

КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА, ЛЕКЦИЯ 9 / 01.12.2021

ПАСАЖИТЕ С ДОПЪЛНИТЕЛЕН МАТЕРИАЛ СА ПОСТАВЕНИ В ЗЕЛЕН ЦВЯТ

С ЛИЛАВ ЦВЯТ СА ОТРАЗИ КОРЕКЦИИ СПРЯМО ПРЕДХОДНАТА ВЕРСИЯ

ТЕ СА НА СТР.: 46-54, 111-116, 127, 312-314

Корекция към лекцията от 24.11.2021 стр. 7 от файла

ПОПРАВЕНА ВЕРСИЯ:

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/notes_df34g2tb3/QI_lecture_notes_24112021_v00.pdf

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/notes_df34g2tb3/QI_lecture_notes_24112021_v01.pdf

Кронекер / Kronecker

<https://de.wikipedia.org/wiki/Kronecker-Produkt>

Тензорни произведения по ~~Адамар (Hadamard)~~

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}_A \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}}_B = \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{pmatrix}}_{A \otimes B}$$

$$, \quad \underbrace{\begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}}_{\Phi} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}}_{\Psi} = \underbrace{\begin{pmatrix} \phi_1 \psi_1 \\ \phi_1 \psi_2 \\ \phi_2 \psi_1 \\ \phi_2 \psi_2 \end{pmatrix}}_{\Phi \otimes \Psi}$$

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

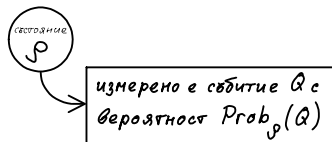
Квантови трансформации: примери и дискусия

Основен проблем : какво се случва след измерване

Основен проблем : какво се случва след измерване



Основен проблем : какво се случва след измерване



Основен проблем : какво се случва след измерване



Основен проблем : какво се случва след измерване



Основен проблем : какво се случва след измерване



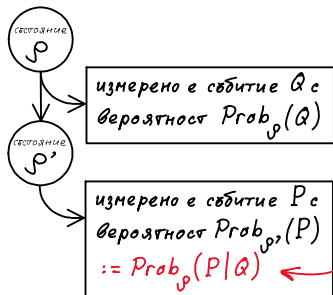
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

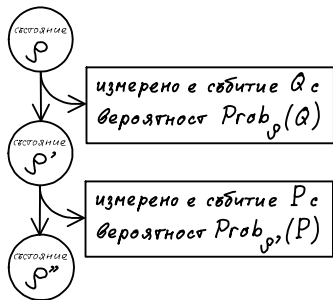


квантова условна вероятност

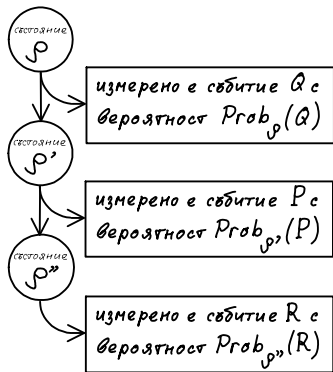
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



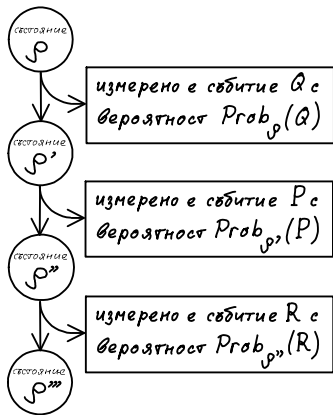
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



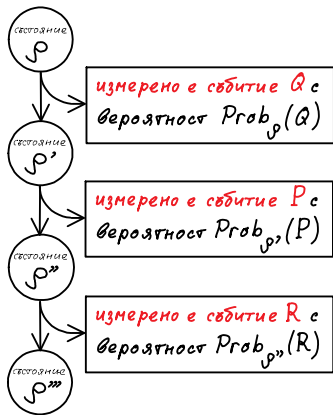
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



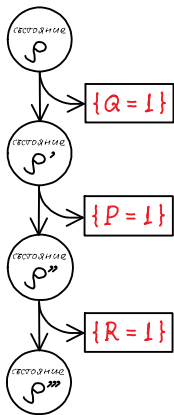
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



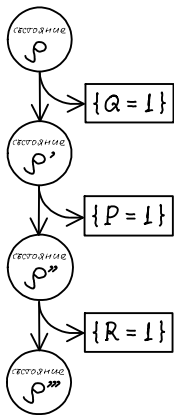
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



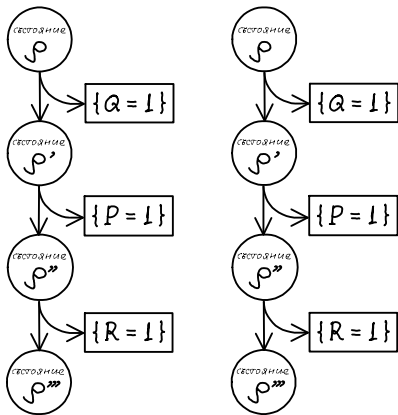
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



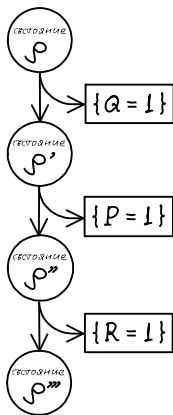
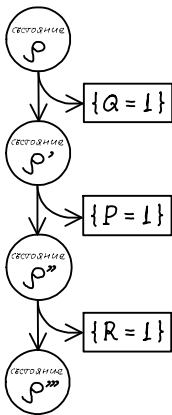
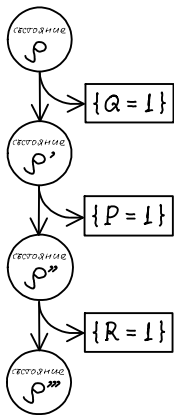
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



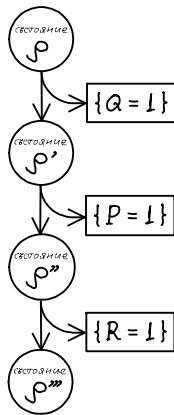
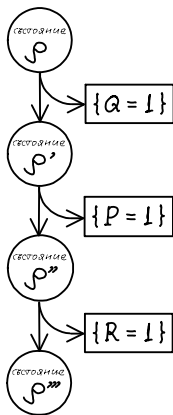
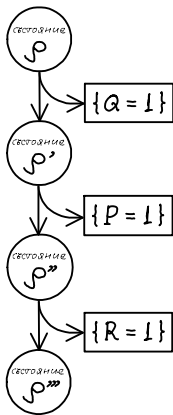
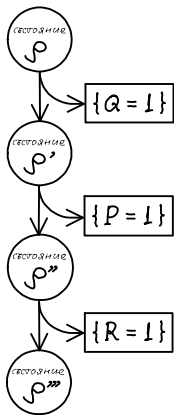
Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



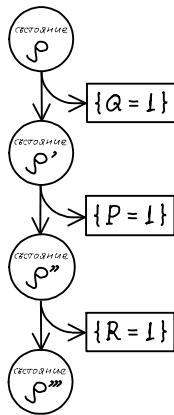
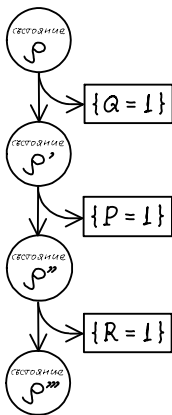
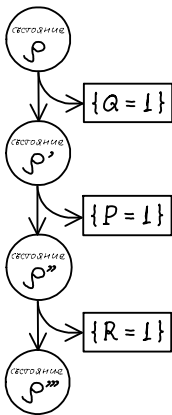
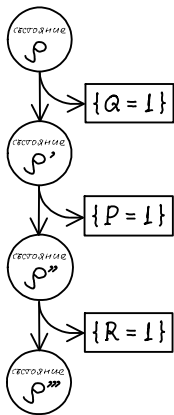
Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Основна проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



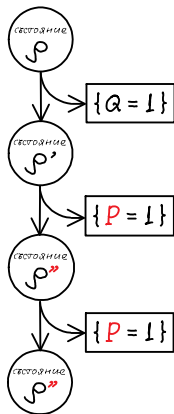
• • •

• • •

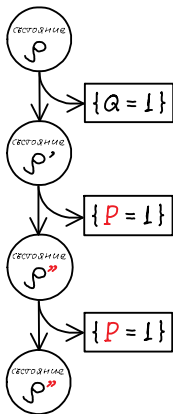
• • •

• • •

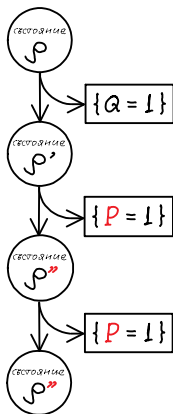
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



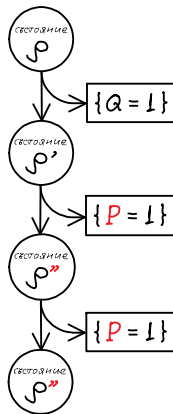
стабилизация



стабилизация



стабилизация



стабилизация

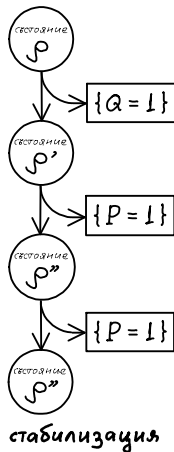
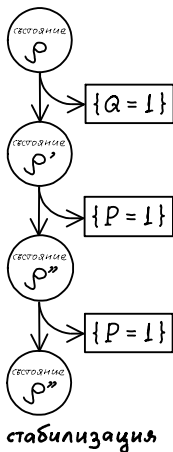
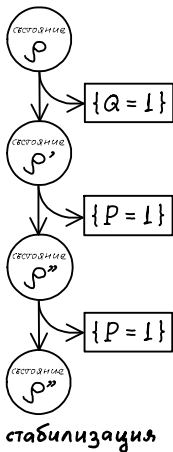
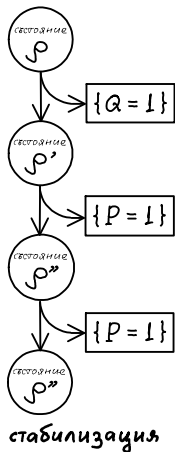
• • •

• • •

• • •

• • •

Основна проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние ?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина ,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема)

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(\mathbf{P}) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(Q\mathbf{P}Q)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина ,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P
(поради спектралната теорема) , то : $\rho'(\mathbf{A}) = \frac{\rho(Q\mathbf{A}Q)}{\rho(Q)}$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина ,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема) , то : $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho' : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал

Освен това, този линеен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$?

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q\hat{1}Q)}{\rho(Q)}$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q^2)}{\rho(Q)}$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q)}{\rho(Q)}$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал
Освен това, този линейен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = \frac{\cancel{\rho(Q)}}{\cancel{\rho(Q)}}$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал

Освен това, този линейен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е пораждателно линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал

Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) = \frac{\rho(QA^*AQ)}{\rho(Q)}$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал

Освен това, този линейен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) = \frac{\rho(Q^*A^*AQ)}{\rho(Q)}$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е пораждана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(AQA)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал

Освен това, този линейен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) = \frac{\rho((AQ)^*AQ)}{\rho(Q)}$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) \geq 0$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ се поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал

Освен това, този линейен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$. $\square$

Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става:

$$\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$$

Основна проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(AQ A)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след насъответствие на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Наистина: за $\forall A \in \mathcal{A}$ имаме $\rho'(A) \equiv \text{Tr} \hat{\rho}' A = \frac{\text{Tr} \hat{\rho} Q A Q}{\rho(Q)} = \frac{\text{Tr} Q \hat{\rho} Q A}{\rho(Q)}$

$\Rightarrow \text{Tr} \left(\left(\hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right) A \right) = 0$ за $\forall A \in \mathcal{A}$. Полагайки $A = |\Psi\rangle\langle\Phi|$,

то за $\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ имаме $\langle\Phi| \underbrace{\left(\hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right)}_{\Rightarrow 0} |\Psi\rangle = 0$. $\square$

Основен проблем: какво е случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен)

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието
 ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието
 ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

векторът на състояние се проектира ортогонално след измерване

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Наистина: ако $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, то $\hat{\rho}' = \text{const} \cdot Q|\Psi\rangle\langle\Psi|Q = \text{const} \cdot |Q\Psi\rangle\langle Q\Psi|$.

$\Rightarrow \rho'$ също е чисто и има вектор Φ , пропорционален на $Q\Psi$. $\square$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете: $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_{\rho}(Q)$ (от лекция 7)

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете: $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_{\rho}(Q)$ (от лекция 7) и $\Rightarrow$ ако Q настъпва в ρ , то $\|Q\Psi\| \neq 0$.

