КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА, ЛЕКЦИЯ 12 / 5.01.2022

ПЛАН

1. Обзор и ретроспекция на материала до тук
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите

   и приложението й в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. …

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
   и приложението й в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. …

Квантова информатика

Теоретична квантова физика

Квантова информатика

Теоретична квантова физика

Алгебра

Квантова информатика


Теоретична квантова физика
Алгебра
Квантова информатика
Вероятности и статистика

Теоретична квантова физика

Алгебра

Квантова информатика

Вероятности и статистика

Математическа логика и теория на алгоритмите

Теоретична квантова физика

Алгебра

Квантова информатика

Компютърни науки

Вероятности и статистика

Математическа логика и теория на алгоритмите


Теоретична квантова физика
Алгебра
Експериментална и инженерна квантова физика
Квантова информатика
Компютърни науки
Вероятности и статистика
Математическа логика и теория на алгоритмите

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

- **Най-напред се оформя алгебричния подход в работи, като например, тези на Дирак**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_(Fourth_Edition,_Revised).pd

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

- **Най-напред се оформя алгебричния подход в работи, като например, тези на Дирак**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_(Fourth_Edition,_Revised).pdf
  и фон Нойман
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/von_Neumann,_J._(Wheeler,_Nicholas_A._(edt.)),_Mathematical_foundations_of_quantum_mechanics.pdf

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

- **Най-напред се оформя алгебричния подход в работи, като например, тези на Дирак**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_(Fourth_Edition,_Revised).pdf
  и фон Нойман
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/von_Neumann,_J._(Wheeler,_Nicholas_A._(edt.)),_Mathematical_foundations_of_quantum_mechanics.pdf
- **След това се оформя и "квантово-логическия" подход в работи на фон Нойман и Биркхоф, ..., Пирон**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Piron_C.,_Foundations_Of_Quantum_Physics.pdf.pdf

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

- **Най-напред се оформя алгебричния подход в работи, като например, тези на Дирак**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_(Fourth_Edition,_Revised).pdf
  и фон Нойман
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/von_Neumann,_J._(Wheeler,_Nicholas_A._(edt.)),_Mathematical_foundations_of_quantum_mechanics.pdf
- **След това се оформя и "квантово-логическия" подход в работи на фон Нойман и Биркхоф, ..., Пирон**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Piron_C.,_Foundations_Of_Quantum_Physics.pdf.pdf
  Въпреки, че този подход изхожда от много по-слаби аксиоматични предположения той достига по същество до същите резултати.

Основната учебна част на курса по "Квантова информатика" е "квантовата статистика".

Самата "квантова информатика" се явява по-скоро цел и демонстрация на квантовата статистика.

Като научна област "квантовата информатика" е все още в развитие и уточняване на самите основи.

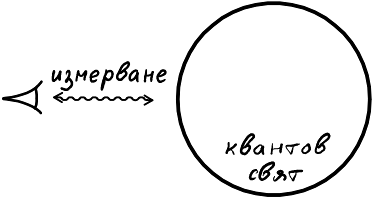
Теорията на квантовата статистика е завършена до средата на XX век.

- **Най-напред се оформя алгебричния подход в работи, като например, тези на Дирак**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Dirac_P.A.M.,_The_Principles_of_Quantum_Mechanics_(Fourth_Edition,_Revised).pdf
  и фон Нойман
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/von_Neumann,_J._(Wheeler,_Nicholas_A._(edt.)),_Mathematical_foundations_of_quantum_mechanics.pdf
- **След това се оформя и "квантово-логическия" подход в работи на фон Нойман и Биркхоф, …, Пирон**
  http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/QuantumInformation2020/literature/Piron_C.,_Foundations_Of_Quantum_Physics.pdf.pdf
  Въпреки, че този подход изхожда от много по-слаби аксиоматични предположения той достига по същество до същите резултати.

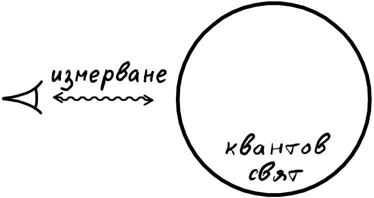
Тук ще представим най-отличителните моменти на квантовата статистика, както и ще обзор на някои от изследователските направления на квантовата информатика.

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател"

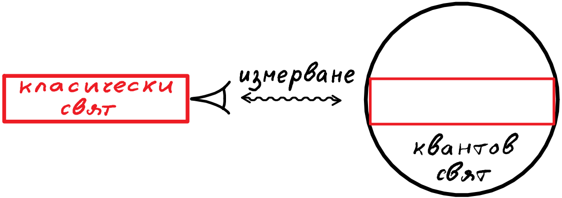
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател"



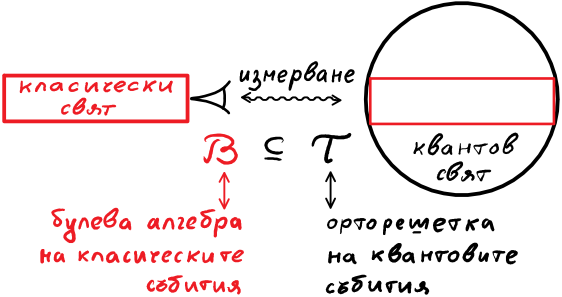
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател", посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).



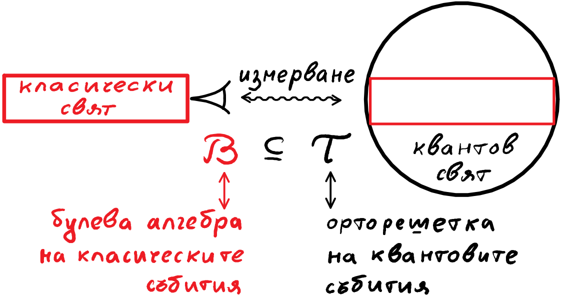
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател", посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).



Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател", посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).

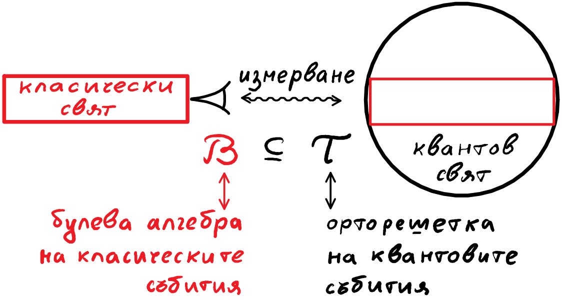


Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда на аксиоматично ниво понятието за "наблюдател", посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).



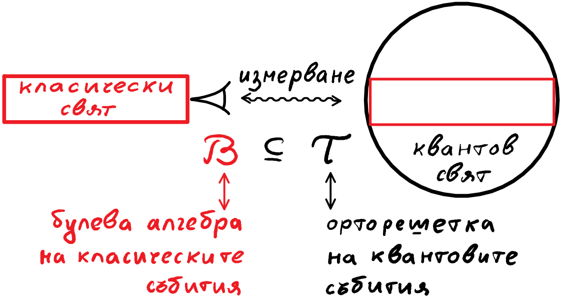
В класическата физика измерването е "безобидно".

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



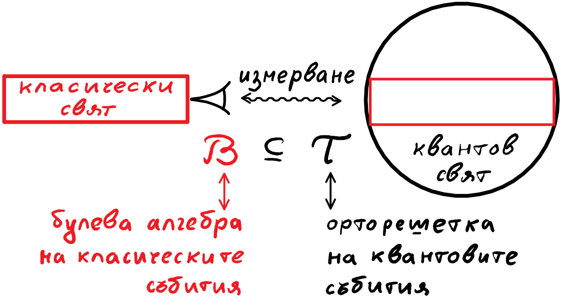
"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

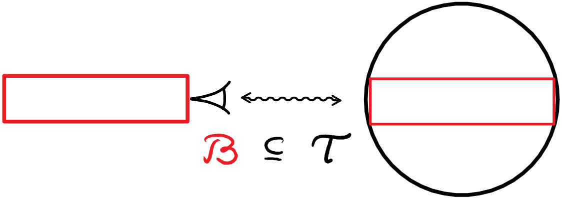
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

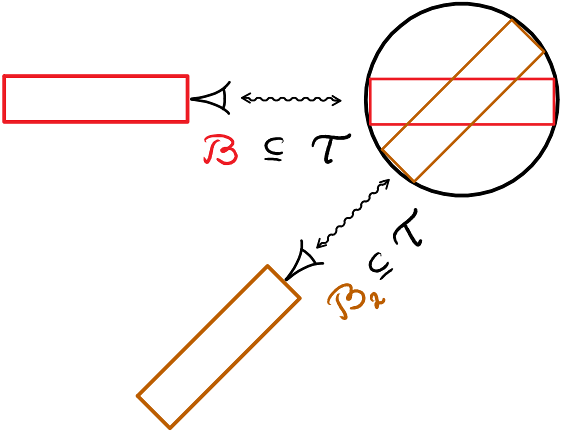
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

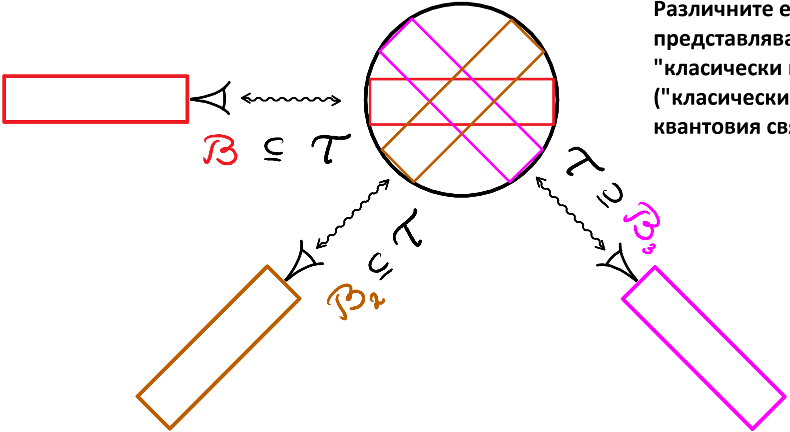
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

