

КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА

Николай М. Николов

Лекция 8 / 28.11.2022, версия 0

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

Теория на измерването

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване

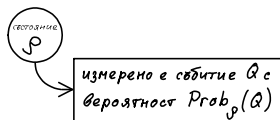
Теория на измерването

Основен проблем : какво ω случва след измерване



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване



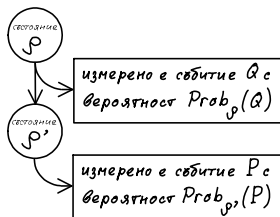
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



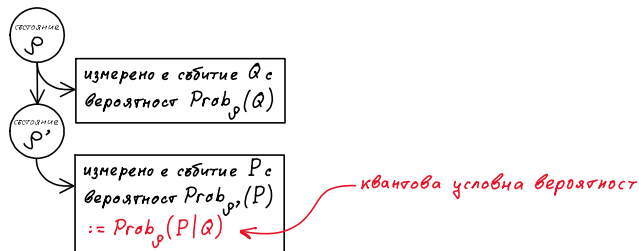
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



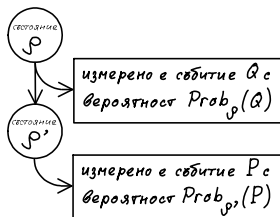
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



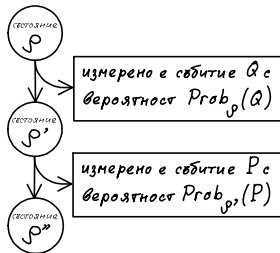
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



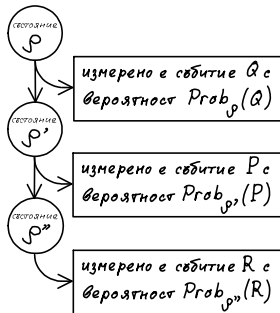
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



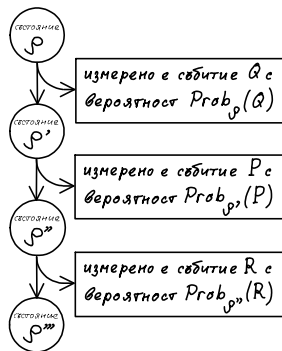
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



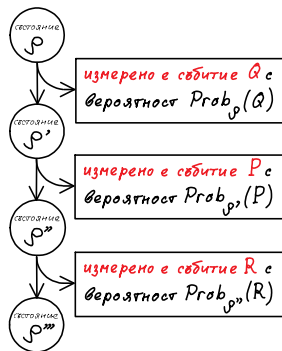
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



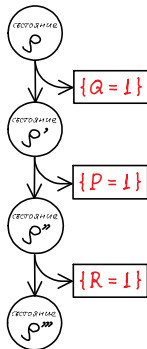
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



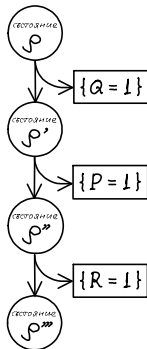
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



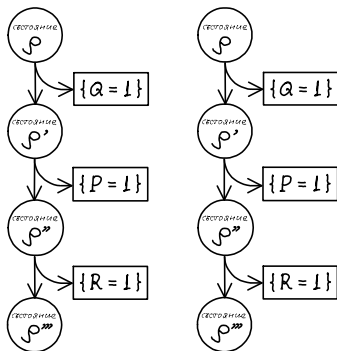
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



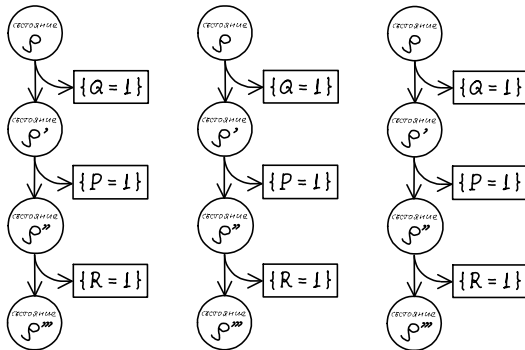
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



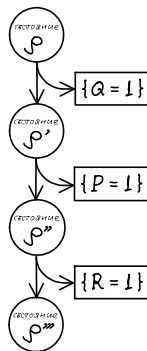
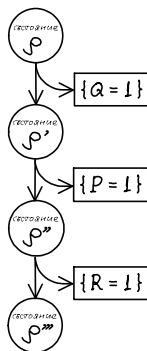
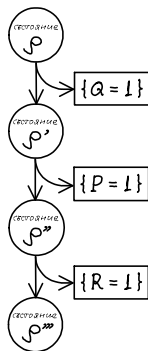
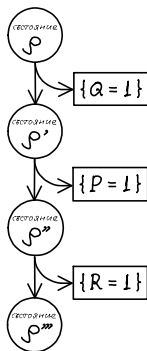
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



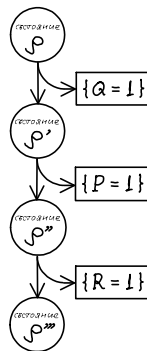
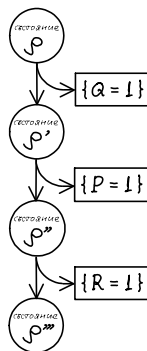
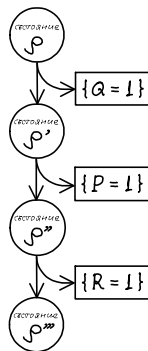
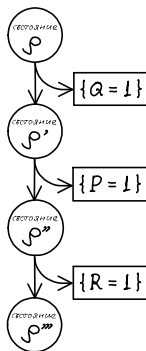
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



...

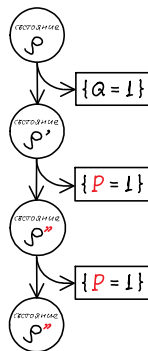
...

...

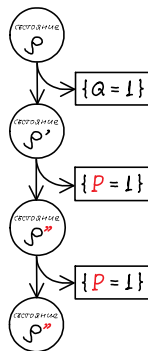
...

Теория на измерването

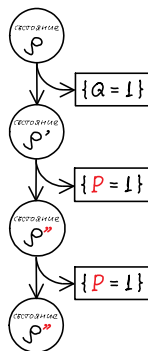
Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



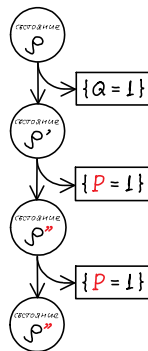
стабилизация



стабилизация



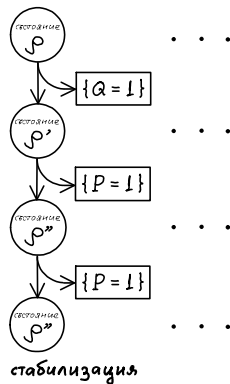
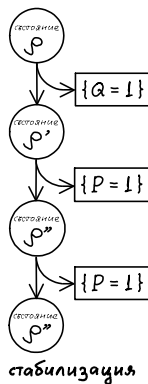
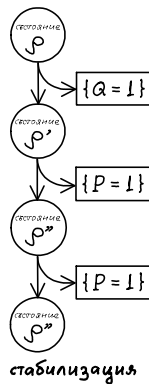
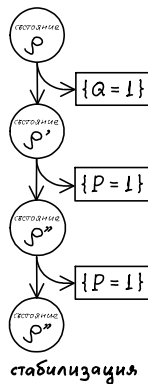
стабилизация



стабилизация

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние ?

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина ,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема)

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина ,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порадва линейно от събитията P

(поради спектралната теорема) , то : $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност : ρ' е състояние - наистина ,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порадва линейно от събитията P

(поради спектралната теорема) , то : $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho' : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал
Освен това, този линейен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$?

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линейен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q\hat{1}Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линейен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q^2)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линейен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линейен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q)}{\rho(Q)}$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал
Освен това, този линейен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) = \frac{\rho(QA^*AQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал

Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) = \frac{\rho(Q^*A^*AQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал

Освен това, този линейен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) = \frac{\rho((AQ)^*AQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линейен функционал
Освен това, този линейен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е порождана линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал

Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$. $\square$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(AQ A)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(AQ A)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настаняване на Q матрицата на плътността става:

$$\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настигане на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Наистина: за $\forall A \in \mathcal{A}$ имаме $\rho'(A) \equiv \text{Tr} \hat{\rho}' A = \frac{\text{Tr} \hat{\rho} Q A Q}{\rho(Q)} = \frac{\text{Tr} Q \hat{\rho} Q A}{\rho(Q)}$

$\Rightarrow \text{Tr} \left(\left(\hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right) A \right) = 0$ за $\forall A \in \mathcal{A}$. Полагайки $A = |\Psi\rangle\langle\Phi|$,

то за $\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ имаме $\langle\Phi| \underbrace{\left(\hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right)}_{\Rightarrow 0} |\Psi\rangle = 0$. $\square$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настаняване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен)

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става : $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3. : Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието
 ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става : $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3. : Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието
 ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

векторът на състояние се проектира ортогонално след измерване

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Наистина: ако $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, то $\hat{\rho}' = \text{const} \cdot Q|\Psi\rangle\langle\Psi|Q = \text{const} \cdot |Q\Psi\rangle\langle Q\Psi|$.

$\Rightarrow \rho'$ също е чисто и има вектор Φ , пропорционален на $Q\Psi$. $\square$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става : $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3. : Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете : $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_{\rho}(Q)$ (от лекция 7)

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става : $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3. : Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието
 ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете : $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_\rho(Q)$ (от лекция 7) и $\Rightarrow$ ако Q настъпва в ρ , то
 $\|Q\Psi\| \neq 0$.

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$.

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова :

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова :
$$\frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова :

$$\text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова :

$$\text{формулата на Бейс / Bayes} \leftarrow \text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes $\leftarrow \text{Prob}_\rho(P|Q) = \frac{\text{Prob}_\rho(P \cap Q)}{\text{Prob}_\rho(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова :

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс : } \text{Prob}_{\rho}(P \cap Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \cap P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете : в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова :

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс : } \text{Prob}_{\rho}(P \cap Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \cap P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Закон на Бейс : $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$
 $= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P)$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

→ Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Закон на Бейс : $\begin{aligned} \text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

по аналогия

Закон на Бейс : $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$
 $= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P)$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.})$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ след } P) \ (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

т.е., независимостта от реда на измерване е $\iff$ комостируемост, т.е., на съвместна измеримост

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \ (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \text{ } (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай : $\text{Prob}_\rho(P \cup Q)$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава : $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай : $\text{Prob}_\rho(P \cup Q)$

Доказателство. Л.Н.С. : $\rho(PQP) = \rho(QPQ) \quad (\forall \rho - \text{свст.})$.

$$\Rightarrow PQP = QPQ \Rightarrow (PQ - QP)^2 = \underbrace{PQPQ}_{QPQ} + \underbrace{QPQP}_{PQP} - \underbrace{PQQP}_Q - \underbrace{QPPQ}_P = 0. \quad \square$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

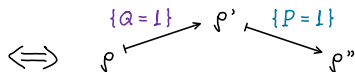


Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

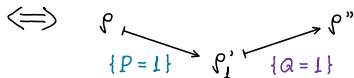


Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

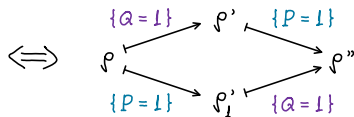


Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

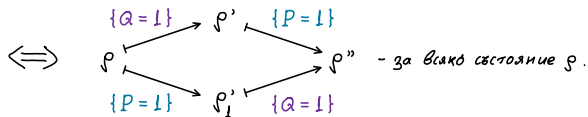


Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

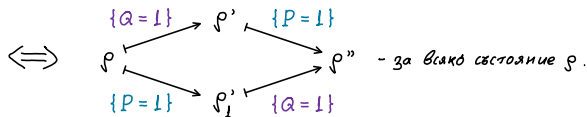


Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

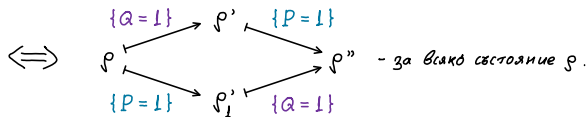
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

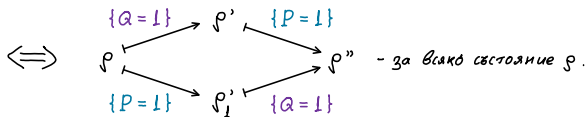
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

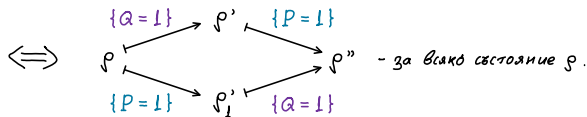
$$\text{R.H.S. : } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} \stackrel{\text{от друга страна}}{=} \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

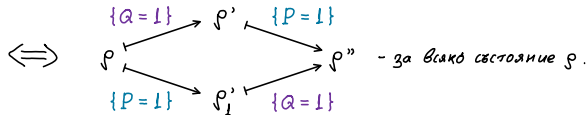
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

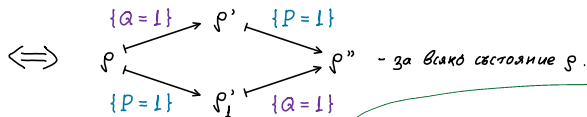
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

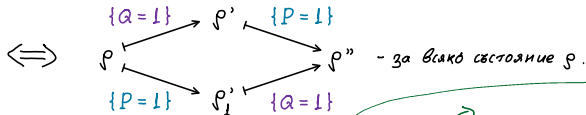
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

R.H.S: $\hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

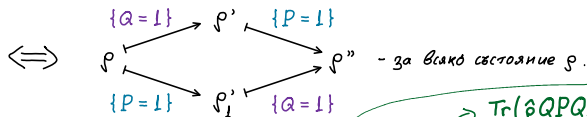
за $\text{Tr } Q \cdot$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \iff$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} PQP) (\forall \hat{\rho}).$$

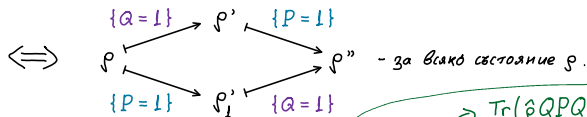
за $\text{Tr} Q \cdot$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

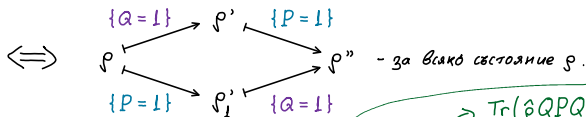
$\Rightarrow QPQ$ е събитие.