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$.

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P$ и Q . Затова :

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P$ и Q . Затова: $\frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\parallel$

$$\text{Prob}_\rho(P|Q) = \frac{\text{Prob}_\rho(P \cap Q)}{\text{Prob}_\rho(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes $\leftarrow \text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова : $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes $\leftarrow \text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \text{ и } Q$. Затова :

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс : } \text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \text{ и } Q$. Затова :

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс : } \text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Закон на Бейс : $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$
 $= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P)$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

→ Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Закон на Бейс :
$$\begin{aligned} \text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$
 по аналогия

Закон на Бейс : $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$
 $= \text{Prob}_\rho(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P)$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.})$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

т.е., независимостта от реда на измерване е $\iff$ комутуемост ,
т.е., на съвместна измеримост

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай: $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q)$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай: $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q)$

Доказателство. Л.Н.С.: $\rho(PQP) = \rho(QPQ) \quad (\forall \rho - \text{свст.})$.

$$\Rightarrow PQP = QPQ. \Rightarrow (PQ - QP)^2 = \underbrace{PQPQ}_{QPQ} + \underbrace{QPQP}_{PQP} - \underbrace{PQQP}_Q - \underbrace{QPPQ}_P = 0. \quad \square$$

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

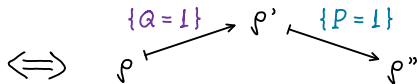
Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

$\Leftrightarrow$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

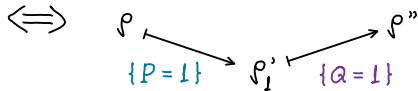
Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

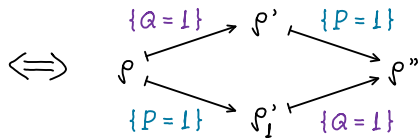
Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

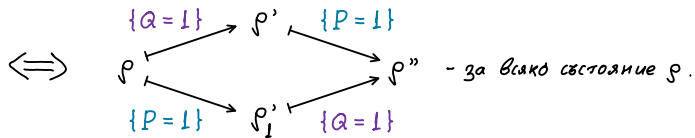
Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

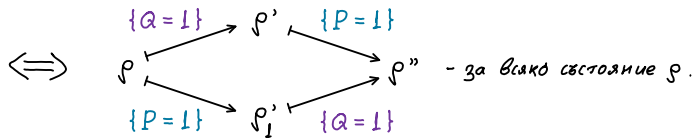
Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



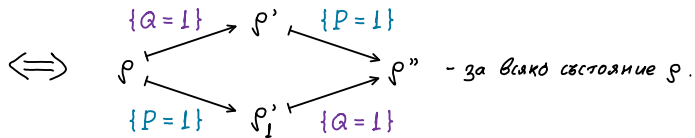
Доказателство.

$$\text{R.H.S : } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)}$$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



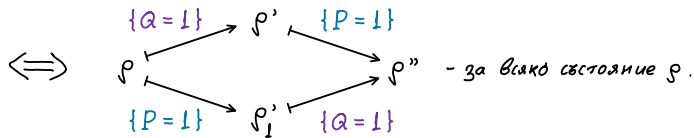
Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)}$$

Основна проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

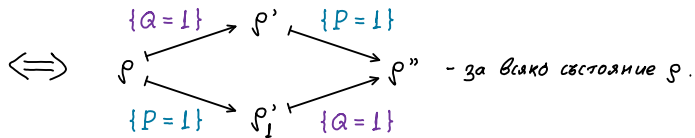
от друга страна

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} \stackrel{\text{от друга страна}}{=} \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

Основна проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



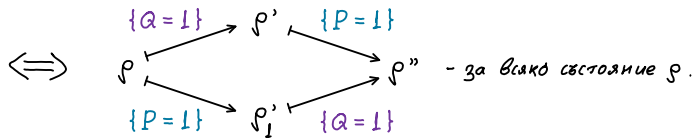
Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ (свойствата P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими)



Доказателство.

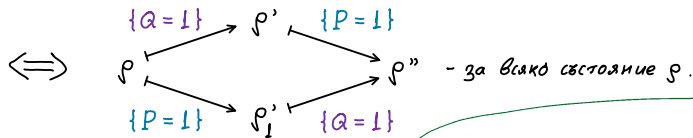
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

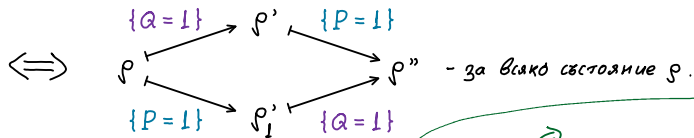
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

Основна проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

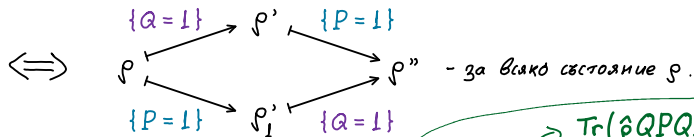
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

за $\text{Tr } Q \cdot$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ свойствата P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



$$\text{Tr}(\hat{\rho} Q P Q P Q) = \text{Tr}(\hat{\rho} Q P Q) (\forall \hat{\rho}).$$

Доказателство.

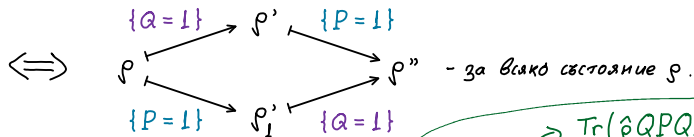
$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{P Q \hat{\rho} Q P}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q P Q)} = \frac{Q P \hat{\rho} P Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} P Q P)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

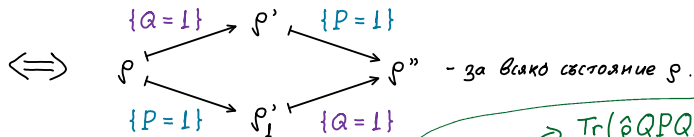
$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие.

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

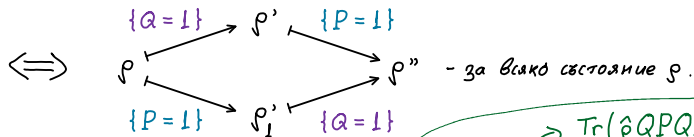
$\Rightarrow QPQ$ е събитие. $\Downarrow$

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ P Q) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие. $\Downarrow$

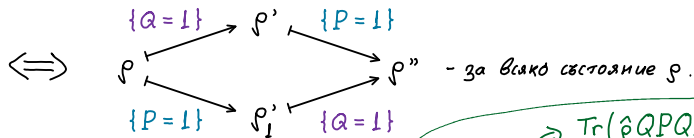
$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{=0}$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие. $\Downarrow$

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

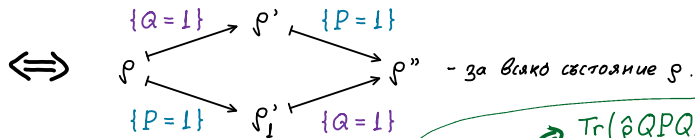
$\underbrace{\hspace{10em}}_{=0}$

$$PQ = (PQ)^* = QP$$

Основен проблем: какво е състояние след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ P Q) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие.

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

$$PQ = (PQ)^* = QP$$

Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ'

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ'

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение"

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q натъпи в състояние ρ вероятност 1

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q натъпи в състояние ρ вероятност 1, то след натъпване на Q състоянието остава същото.

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q натъпи в състояние ρ вероятност 1, то след натъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване"

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване" : ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$, $\rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

за $j=1,2$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$, $\rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_{\rho'}(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho'_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho'_2}(P \text{ след } Q)$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$, $\rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_{\rho'}(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho'_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho'_2}(P \text{ след } Q)$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \quad (\forall \rho) \end{aligned}$$

Основен проблем: какво е случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \quad (\forall \rho) \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \quad (\forall \rho) \end{aligned}$$

Основен проблем: какво е случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

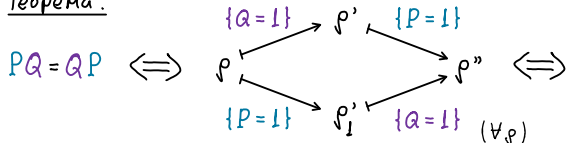
Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.



$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

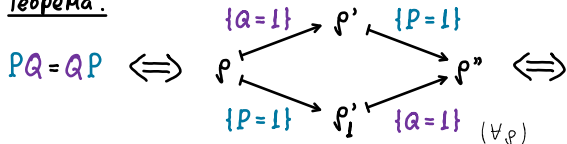
Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.



$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \quad (\forall \rho) \end{aligned}$$

Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена
стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в едно състояние е измерена

стойност α_k , то системата преминава отново в едно състояние

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем: какво е случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \quad (\forall \rho) \end{aligned}$$

Основен проблем : какво е състояние след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход

Основен проблем : какво е случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

състояние
 Ψ

измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $p_{\Psi \mapsto \Phi}$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

състояние
 Ψ

измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $p_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$p_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|)$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle \end{aligned}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

състояние
 Ψ

измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} \quad \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\substack{a_{\Psi \mapsto \Phi} \\ \text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} \quad \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

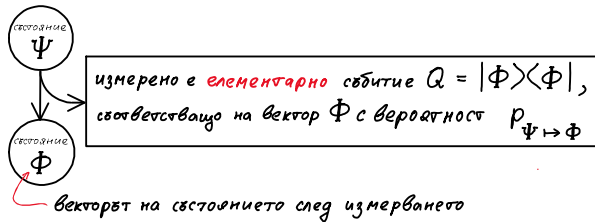
$$\underbrace{\rho_{\Psi \mapsto \Phi}}_{\text{вероятност за преход}} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

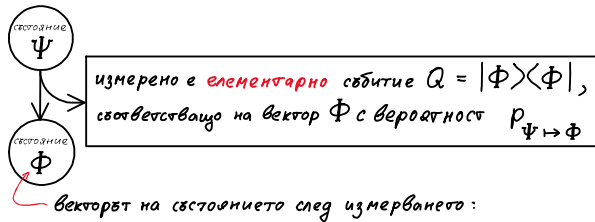
$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} \quad \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

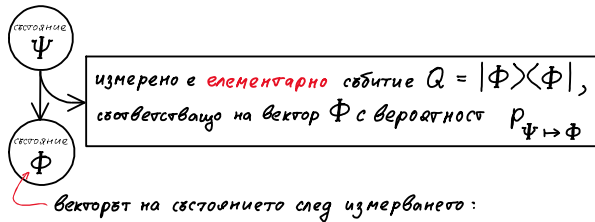
$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} \quad \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\substack{a_{\Psi \mapsto \Phi} \\ \text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основна проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle$$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\underbrace{\langle\Psi|\Phi\rangle}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}|^2$$

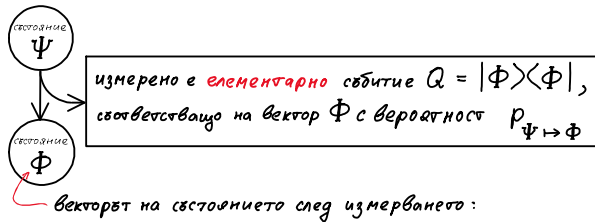
вероятност за преход

$$\begin{aligned} &\text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

Основна проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

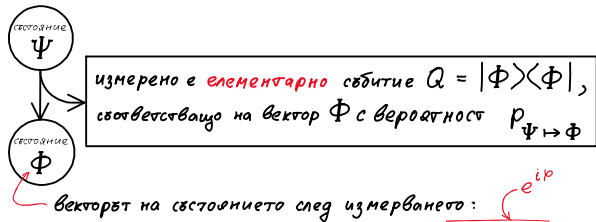
$$\underbrace{\rho_{\Psi \mapsto \Phi}}_{\text{вероятност за преход}} = \underbrace{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\underbrace{\langle\Psi|\Phi\rangle}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} |^2$$

↑
амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение



Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен

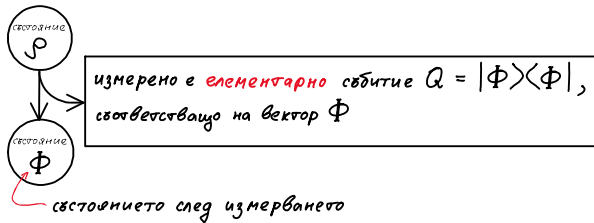


Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен

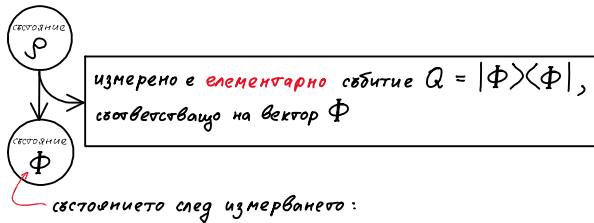


Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



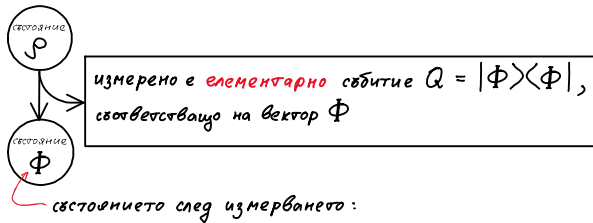
$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