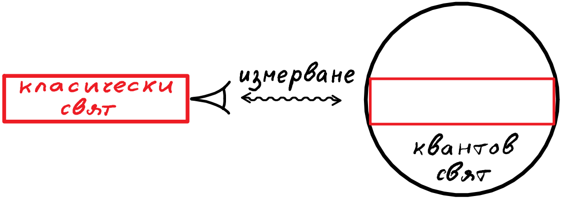
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

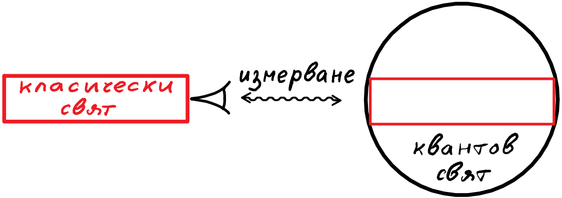
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представят различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

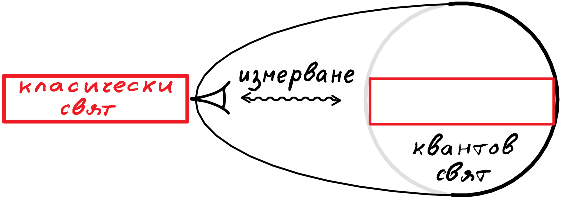
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

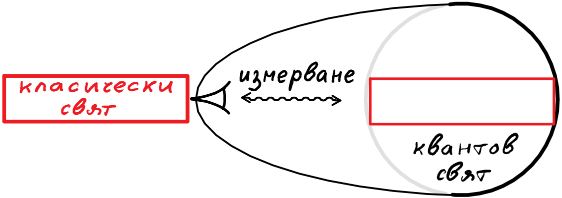
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

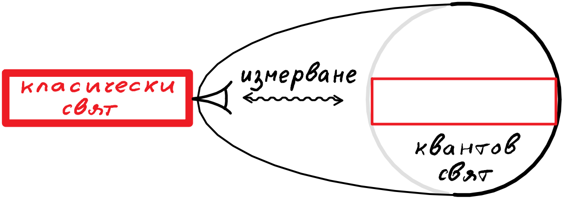


Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

Винаги обаче ще остане класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

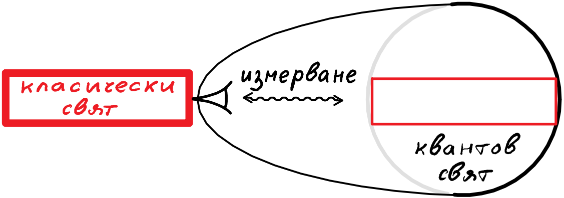


Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

Винаги обаче ще остане класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

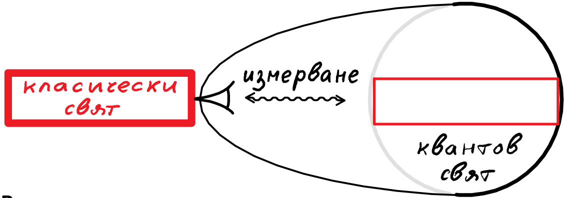
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



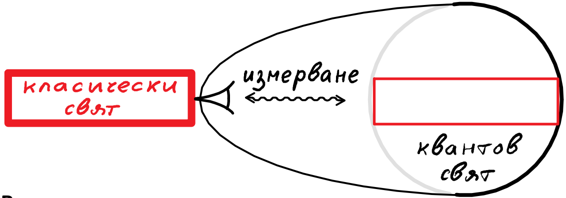
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

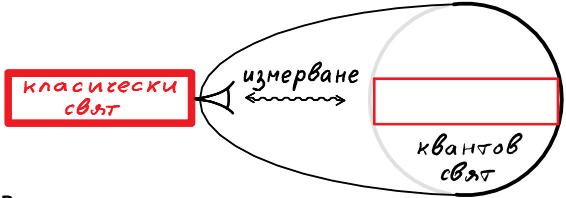
Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Въпрос:

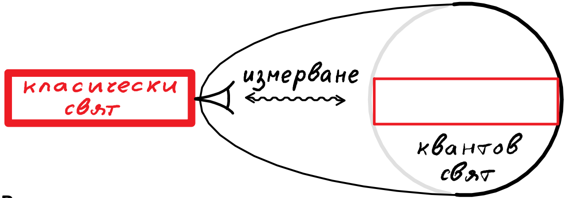
а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

Ако го няма обаче получаваме парадокси, като този с котката на Шрьодингер", която е в чисто състояние на суперпозиция на "жива" и "умряла".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

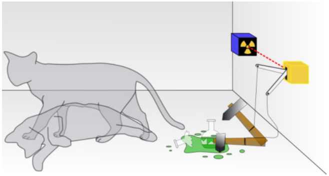
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

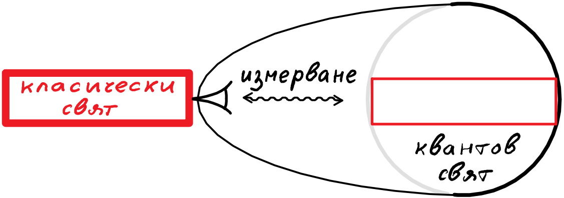


По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

Ако го няма обаче получаваме парадокси, като този с котката на Шрьодингер", която е в чисто състояние на суперпозиция на "жива" и "умряла".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

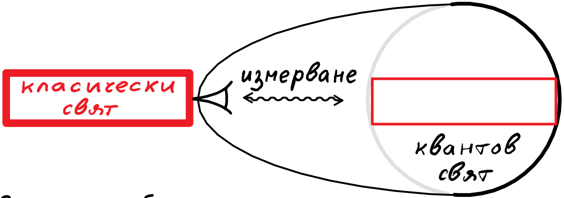
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

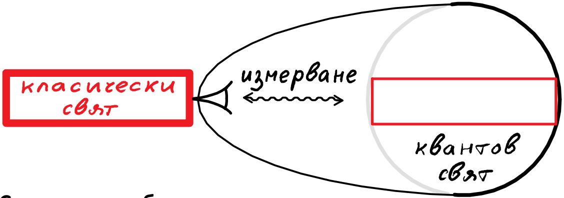


Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



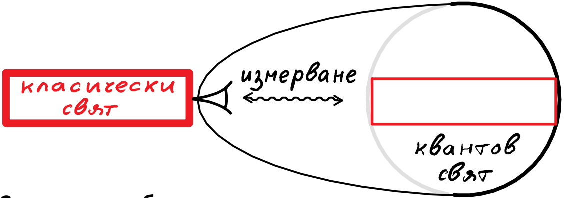
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

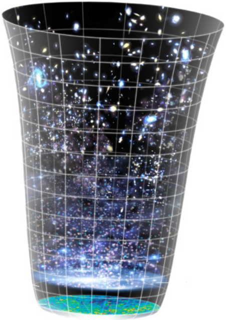
1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

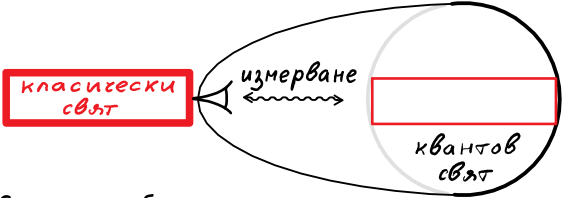


Свързани проблеми:

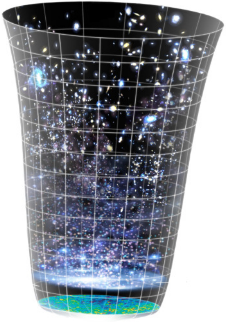
1. **В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.**

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.



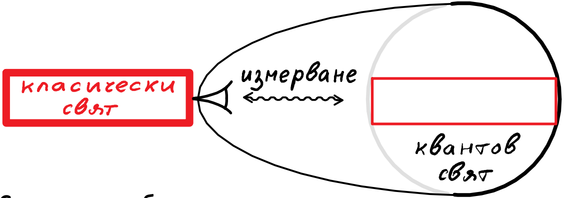
Свързани проблеми:

1. **В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.**

   Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти. Как е станала "проекцията"?

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

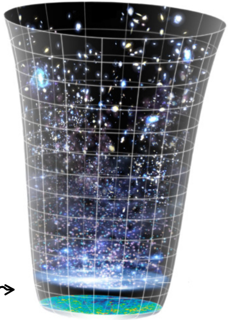


Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

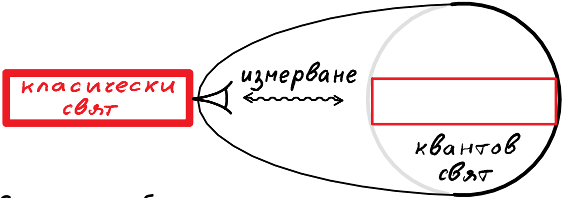
1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

   Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.
   Как е станала "проекцията"?

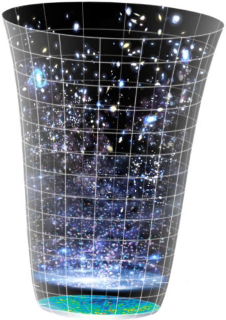


"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.



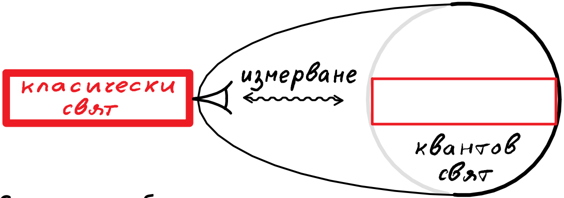
Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

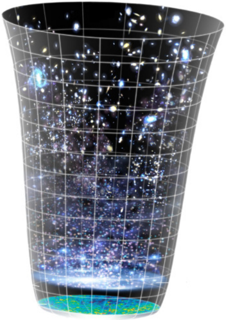
   Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти. Как е станала "проекцията"?

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.