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \iff$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ P Q) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$$\Rightarrow QPQ \text{ е събитие. } \Downarrow$$

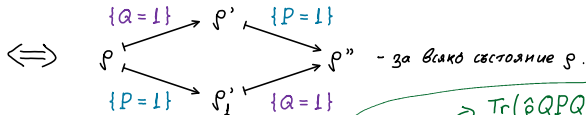
$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие. $\Downarrow$

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

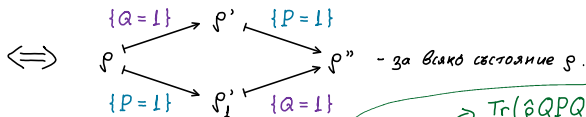
$\Downarrow$
 $= 0$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$$\Rightarrow QPQ \text{ е събитие. } \Downarrow$$

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

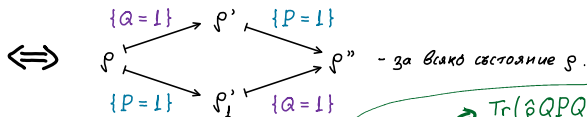
$$PQ = (PQ)^* = QP \quad \Downarrow$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие.

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

$$PQ = (PQ)^* = QP$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ'

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ'

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение"

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ вероятност 1

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване"

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване" : ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване" : ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване" : ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' > \rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

за $j=1,2$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване" : ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' > \rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

за $j=1,2$, то $\text{Prob}_{\rho'}(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho'_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho'_2}(P \text{ след } Q)$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване" : ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' > \rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_{\rho'}(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho'_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho'_2}(P \text{ след } Q)$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff$$

(forall rho)

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става : $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3. : Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff$$

($\forall \rho$)

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho'}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho'}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1. : за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2. : Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става : $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3. : Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff$$

(forall rho)

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho'}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho'}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k , то системата премива отново в чисто състояние

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k , то системата премива отново в чисто състояние с вектор

който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$,

ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена

стойност α_k , то системата премива отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата премива отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$,
ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена

стойност α_k , то системата премива отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow \{P=1\} \\ \rho & & & & \\ & \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \nearrow \{Q=1\} \\ & & & & \end{array} \iff \rho'' \quad (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $p_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$p_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

свързване
 Ψ

измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
съответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация

свързване
 Ψ

измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
съответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|)$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

свободно
 Ψ

измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
съответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$
амплитуда на
прехода

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$
вероятност за преход $\xrightarrow{\text{амплитуда на прехода}}$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$
 вероятност за преход $\xrightarrow{a_{\Psi \mapsto \Phi}}$ амплитуда на прехода

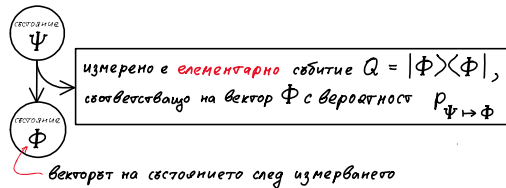
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$
амплитуда на
прехода

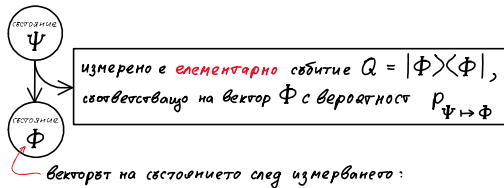
$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$
амплитуда на
прехода

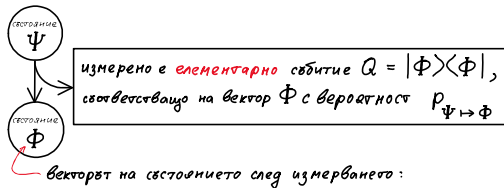
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход : допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle$$

Нека : $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle\Psi|\Phi\rangle|^2$$

вероятност за преход

амплитуда на прехода

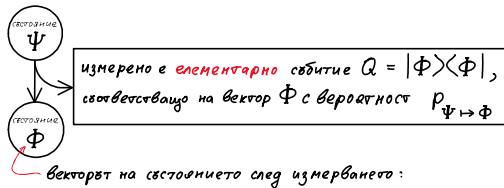
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\underbrace{\langle\Psi|\Phi\rangle}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}|^2$$

вероятност за преход

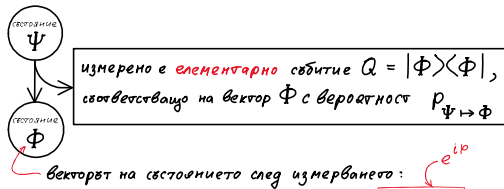
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle\Psi|\Phi\rangle|^2$$

вероятност за преход

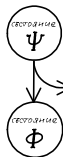
$a_{\Psi \rightarrow \Phi}$ амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение

измерено е **элементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен

Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



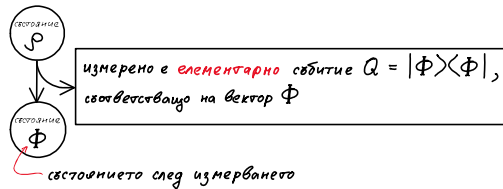
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



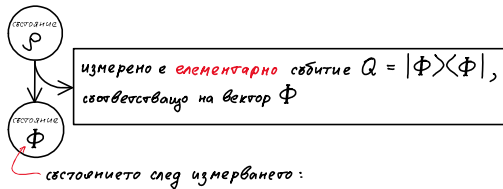
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)}$$

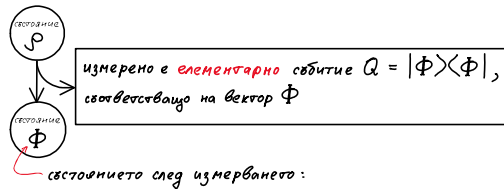
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

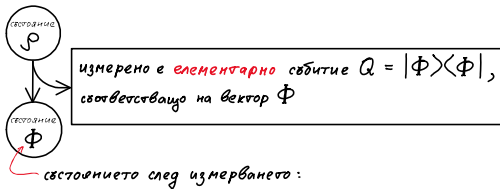
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle(\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle)\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

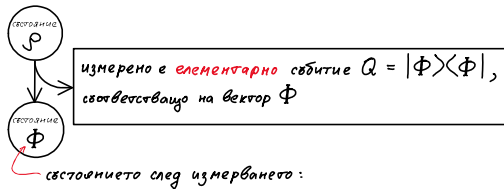
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle \langle \Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi|)}$$

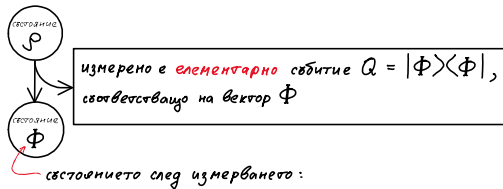
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle \langle \Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle \langle \Phi|)} = |\Phi\rangle \langle \Phi|$$

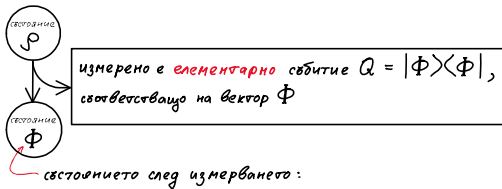
Теория на измерването

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение : след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека : $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)} = |\Phi\rangle\langle\Phi|$$

матрица на плътността на чисто състояние с вектор Φ

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

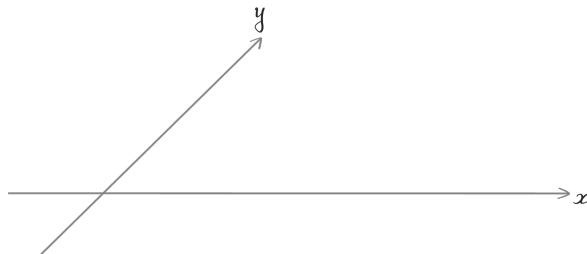
Теория на измерването: примери и дискусия

Теория на измерването: примери и дискусия

Колапсът на вълновата функция

Колапсът на вълновата функция

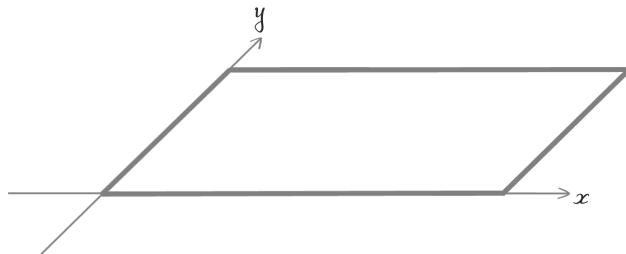
Разглеждаме частица в равнина.



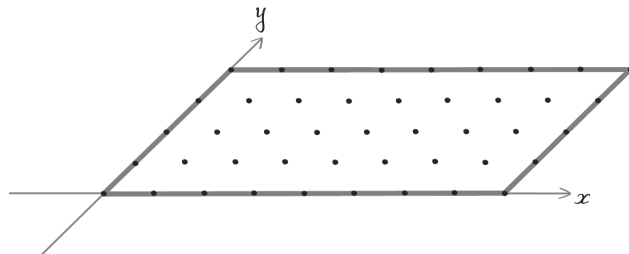
Колапсът на вълновата функция

Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.



Колапсът на вълновата функция

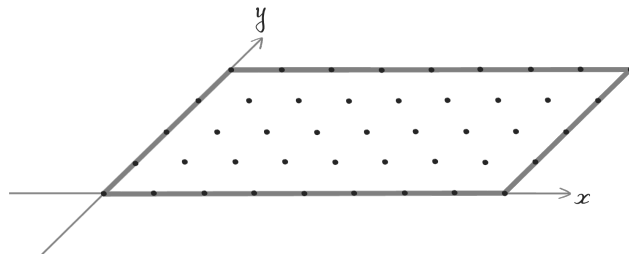


Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.

И второ, минаваме върху решетка

Колапсът на вълновата функция

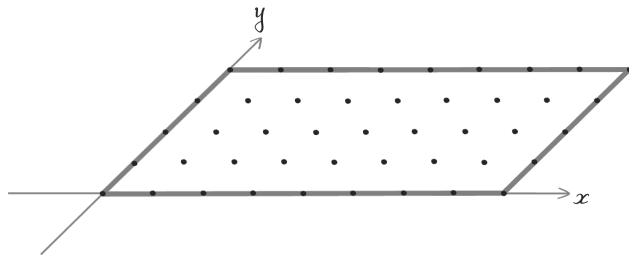


Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.

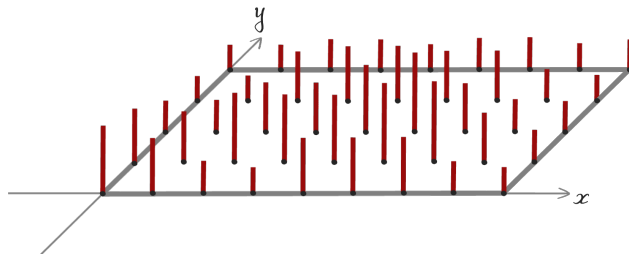
И второ, минаваме върху решетка (като върху монитор на компютър).

Колапсът на вълновата функция

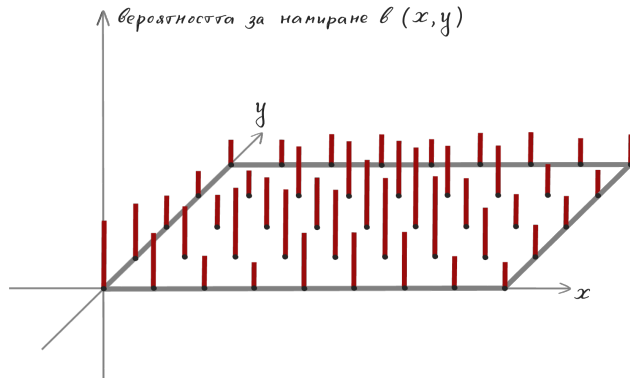


Колапсът на вълновата функция

Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

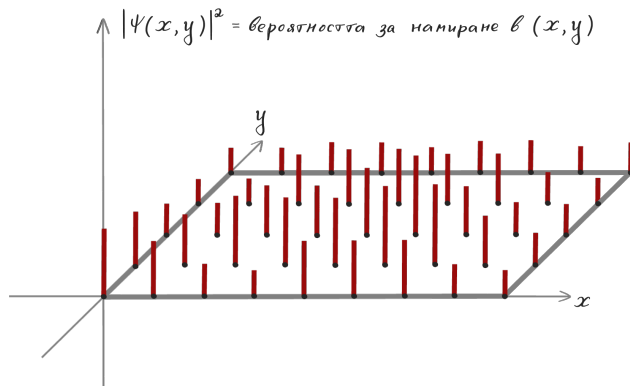


Колапсът на вълновата функция



Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

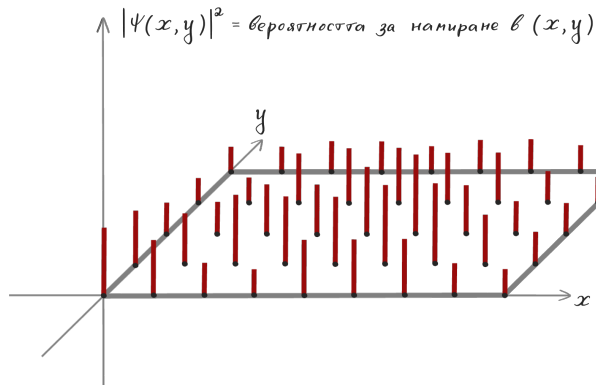
Колапсът на вълновата функция



Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

Тези вероятности се определят от вектора на състояние Ψ на частицата.