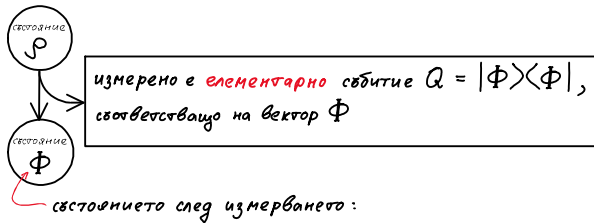
$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



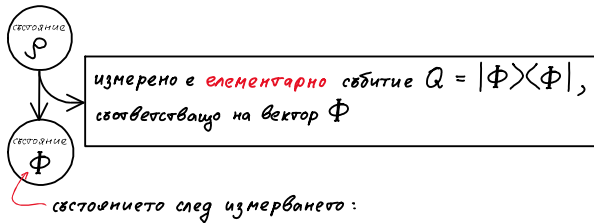
$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle (\langle \Phi | \hat{\rho} | \Phi \rangle) \langle \Phi |}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi |)}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



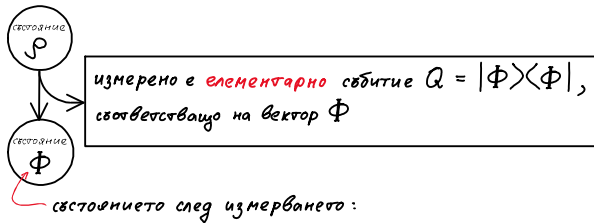
$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle \langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle \langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle \langle\Phi|)}$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



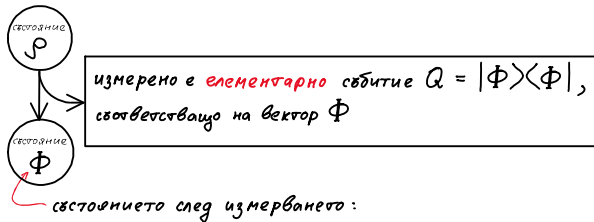
$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle \langle \Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi|)} = |\Phi\rangle \langle \Phi|$$

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle (\cancel{\langle \Phi | \hat{\rho} | \Phi \rangle}) \langle \Phi |}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi |)} = |\Phi\rangle \langle \Phi|$$

матрица на плътността
на чисто състояние с
вектор Φ

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

Коласът на вълновата функция

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция"

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Колапсът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава
$$\Psi = \sum_x \Psi(x) e_x$$

Колапсът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \Psi \text{ вълновата функция}} e_x$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\psi(x)}_{\text{это и вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\psi(x)}_{\text{это } \psi \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \iff \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогав $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \Psi \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \iff \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитие: $Q = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & \ddots & \\ & & & 0 \end{pmatrix}$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогав $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \Psi \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \leftrightarrow \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитие: $Q = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & 0 \end{pmatrix}$ След измерването

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \Psi \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \leftrightarrow \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитие: $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

След измерването:

$$\Psi \mapsto \text{const. } Q\Psi$$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \lambda \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \leftrightarrow \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитие: $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

След измерването:

$$\Psi \mapsto \text{const. } Q\Psi = \text{const. } \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \Psi \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \leftrightarrow \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитието: $Q = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & 0 \end{pmatrix}$

След измерването:

$$\Psi \mapsto \text{const. } Q\Psi = \text{const. } \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}$$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это } \Psi \text{ вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \leftrightarrow \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитието: $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

След измерването:

$\Psi \mapsto \text{const. } Q\Psi = \text{const.}$

зануляването
е колас

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Коласът на вълновата функция

https://en.wikipedia.org/wiki/Wave_function_collapse

Откъде идва "вълновата функция": нека $\{e_x, x \in \text{"пространството"}\}$ е о.н.б., който отговаря на тестове в отделните точки на пространството (по Дираковски).

Тогава $\Psi = \sum_x \underbrace{\Psi(x)}_{\text{это и вълновата функция}} e_x$

В квантовата информатика аналога е $\Psi = \sum_{j=1}^N \psi_j e_j \leftrightarrow \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

Нека измерваме събитието: $Q = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & \ddots \\ & & & 0 \end{pmatrix}$

След измерването:

$\Psi \mapsto \text{const. } Q\Psi = \text{const.}$

В крайна сметка къде е колапс:

в нашето съзнание или извън него?

зануляването
е колапс

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Измерване в сплетено състояние

Измерване в сплетено състояние

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Измерване в сплетено състояние

Ψ в предходна презентация

$$\Theta \sim = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Измерване в сплетено състояние

Ψ в предходна презентация

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

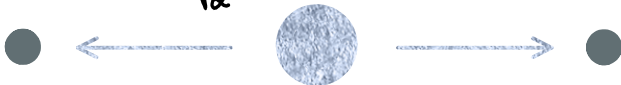
Измерване в сплетено състояние

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

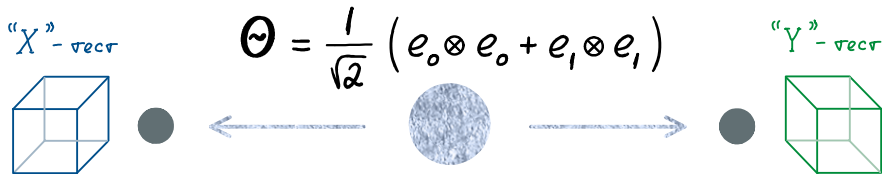


Измерване в сплетено състояние

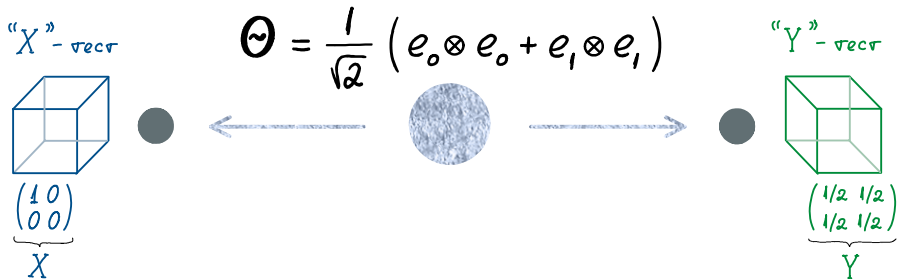
$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



Измерване в сплетено състояние



Измерване в сплетено състояние



Измерване в сплетено състояние

"X" - мер



$X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - мер



$Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

Измерване в сплетено състояние

"X" - дест



$X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - дест



$Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

Измерване в сплетено състояние

"X" - гес



$X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - гес



$Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

Измерване в сплетено състояние

"X" - гес



$X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - гес



$Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Измерване в сплетено състояние

"X" - гес



$X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - гес



$Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$$

Измерване в сплетено състояние

"X" - гес

 $X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - гес

 $Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes \underbrace{f_0}_{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$$

Измерване в сплетено състояние

"X" - гес



$X_{(1)} =$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



"Y" - гес



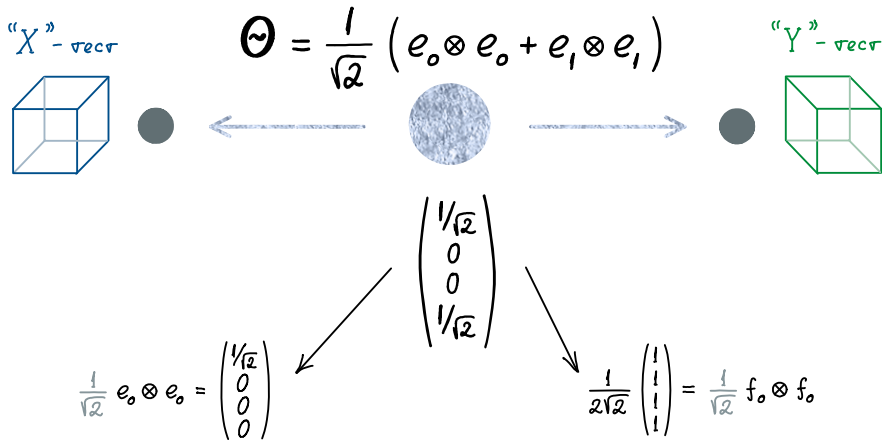
$Y_{(2)} =$

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$$

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes \underbrace{f_0}_{\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}$$

НО:
 $e_0 \neq f_0$

Измерване в сплетено състояние



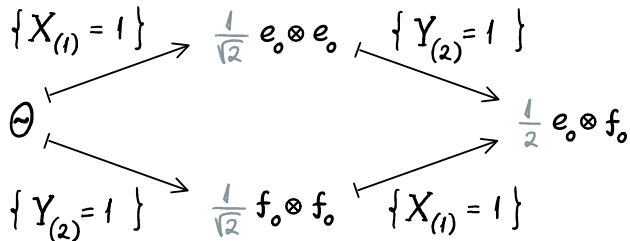
Измерване в сплетено състояние

$$\{X_{(1)} = 1\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0$$

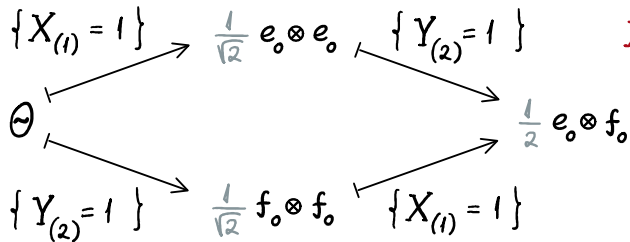
$\sim$

$$\{Y_{(2)} = 1\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$$

Измерване в сплетено състояние



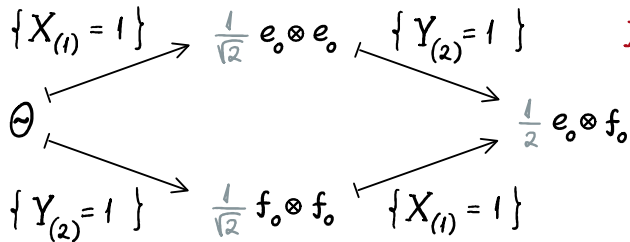
Измерване в сплетено състояние



Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

Измерване в сплетено състояние



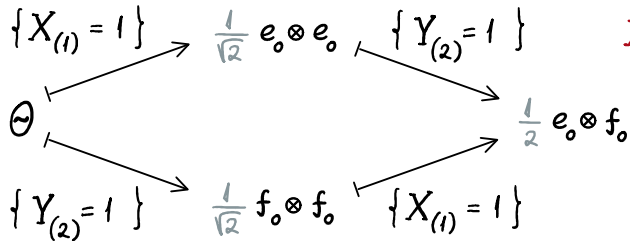
Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)}$$

$$(= X \otimes Y)$$

(впреки, че $XY \neq YX$)

Измерване в сплетено състояние

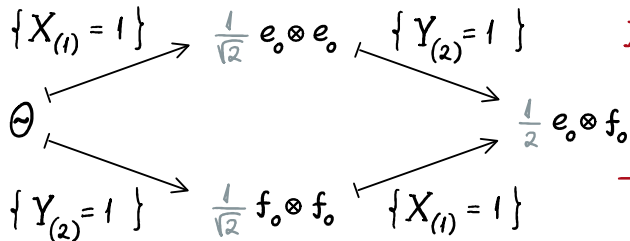


Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)

Измерване в сплетено състояние



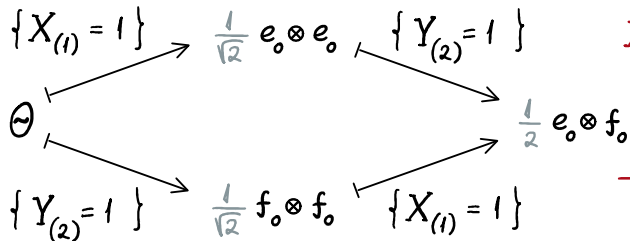
Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)

→ възстановява се
"противоречието"

Измерване в сплетено състояние



Понеже:

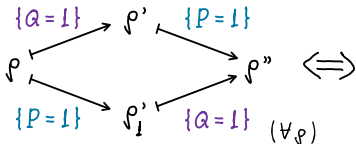
$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)→ възстановява се
"противоречието"

припомняне

Теорема.

$$PQ = QP$$

 $\Leftrightarrow$  $\Leftrightarrow$

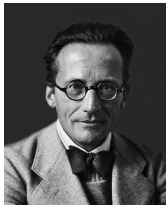
$$\text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \quad (\forall \rho)$$