Свързани проблеми:

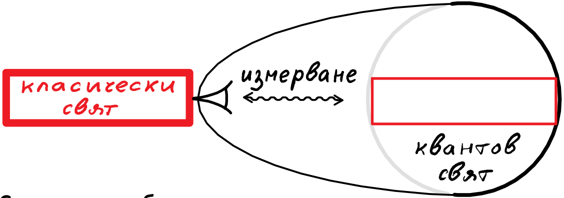
1. **В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.**

   Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти. Как е станала "проекцията"?

   В случая, цялата вселена се оказва в положението на "котката на Шрьодингер"

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

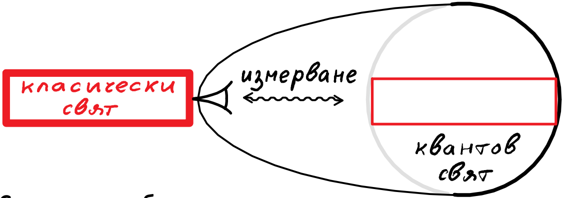
1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

   Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти. Как е станала "проекцията"?

   В случая, цялата вселена се оказва в положението на "котката на Шрьодингер"

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



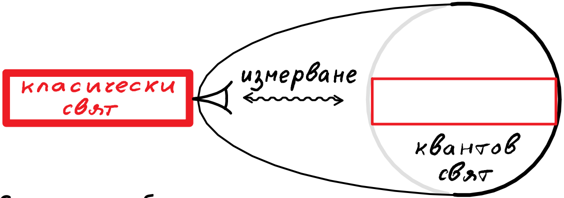
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



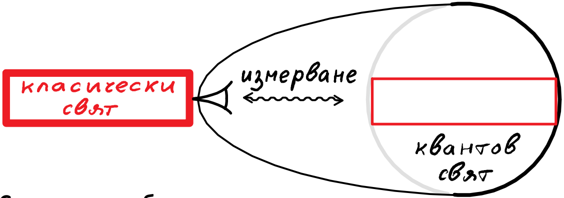
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:
постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

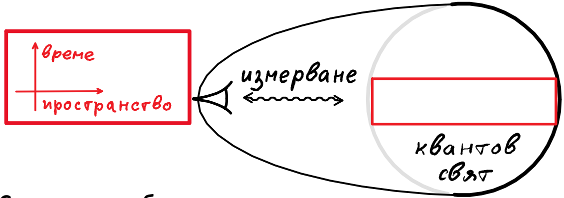
Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:
постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

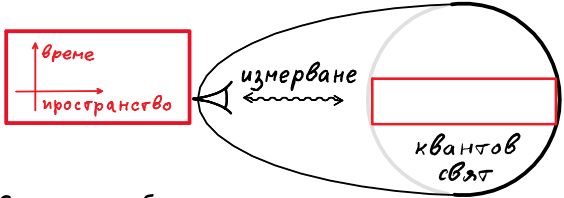
Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:
постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:

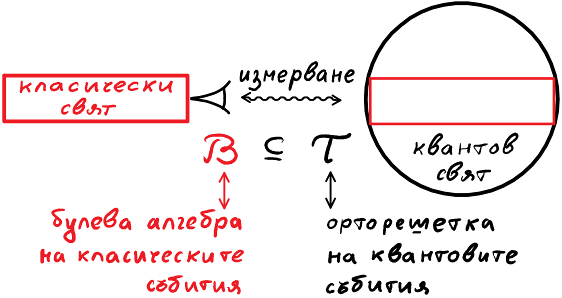
постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

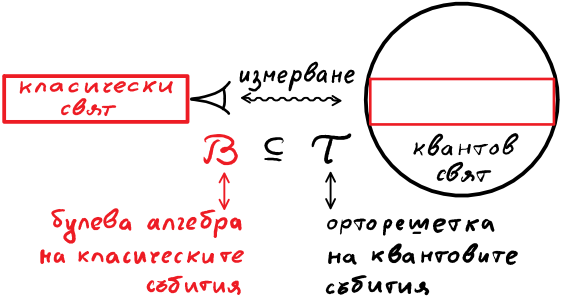
И все пак, за да стигнем до условията на "квантова гравитация" ние трябва да постигнем енергии от порядъка на около 10^{15} пъти по-големи от най-високите енергии достъпни на човека.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

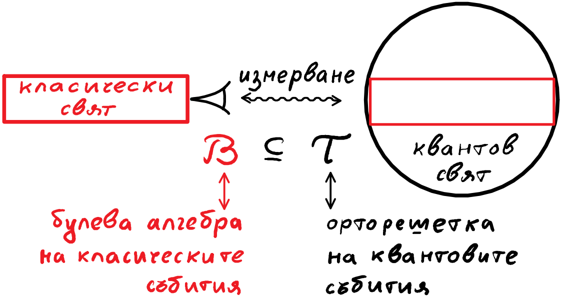


"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя"



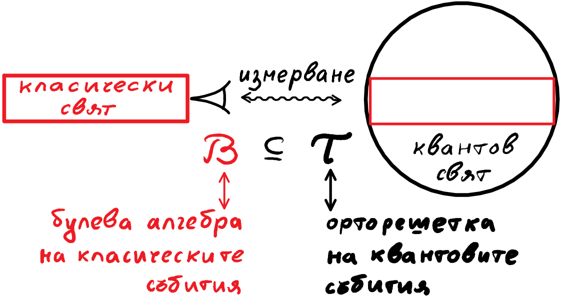
"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **логическия** подход страната на наблюдателя се определя от **орто-решетката на събитията**



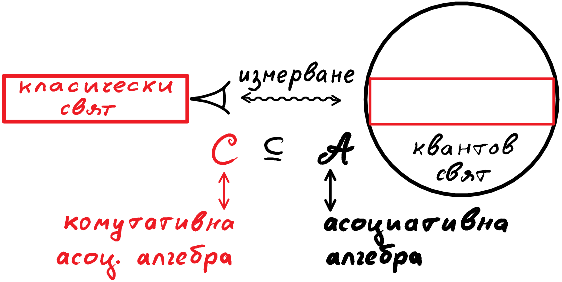
"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **логическия** подход страната на наблюдателя се определя от **орто-решетката на събитията**



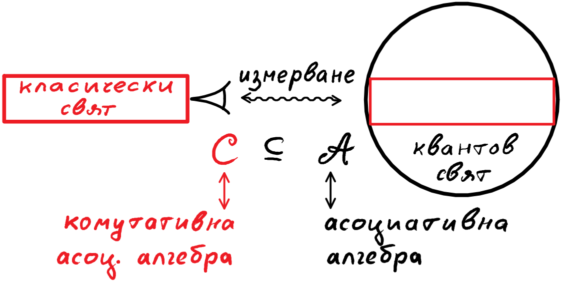
"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **алгебричния** подход страната на наблюдателя се определя от **алгебрата на наблюдаемите**



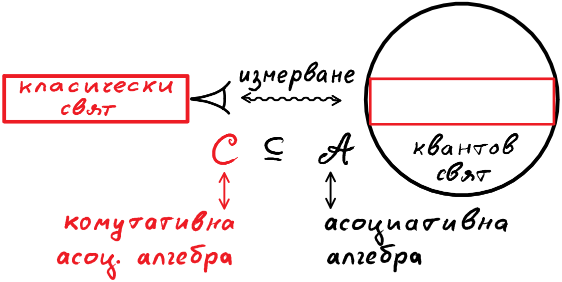
"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **алгебричния** подход страната на наблюдателя се определя от **алгебрата на наблюдаемите**



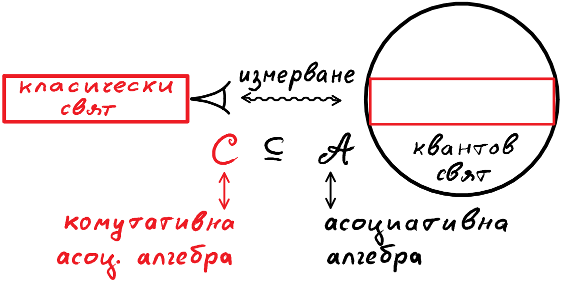
"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":

- в **алгебричния** подход страната на наблюдателя се определя от **алгебрата на наблюдаемите**



Състоянията на системата се определят, като **"вероятностния отклик"** на системата при нашите измервания.

"Квантовият реализъм" се основава на водещата роля на "наблюдателя":
- в **алгебричния** подход страната на наблюдателя се определя от **алгебрата на наблюдаемите**



Състоянията на системата се определят, като **"вероятностния отклик"** на системата при нашите измервания.

От тук в частност следва, че състоянията са такива функции върху алгебрата на наблюдаемите, които след ограничение до всяка комутативна подалгебра могат да се интерпретират, като средни стойности на наблюдаеми в класическа статистика.