Колапсът на вълновата функция



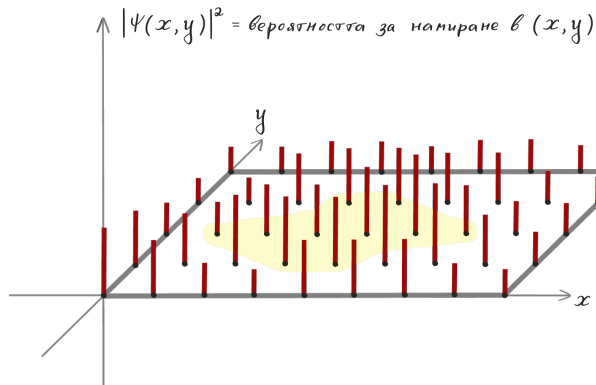
Векторът на състоянието може да се запише, като “вълнова функция”

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(0, 0) \\ \vdots \\ \psi(0, M) \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ \psi(N, 0) \\ \vdots \\ \psi(N, M) \end{pmatrix}$$

Колапсът на вълновата функция

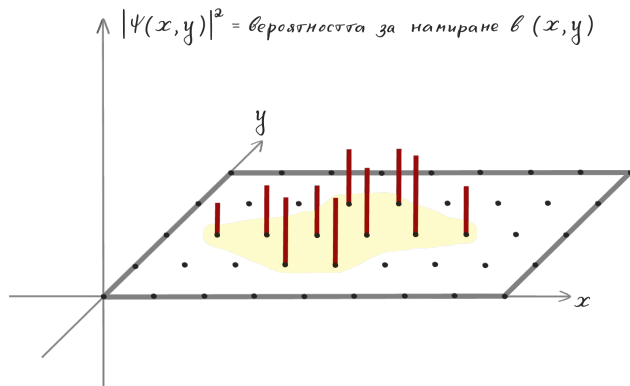
При

измерване



$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(0, 0) \\ \vdots \\ \psi(0, M) \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ \psi(N, 0) \\ \vdots \\ \psi(N, M) \end{pmatrix}$$

Колапсът на вълновата функция

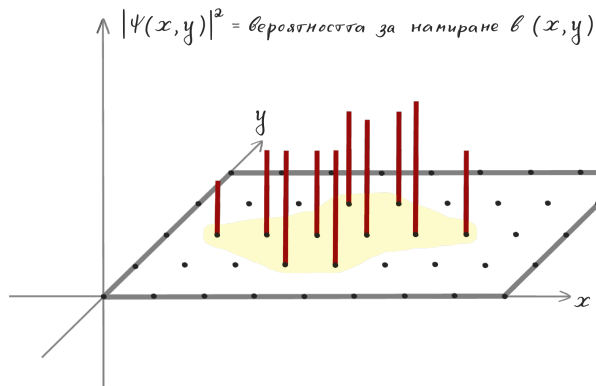


При измерване, векторът на състоянието първо се проектира

$$P\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

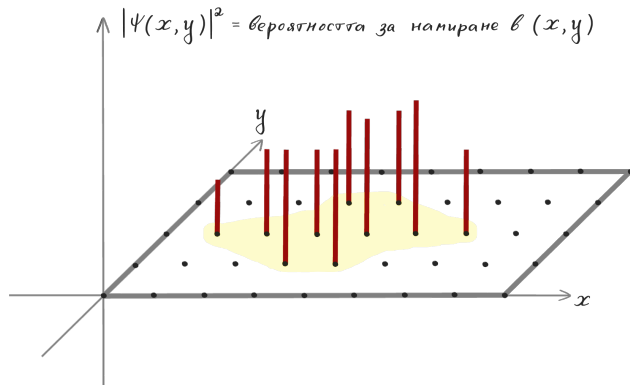
Колапсът на вълновата функция

След това се нормира

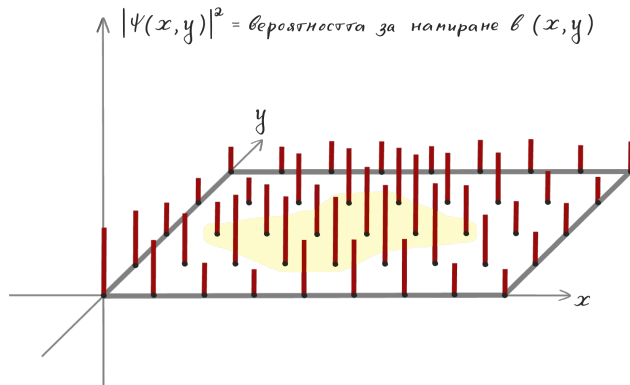


$$\frac{1}{\|\Pi\Psi\|} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

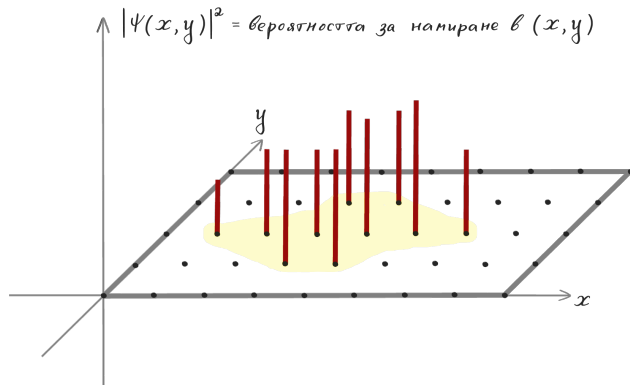
Колапсът е къде: в нас или извън нас?



Колапсът е къде: в нас или извън нас?



Колапсът е къде: в нас или извън нас?



Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние

Измерване в сплетено състояние

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние Ψ в предходна презентация

$$\tilde{\Theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Измерване в сплетено състояние

Ψ в предходна презентация

$$\tilde{0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

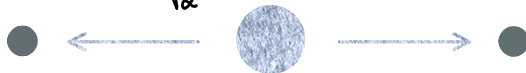
Измерване в сплетено състояние

$$\tilde{0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



Измерване в сплетено състояние

$$\hat{\Theta} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



Измерване в сплетено състояние

"X" - гесг



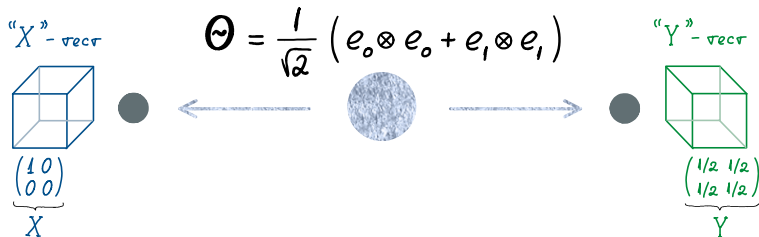
$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



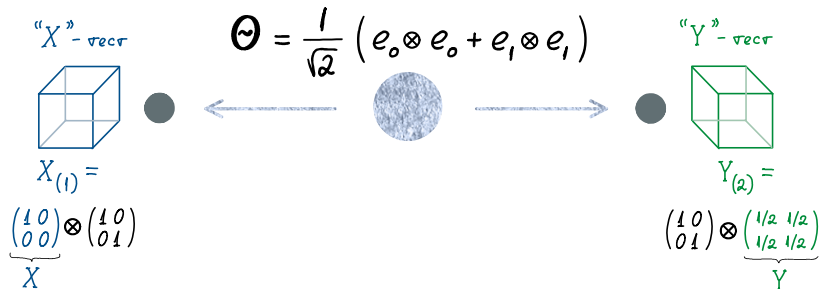
"Y" - гесг



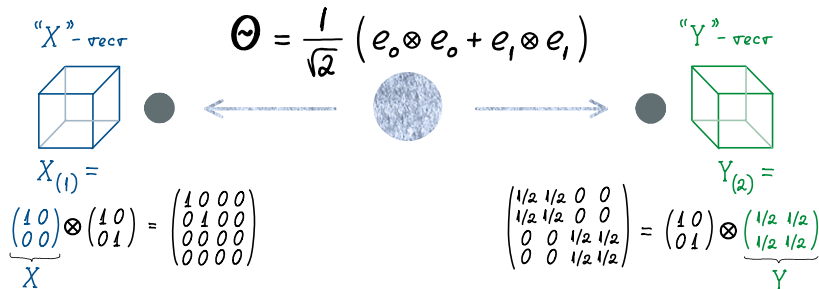
Измерване в сплетено състояние



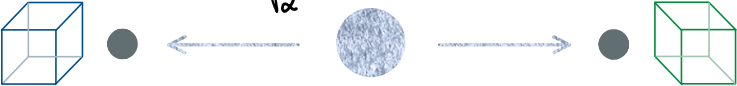
Измерване в сплетено състояние



Измерване в сплетено състояние

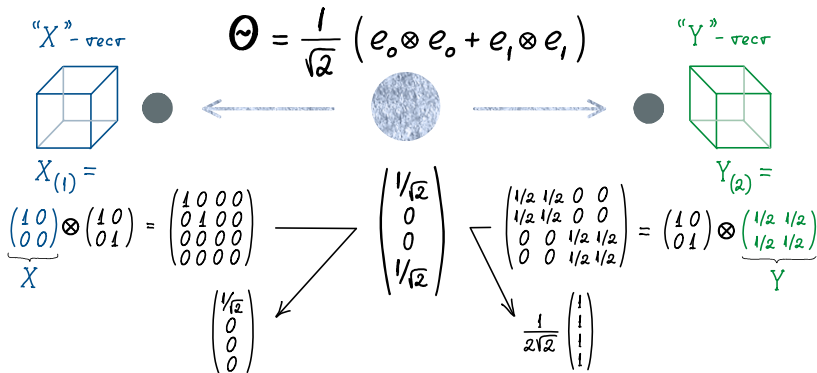


Измерване в сплетено състояние

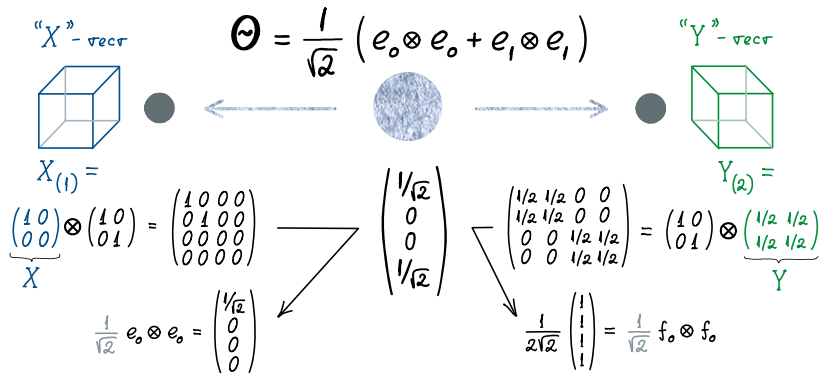
"X" - дест $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$ "Y" - дест


 $X_{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$
 $Y_{(2)} =$
 $\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

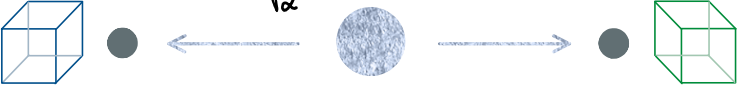
Измерване в сплетено състояние



Измерване в сплетено състояние



Измерване в сплетено състояние

"X" - дест $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$ "Y" - дест


$X_{(1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

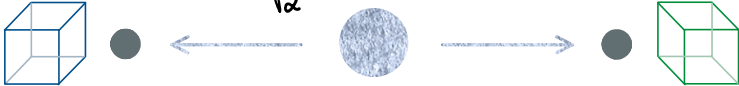
$Y_{(2)} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Измерване в сплетено състояние

"X" - десг $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$ "Y" - десг



$X_{(1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

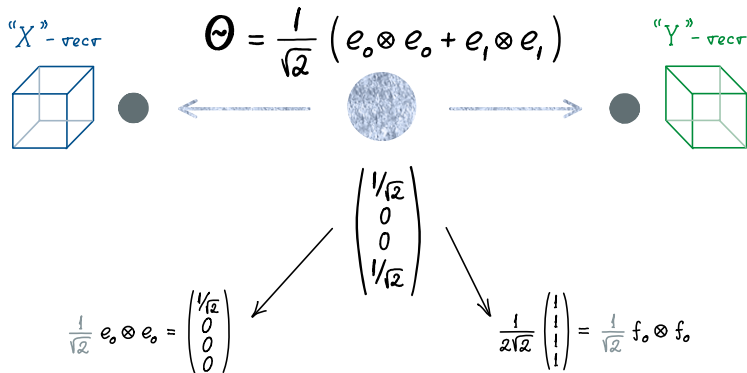
$Y_{(2)} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$

Но: $e_0 \neq f_0$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Измерване в сплетено състояние



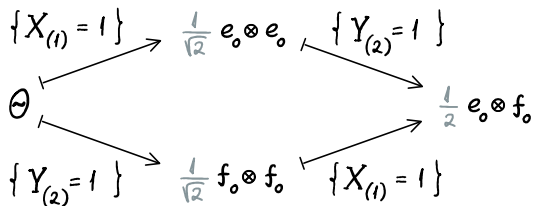
Измерване в сплетено състояние

$$\{X_{(1)} = 1\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0$$

$\ominus$

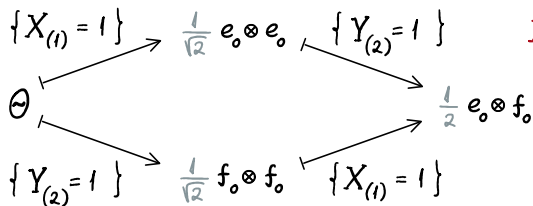
$$\{Y_{(2)} = 1\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$$

Измерване в сплетено състояние



Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние

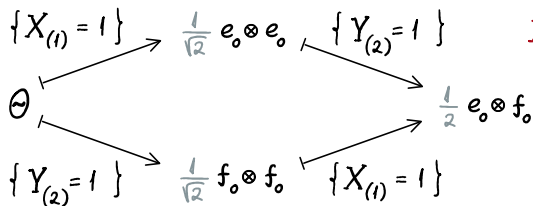


Понеже:

$$\begin{aligned} X_{(1)} Y_{(2)} &= Y_{(2)} X_{(1)} \\ &= X \otimes Y \end{aligned}$$

Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние

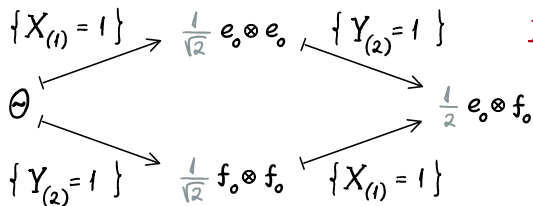


Понеже:

$$\begin{aligned} X_{(1)} Y_{(2)} &= Y_{(2)} X_{(1)} \\ &= X \otimes Y \\ &\text{(впреки, че } XY \neq YX \text{)} \end{aligned}$$

Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние



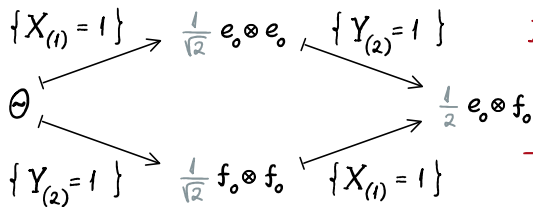
Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)

Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние



Понеже:

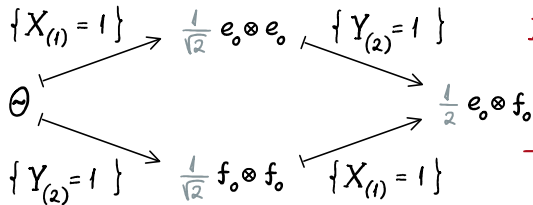
$$\begin{aligned}
 X_{(1)} Y_{(2)} &= Y_{(2)} X_{(1)} \\
 &= X \otimes Y
 \end{aligned}$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)

→ възстановява се
"противоречието"

Теория на измерването: примери и дискусия

Измерване в сплетено състояние



Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

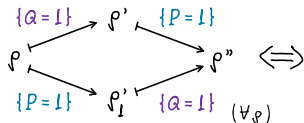
(въпреки, че $XY \neq YX$)

→ възстановява се
"противоречието"

припомняне

Теорема.

$$PQ = QP$$

 $\Leftrightarrow$  $\Leftrightarrow$

$$\text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: примери и дискусия

Котката на Шрьодингер

Теория на измерването: примери и дискусия

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

Теория на измерването: примери и дискусия

Котката на Шрödinger https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



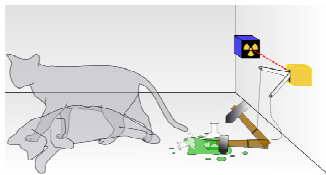
Erwin Schrödinger
1887 – 1961

Теория на измерването: примери и дискусия

Котката на Шрödinger https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



Erwin Schrödinger
1887 – 1961

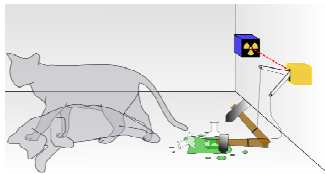


Теория на измерването: примери и дискусия

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



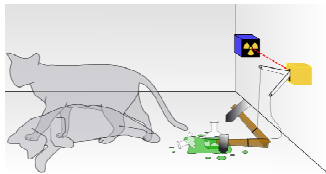
Erwin Schrödinger
1887 – 1961



Теория на измерването: примери и дискусия

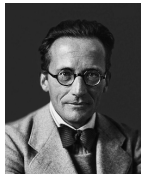
Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

Erwin Schrödinger
1887 – 1961

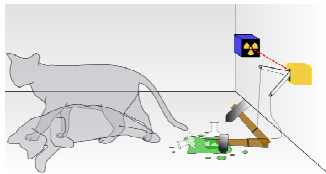


$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

Теория на измерването: примери и дискусия

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

Erwin Schrödinger
1887 – 1961



$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

– сплитане между микро и макро-системи ?

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

Квантови трансформации

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Observables States

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Observables

States

 ψ A ψ ρ

средна стойност

 $\langle A \rangle_\rho$

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Observables

States



средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Observables

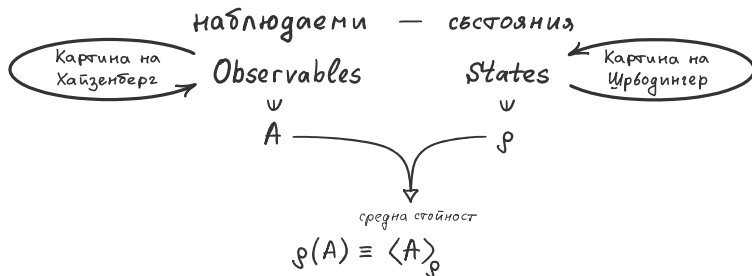
States

← Картина на
Цирбодингер ψ A ψ ρ

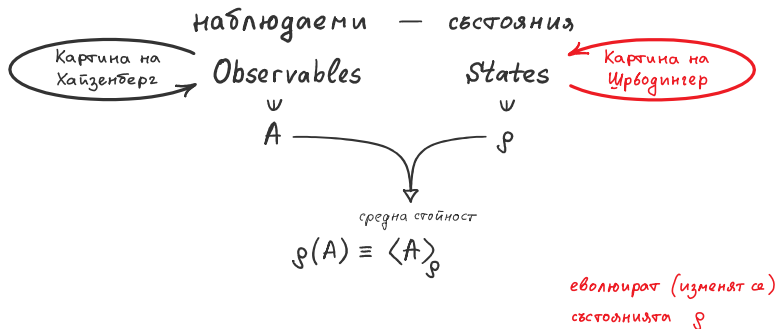
средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

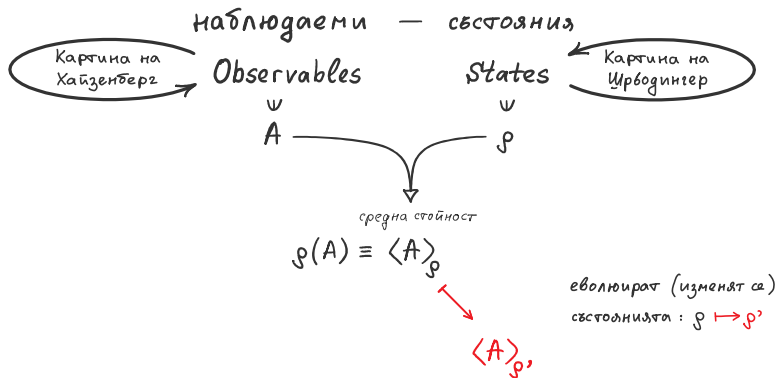
Квантови трансформации



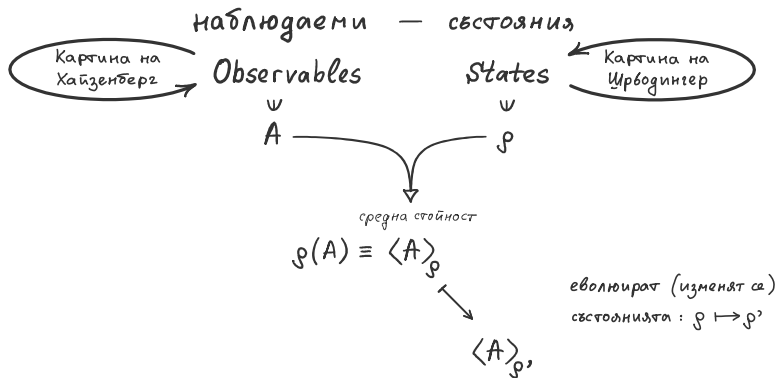
Квантови трансформации



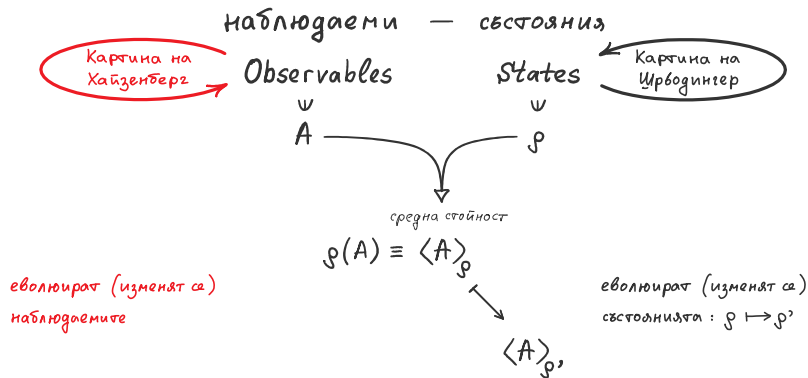
Квантови трансформации



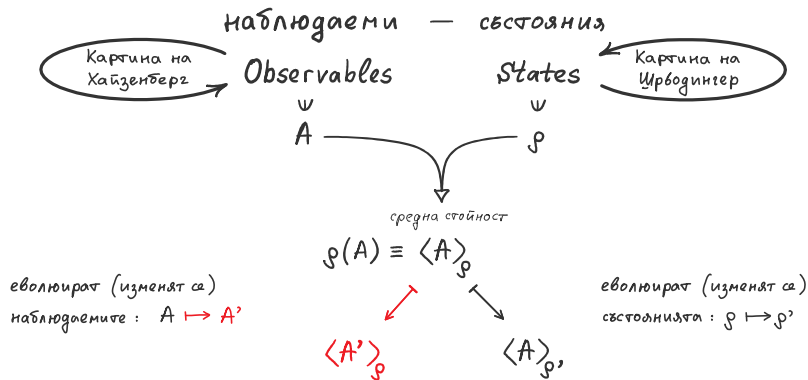
Квантови трансформации



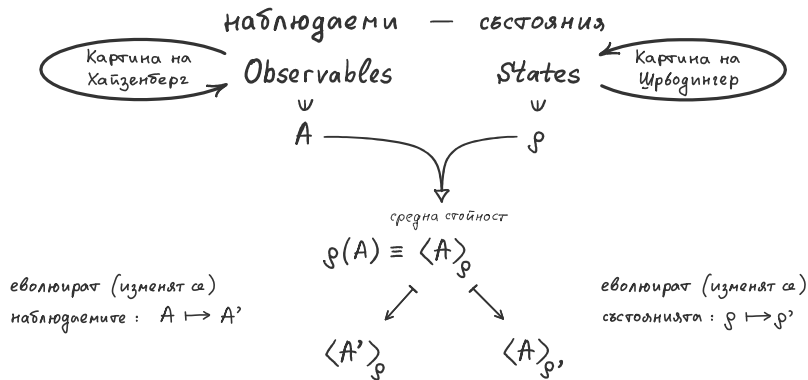
Квантови трансформации



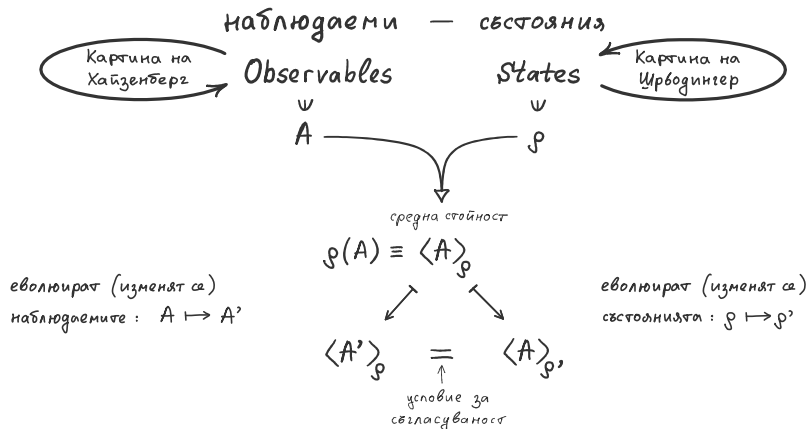
Квантови трансформации



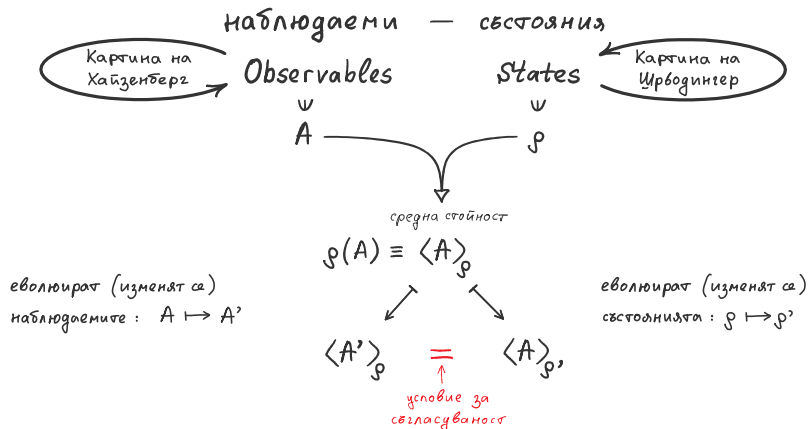
Квантови трансформации



Квантови трансформации



Квантови трансформации



Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • $\text{исто състояние} \mapsto \text{исто състояние}$;

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Визнер / Wigner

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се слугва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се слугва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,
като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация.

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \langle \Psi | \Phi \rangle$$
$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle$$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle$$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle$$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \underbrace{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle} \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарна

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$ - таква матрици се наричат **унитарни матрици**.