Котката на Шрьодингер

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

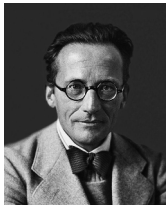
Котката на Шрьодингер

https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

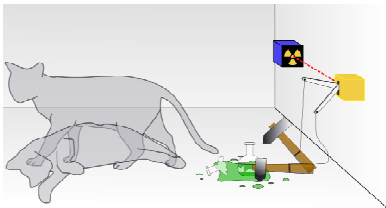


Erwin Schrödinger
1887 – 1961

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

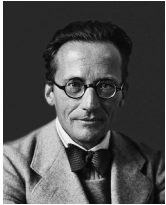


Erwin Schrödinger
1887 – 1961

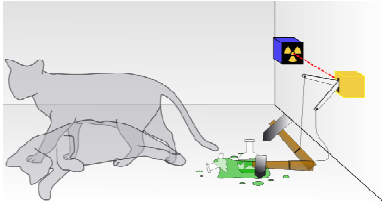


Котката на Шрьодингер

https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

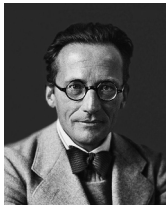


Erwin Schrödinger
1887 – 1961

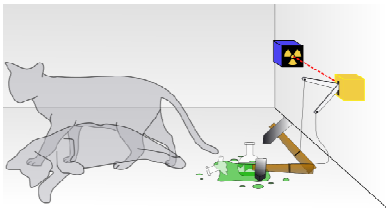


Котката на Шрьодингер

https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



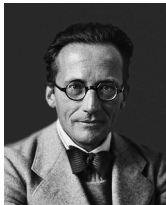
Erwin Schrödinger
1887 – 1961



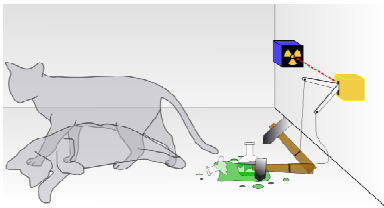
$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

Котката на Шрьодингер

https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



Erwin Schrödinger
1887 – 1961



$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

- сплитане между микро и макро-системи?

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

наблюдаеми — състояния

наблюдаеми — състояния
Observables States

наблюдаеми — състояния

Observables

States

ψ

A

ψ

ρ

средна стойност

$\langle A \rangle_\rho$

наблюдаеми — състояния

Observables

States

ψ

A

ψ

ρ



средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

наблюдаеми — състояния

Observables

ψ

A

States

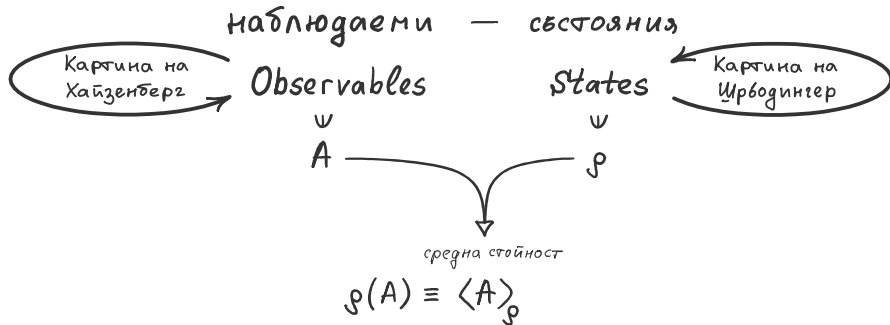
ψ

ρ

Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$



наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ

Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)
състоянията ρ

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ

Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

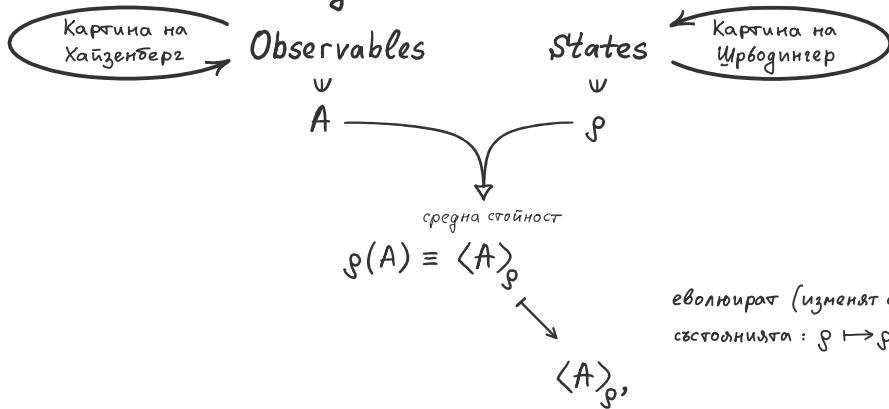


$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

наблюдаеми — състояния



наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ
 A

States

 ψ
 ρ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемитееволюират (изменят се)
състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

наблюдаеми — състояния

 ψ A ψ ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

$$\langle A' \rangle_{\rho}$$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

наблюдаеми — състояния

 ψ A ψ ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемите : $A \mapsto A'$

$$\langle A' \rangle_{\rho}$$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се)
състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

наблюдаеми — състояния

 ψ A ψ ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_{\rho}$$

 $=$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

↑
условие за
съгласуваност

наблюдаеми — състояния

 ψ A ψ ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)
състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_{\rho}$$

 $=$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

↑
условие за
съгласуваност

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако
чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)
- U е антилинейна

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

$$\text{тогава } P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}.$$

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,
като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$
и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,
тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Унитарни трансформации и матрици

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация.

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle \quad \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \underbrace{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle} \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle \quad \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$, то U е обратима

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle \quad \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$ - таква матрици се наричат **унитарни матрици**.

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$ - таква матрици се наричат **унитарни матрици**.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

 ψ A ψ ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_{\rho}$$

 $=$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

↑
условие за
съгласуваност

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ

Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_{\rho}$$

 $=$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

↑
условие за
съгласуваност

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ

Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемите : $A \mapsto A'$

$$\langle A' \rangle_{\psi} \stackrel{\text{съгласуваност}}{=} \langle A \rangle_{\psi'}$$

еволюират (изменят се)
състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ

Картина на
Шрьодингер

средна стойност

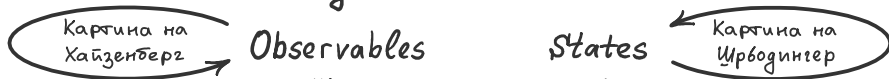
$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемите : $A \mapsto A'$

$$\langle A' \rangle_{\Psi} \stackrel{\text{съгласуваност}}{=} \langle A \rangle_{\Psi'}$$

еволюират (изменят се)
състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

наблюдаеми — състояния

 ψ A ψ ρ — чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

$$\langle A' \rangle_{\psi} \stackrel{\text{съгласуваност}}{=} \langle A \rangle_{\psi'}$$

$$\underbrace{\Psi \mapsto \Psi'}_{U\Psi}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемите: $A \mapsto A'$

свласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi} = \langle A \rangle_{\psi'} = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

еволюират (изменят се)
състоянията: $\psi \mapsto \psi'$

$U\psi$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

$$\langle A' \rangle_{\psi} \stackrel{\text{съгласуваност}}{=} \langle A \rangle_{\psi'} = \langle U\Psi | A U\Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle$$

 $U\Psi$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi} = \langle A \rangle_{\psi'} = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

$$\langle \psi | A' \psi \rangle = \langle \psi | U^* A U \psi \rangle$$

 $U\psi$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi} \stackrel{\text{съгласуваност}}{=} \langle A \rangle_{\psi'} = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

$$\langle \Psi | A' \Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle = \langle U\Psi | A U\Psi \rangle$$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi} = \langle A \rangle_{\psi'} = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

$$\langle \psi | A' \psi \rangle = \langle \psi | U^* A U \psi \rangle = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

 $U\psi$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi} = \langle A \rangle_{\psi'} = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

$$\langle \psi | A' \psi \rangle = \langle \psi | U^* A U \psi \rangle = \langle U\psi | A U\psi \rangle$$

$U\psi$

$\forall \psi$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията: $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi}$$

$$\langle A \rangle_{\psi'}$$

$$\langle U\Psi | A U\Psi \rangle$$

$$U\Psi$$

$$A' = U^* A U$$

$$\langle \Psi | A' \Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle =$$

 $\forall \Psi$

наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

 ψ A

States

 ψ ρ — чисто с вектор Ψ Картина на
Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\psi}$$

еволюират (изменят се)

наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)

състоянията : $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\psi}$$

$$\langle A \rangle_{\psi'}$$

$$\langle U\Psi | A U\Psi \rangle$$

$$U\Psi$$

$$\langle \Psi | A' \Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle =$$

$$A' = \underbrace{U^*}_{U^{-1}} A U$$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$ $\Rightarrow$ това е **изоморфизъм** на $*$ -алгебри с единица

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$ $\Rightarrow$ това е **изоморфизъм** на $*$ -алгебри с единица
- Горният вид **изоморфизми** се наричат “вътрешни” / “inner” .

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$ $\Rightarrow$ това е **изоморфизъм** на $*$ -алгебри с единица
- Горният вид **изоморфизми** се наричат "вътрешни" / "inner".
- Математически резултат: всички $*$ -изоморфизми на $\text{Mat}_n(\mathbb{C})$ в себе си са вътрешни.

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :

$$\left. \begin{aligned} - U^{-1}(AB)U &= (U^{-1}AU)(U^{-1}BU) \\ - U^{-1}\hat{I}U &= \hat{I} \\ - (U^{-1}AU)^* &= U^* A^* U^{-1*} \end{aligned} \right\}$$

 $\Rightarrow$ това е изоморфизъм на $*$ -алгебри с единица
- Горният вид изоморфизми се наричат “вътрешни” / “inner” .
- Математически резултат : всички $*$ -изоморфизми на $\text{Mat}_n(\mathbb{C})$ в себе си са вътрешни .
- Това показва , че за крайни , чисто квантови системи , двете картини на описание на квантовите трансформации са еквивалентни .

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $=$
 $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 $=$
 $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $=$
 $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{\cdot 1} & u_{\cdot 2} & u_{\cdot 3} & \cdots & u_{\cdot n} \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{.1} & u_{.2} & u_{.3} & \cdots & u_{.n} \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{\cdot 1} & u_{\cdot 2} & u_{\cdot 3} & \cdots & u_{\cdot n} \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{\cdot 1} & u_{\cdot 2} & u_{\cdot 3} & \cdots & u_{\cdot n} \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{\cdot 1} & u_{\cdot 2} & u_{\cdot 3} & \cdots & u_{\cdot n} \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{\cdot 1} & u_{\cdot 2} & u_{\cdot 3} & \cdots & u_{\cdot n} \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$
 u_1
 $\downarrow$
 u_2
 $\downarrow$
 u_3
 $\cdots$
 $\downarrow$
 u_n
 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$
 $\downarrow$
 $\downarrow$
 $\cdots$
 $\downarrow$
 u_1
 u_2
 u_3
 $\cdots$
 u_n
 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\cdots$ $\downarrow$ u_1 u_2 u_3 $\cdots$ u_n $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\cdots$ $\downarrow$ u_1 u_2 u_3 $\cdots$ u_n $=$ $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_n \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_n \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$
 $\downarrow$
 $\downarrow$
 $\downarrow$
 $\downarrow$
 u_1
 u_2
 u_3
 $\cdots$
 $\cdots$
 u_n
 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

U е унитарна $\Leftrightarrow$
 колоните (или редовете)
 са ортонормирани базиси

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$
 u_1
 $\downarrow$
 u_2
 $\downarrow$
 u_3
 $\cdots$
 $\downarrow$
 u_n
 $=$
 $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 $=$
 $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_n \end{matrix}$$

 U^*

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \bar{u}_{31} & \cdots & \bar{u}_{n1} \\ \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \bar{u}_{32} & \cdots & \bar{u}_{n2} \\ \bar{u}_{13} & \bar{u}_{23} & \bar{u}_{33} & \cdots & \bar{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{3n} & \cdots & \bar{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 $=$
 $\hat{I}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$UU^* = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow |u_1\rangle\langle u_1| + \cdots + |u_n\rangle\langle u_n| = \hat{I}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$ $\cdots$ $\downarrow$ u_1 u_2 u_3 $\cdots$ u_n $=$ $\hat{1}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \bar{u}_{31} & \cdots & \bar{u}_{n1} \\ \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \bar{u}_{32} & \cdots & \bar{u}_{n2} \\ \bar{u}_{13} & \bar{u}_{23} & \bar{u}_{33} & \cdots & \bar{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{3n} & \cdots & \bar{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

$$e_j \xrightarrow{U} u_j$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_n \end{matrix}$$

