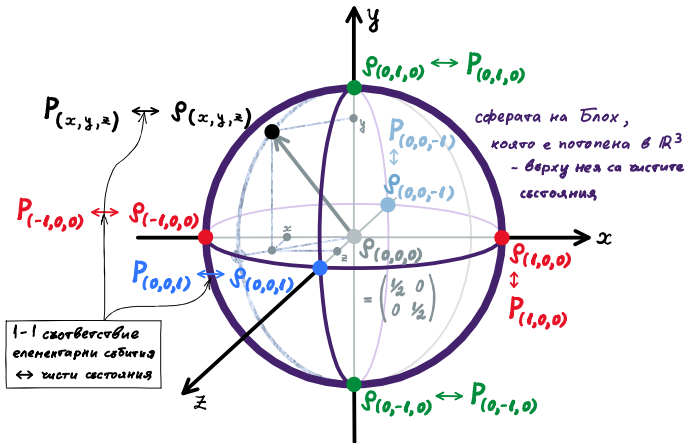
- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)



- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)

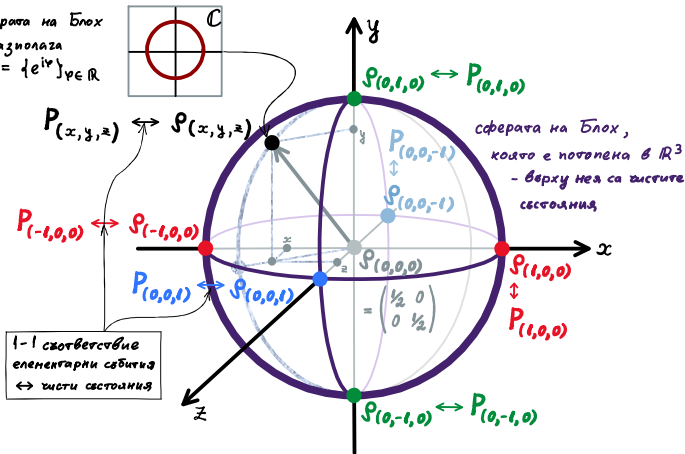


- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)



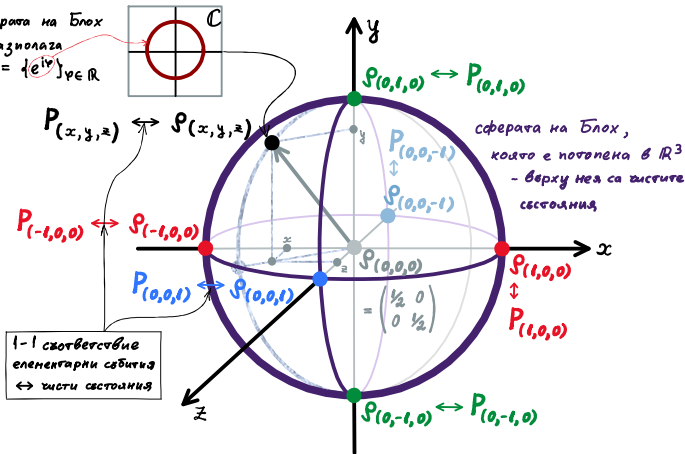
- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)

Над всяка точка на сферата на Блох "напречно" в $\mathbb{R}^4$ се разполага единична окръжност $S^1 = \{e^{i\varphi}\}_{\varphi \in \mathbb{R}}$



- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)

Над всяка точка на сферата на Блох
"напречно" в $\mathbb{R}^4$ се разполага
единична окръжност $S^1 = \{e^{i\varphi}\}_{\varphi \in \mathbb{R}}$



- Картина на елементарните събития и състояния на квантов бит ($\mathcal{A} = \text{Mat}_2(\mathbb{C})$)

Над всяка точка на сферата на Блох
"напречно" в $\mathbb{R}^4$ се разполага
единична окръжност $S^1 = \{e^{i\varphi}\}_{\varphi \in \mathbb{R}}$

- така се намотава S^3 върху S^2
картата се разслоение на Хопф