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{I}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{I} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$ - таква матрици се наричат **унитарни матрици**.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности :

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности :

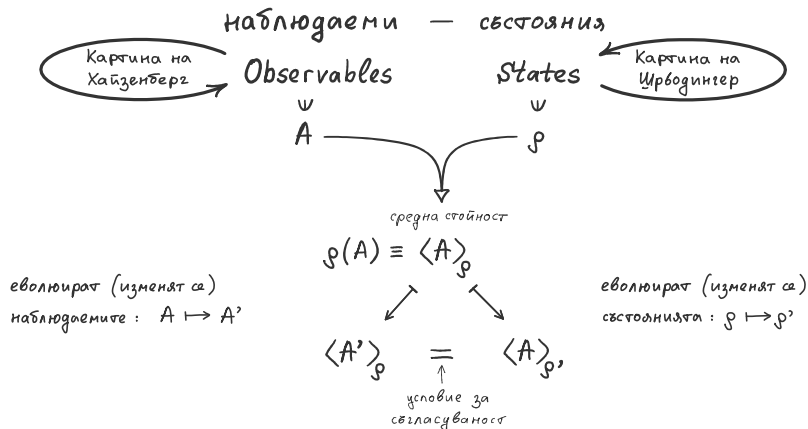
$$- U \text{ е линейна и } \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

$$- U \text{ е антилинейна и } \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

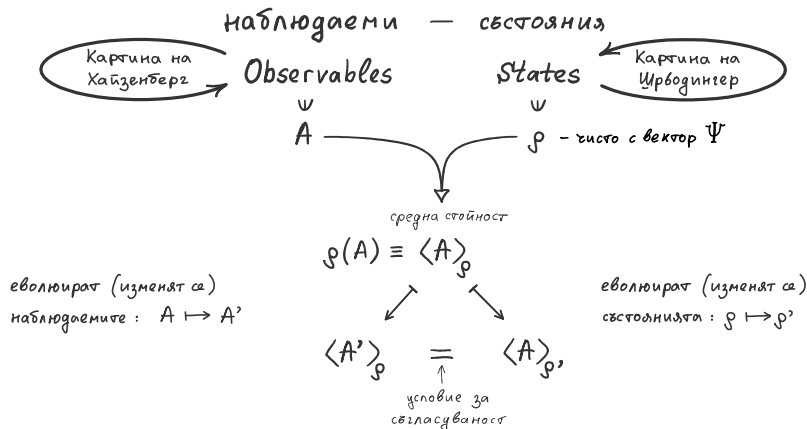
U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

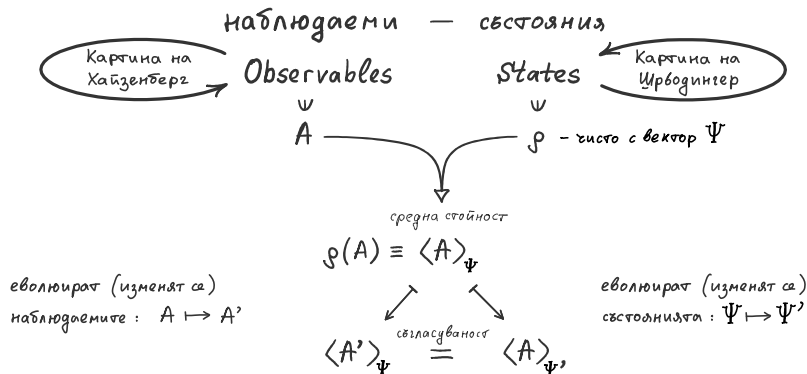
Квантови трансформации



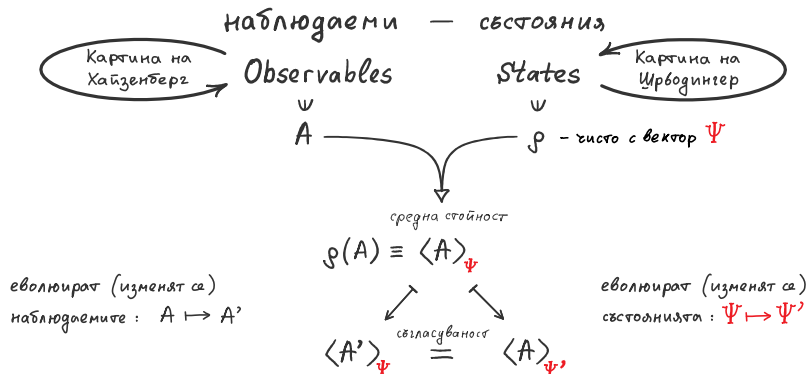
Квантови трансформации



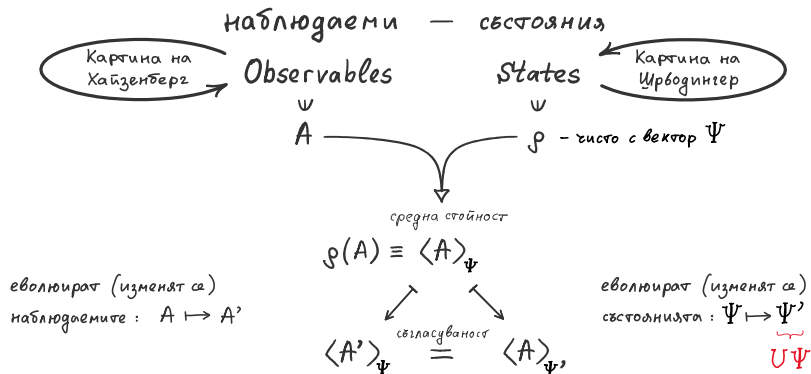
Квантови трансформации



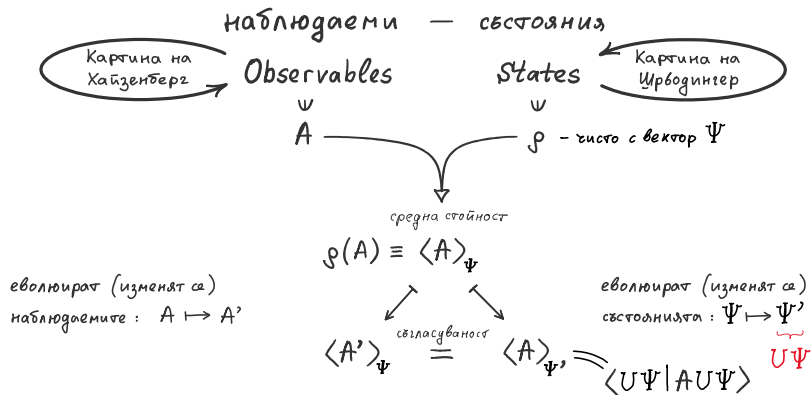
Квантови трансформации



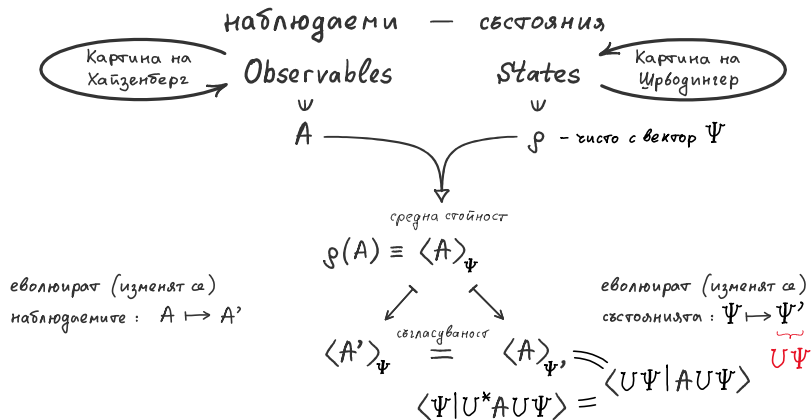
Квантови трансформации



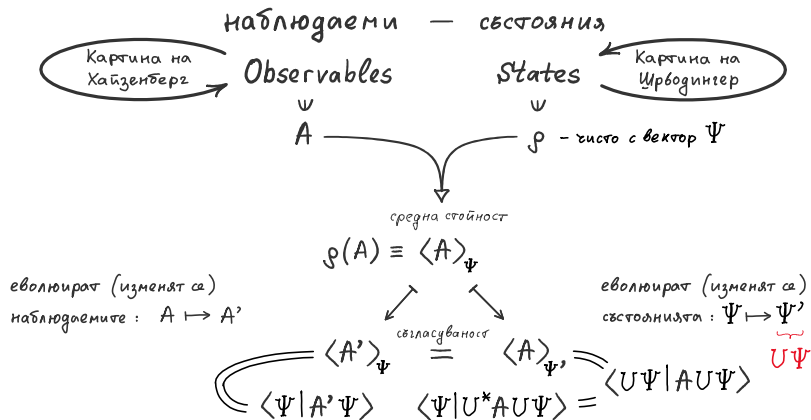
Квантови трансформации



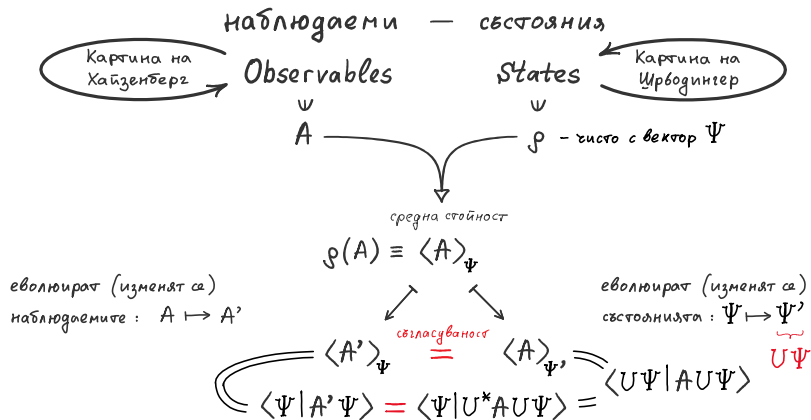
Квантови трансформации



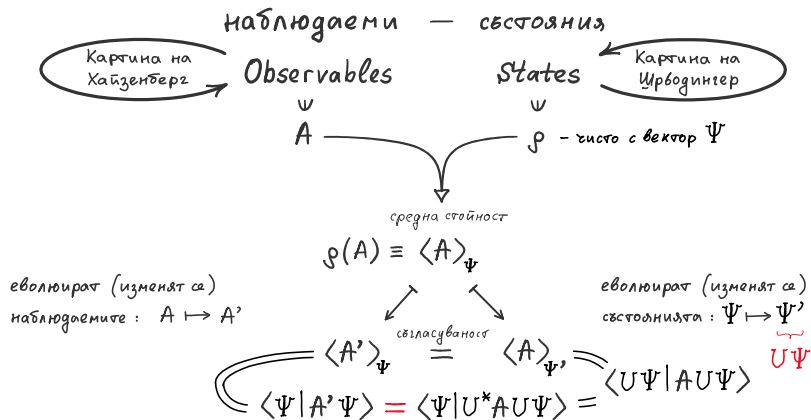
Квантови трансформации



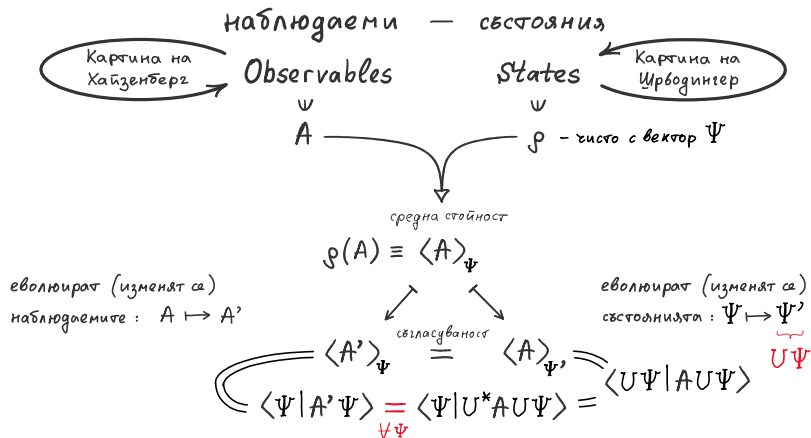
Квантови трансформации



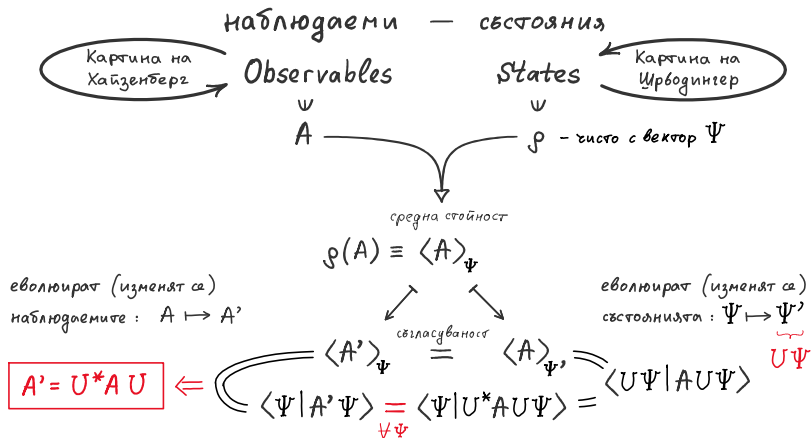
Квантови трансформации



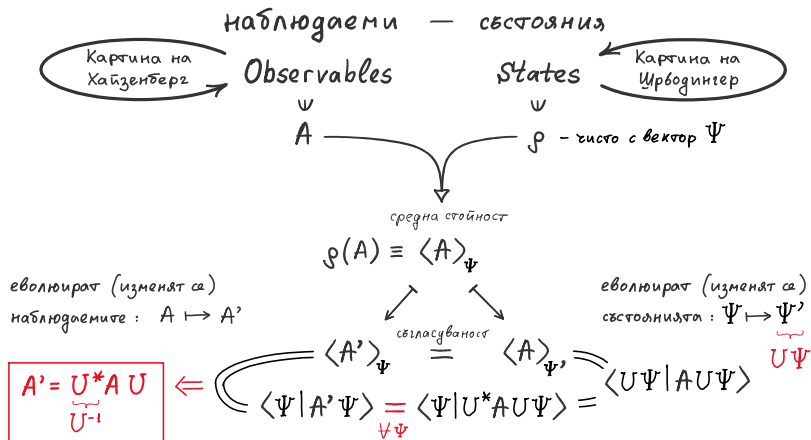
Квантови трансформации



Квантови трансформации



Квантови трансформации



Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$
- $\Rightarrow$ това е **изоморфизъм** на $*$ -алгебри с единица

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$ $\Rightarrow$ това е **изоморфизъм** на $*$ -алгебри с единица
- Горният вид **изоморфизми** се наричат "вътрешни" / "inner".

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$ $\Rightarrow$ това е **изоморфизъм** на $*$ -алгебри с единица
- Горният вид **изоморфизми** се наричат "вътрешни" / "inner".
- Математически резултат: всички $*$ -изоморфизми на $\text{Mat}_n(\mathbb{C})$ в себе си са вътрешни.

Квантови трансформации

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Heisenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :
 - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
 - $U^{-1}\hat{I}U = \hat{I}$
 - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$ $\left. \begin{array}{l} \text{ } \end{array} \right\} \Rightarrow \text{това е изоморфизъм на } * \text{-алгебри с единица}$
- Горният вид изоморфизми се наричат "вътрешни" / "inner".
- Математически резултат: всички $*$ -изоморфизми на $\text{Mat}_n(\mathbb{C})$ в себе си са вътрешни.
- Това показва, че за крайни, чисто квантови системи, двете картини на описание на квантовите трансформации са еквивалентни.