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

 U^*

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \bar{u}_{31} & \cdots & \bar{u}_{n1} \\ \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \bar{u}_{32} & \cdots & \bar{u}_{n2} \\ \bar{u}_{13} & \bar{u}_{23} & \bar{u}_{33} & \cdots & \bar{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{3n} & \cdots & \bar{u}_{nn} \end{pmatrix}$$

$$e_j \xrightarrow{U} u_j$$

 U

$$\begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_n \end{matrix}$$

 $\hat{1}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

U е унитарна $\Leftrightarrow$
колоните (или редовете)
са ортонормирани базиси

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

$$U U^* = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow |u_1\rangle \langle u_1| + \cdots + |u_n\rangle \langle u_n| = \hat{1}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

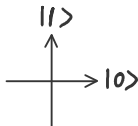
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



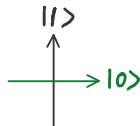
Унитарни матрици и ортонормирани базиси
 - пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси
 - пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

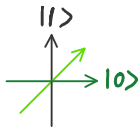
$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси
 - пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

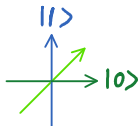
$$|0\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

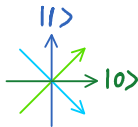
$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси
 - пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

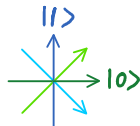
$$|1\rangle \quad \text{---} \boxed{H} \text{---} \quad 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси
 - пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |0\rangle \\ |1\rangle \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{array} \right.$$

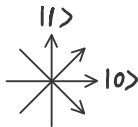


Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$

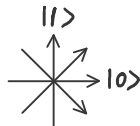


Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \xrightarrow{H} \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$



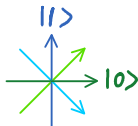
- пример 2.: Ротация на ъгол α : $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \xrightarrow{H} \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$



- пример 2.: Ротация на ъгъл α : $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

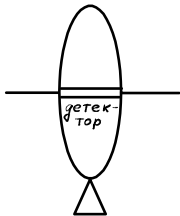
"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

"Бомбен" тест на Елицур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

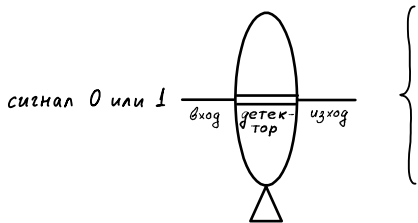
- а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



"Бомбен" тест на Елицур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

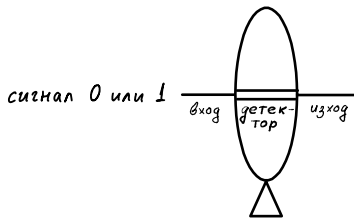
- а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

- а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

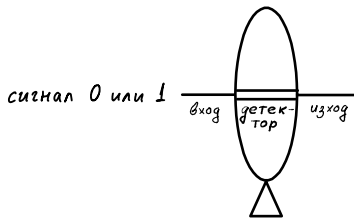


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - задейства се

"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

- а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

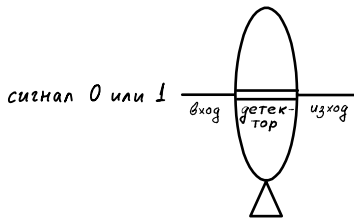


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - задейства се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход $\equiv$ изход).

"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

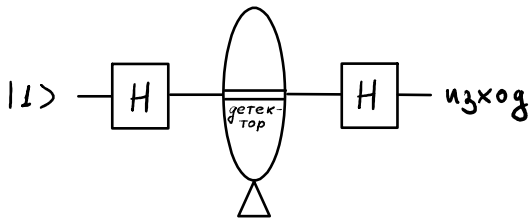
- а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - задейства се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход $\equiv$ изход).

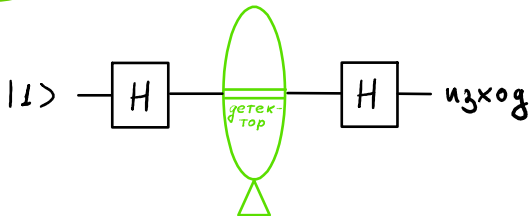
- б) Задачата е да тестваме бомбите (детекторите) без да ги задействаме.

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1



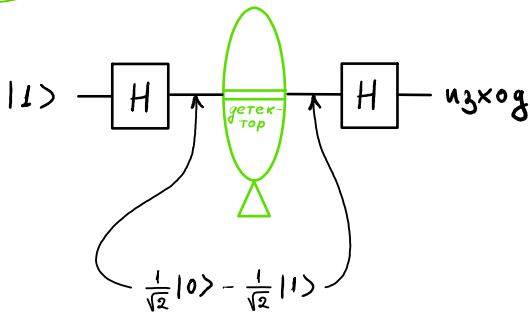
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



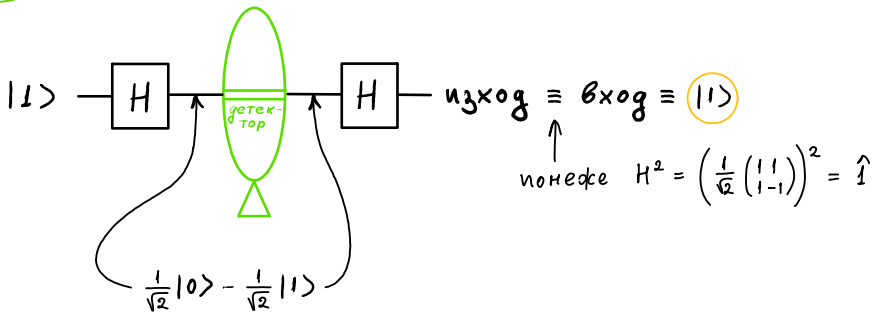
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



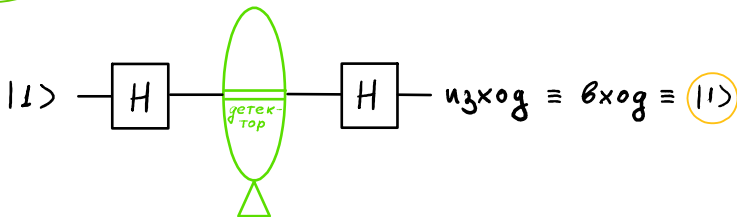
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



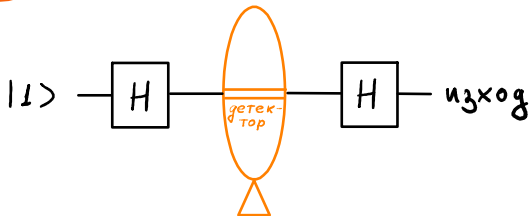
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



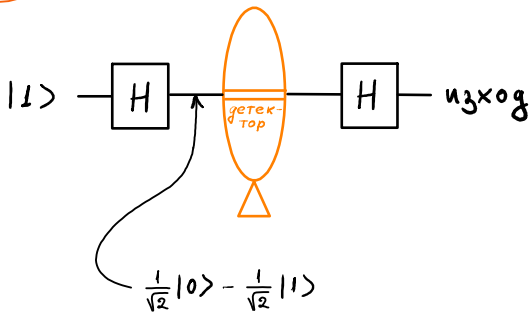
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



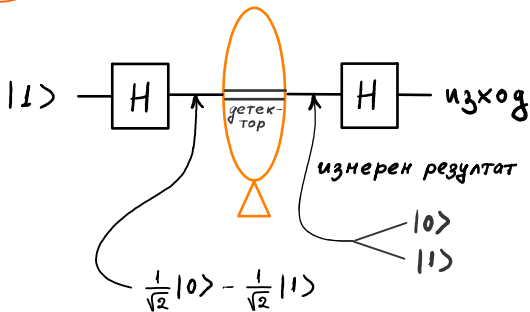
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



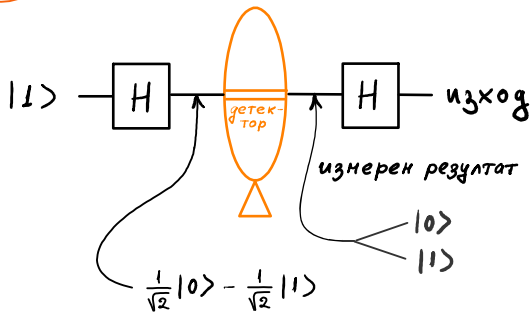
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



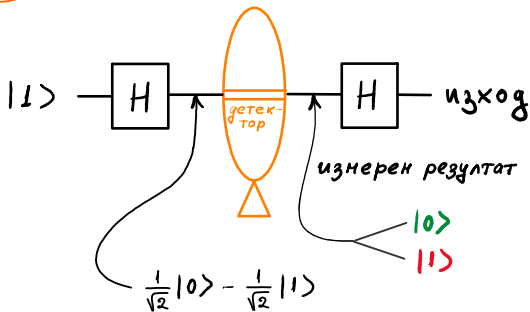
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



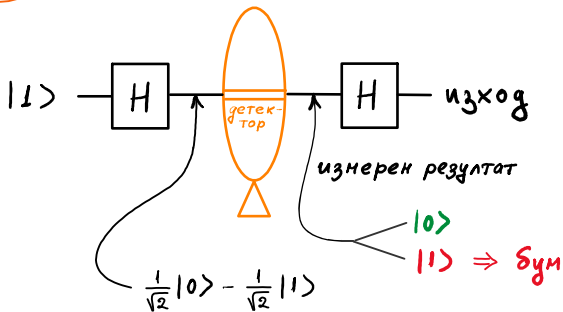
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



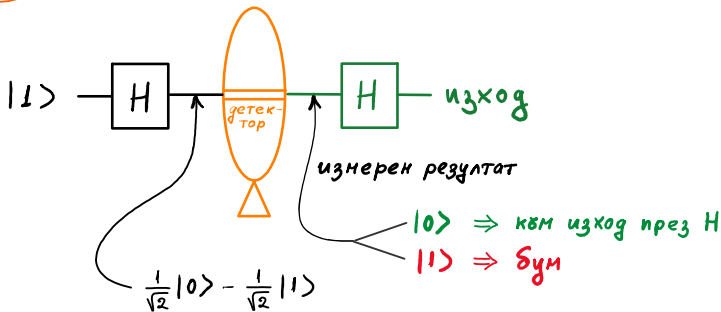
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



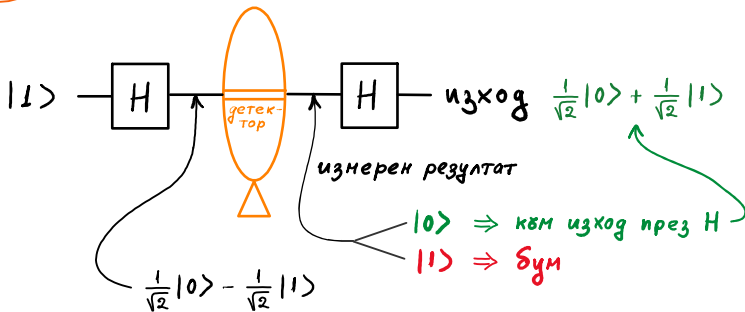
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



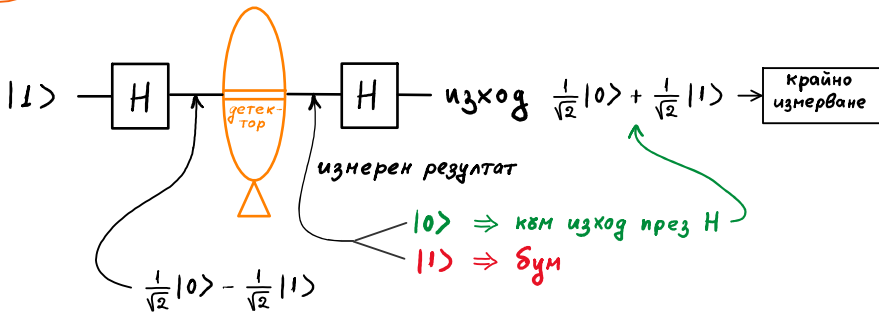
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



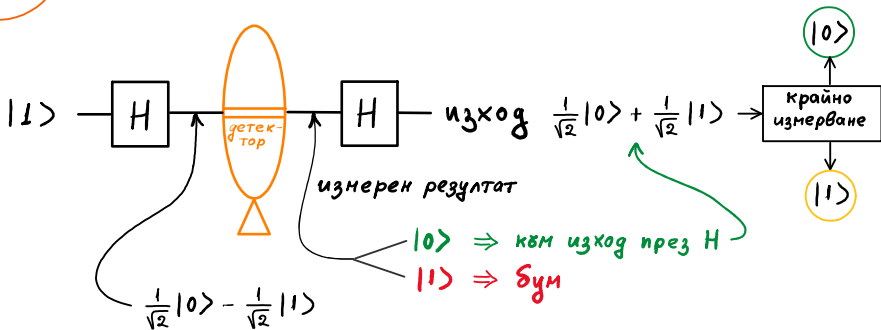
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



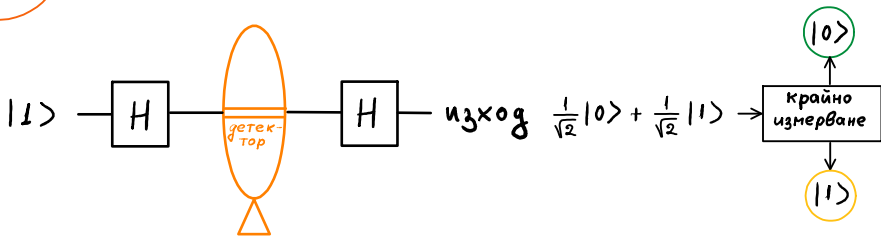
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



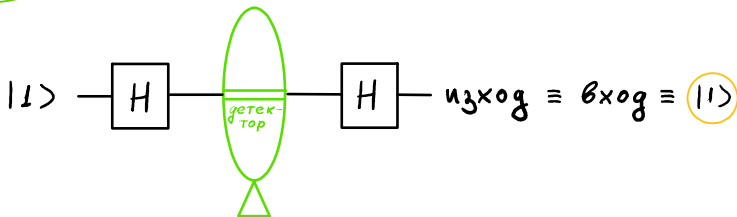
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение !

здрава
бомба



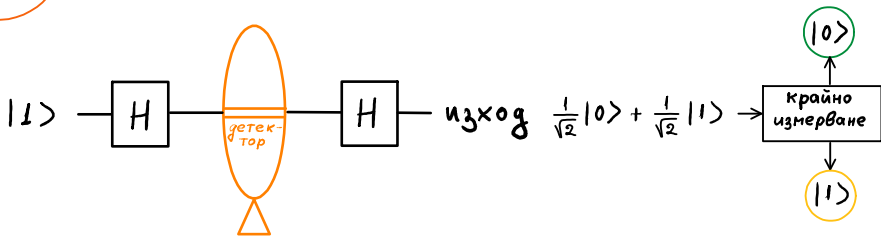
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение !

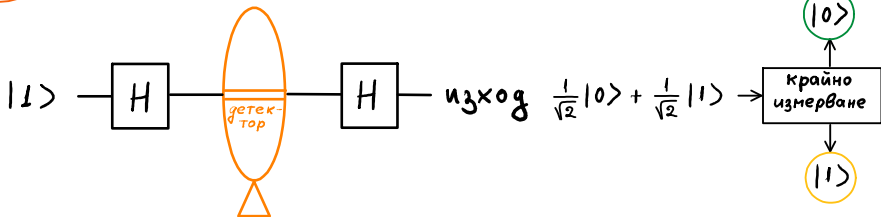
здрава
бомба



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

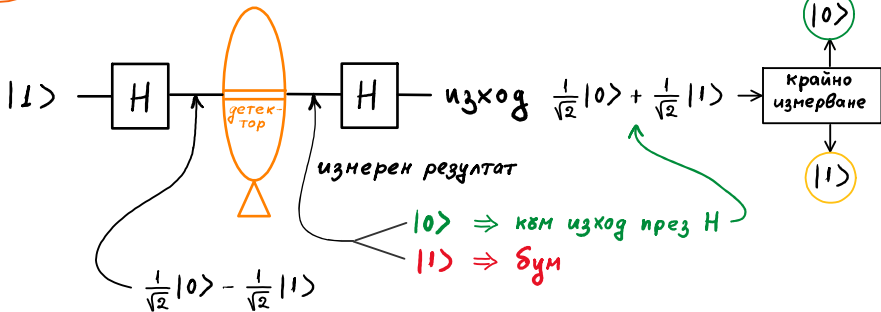
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

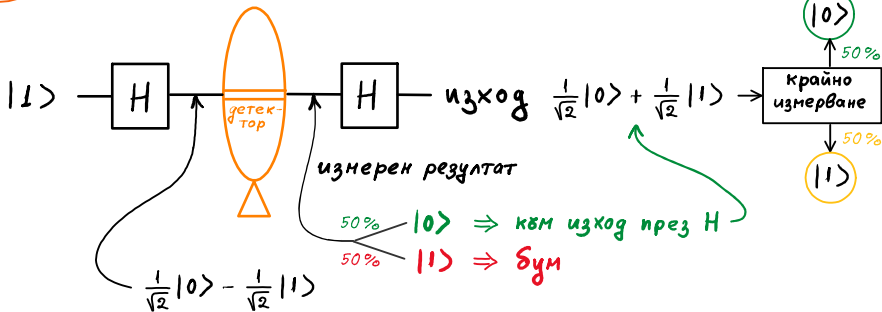
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

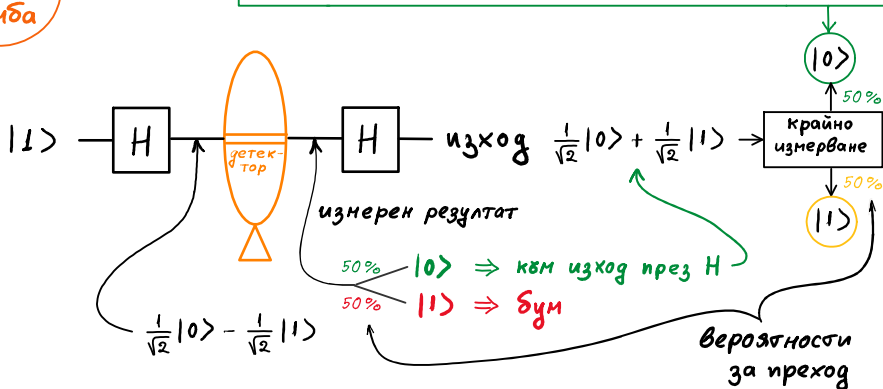
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

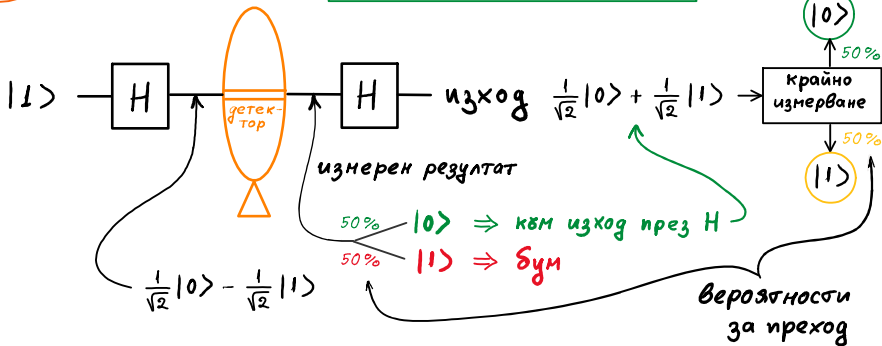


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

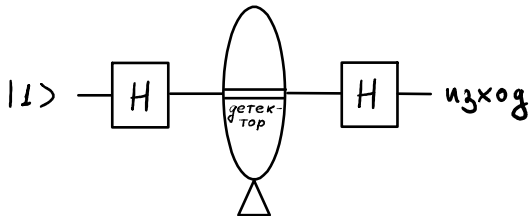
здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

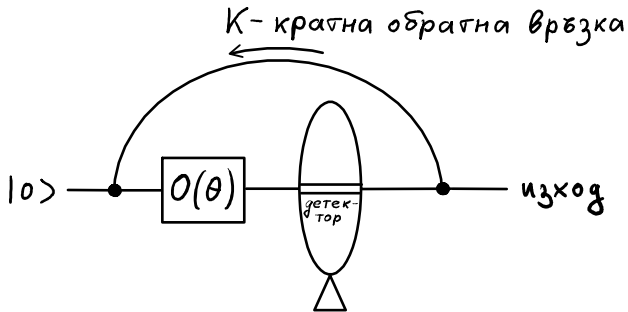
успех: $50\% \times 50\% = 25\%$



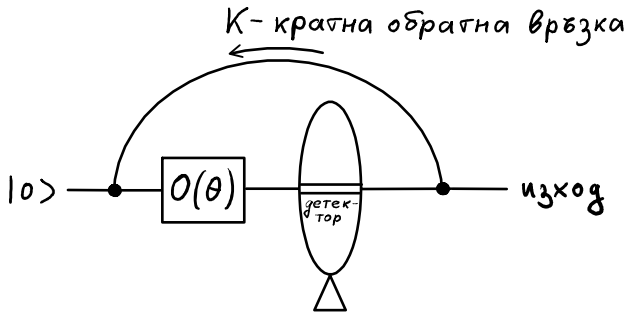
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

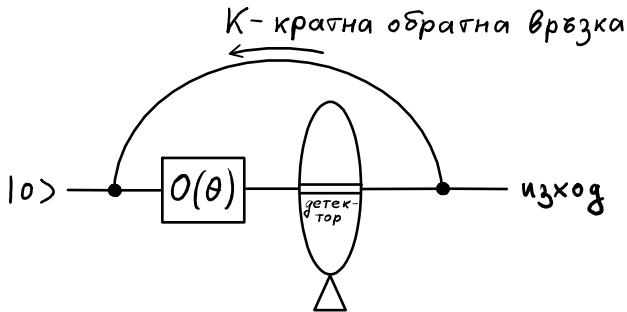


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

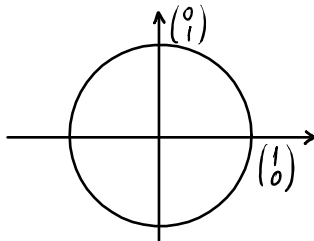


$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

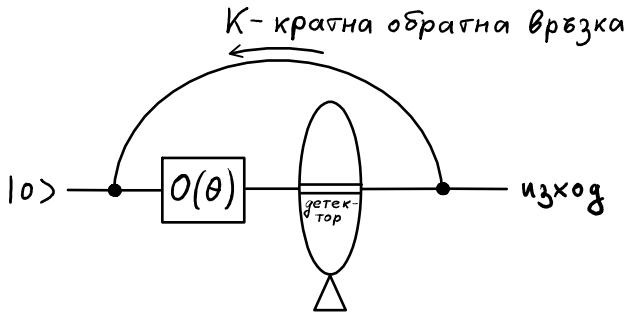
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



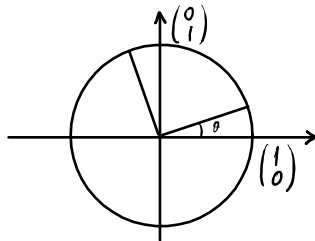
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



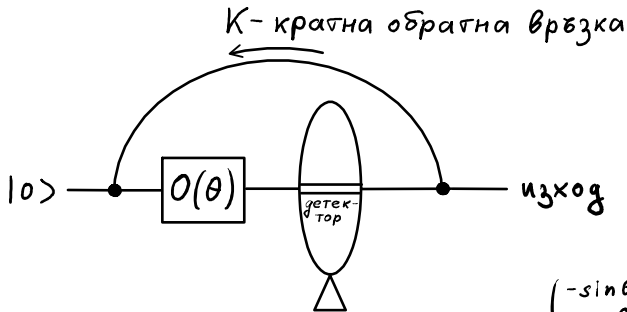
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



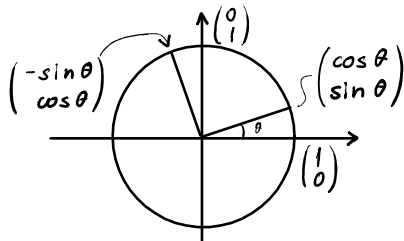
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



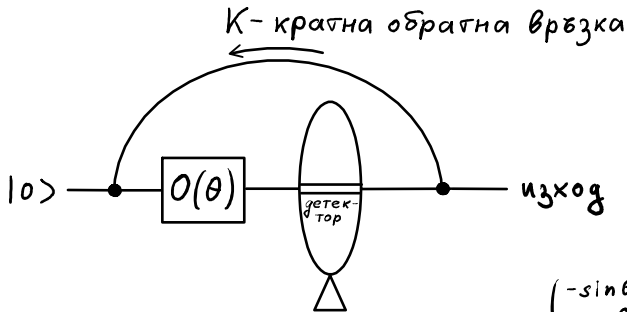
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



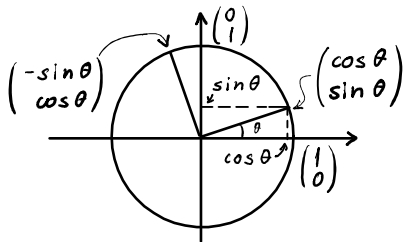
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