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества	**Булеви алгебри**

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Булеви алгебри** **Комутативни алгебри**

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества	**Булеви алгебри**	**Комутативни алгебри**
S		

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквиваленти:

Множества		Булеви алгебри	Комутативни алгебри
$\mathcal{S}$	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(\mathcal{S})$	

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**	**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^S$	

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^S$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^S \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^S$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^S \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$

$$\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \downarrow f \\ S_2 \end{array}}$$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества | **Булеви алгебри** | **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^S \longmapsto \mathbb{C}^S \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\boxed{\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}}$$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Булеви алгебри** **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\boxed{\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}}$$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$
$\begin{array}{c} S_1 \\ \downarrow f \\ S_2 \end{array}$	$\longmapsto$	$\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \uparrow f^* \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}$	$\longmapsto$	$\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \uparrow f^* \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}$

където: за $S \subseteq S_2$

PULLBACK $f^*(S) := f^{-1}(S)$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$
$\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \downarrow f \\ S_2 \end{array}}$	$\longmapsto$	$\boxed{\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \uparrow f^{*} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}}$	$\longmapsto$	$\boxed{\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \uparrow f^{*} \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}}$

където: за $S \subseteq S_2$ — за $A : S_2 \longrightarrow \mathbb{C}$

PULLBACK $f^{*}(S) := f^{-1}(S)$ — $f^{*}(A) := A \circ f$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества — **Булеви алгебри** — **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \big\downarrow f \\ S_2 \end{array}} \longmapsto \boxed{\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \big\uparrow f^* \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}} \longmapsto \boxed{\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \big\uparrow f^* \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}}$$

където: за $S \subseteq S_2$ за $A : S_2 \longrightarrow \mathbb{C}$

PULLBACK $f^*(S) := f^{-1}(S)$ $f^*(A) := A \circ f$

Забележете, че $f^*(\chi_S) \equiv \chi_{f^{-1}(S)} \equiv \chi_{f^*(S)}$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Булеви алгебри** **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\boxed{\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}}$$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури"

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$

$$\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd} \longmapsto \begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd} \longmapsto \begin{tikzcd} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}$$

"***Категориите***" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) **можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества",**

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Булеви алгебри** **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd} \longmapsto \begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd} \longmapsto \begin{tikzcd} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}$$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри",

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$

$$\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \big\downarrow f \\ S_2 \end{array}} \longmapsto \boxed{\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \big\uparrow f^* \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}} \longmapsto \boxed{\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \big\uparrow f^* \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}}$$

"***Категориите***" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) **можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри"**

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$

$$\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd} \quad\longmapsto\quad \begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd} \quad\longmapsto\quad \begin{tikzcd} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}$$

"***Категориите***" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) **можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.).**

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

$$
\begin{array}{ccccc}
\textbf{Множества} & & \textbf{Булеви алгебри} & & \textbf{Комутативни алгебри} \\[1em]
S & \longmapsto & \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} & \longmapsto & \mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S) \\[1em]
\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \big\downarrow f \\ S_2 \end{array}} & \longmapsto & \boxed{\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \big\uparrow f^{*} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}} & \longmapsto & \boxed{\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \big\uparrow f^{*} \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}}
\end{array}
$$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Булеви алгебри** **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\begin{tikzcd}
S_1 \arrow[dd, "f"] & & \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} & & \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\
& \longmapsto & & \longmapsto & \\
S_2 & & \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[uu, "f^*"] & & \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[uu, "f^*"]
\end{tikzcd}$$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества | **Булеви алгебри** | **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \downarrow f \\ S_2 \end{array}} \longmapsto \boxed{\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \uparrow f^{*} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}} \longmapsto \boxed{\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \uparrow f^{*} \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}}$$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията и клас на морфизмите на категорията.

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$
$\boxed{\begin{array}{c} S_1 \\ \big\downarrow f \\ S_2 \end{array}}$	$\longmapsto$	$\boxed{\begin{array}{c} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \big\uparrow f^{*} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \end{array}}$	$\longmapsto$	$\boxed{\begin{array}{c} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \big\uparrow f^{*} \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \end{array}}$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията и клас на морфизмите на категорията.

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества | **Булеви алгебри** | **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\begin{tikzcd}
S_1 \arrow[d, "f"] & & \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} & & \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\
S_2 \arrow[r, phantom, "\longmapsto"] & {} & \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \arrow[r, phantom, "\longmapsto"] & {} & \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"]
\end{tikzcd}$$

"*Категориите*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията и клас на морфизмите на категорията. Горните съответствия между различни категории са примери за т.нар. "*функтори на категории*" (https://en.wikipedia.org/wiki/Functor).

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества $\longmapsto$ **Булеви алгебри** $\longmapsto$ **Комутативни алгебри**

$$S \longmapsto \mathcal{P}(S) \cong 2^{S} \longmapsto \mathbb{C}^{S} \cong \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$$

$$\boxed{\begin{tikzcd} S_1 \arrow[d, "f"] \\ S_2 \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathcal{P}(S_1) \cong 2^{S_1} \\ \mathcal{P}(S_2) \cong 2^{S_2} \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}} \longmapsto \boxed{\begin{tikzcd} \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_1) \\ \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S_2) \arrow[u, "f^*"] \end{tikzcd}}$$

"***Категориите***" (https://en.wikipedia.org/wiki/Category_theory) **можем да си мислим, като "видове на математически структури" (например, "множества", "алгебри", "асоциативни алгебри" и т.н.). Точното понятие за категория включва клас на обектите на категорията и клас на морфизмите на категорията. Горните съответствия между различни категории са примери за т.нар. "*<u>функтори на категории</u>*" (** https://en.wikipedia.org/wiki/Functor **).**

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Булеви алгебри**		**Комутативни алгебри**
S	$\longmapsto$	$\mathcal{P}(S) \cong 2^{S}$	$\longmapsto$	$\mathbb{C}^{S} \equiv \mathrm{Func}_{\mathbb{C}}(S)$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества		**Комутативни алгебри**
FinSet	$\cong$	**FinComAlg** $^{\textbf{opposite}}$

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Комутативни алгебри**

$$\mathbf{FinSet} \simeq \mathbf{FinComAlg}^{\text{opposite}}$$

На тази еквивалентност (в малко по-общ вид) се основава "алгебричната геометрия" / "algerbaic geometry".

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Комутативни алгебри**

$\mathbf{FinSet} \simeq \mathbf{FinComAlg}^{\textbf{opposite}}$

На тази еквивалентност (в малко по-общ вид) се основава "алгебричната геометрия" / "algerbaic geometry".

Ако заменим категорията на комутативните алгебри с некомутативните - получаваме т.нар. "некомутативна геометрия" / "non-commutative geometry".

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Комутативни алгебри**

FinSet $\cong$ **FinComAlg**$^{\text{opposite}}$

На тази еквивалентност (в малко по-общ вид) се основава "алгебричната геометрия" / "algerbaic geometry".

Ако заменим категорията на комутативните алгебри с некомутативните - получаваме т.нар. "некомутативна геометрия" / "non-commutative geometry". Във физиката това съответства на преход към "квантовия свят".

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества	**Комутативни алгебри**

FinSet $\cong$ **FinComAlg**$^{\text{opposite}}$

На тази еквивалентност (в малко по-общ вид) се основава "алгебричната геометрия" / "algerbaic geometry".

Ако заменим категорията на комутативните алгебри с некомутативните - получаваме т.нар. "некомутативна геометрия" / "non-commutative geometry". Във физиката това съответства на преход към "квантовия свят".

За съжаление, категорията на некомутативните алгебри не е толкова богата, колкото категорията на множествата.

Алгебричният подход може да се прилага и в класическия свят.

Това се основава на следните "категорни" еквивалентности:

Множества **Комутативни алгебри**

$$\mathrm{FinSet} \cong \mathrm{FinComAlg}^{\text{opposite}}$$

На тази еквивалентност (в малко по-общ вид) се основава "алгебричната геометрия" / "algerbaic geometry".

Ако заменим категорията на комутативните алгебри с некомутативните - получаваме т.нар. "некомутативна геометрия" / "non-commutative geometry". Във физиката това съответства на преход към "квантовия свят".

За съжаление, категорията на некомутативните алгебри не е толкова богата, колкото категорията на множествата.

В последните десетилетия има опити към квантовия свят да се приложи обобщен вариант на категорията на множествата, наречен "теория на топосите" (topos theory).

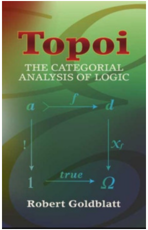
1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
   и приложението й в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. …

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

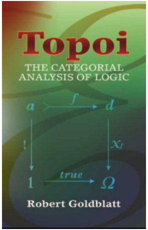
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



001.03 Кратък увод в теорията на категориите и приложението й в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

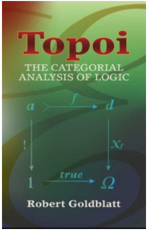
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



CHAPTER 1.

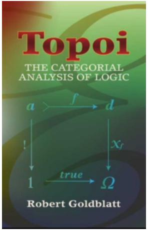
[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



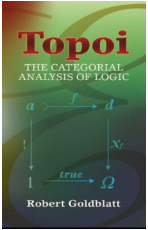
[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

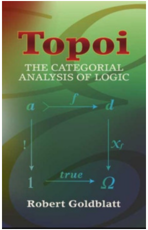
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



Това покрива материала по т.нар. "декартово затворени категории"

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



Chapter 1. Mathematics = Set Theory? 6

Chapter 2. What Categories Are 17

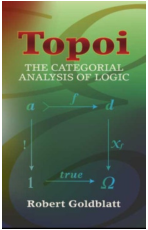
Chapter 3. Arrows Instead of Epsilon 37

Това покрива материала по т.нар. "декартово затворени категории" (Cartesian Closed Categories / CCC).

001.08 Кратък увод в теорията на категориите и приложението й в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

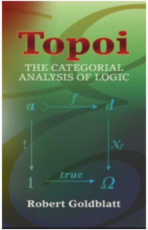
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



Това покрива материала по т.нар. "декартово затворени категории" (Cartesian Closed Categories / CCC). Те съответстват на т.нар. "логика от първи ред" и също имат съответствие в базисното "типово λ-смятане."

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

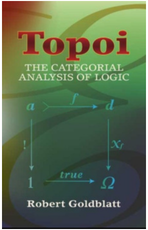


CHAPTER 4.

INTRODUCING TOPOI 75

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



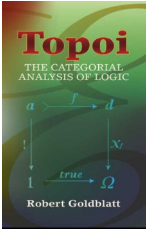
CHAPTER 4.

INTRODUCING TOPOI 75

Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията")

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

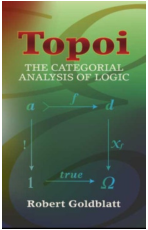


CHAPTER 4.

Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции".

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

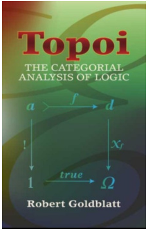


CHAPTER 4.

Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции". В теория на категориите това води до понятието за топос (topos).

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



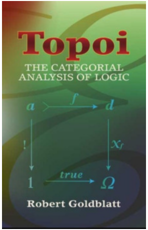
CHAPTER 4.

Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции". В теория на категориите това води до понятието за топос (topos).

В теорията на топосите се показва, че е достатъчно да се потопи вътрешно понятието за "под-обекти", което води до т.нар. "класификатор на подобекти" Ω.