1. Теория на измерването

Теория на измерването: примери и дискусия

2. Квантови трансформации

Квантови трансформации: примери и дискусия

Квантови трансформации: примери и дискусия

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c} U^* \\ \left(\begin{array}{cccccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{u_{n3}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdot & \cdot & \cdot & \overline{u_{nn}} \end{array} \right) \end{array}
 \begin{array}{c} U \\ \left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{nn} \end{array} \right) \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{I} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & & & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c} U \\ \underbrace{\left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn} \end{array} \right)} \end{array}
 \begin{array}{c} U^* \\ \underbrace{\left(\begin{array}{cccccc} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn} \end{array} \right)} \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{I} \\ \underbrace{\left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{array} \right)} \end{array}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c} U^* \\ \left(\begin{array}{cccccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n3}} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{nn}} \end{array} \right) \end{array}
 \begin{array}{c} U \\ \left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn} \end{array} \right) \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{I} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdots \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c} U^* \\ \left(\begin{array}{cccccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{array} \right) \end{array}
 \begin{array}{c} U \\ \left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{array} \right) \\ \begin{array}{cccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\ u_{\cdot 1} & u_{\cdot 2} & u_{\cdot 3} & \cdots & u_{\cdot n} \end{array} \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{I} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdots \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdots \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdots \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdots \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad U^* \quad} \\
 \begin{pmatrix}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad U \quad} \\
 \begin{pmatrix}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{pmatrix}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad \hat{I} \quad} \\
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{1} \\
 \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$\leftarrow U$ е унитарна $\Leftrightarrow$ колоните (или редовете) са ортонормиран базис

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right) \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow \\
 u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdot \quad \cdot \quad u_n
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \dots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \dots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \dots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \dots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \dots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \dots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \dots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \dots \quad u_n$

$$UU^* = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow |u_1\rangle\langle u_1| + \dots + |u_n\rangle\langle u_n| = \hat{I}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$e_j \xrightarrow{U} u_j$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j = k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{1} \\
 \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$e_j \xrightarrow{U} u_j$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

U е унитарна $\Leftrightarrow$ колоните (или редовете) са ортонормирани базис

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

$$U U^* = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow |u_1\rangle \langle u_1| + \cdots + |u_n\rangle \langle u_n| = \hat{1}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси
- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани бази

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

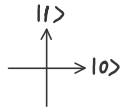


Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

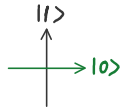


Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



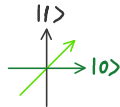
Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

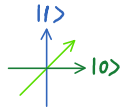
$$|0\rangle \text{ — } \boxed{H} \text{ — } 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

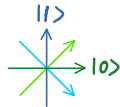


Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$|1\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle$$

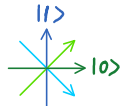


Унитарни матрици и ортонормирани бази

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

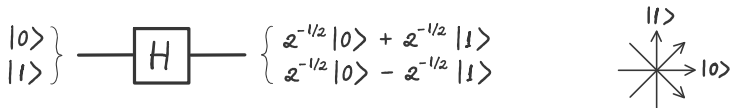
$$\left\{ \begin{array}{l} |0\rangle \\ |1\rangle \end{array} \right\} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани бази

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

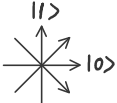
$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани бази

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$


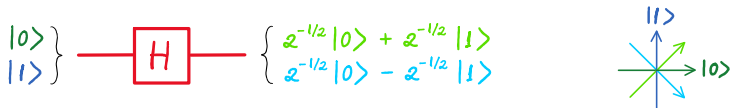
- пример 2.: Ротация на ъгъл α : $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани бази

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



- пример 2.: Ротация на ъгъл α : $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

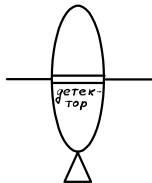
“Бомбен” тест на Елизур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елитур-Вайдман https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

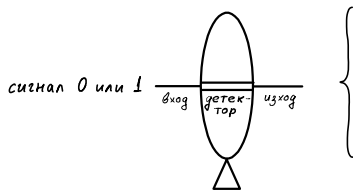
а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодейяни с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елитур-Вайдманhttps://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

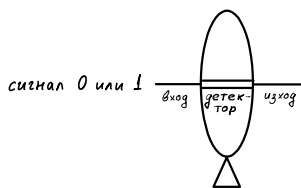
- а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодейяни с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елитур-Вайдманhttps://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

- а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодейяни с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

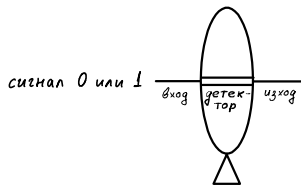


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - взаимодейя се

Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елицур-Вайдманhttps://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

- а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодейяни с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

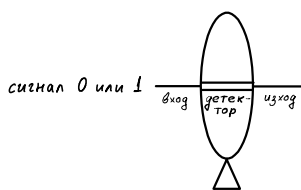


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат $\perp$ - взаимодейя се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход $\equiv$ изход).

Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елицур-Вайдманhttps://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

- а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодейяни с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

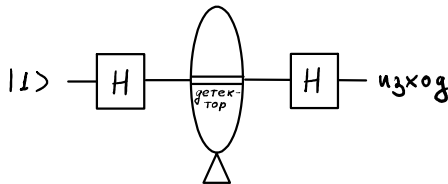


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - взаимодейя се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход $\equiv$ изход).

- б) Задачата е да тестваме бомбите (детекторите) без да им взаимодейяме.

Квантови трансформации: примери и дискусия

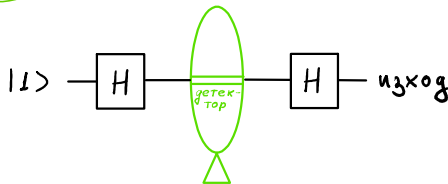
“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

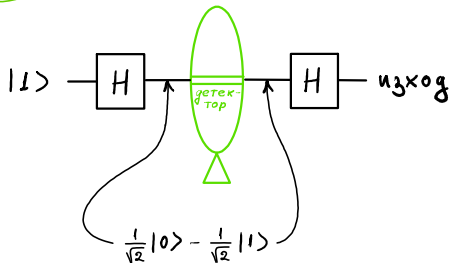
повредена
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

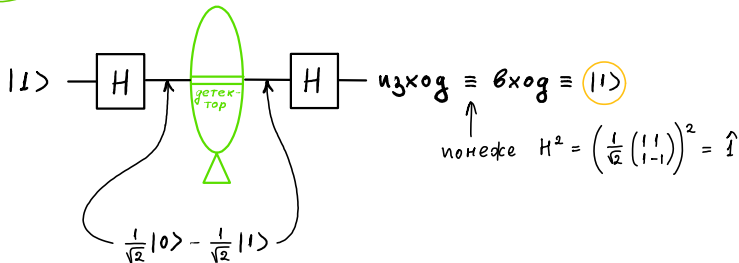
повредена
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

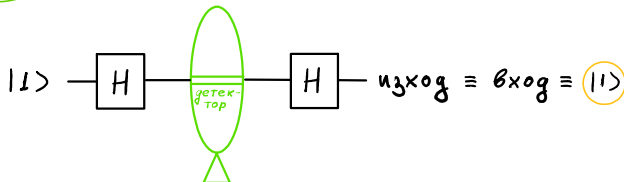
повредена
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман – квантово решение 1

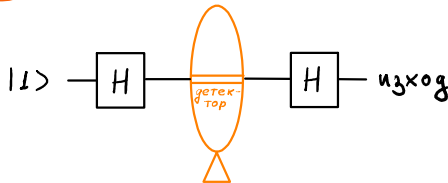
повредена
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман – квантово решение 1

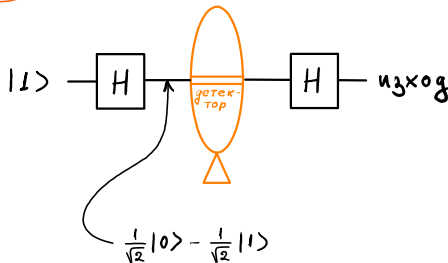
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

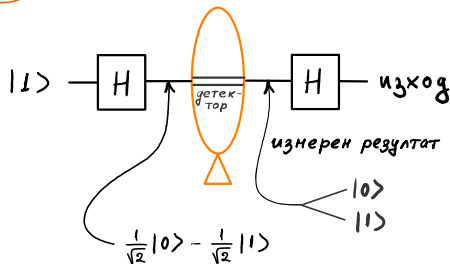
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

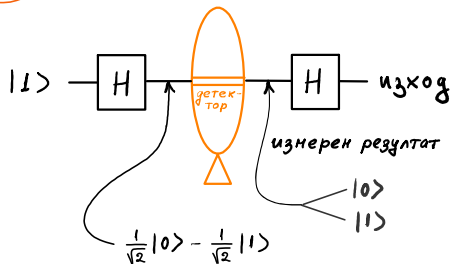
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

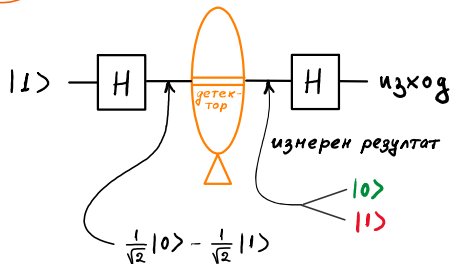
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

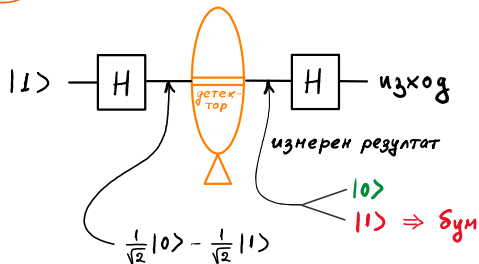
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

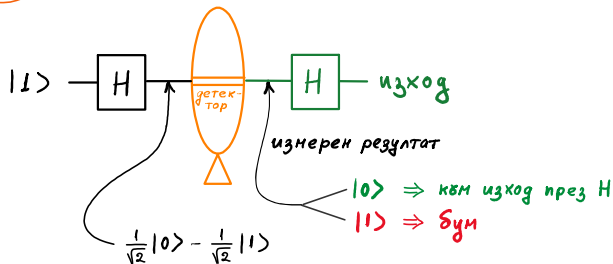
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

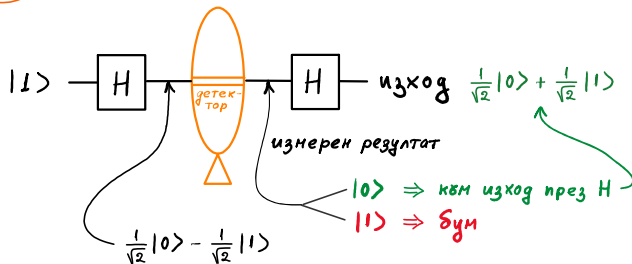
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

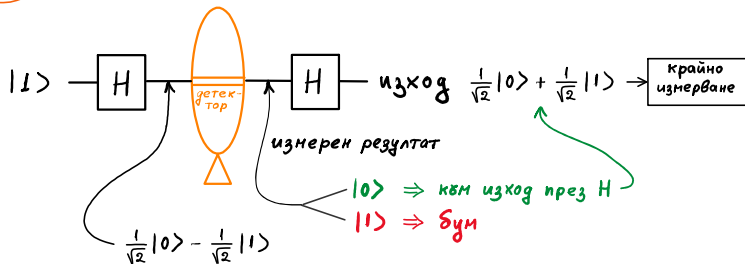
“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

здрава
бомба



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

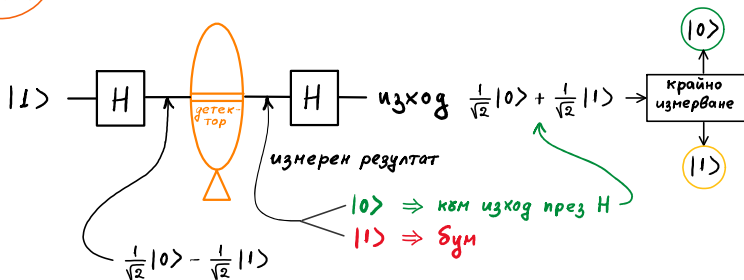
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

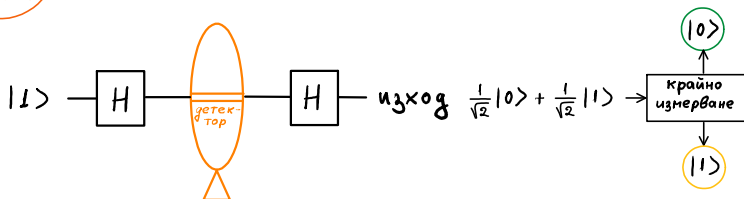
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

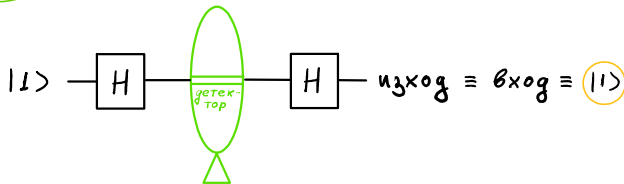
здрава
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

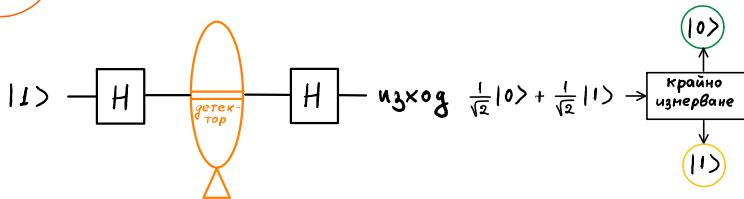
повредена
бомба



Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1

здрава
бомба

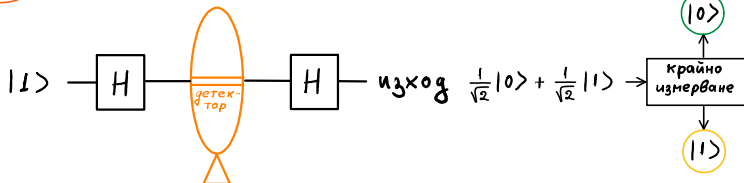


Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман – квантово решение 1

здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

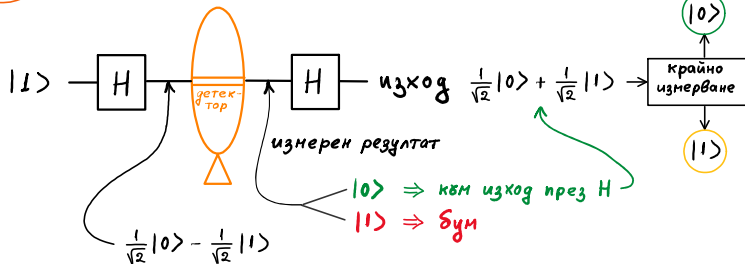


Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

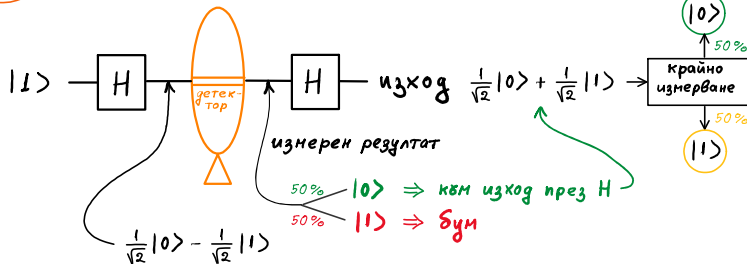


Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

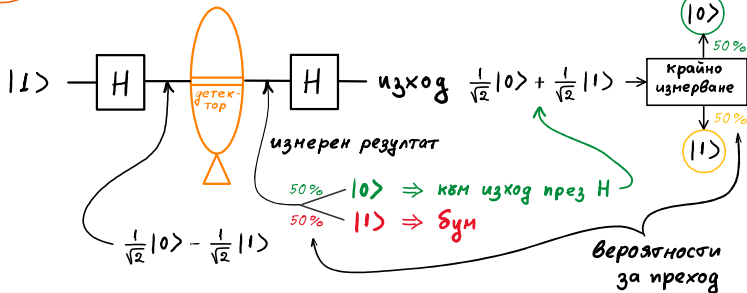


Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

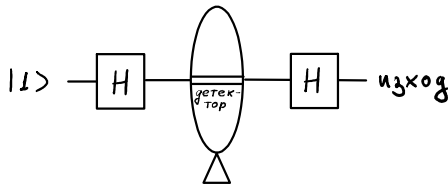
здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