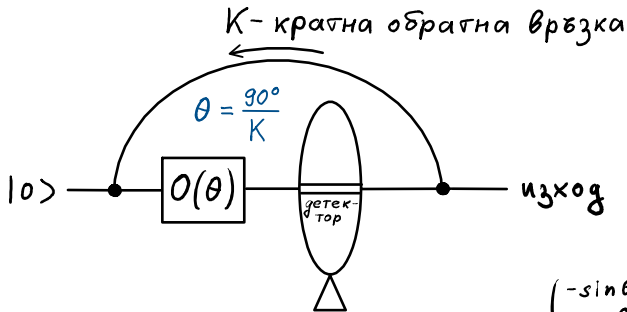
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



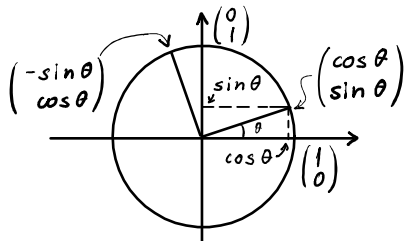
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



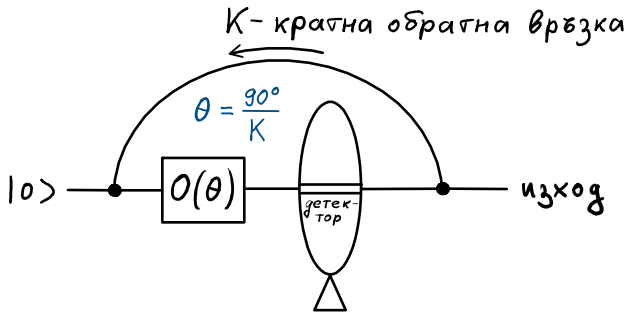
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

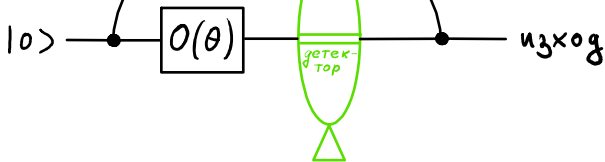


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

К - кратна обратна връзка

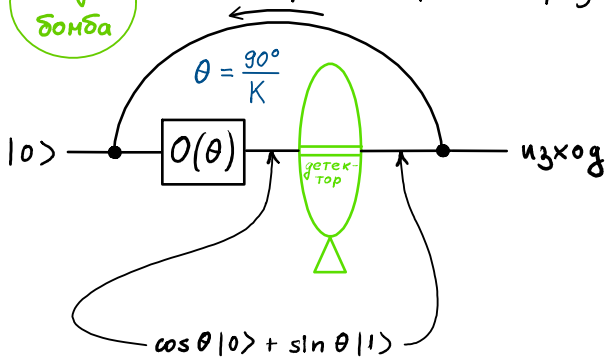
$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

К - кратна обратна връзка

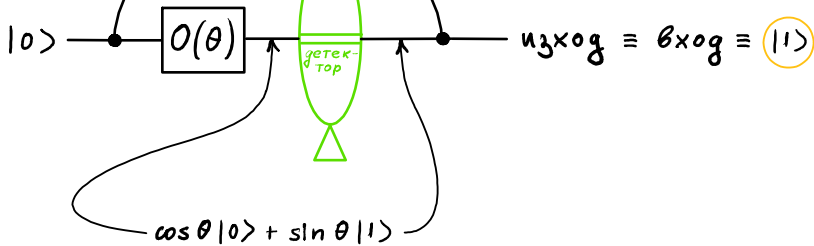


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

K - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$

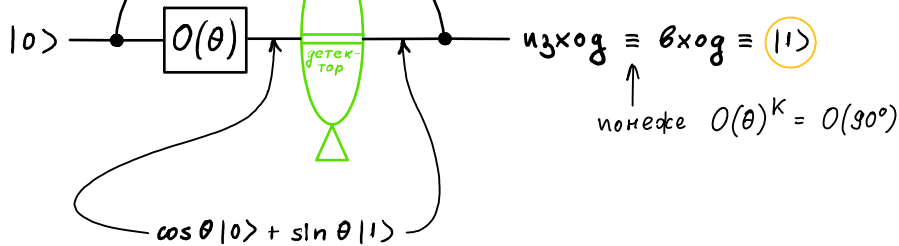


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

K - кратна обратна връзка

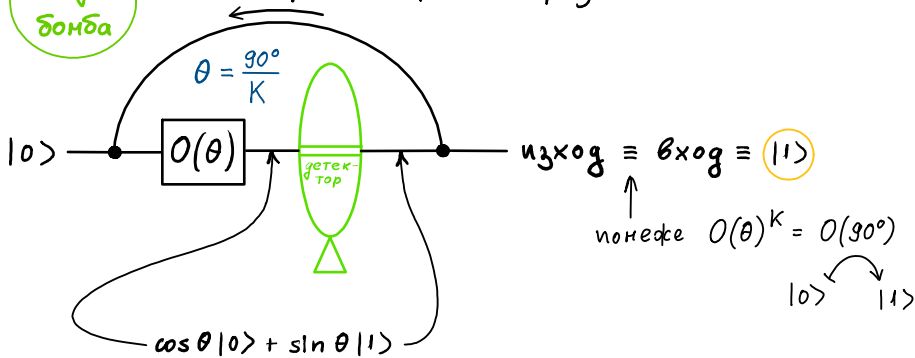
$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

K - кратна обратна връзка

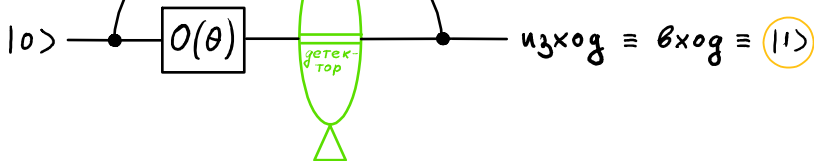


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$

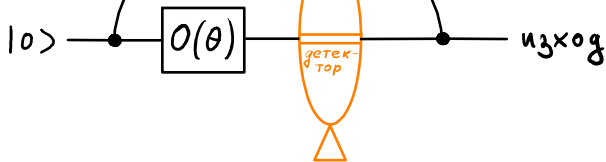


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$

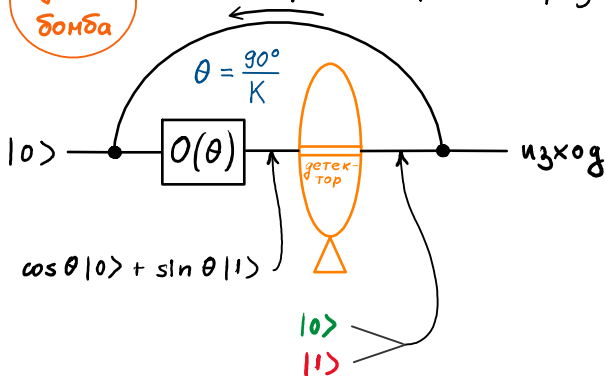


$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

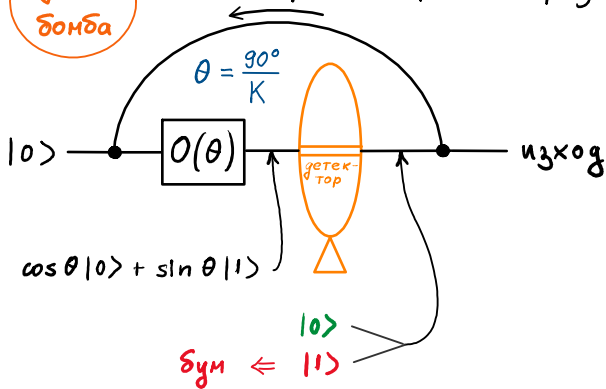
К - кратна обратна връзка



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

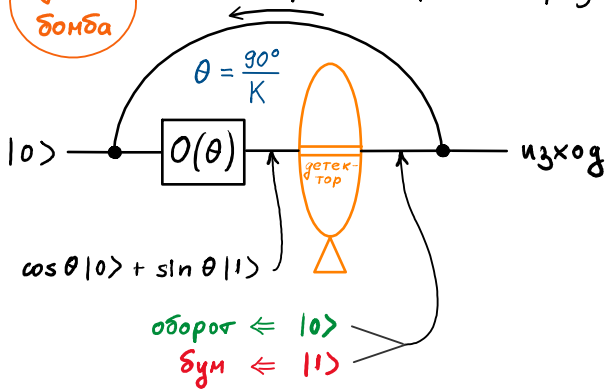
К - кратна обратна връзка



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

Верига на събитията:

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{сум} \Leftarrow |1\rangle$$

Верига на събитията:

● стена I

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

Верига на събитията:
детекция • стена!

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

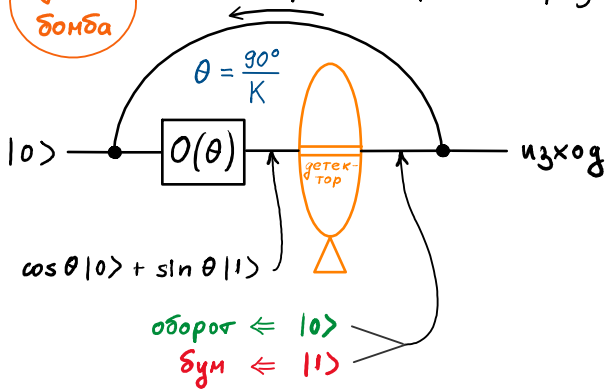
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка



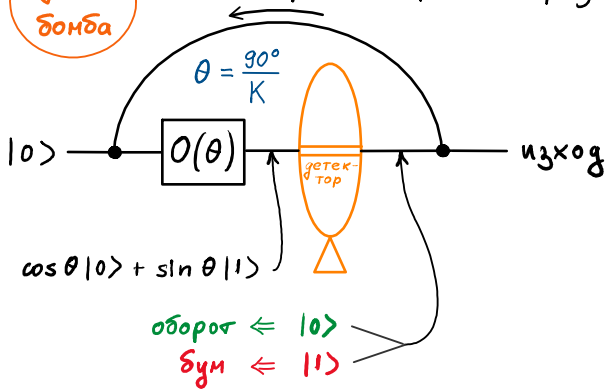
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка



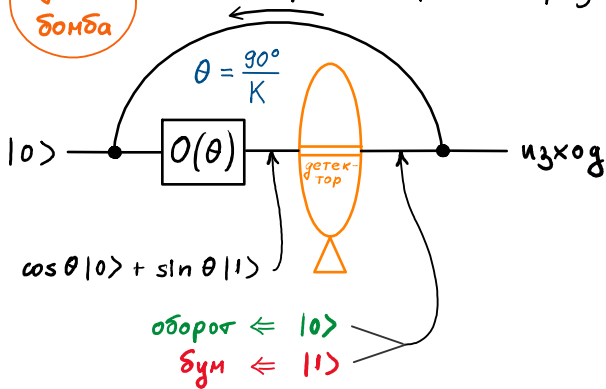
Верига на събитията:



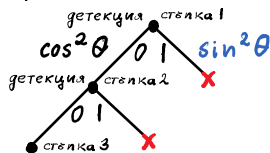
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка



Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$

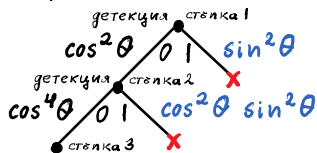


$$\cos \theta |0\rangle + \sin \theta |1\rangle$$

$$\text{оборот} \Leftarrow |0\rangle$$

$$\text{бум} \Leftarrow |1\rangle$$

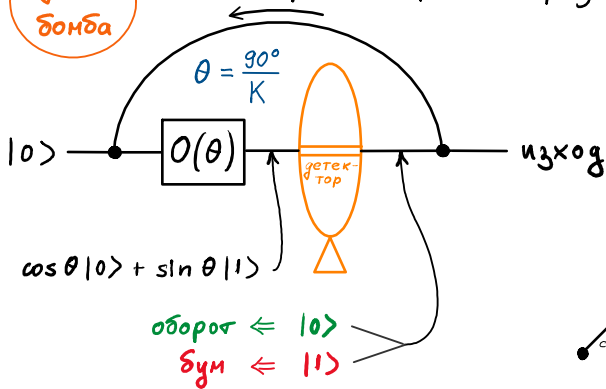
Верига на събитията:



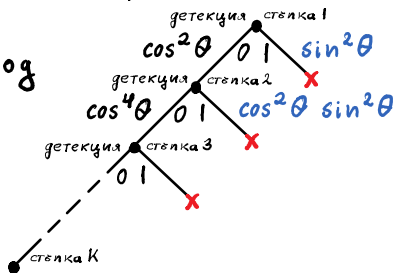
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка