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



Chapter 4.

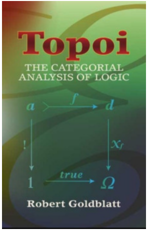
Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции". В теория на категориите това води до понятието за топос (topos).

В теорията на топосите се показва, че е достатъчно да се потопи вътрешно понятието за "под-обекти", което води до т.нар. "класификатор на подобекти" Ω.

В категорията на множествата, която е пример за топос, Ω = {0,1}.

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



CHAPTER 4.

INTRODUCING TOPOI 75

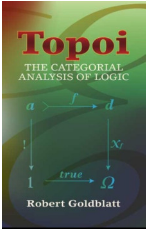
Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции". В теория на категориите това води до понятието за топос (topos).

В теорията на топосите се показва, че е достатъчно да се потопи вътрешно понятието за "под-обекти", което води до т.нар. "класификатор на подобекти" Ω.

В категорията на множествата, която е пример за топос, Ω = {0,1}. Тоест, това е категорния аналог на понятието "бит".

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



CHAPTER 4.

INTRODUCING TOPOI 75

Преходът към "по-висок ред" ("higher order") е свързан с интернализация ("вътрешно потапяне") на понятието за трансформация ("стрелка в категорията"): т.е., това отговаря на образуване на "функции с аргумент други функции". В теория на категориите това води до понятието за топос (topos).

В теорията на топосите се показва, че е достатъчно да се потопи вътрешно понятието за "под-обекти", което води до т.нар. "класификатор на подобекти" Ω.

В категорията на множествата, която е пример за топос, Ω = {0,1}. Тоест, това е категорния аналог на понятието "бит".

От гледна точка на теорията на типовете и λ-смятане на Ω съответства нов тип - "Bool".

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

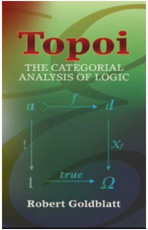
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

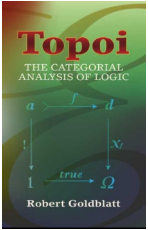
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf

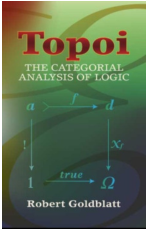


AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(1) a collection of things called $\mathscr{C}$-*objects*;

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



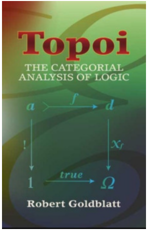
Axiomatic Definition of a Category. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(1) a collection of things called $\mathscr{C}$-*objects*;

(2) a collection of things called $\mathscr{C}$-*arrows*;

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(1) a collection of things called *$\mathscr{C}$-objects*;

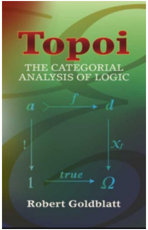
(2) a collection of things called *$\mathscr{C}$-arrows*;

(3) operations assigning to each $\mathscr{C}$-arrow f a $\mathscr{C}$-object $\operatorname{dom} f$ (the "domain" of f) and a $\mathscr{C}$-object $\operatorname{cod} f$ (the "codomain" of f). If $a = \operatorname{dom} f$ and $b = \operatorname{cod} f$ we display this as

$$f : a \to b \quad \text{or} \quad a \xrightarrow{f} b;$$

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(1) a collection of things called *$\mathscr{C}$-objects*;

(2) a collection of things called *$\mathscr{C}$-arrows*;

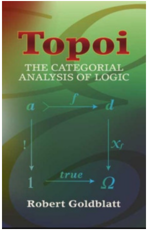
(3) operations assigning to each $\mathscr{C}$-arrow f a $\mathscr{C}$-object $\operatorname{dom} f$ (the "domain" of f) and a $\mathscr{C}$-object $\operatorname{cod} f$ (the "codomain" of f). If $a = \operatorname{dom} f$ and $b = \operatorname{cod} f$ we display this as

$$f : a \to b \quad \text{or} \quad a \xrightarrow{f} b;$$

(4) an operation assigning to each pair $\langle g, f\rangle$ of $\mathscr{C}$-arrows with $\operatorname{dom} g = \operatorname{cod} f$, a $\mathscr{C}$-arrow $g \circ f$, *the composite of f and g*, having $\operatorname{dom}(g \circ f) = \operatorname{dom} f$ and $\operatorname{cod}(g \circ f) = \operatorname{cod} g$, i.e. $g \circ f : \operatorname{dom} f \to \operatorname{cod} g$, and such that the following condition obtains:

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



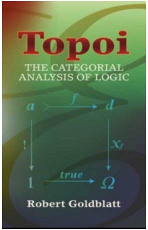
AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(4) an operation assigning to each pair $\langle g, f\rangle$ of $\mathscr{C}$-arrows with dom $g =$ cod f, a $\mathscr{C}$-arrow $g \circ f$, *the composite of* f *and* g, having $\text{dom}(g \circ f) = \text{dom}\, f$ and $\text{cod}(g \circ f) = \text{cod}\, g$, i.e. $g \circ f : \text{dom}\, f \to \text{cod}\, g$, and such that the following condition obtains:

Associative Law: Given the configuration

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(4) an operation assigning to each pair $\langle g, f\rangle$ of $\mathscr{C}$-arrows with $\operatorname{dom} g = \operatorname{cod} f$, a $\mathscr{C}$-arrow $g \circ f$, *the composite of* f *and* g, having $\operatorname{dom}(g \circ f) = \operatorname{dom} f$ and $\operatorname{cod}(g \circ f) = \operatorname{cod} g$, i.e. $g \circ f : \operatorname{dom} f \to \operatorname{cod} g$, and such that the following condition obtains:

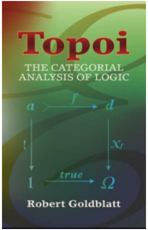
Associative Law: Given the configuration

$$a \xrightarrow{f} b \xrightarrow{g} c \xrightarrow{h} d$$

of $\mathscr{C}$-objects and $\mathscr{C}$-arrows then $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(4) an operation assigning to each pair $\langle g, f\rangle$ of $\mathscr{C}$-arrows with $\mathrm{dom}\, g = \mathrm{cod}\, f$, a $\mathscr{C}$-arrow $g \circ f$, *the composite of* f *and* g, having $\mathrm{dom}(g \circ f) = \mathrm{dom}\, f$ and $\mathrm{cod}(g \circ f) = \mathrm{cod}\, g$, i.e. $g \circ f : \mathrm{dom}\, f \to \mathrm{cod}\, g$, and such that the following condition obtains:

Associative Law: Given the configuration

$$a \xrightarrow{f} b \xrightarrow{g} c \xrightarrow{h} d$$

of $\mathscr{C}$-objects and $\mathscr{C}$-arrows then $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$.

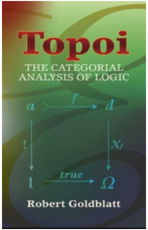
(5) an assignment to each $\mathscr{C}$-object b of a $\mathscr{C}$-arrow $1_b : b \to b$, called *the identity arrow on* b, such that

Identity Law: For any $\mathscr{C}$-arrows $f : a \to b$ and $g : b \to c$

$$1_b \circ f = f, \quad \text{and} \quad g \circ 1_b = g$$

[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



AXIOMATIC DEFINITION OF A CATEGORY. A *category* $\mathscr{C}$ comprises

(1) a collection of things called $\mathscr{C}$-*objects*;

(2) a collection of things called $\mathscr{C}$-*arrows*;

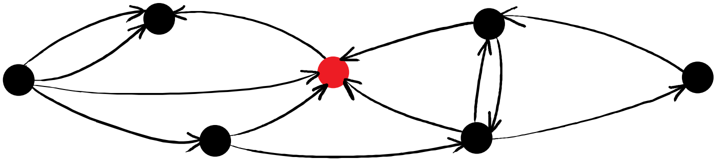
(3) operations assigning to each $\mathscr{C}$-arrow f a $\mathscr{C}$-object $\operatorname{dom} f$ (the "domain" of f) and a $\mathscr{C}$-object $\operatorname{cod} f$ (the "codomain" of f). If $a = \operatorname{dom} f$ and $b = \operatorname{cod} f$ we display this as

$$f : a \to b \quad \text{or} \quad a \xrightarrow{f} b;$$

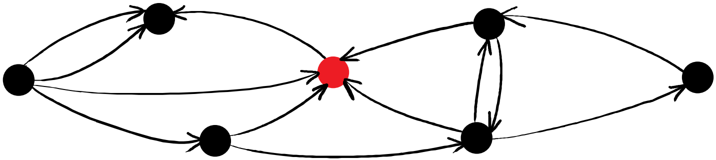
Идейно, при категорния подход обектите с тяхната структура се задават не сами по себе си,

Идейно, при категорния подход обектите с тяхната структура се задават не сами по себе си, а в отношението спрямо останалите обекти, посредством стрелките ("трансформациите") между тях.

Идейно, при категорния подход обектите с тяхната структура се задават не сами по себе си, а в отношението спрямо останалите обекти, посредством стрелките ("трансформациите") между тях.



Идейно, при категорния подход обектите с тяхната структура се задават не сами по себе си, а в отношението спрямо останалите обекти, посредством стрелките ("трансформациите") между тях.



Аналогично, всяка стрелка се определя не сама себе си, а посредством структурата на абстрактните композиции между тях.

Някои примери:

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

$$\bullet \xrightarrow{\;!\;} *$$

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

$$\bullet \xrightarrow{\;!\;} *$$

от всеки обект него към има точно една стрелка.

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

$$\bullet \xrightarrow{\;!\;} *$$

от всеки обект него към има
точно една стрелка.
Наричат се терминални обекти.

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

$$\bullet \xrightarrow{\quad ! \quad} *$$

от всеки обект него към има
точно една стрелка.
Наричат се терминални обекти.

- "елемент" на обект е всяка стрелка към него идваща от терминален обект:

$$* \xrightarrow{\qquad} \bullet$$

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

$$\bullet \xrightarrow{!} *$$

от всеки обект него към има точно една стрелка.
Наричат се терминални обекти.

