

Основният модел на квантовите изчисления е квантовото обобщение на понятието ^{логическа} "булева верига". Това включва следните елементи:

а) квантови регистри

$$c'_0 |0\rangle_2 + c'_1 |1\rangle_2 \quad \text{---} \quad c'_0, c'_1, c''_0, c''_1, \dots, c''_n, c'''_0, c'''_1 \in \mathbb{C}$$

$$c''_0 |0\rangle_2 + c''_1 |1\rangle_2 \quad \text{---} \quad |c'_0|^2 + |c'_1|^2 = 1 = |c''_0|^2 + |c''_1|^2 = \dots = |c''_n|^2 + |c''_{n+1}|^2$$

$$\vdots \quad \text{т.е.,} \quad \begin{pmatrix} c'_0 \\ c'_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c''_0 \\ c''_1 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} c''_n \\ c''_{n+1} \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^2$$

$$c''_n |0\rangle_2 + c''_{n+1} |1\rangle_2 \quad \text{---} \quad \text{единици}$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow &= (c'_0 |0\rangle_2 + c'_1 |1\rangle_2) \otimes (c''_0 |0\rangle_2 + c''_1 |1\rangle_2) \otimes \dots \otimes (c''_n |0\rangle_2 + c''_{n+1} |1\rangle_2) \\ &= \underbrace{c'_0 c''_0 \dots c''_n |0\rangle_2 |0\rangle_2 \dots |0\rangle_2}_{|00\dots 0\rangle_N \in \mathbb{C}^N} + \underbrace{c'_0 c''_0 \dots c''_n |0\rangle_2 |0\rangle_2 \dots |1\rangle_2}_{|00\dots 1\rangle_N \in \mathbb{C}^N} + \dots \\ &\quad \underbrace{|0\rangle_N}_{N=2^n} \qquad \underbrace{|1\rangle_N} \end{aligned}$$

$$|j_1\rangle_2 |j_2\rangle_2 \dots |j_n\rangle_2 = |j_1 j_2 \dots j_n\rangle_N \leftarrow \text{изчислителен базис на } \mathbb{C}^N$$

$$|j_1 j_2 \dots j_n\rangle_2 = j_1 2^{n-1} + j_2 2^{n-2} + \dots + j_n 2^{n-n}$$

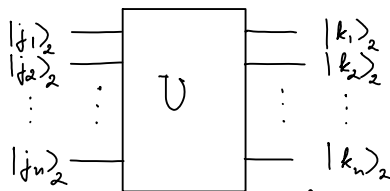
- двоично разлагане

$$\text{Например:} \quad (|0\rangle_2 + |1\rangle_2) \dots (|0\rangle_2 + |1\rangle_2) = \sum_{l=0}^{N-1} |l\rangle_N$$

б) квантови гейтове

$$j_1, \dots, j_n \in \{0, 1\}$$

$$k_1, \dots, k_n \in \{0, 1\}$$



в квантовия случай:

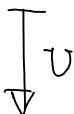
единици в класически случай

$$\sum_{k_1, \dots, k_n} d_{k_1, \dots, k_n} \dots$$

$\rightarrow \in \mathbb{C}$

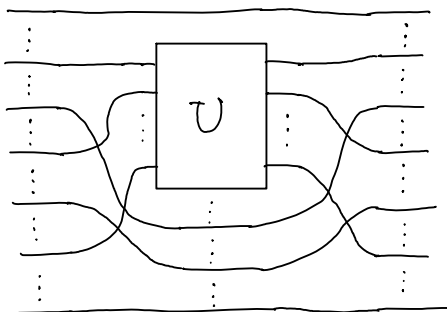
U е линейна и $\Rightarrow$ ако се приложи към лин. комбинация:

$$\sum_{j_1, \dots, j_n} c_{j_1, \dots, j_n} |j_1>_2 \dots |j_n>_2$$



$$\sum_{j_1, \dots, j_n} c_{j_1, \dots, j_n} \underbrace{U |j_1>_2 \dots |j_n>_2}_{\text{което вече е зададено}}$$

което вече е зададено



$\leftarrow U$ може да действа
върху част от регистрите

в) Квантовото изчисление завършва с измерване в изчислителния базис

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \vdots \\ \text{---} \end{array} \right\} |\Psi\rangle = \sum_{k_1, \dots, k_n} d_{k_1, \dots, k_n} |k_1\rangle_2 \dots |k_n\rangle_2$$

$$|\langle [j_1 \dots j_n]_2 | \Psi \rangle|^2 = |d_{j_1, \dots, j_n}|^2 - \text{вероятността}$$

резултатът да е $j_1, \dots, j_n$

$$\Rightarrow \text{целта е почти винаги } |d_{k_1, \dots, k_n}| \sim 0$$

и само за търсения отговор $j_1, \dots, j_n$:

$$|d_{j_1, \dots, j_n}|^2 \sim 1.$$

"Типичното" ускорение поради $|\dots|^2$ е квадратично.

Пример: една рекордна честота е 8.42938 GHz.

В 24 часа това дава: 7.3×10^{14} такта.

Ако се вдигне този брой на квадрат, при тази честота дава време: 2×10^{12} год.

Особености на квантовите логически врати

а) Обратимост: вход $\leftrightarrow$ изход

В частност, мисва имам "клонинг"

$$|\Psi\rangle \rightarrow \begin{cases} |\Psi\rangle \\ |\Psi\rangle \end{cases}$$

- за всеки вектор (не само за тези от определен базис)

б) Безкрайно (по-точно, неизброимо) много гейтове

$\Rightarrow$ неконсервативност на понятието за квантов алгоритъм

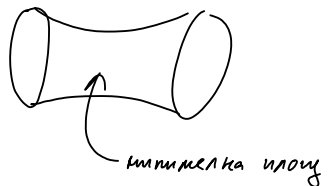
"квантовият бит е неизчерпаем"

$\hookrightarrow$ Възможност, дали това са квантови "аналогови компютри"

https://en.wikipedia.org/wiki/Analog_computer

Пример на аналогово изчисление - намиране на минимална повърхнина със дадени контури

https://en.wikipedia.org/wiki/Minimal_surface



<https://mathematicalgarden.wordpress.com/2014/09/06/soap-film-and-minimal-surface/>