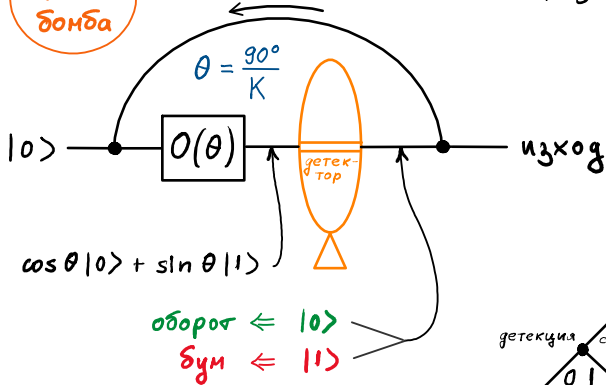
Верига на събитията:



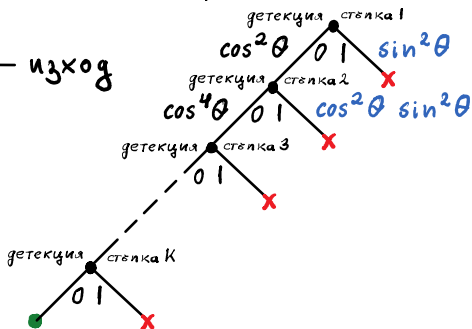
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К- кратна обратна връзка



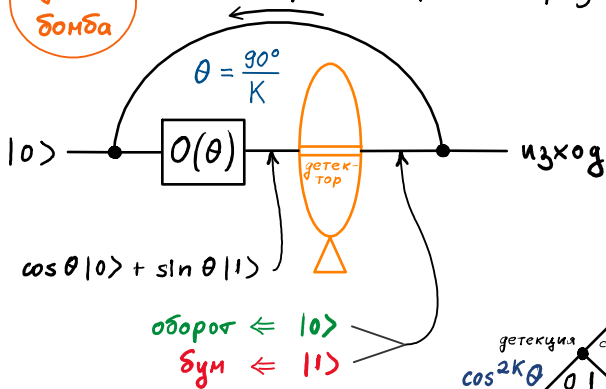
Верига на събитията:



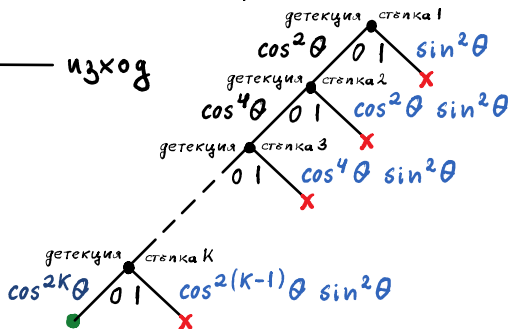
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К- кратна обратна връзка



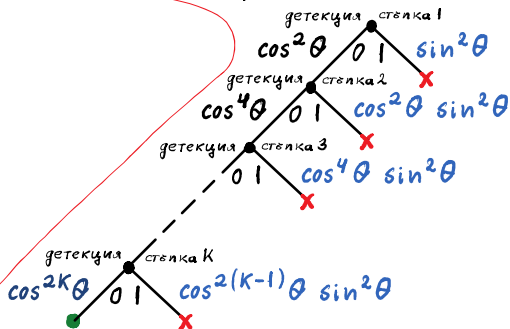
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

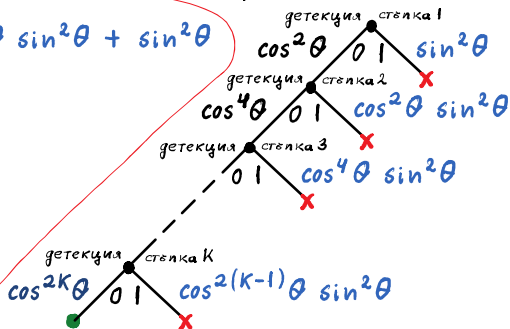
Разпределение на вероятностите

$$\cos^{2K}\theta$$

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\cos^{2K}\theta$$

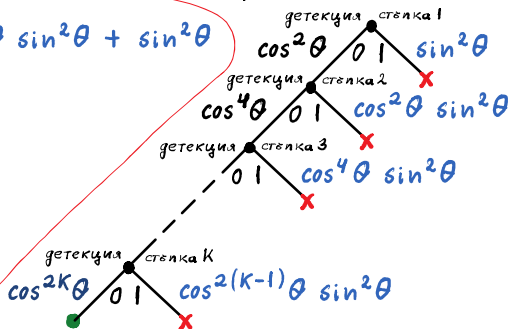
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\cos^{2K}\theta$$

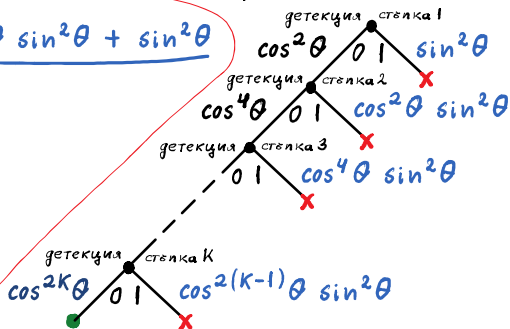
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се}}$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\cos^{2K}\theta$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

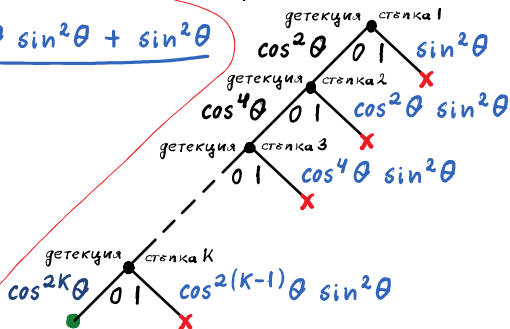
$$= 1$$

задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\cos^{2K}\theta$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

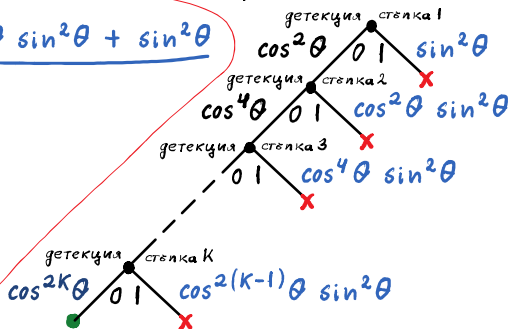
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\cos^{2K}\theta$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

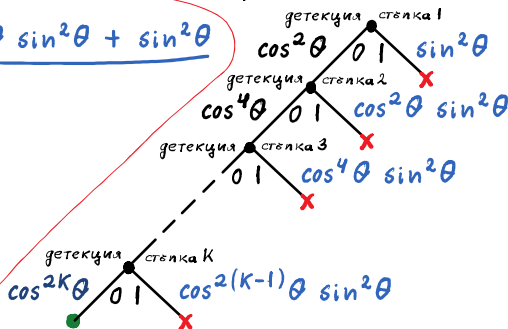
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\cos^{2K}\theta$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

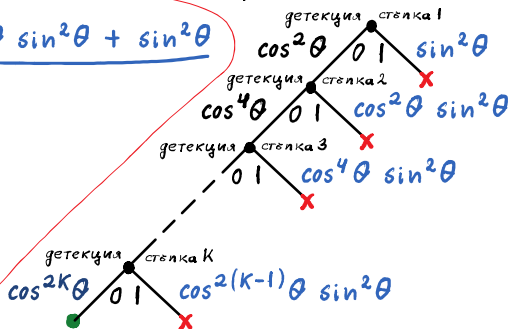
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0 \quad \text{при } K \rightarrow \infty$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:

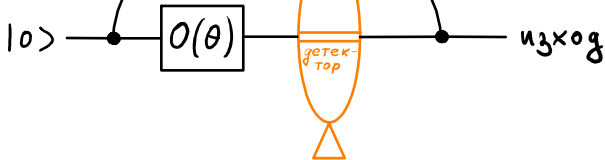


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

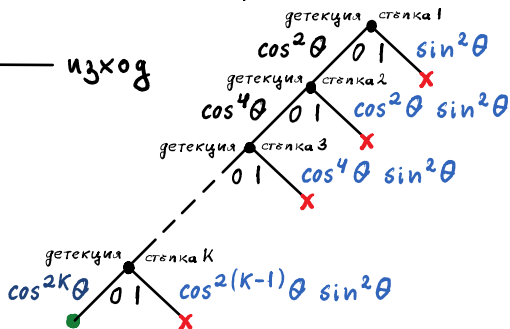
здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



Верига на събитията:

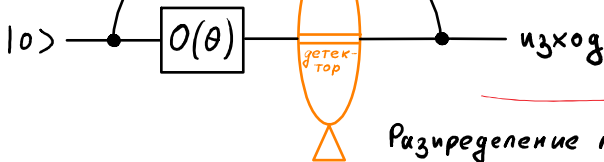


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

K - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



Разпределение на вероятностите:

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}_{\text{не се задейства}} + \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta}_{\text{задейства се с вероятност}} + \underbrace{\sin^2\theta}_{1 - \cos^{2K}\theta} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

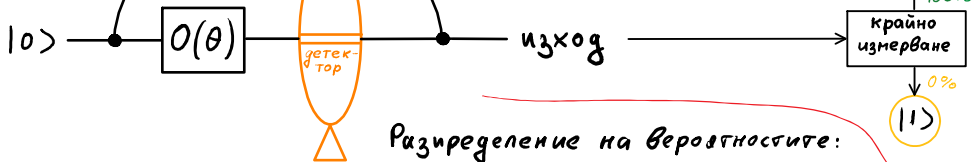
при
 $K \rightarrow \infty$

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

K - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



Разпределение на вероятностите:

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задейства и изхода е 0}} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

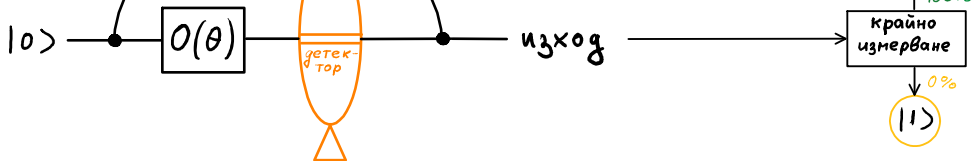
при
 $K \rightarrow \infty$

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$

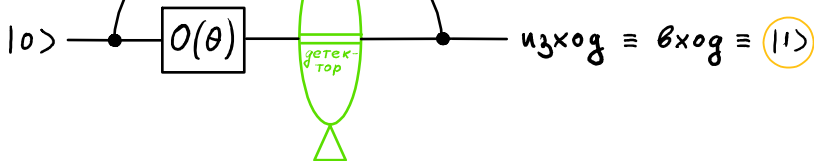


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

повредена
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$

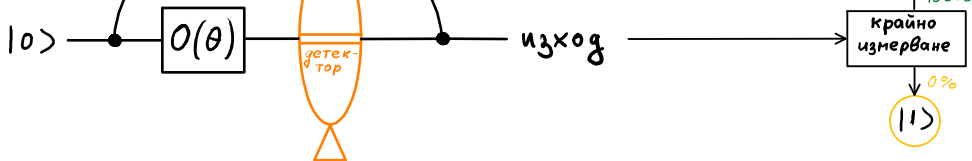


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

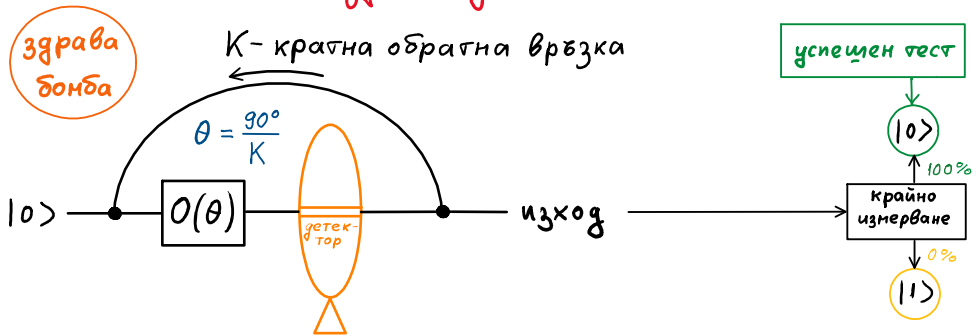
здрава
бомба

К - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

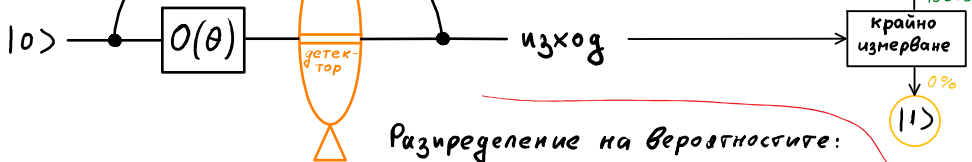


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

K - кратна обратна връзка

$$\theta = \frac{90^\circ}{K}$$



Разпределение на вероятностите:

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задейства и изхода е 0}} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

задейства се

с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$