- "елемент" на обект е всяка стрелка към него идваща от терминален обект:

$$* \longrightarrow \bullet$$

Някои примери:

- "синглетон" (едно-елементно множество) има следната категорна характеризация:

$$\bullet \xrightarrow{\ !\ } *$$

от всеки обект него към има точно една стрелка.
Наричат се терминални обекти.

- "елемент" на обект е всяка стрелка към него идваща от терминален обект:

$$\begin{tikzcd}
* \arrow[r] \arrow[d] & \bullet \\
*_1 \arrow[ur] &
\end{tikzcd}$$

като такива два елемента се отъждествяват.

Някои примери:

- моно-стрелки

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"):

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$

- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!)

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

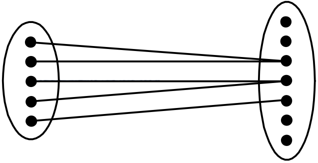
В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

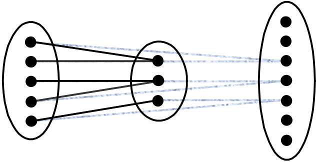


Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

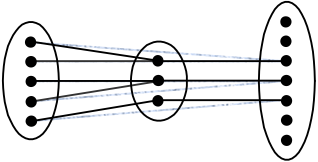


Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

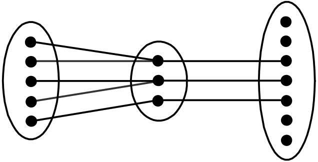


Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

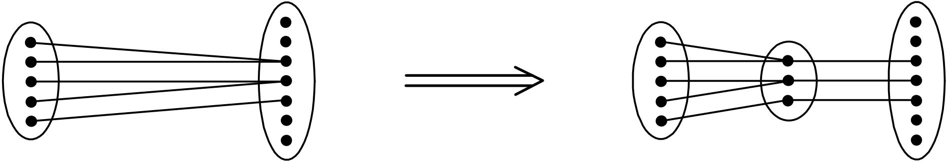


Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:

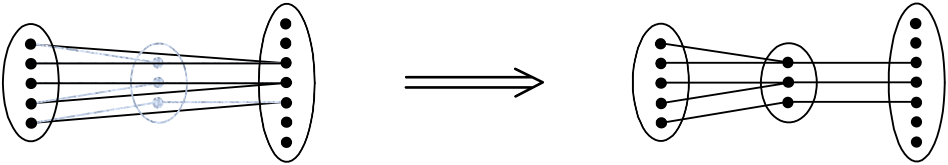


Някои примери:

- моно-стрелки ("инекции"): съкратимост от ляво ("отзад") при композиция $\rightarrowtail$
- епи-стрелки ("сюрекции"): съкратимост от дясно ("отпред") при композиция $\twoheadrightarrow$
- изо-стрелки ("биекции"): двустранна обратимост $\xrightarrow{\cong}$
- Внимание: в обща категория - изо $\neq$ моно & епи (!!!); за топоси обаче това се доказва.
- В общи топоси също се доказва съществуване на епи-моно-разложение на всяка стрелка:

$$\bullet \twoheadrightarrow \bullet \rightarrowtail \bullet$$

В категорията на множествата това съответства на отделянето на "образа" на изображение:



В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**"

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

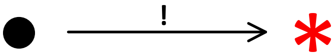
Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0")

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0")



В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0")

$$\bullet \xrightarrow{\;!\;} 1$$

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{!} \bullet$$

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{\ !\ } \bullet$$

В категорията на множествата: 0 = ∅ - празното множество.

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{\;!\;} \bullet$$

В категорията на множествата: 0 = ∅ - празното множество.

Припомняме, че за всяко множество S съществува единствена функция от празното множество към него, $\emptyset \longrightarrow S$, което е "празната функция".

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{\;!\;} \bullet$$

В категорията на множествата: 0 = ∅ - празното множество.

Припомняме, че за всяко множество S съществува единствена функция от празното множество към него, $\emptyset \longrightarrow S$, което е "празната функция". В обратната посока обаче, функция $S \longrightarrow \emptyset$ може да има само, ако S е също празно!

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{\ !\ } \bullet$$

В категорията на множествата: 0 = ∅ - празното множество.

Припомняме, че за всяко множество S съществува единствена функция от празното множество към него, $\emptyset \longrightarrow S$, което е "празната функция". В обратната посока обаче, функция $S \longrightarrow \emptyset$ може да има само, ако S е също празно!

Лесно се доказва, че за категория, в която съществува стрелка: $1 \longrightarrow 0$

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{\;!\;} \bullet$$

В категорията на множествата: 0 = ∅ - празното множество.

Припомняме, че за всяко множество S съществува единствена функция от празното множество към него, $\emptyset \longrightarrow S$, което е "празната функция". В обратната посока обаче, функция $S \longrightarrow \emptyset$ може да има само, ако S е също празно!

Лесно се доказва, че за категория, в която съществува стрелка: $1 \longrightarrow 0$

следва, че всички стрелки са изо-стрелки, т.е., всички обекти са изоморфни и то по единствен

В теорията на категориите възниква следното понятие за "**дуалност**":
това е обръщането на посоките на стрелките в една конструкция или определение.

Например: моно и епи-стрелките са взаимно дуални обекти; изо-стрелките са самодуални.

Дуалното понятие на терминален обект е понятието за "начален обект" (обект "0"):

$$0 \xrightarrow{\ !\ } \bullet$$

В категорията на множествата: 0 = ∅ - празното множество.

Припомняме, че за всяко множество S съществува единствена функция от празното множество към него, $\emptyset \longrightarrow S$, което е "празната функция". В обратната посока обаче, функция $S \longrightarrow \emptyset$ може да има само, ако S е също празно!

Лесно се доказва, че за категория, в която съществува стрелка: $$1 \not\longrightarrow 0$$

следва, че всички стрелки са изо-стрелки, т.е., всички обекти
са изоморфни и то по единствен }

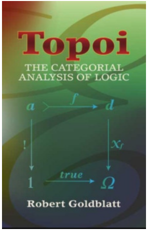
нетривиалност

Последен пример:

- обект-произведение

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)



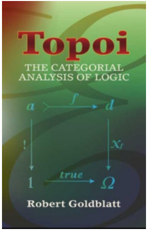
DEFINITION. A *product* in a category $\mathscr{C}$ of two objects a and b is a $\mathscr{C}$-object $a \times b$ together with a pair $(pr_a : a \times b \to a,\ pr_b : a \times b \to b)$ of $\mathscr{C}$-arrows such that for *any* pair of $\mathscr{C}$-arrows of the form $(f : c \to a,$ $g : c \to b)$ there is exactly one arrow $\langle f, g\rangle : c \to a \times b$ making

$$\begin{tikzcd}
 & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\
a & a \times b \arrow[l, "pr_a"] \arrow[r, "pr_b"'] & b
\end{tikzcd}$$

commute, i.e. such that $pr_a \circ \langle f, g\rangle = f$ and $pr_b \circ \langle f, g\rangle = g$. $\langle f, g\rangle$ is the *product arrow of f and g with* respect to the *projections* pr_a, pr_b.

Последен пример:

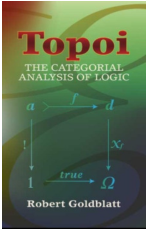
- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)



$$
\begin{tikzcd}
 & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\
a & a \times b \arrow[l, "pr_a"'] \arrow[r, "pr_b"] & b
\end{tikzcd}
$$

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)

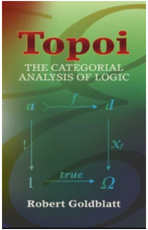


В категорията на множествата, обектите-произведения са декартовите произведения на множества и те имат самостоятелен смисъл

$$\begin{tikzcd} & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\ a & a \times b \arrow[l, "pr_a"] \arrow[r, "pr_b"'] & b \end{tikzcd}$$

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)

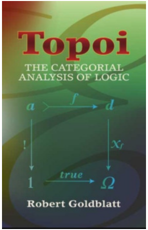


В категорията на множествата, обектите-произведения са декартовите произведения на множества и те имат самостоятелен смисъл и в тяхната конструкция са "вградени" изходните множества.

$$\begin{tikzcd}
& c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\
a & a \times b \arrow[l, "pr_a"'] \arrow[r, "pr_b"] & b
\end{tikzcd}$$

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)

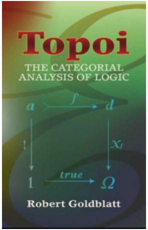


В категорията на множествата, обектите-произведения са декартовите произведения на множества и те имат самостоятелен смисъл и в тяхната конструкция са "вградени" изходните множества.
От гледна точка на теория на категориите обектът-произведение няма нито самостоятелен смисъл и конструкция.

$$\begin{tikzcd} & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\ a & a \times b \arrow[l, "pr_a"'] \arrow[r, "pr_b"] & b \end{tikzcd}$$

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)



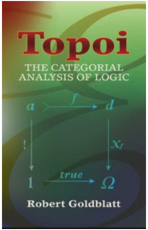
В категорията на множествата, обектите-произведения са декартовите произведения на множества и те имат самостоятелен смисъл и в тяхната конструкция са "вградени" изходните множества.
От гледна точка на теория на категориите обектът-произведение няма нито самостоятелен смисъл и конструкция.

$$\begin{tikzcd} & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\ a & a \times b \arrow[l, "pr_a"] \arrow[r, "pr_b"'] & b \end{tikzcd}$$

Обектите-произведения имат смисъл и еднозначност (с точност до единствен изоморфизъм) единствено, когато са взети заедно с "привързващите" ги стрелки pr_a и pr_b .

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)



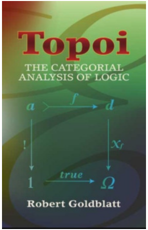
В категорията на множествата, обектите-произведения са декартовите произведения на множества и те имат самостоятелен смисъл и в тяхната конструкция са "вградени" изходните множества.
От гледна точка на теория на категориите обектът-произведение няма нито самостоятелен смисъл и конструкция.

$$\begin{tikzcd} & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\ a & a \times b \arrow[l, "pr_a"'] \arrow[r, "pr_b"] & b \end{tikzcd}$$

Обектите-произведения имат смисъл и еднозначност (с точност до единствен изоморфизъм) единствено, когато са взети заедно с "привързващите" ги стрелки pr_a и pr_b.