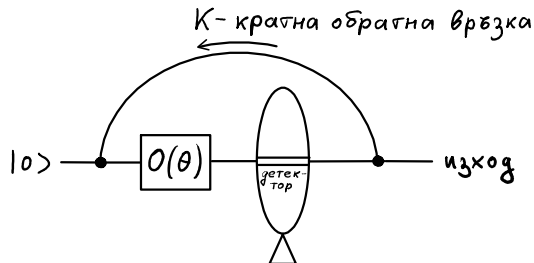


Квантови трансформации: примери и дискусия

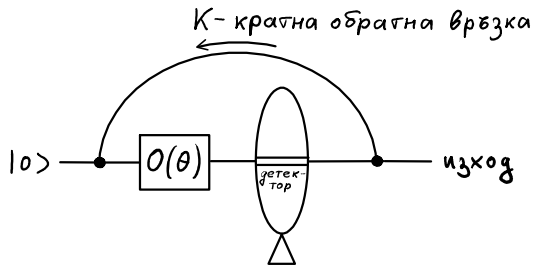
“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 1



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

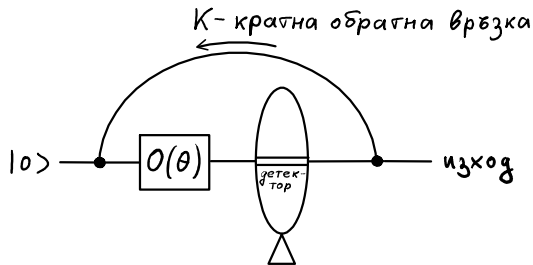


“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

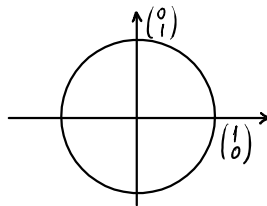


$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

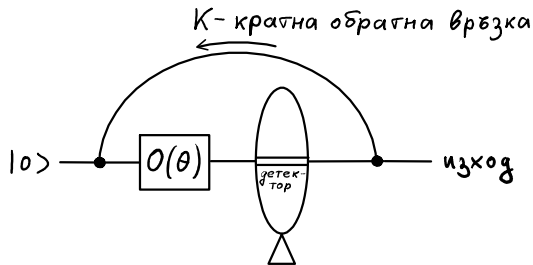
“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2



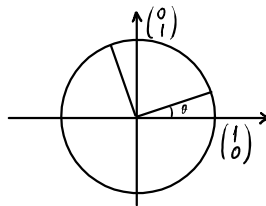
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



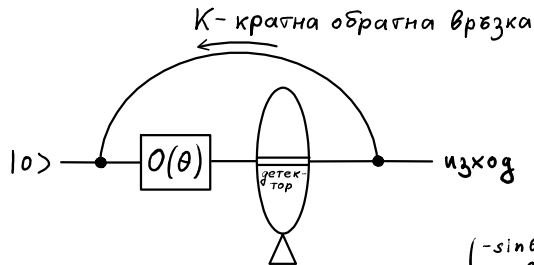
“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2



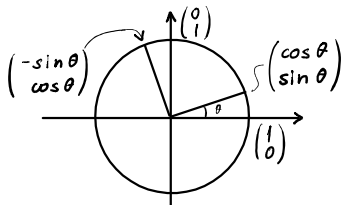
$$U(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



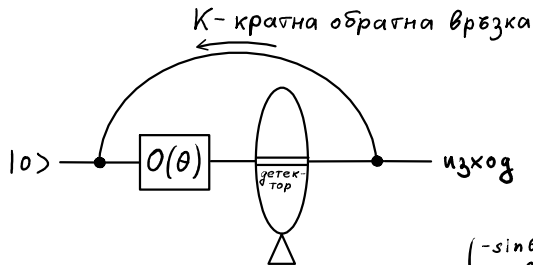
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



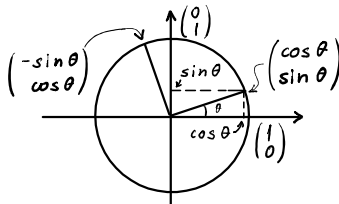
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



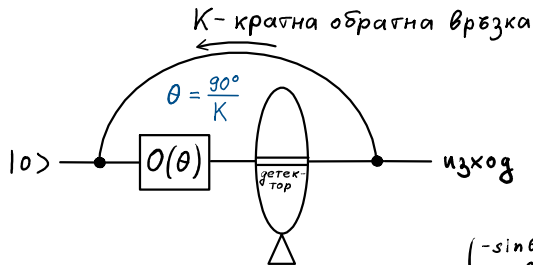
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



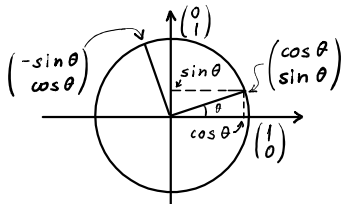
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



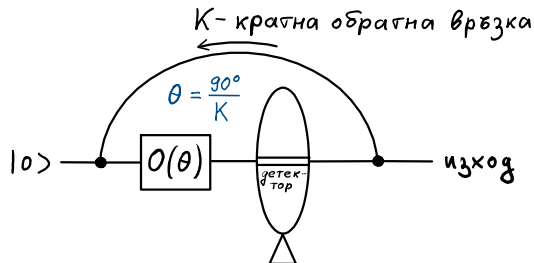
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

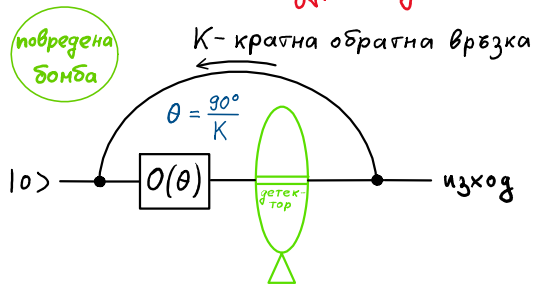


“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

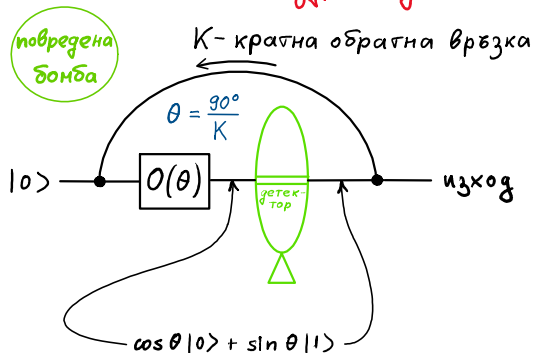


Квантови трансформации: примери и дискусия

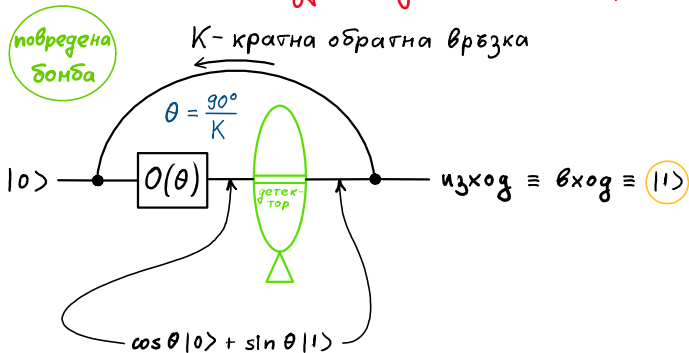
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



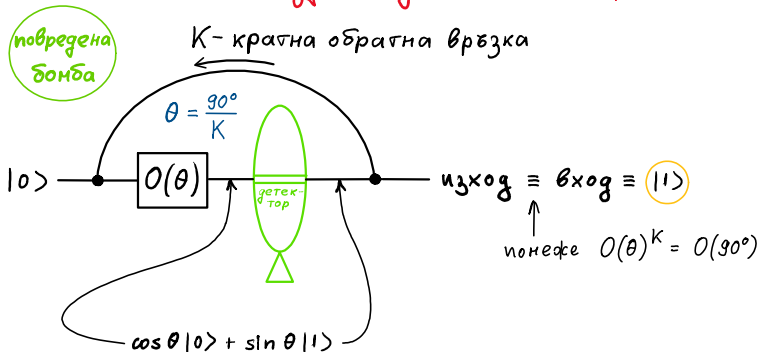
Квантови трансформации: примери и дискусия

“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

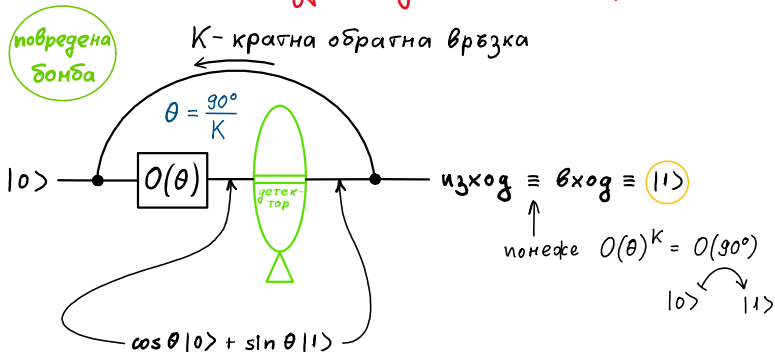
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

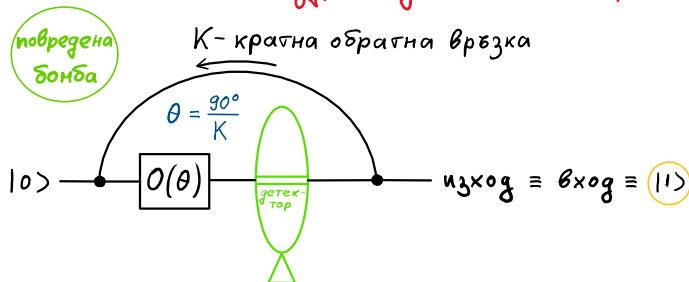


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

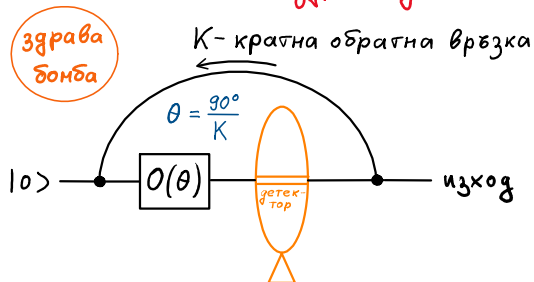


Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

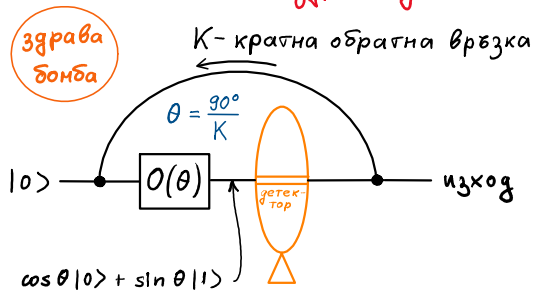


“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

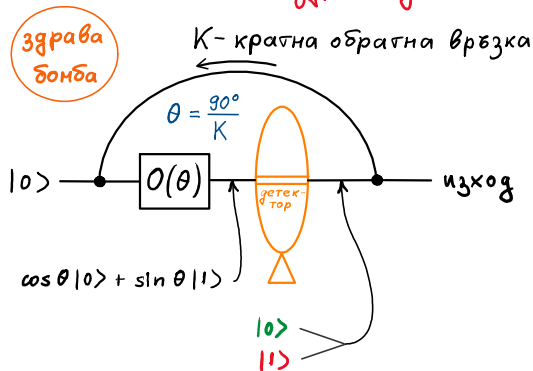


Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

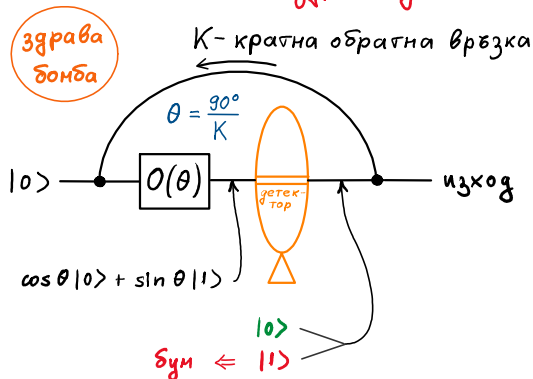


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

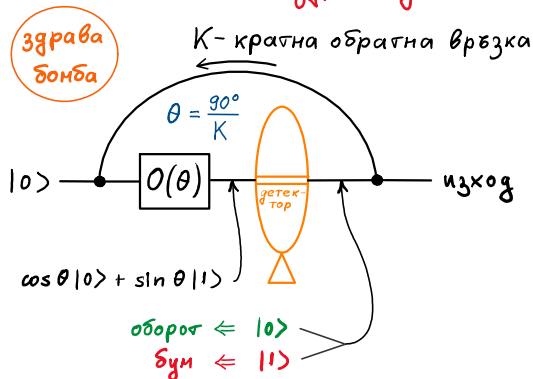


Квантови трансформации: примери и дискусия

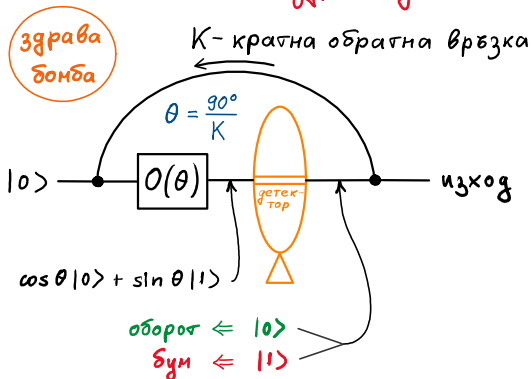
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