Последен пример:

- обект-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.8. Products, p. 47)

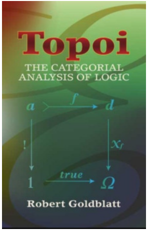


Дуалното понятие на произведението

$$\begin{tikzcd}
 & c \arrow[dl, "f"'] \arrow[d, dashed, "\langle f, g\rangle"] \arrow[dr, "g"] & \\
a & a \times b \arrow[l, "pr_a"'] \arrow[r, "pr_b"] & b
\end{tikzcd}$$

Последен пример:

- обект-ко-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.9. Co-products, p. 54)

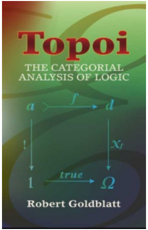


Дуалното понятие на произведението е ко-произведението:

$$\begin{tikzcd}
a \arrow[r, "i_a"] \arrow[dr, "f"'] & a+b \arrow[d, dashed, "{[f,g]}"] & b \arrow[l, "i_b"'] \arrow[dl, "g"] \\
& c &
\end{tikzcd}$$

Последен пример:

- обект-ко-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.9. Co-products, p. 54)



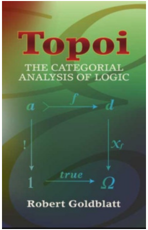
Дуалното понятие на произведението е ко-произведението:

$$\begin{tikzcd}
a \arrow[r, "i_a"] \arrow[dr, "f"'] & a+b \arrow[d, dashed, "{[f, g]}"] & b \arrow[l, "i_b"'] \arrow[dl, "g"] \\
& c &
\end{tikzcd}$$

В категорията на множествата ко-произведението е дизюнктивното обединение.

Последен пример:

- обект-ко-произведение (Goldblatt, Ch. 3, § 3.9. Co-products, p. 54)



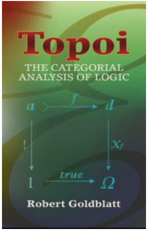
DEFINITION A *co-product* of $\mathscr{C}$-objects a and b is a $\mathscr{C}$-object $a+b$ together with a pair $i_a : a \to a+b$, $i_b : b \to a+b$) of $\mathscr{C}$-arrows such that for any pair of $\mathscr{C}$-arrows of the form $(f : a \to c,\ g : b \to c)$ there is exactly one arrow $[f, g] : a+b \to c$ making

$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "i_a"] \arrow[dr, "f"'] & a+b \arrow[d, dashed, "{[f, g]}"] & b \arrow[l, "i_b"'] \arrow[dl, "g"] \\ & c & \end{tikzcd}$$

commute, i.e. such that $[f, g] \circ i_a = f$ and $[f, g] \circ i_b = g$.

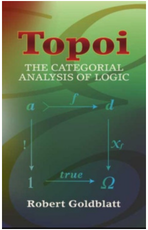
[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



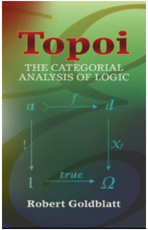
[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

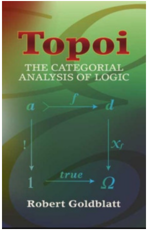
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



014.04 Кратък увод в теорията на категориите и приложението й в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика

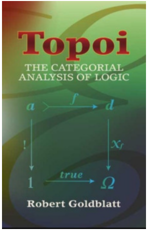
[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



[1984] **Topoi The Categorial Analysis of Logic,** Goldblatt R.

http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/[1984-Go][cr]-Topoi-The_Categorial_Analysis_of_Logic,_By-Goldblatt_R.pdf



Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

\

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

функционален програмен език $\Leftrightarrow$ ***категория*** (декартово затворена)

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

функционален програмен език $\Leftrightarrow$ ***категория*** (декартово затворена), при което
типове данни $\leftrightarrow$ обекти на категорията

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

функционален програмен език ⇔ ***категория*** (декартово затворена), при което
типове данни ↔ обекти на категорията
функции между типове данни ↔ стрелки между обекти на категорията

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

функционален програмен език $\Leftrightarrow$ ***категория*** (декартово затворена), при което

типове данни $\leftrightarrow$ обекти на категорията

функции между типове данни $\leftrightarrow$ стрелки между обекти на категорията

константи на типове данни $\leftrightarrow$ елементи на обекти, $1 \longrightarrow a$

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Обзори: [1986-D] Category Theory and Programming Language Semantics: an Overview,
By: Peter Dybjer, In: Category Theory and Computer Programming, pp. 163-181 (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-D_cr.pdf

[2019-OSY] Relationships between category theory and functional programming with an application,
By: Alper ODABAS, Elis SOYLU YILMAZ, Turk. J. Math., v. 43, pp. 1566–1577
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2019-OSY_cr.pdf

Качествено, имаме 1-1 съответствие:

функционален програмен език $\Leftrightarrow$ ***категория*** (декартово затворена), при което

типове данни $\leftrightarrow$ обекти на категорията

функции между типове данни $\leftrightarrow$ стрелки между обекти на категорията

константи на типове данни $\leftrightarrow$ елементи на обекти, $1 \longrightarrow a$

Всяка стрелка $a \longrightarrow b$ трансформира елементите посредством композицията:

$$\begin{tikzcd} a \arrow[rr] & & b \\ & 1 \arrow[ul] \arrow[ur] & \end{tikzcd}$$

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Приложение на теория на категориите в компютърните науки.

Допълнителна литература:

[**1986**-LJ] ***Introduction to Higher-Order Categorical Logic*,** J. Lambek, P. J. Scott, (1986)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1986-LS_cr.pdf

[**1991**-P] ***Basic Category Theory for Computer Scientists*,** Pierce B.C.
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1991-P.pdf

[**1995**-AL] ***Categories Types and Structures.***
***An Introduction to Category Theory for the working computer scientist*,** Asperti A., Longo G.
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1995-AL.pdf

[**1997**-S] ***Functionality, polymorphism, and concurrency***: ***a mathematical investigation of programming paradigms***,
Peter Selinger, Ph.D. Thesis, University of Pennsylvania (1997), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/1997-S_cr.pdf

[**1998**-AG] ***The optimal implementation of functional programming languages*,**Asperti_A., Guerrini S.
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1998-AG.pdf

1)

[**2012**-BW] ***Category theory for computing science*,** Barr M., Wells C.
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2012-BW.pdf

[**2018**-S1] **Category-theoretic Structure for Independence and Conditional Independence**, By Alex Simpson,
El.Not.Theor.Comp.Sci., Vol. 336, 2018, pp. 281-297, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-S1_cr.pdf

1)

Едно от главните приложения на теорията на категориите е, че тя служи, като мост за връзка и пренасяне на понятия между различни области.

Едно от главните приложения на теорията на категориите е, че тя служи, като мост за връзка и пренасяне на понятия между различни области.

В последните десетилетия се развива категорен подход към основите на квантовата теория и заедно с това, и към квантовите изчисления и алгоритми:

Едно от главните приложения на теорията на категориите е, че тя служи, като мост за връзка и пренасяне на понятия между различни области.
В последните десетилетия се развива категорен подход към основите на квантовата теория и заедно с това, и към квантовите изчисления и алгоритми:

[**1995**-AC] **A Sheaf Model for Intuitionistic Quantum Mechanics**, M. Adelman and J. V. Corbett, App. Categor. Struc. 3: 79-104, (1995) http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/1995-AC.pdf

[**2008**-DI] **A topos foundation for theories of physics**, A. Döring and C. J. Isham, JMP. 49, (2008)

I. Formal languages for physics, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-1.pdf

II. Daseinisation and the liberation of quantum theory, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-2.pdf

III. The representation of physical quantities with arrows, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-3.pdf

IV. Categories of systems, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2008-DI-4.pdf

[**2011**-DI] ***"What is a Thing?": Topos Theory in the Foundations of Physics***, A. Döring and C. J. Isham, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2011-DI.pdf, Chapter 13 in, New Structures for Physics: http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2011-C.pdf

[**2013**-ZK] **A Categorial Semantic Representation of Quantum Event Structures**, Zafiris E., Karakostas V., Found. Phys.(2013) , http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2013-ZK.pdf

В последните десетилетия се развива категорен подход към основите на квантовата теория и заедно с това, и към квантовите изчисления и алгоритми:

[**2013**-F] ***A First Course in Topos Quantum Theory***, Flori C.,
Lecture Notes in Physics 944 (2018), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2013-F.pdf
Review of the topos approach to quantum theory, Flori C.,
Can. J. Phys. 91: 471–473 (2013), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2013-F1.pdf

[**2015**-LDR] **Topos logic in measurement-based quantum computation,** Loveridge L., Dridi R., and Raussendorf R.,
Proc. R. Soc. A 471: 20140716 (2015), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2015-LDR.pdf

[**2015**-O_] ***Reality and Measurement in Algebraic Quantum Theory***, Masanao Ozawa at all.,
Springer Proceedings in Mathematics & Statistics, Volume 261, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2015-O_.pdf

[**2017**-L] ***Topos theory and quantum logic: From Classical Concepts to Operator Algebras***, Landsman K.,
Fundamental Theories of Physics 188 (2017), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2017-L.pdf

[**2018**-F] ***A Second Course in Topos Quantum Theory***, Flori C.,
Lecture Notes in Physics 944 (2018), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2018-F.pdf

[**2018**-RS] **A Categorical Model for a Quantum Circuit Description Language (Extended Abstract)**, Rios F., Selinger P.,
EPTCS 266, 2018, pp. 64-178, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-RS_cr.pdf

[**2020**-D] **A Critique of Topos Logic in Measurement-Based Quantum Computation,** Diephuis S.
Thesis report for the BSc Applied Physics and BSc Applied Mathematics, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2020-D.pdf

[**2018**-CCS] **Dagger linear logic for categorical quantum mechanics,** Robin Cockett, Cole Comfort, Priyaa V. Srinivasan, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/CatAndProg/2018-CCS.pdf

1) Обзори

https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_programming

[**2021**-GGA] **Quantum Programming Language**: A Systematic Review of Research Topic and Top Cited Languages, By Sunita Garhwal, Maryam Ghorani, Amir Ahmad, Archives of Computational Methods in Engineering (2021) http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2021-GGA_cr1.pdf

2) Литература с преобладаващ акцент на квантово функционално програмиране и ламбда-смятане

[**2020**-CdV] **Full Abstraction for the Qvantum Lambda-Calculus,** Pierre Clairambault, Marc de Visme, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2020-CdV.pdf

[**2019**-S_] **A monadic semantics for quantum computing in an object oriented language,** By Samuel da Silva Feitosa, Juliana Kaizer Vizzottoa, Eduardo Kessler Pivetaa, Andre Rauber Du Boisb, Sci.Comp.P. (2019) http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2019-S__cr.pdf

[**2019**-S] ***Mathematics Of Quantum Computing An Introduction***, By Wolfgang Scherer (2019), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2019-S_cr.pdf

[**2019**-GMV] **Realizability in the Unitary Sphere**, By Alejandro Díaz-Caro, Mauricio Guillermo, Alexandre Miquel, Benoît Valiron, 2019 IEEE, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2019-GMV_cr1.pdf

[**2019**-DCDR] **Two linearities for quantum computing in the lambda calculus,** Alejandro Díaz-Caro, Gilles Dowek, Juan Pablo Rinaldi, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2019-DCDR.pdf

[**2019**-Z] **Quantum Calculi: From Theory to Language Design,** Margherita Zorzi, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2019-Z.pdf

[**2018**-R] **Formally Verified Quantum Programming,** Robert Rand, Dissertation, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-R.pdf

[**2018**-S] ***Practical Quantum Computing for Developers*** **Programming Quantum Rigs in the Cloud using Python, Quantum Assembly Language and IBM QExperienc**e, By Vladimir Silva, (2018) http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-S_cr.pdf

[**2018**-CCCS] **From Reversible Programs to Univalent Universes and Back**, By Jacques Carette, Chao-Hong Chen, Vikraman Choudhury, Amr Sabry, El.Not.Theor.Comp.Sci., Vol. 336, (2018), pp. 5-25, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-CCCS_cr.pdf

[**2018**-LMZ] **Enriching a Linear/Non-linear Lambda Calculus: A Programming Language for String Diagrams,** Bert Lindenhovius, Michael Mislove, Vladimir Zamdzhiev, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2018-LMZ.pdf

[**2017**-YYW] **Invariants of quantum programs-characterisations and generation,** By Mingsheng Ying; Shenggang Ying, Xiaodi Wu, (2017) pp. 818–832, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2017-YYW_cr1.pdf

[**2017**-AD] **Lineal: A linear-algebraic Lambda-calculus,** Pablo Arrighi, Gilles Dowek. Logical Methods in Computer Science, Vol. 13(1:8)2017, pp. 1–33, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2017-AD.pdf

[**2016**-Y] ***Foundations of Quantum Programming***, Mingsheng Ying, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2016-Y.pdf

[**2016**-CEH] ***Logic and Algebraic Structures in Quantum Computing***, By Jennifer Chubb, Ali Eskandarian, Valentina Harizanov, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2016-CEH.pdf

[**2016**-CW] **Von Neumann Algebras form a Model for the Quantum Lambda Calculus,** Kenta Cho, Abraham Westerbaan, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2016-CW.pdf

[**2015**-DFL] **On Coinduction and Quantum Lambda Calculi,** Yuxin Deng, Yuan Feng, Ugo Dal Lago, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2015-DFL.pdf

[**2015**-R] **Algebraic and Logical Methods in Quantum Computation,** By-Neil J. Ross, PhD-thesis, ArXiv:1510.02198, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2015-R_cr.pdf

[**2014**-R] **A formalization of the Quipper quantum programming language,** Neil J. Ross, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2014-R.pdf

[**2014**-PSV] **Applying Quantitative Semantics to Higher-Order Quantum Computing Language,** Michele Pagani, Peter Selinger, Benoıt Valiron, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2014-PSV.pdf

[**2014**-Z] **Programming Languages and Systems,** By-.Shao, Z. (Ed.), Lect.Not.Comp.Sci. (2014), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2014-Z.pdf

[**2014**-A] **The dagger lambda calculus,** Philip Atzemoglou, EPTCS 172, 2014, pp. 217–235, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2014-A.pdf

[**2012**-M] **High-level Structures in Quantum Computing,** By-Jaroslaw A. Miszczak, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2012-M_cr.pdf

[**2012**-V] **On Polymorphic Types with Enforceable Linearity for a Quantum Lambda Calculus,** Marco Voigt, Diplomarbeit, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2012-V.pdf

1) Обзори

https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_programming

[**2021**-GGA] **Quantum Programming Language**: A Systematic Review of Research Topic and Top Cited Languages, By Sunita Garhwal, Maryam Ghorani, Amir Ahmad, Archives of Computational Methods in Engineering (2021)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2021-GGA_cr1.pdf

2) Литература с преобладаващ акцент на квантово функционално програмиране и ламбда-смятане

[**2012**-YFDL] **Quantum programming: From theories to implementation**, Mingsheng Ying, Yuan Feng, Run Yao Duan, Yangjia Li, Chinese Science Bulletin 57(16) (2012), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2012-YFDL.pdf

[**2009**-SV] **Quantum Lambda Calculus**, By-Peter Selinger, Benoıt Valiron (2009), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2009-SV_cr.pdf

[**2010**-LMZ] **Quantum implicit computational complexity**, Ugo Dal Lagoa, Andrea Masini, Margherita Zorzi, Theoretical Computer Science 411 (2010) 377–409, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2010-LMZ.pdf

[**2009**-SI] ***Semantic Techniques in Quantum Computation***, Gay Simon, Mackie Ian, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2009-SI.pdf

[**2008**-LMZ] **On a Measurement-Free Quantum Lambda Calculus with Classical Control**, Ugo Dal Lago, Andrea Masini, Margherita Zorzi, Under consideration for publication in Math. Struct. in Comp. Science
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2008-LMZ.pdf

[**2008**-Se] **On a Fully Abstract Model for a Quantum Linear Functional Language**, Peter Selinger, Electronic Notes in Theoretical Computer Science 210 (2008) 123–137, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2008-Se.pdf

[**2008**-S] **A Survey of Quantum Programming Languages - History, Methods, and Tools**, Donald A. Sofge, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2008-S.pdf

[**2008**-G] **An overview of QML with a concrete implementation in Haskell**, Jonathan Grattage, 0806.2735, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2008-G.pdf

[**2007**-S] ***Automatic Quantum Computer Programming A Genetic Programming Approach***, By-Lee Spector (eds.), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2007-S.pdf

[**2006**-SV] **A lambda calculus for quantum computation with classical control**, By-Peter Selinger and Benoît Valiron, Math.Struc.Comp.Sci., 16(3), 527 (2006), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2006-SV_cr.pdf

[**2006**-G] ***A functional quantum programming language***, By-Jonathan James Grattage, BSc (Hons), thesis, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2006-G_cr.pdf

[**2006**-AG] **SLIDES ON Functional Quantum Programming**, By-Thorsten Altenkirch, Jonathan Grattage, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2006-AG.pdf

[**2005**-AG] **A functional quantum programming language**, By-Thorsten Altenkirch and Jonathan Grattage, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2005-AG_cr1.pdf

[**2005**-Z1] **Nondeterministic Quantum Programming**, By-Paolo Zuliani, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2005-Z1.pdf

[**2005**-Z] **Compiling quantum programs**, By-Paolo Zuliani, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2005-Z.pdf

[**2004**-S] **Towards a quantum programming language**, By-Peter Selinger, Math.Struc.Comp.Sci. 14(4) pp.527-586, 2004, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2004-S_cr.pdf

[**2004**-vT] **A Lambda Calculus for Quantum Computation**, By-Andre van Tonder,
SIAM J. COMPUT. Vol. 33, No. 5, pp. 1109–1135 (2004), http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2004-vT_cr.pdf, Brown preprint: BROWN-HET-1366, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2003-vT.pdf

[**2004**-FKS] **Linear Dependent Type Theory for Quantum Programming Languages**, By-Peng Fu, Kohei Kishida, Peter Selinger, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2004-FKS.pdf

[**2000**-SZ] **Quantum Programming**, By-J. W. Sanders and P. Zuliani, In: R. Backhouse and J. N. Oliveira (Eds.): MPC 2000, LNCS 1837, pp. 80–99, 2000, http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/2000-SZ.pdf

[**1997**-S] ***Functionality, polymorphism, and concurrency**: **a mathematical investigation of programming paradigms***, By-Peter Selinger, Ph.D. Thesis, University of Pennsylvania (1997)
http://theo.inrne.bas.bg/~mitov/qi21/QProg/1997-S_cr.pdf

3) Допълнителни източници

Microsoft: Quantum computing

- Linear algebra for quantum computing

https://docs.microsoft.com/en-us/quantum/overview/algebra-for-quantum-computing
https://cds.cern.ch/record/1522001/files/978-1-4614-6336-8_BookBackMatter.pdf
https://www.math.ubc.ca/%7Ecarrell/NB.pdf

Quantum Computation Primer by Daniel Vaughan

https://www.codeproject.com/Articles/5155638/Quantum-Computation-Primer-Part-1
https://www.codeproject.com/Articles/5160469/Quantum-Computation-Primer-Part-2
https://www.codeproject.com/Articles/5160472/Quantum-Computation-Primer-Part-3

Learn Quantum Computation using Qiskit

https://qiskit.org/
https://qiskit.org/textbook/preface.html

1. Ретроспекция и идеен обзор
2. Подходи: от логически и алгебричен към категорен
3. Кратък увод в теорията на категориите
   и приложението ѝ в математическата логика, компютърните науки и квантовата информатика
4. Квантово програмиране
5. …