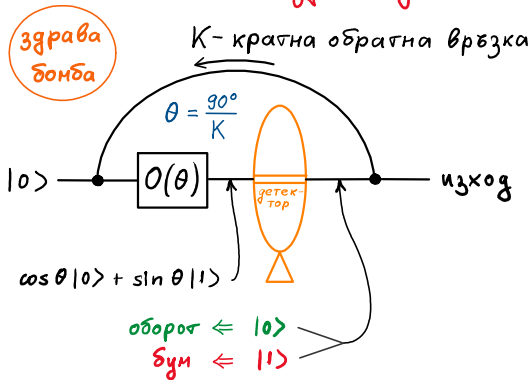


“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2



Верига на събитията:

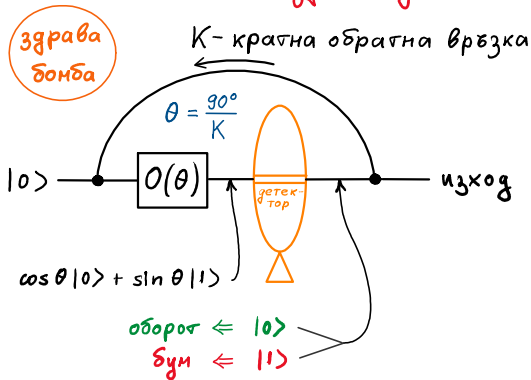
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:

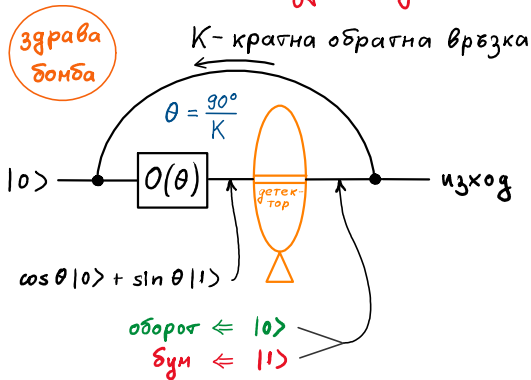
● стена!

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:
детекция ● стъпка 1

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

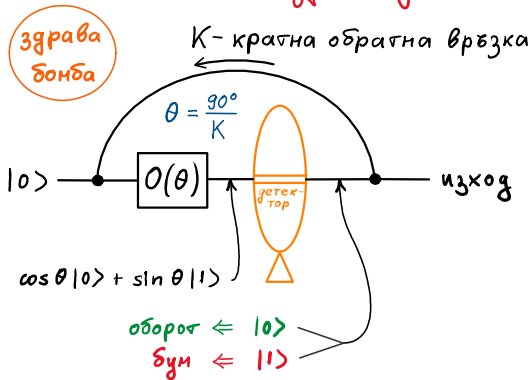


Верига на събитията:



Квантови трансформации: примери и дискусия

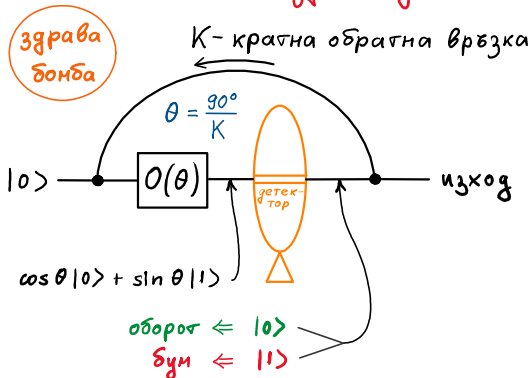
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

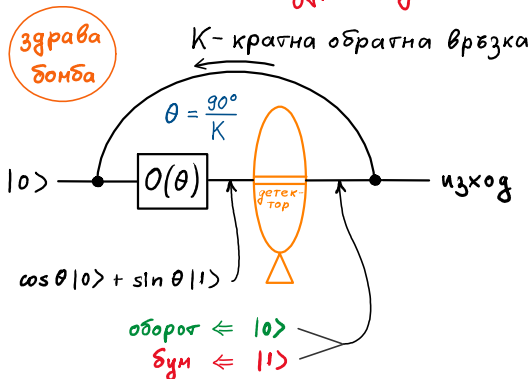


Верига на събитията:



Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

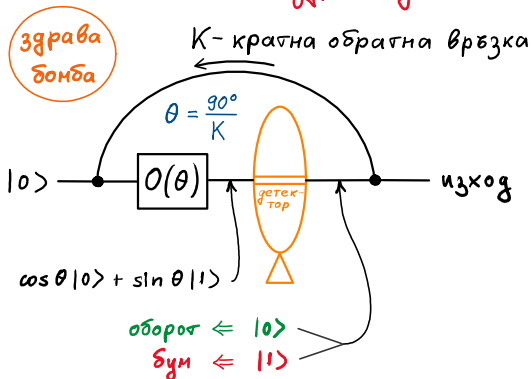


Верига на събитията:



Квантови трансформации: примери и дискусия

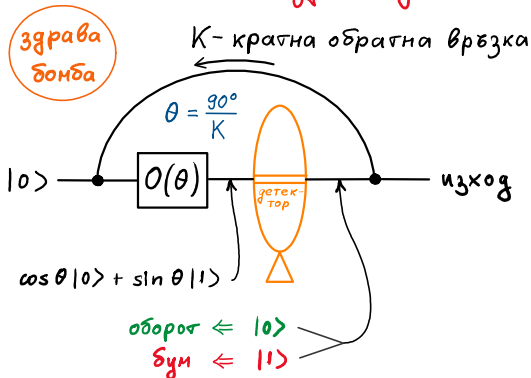
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

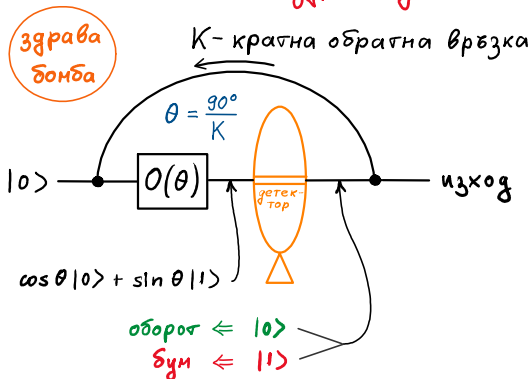


Верига на събитията:

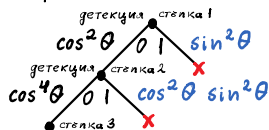


Квантови трансформации: примери и дискусия

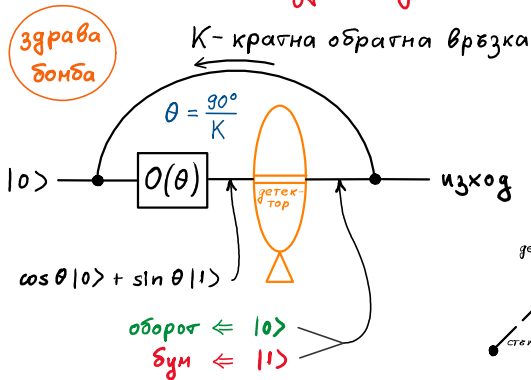
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



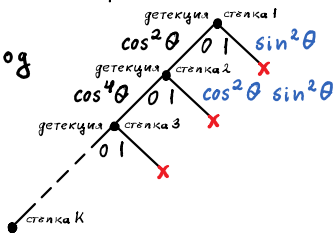
Верига на събитията:



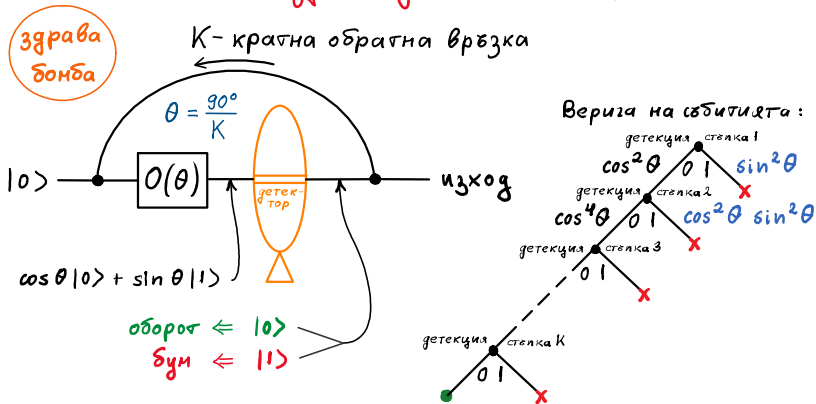
“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2



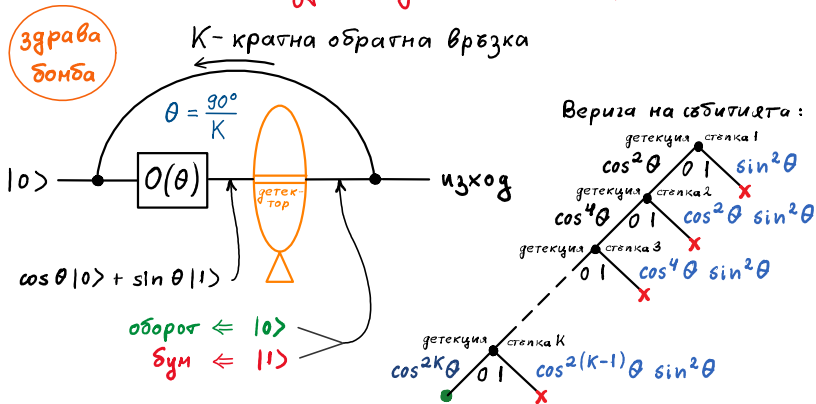
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



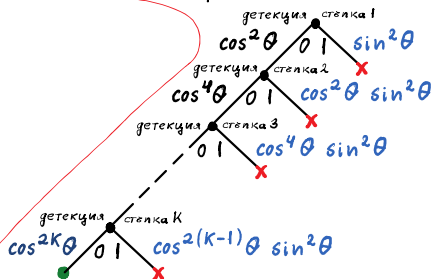
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

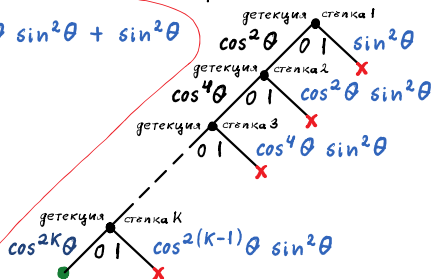
Разпределение на вероятностите

$$\cos^2 K \theta$$

$$+ \cos^2(K-1) \theta \sin^2 \theta + \dots + \cos^4 \theta \sin^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$= 1$$

Верига на събитията:



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

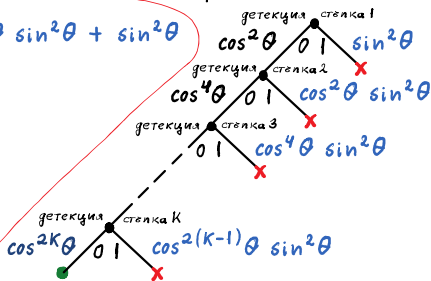
$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

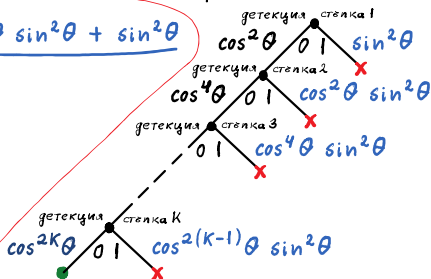
$\cos^2 K \theta$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^2(K-1)\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се}}$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

$\cos^{2K}\theta$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се с вероятност}}$$

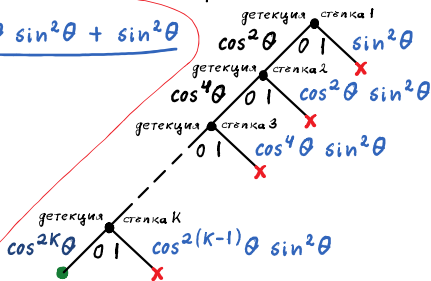
$$= 1$$

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

задейства се
с вероятност

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман – квантово решение 2

$\cos^2 K \theta$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^2(K-1)\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се с вероятност}}$$

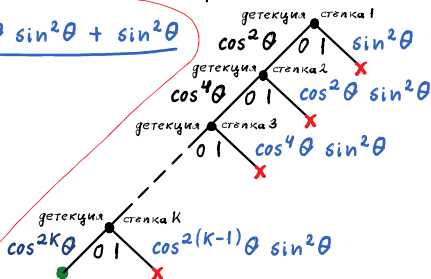
$$= 1$$

$$1 - \cos^2 K \theta$$

$$\equiv 1 - \cos^2 K \frac{\pi}{2K}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

$\cos^2 \theta$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^2(k-1)\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се с вероятност}}$$

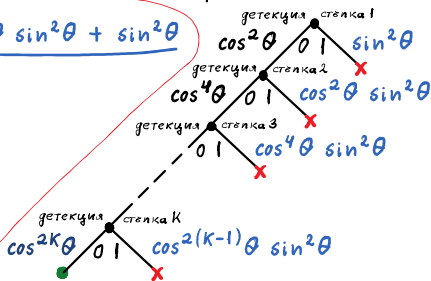
$$= 1$$

$$1 - \cos^2 \theta$$

$$\equiv 1 - \cos^2 \frac{2K\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

$\cos^2 K \theta$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^2(K-1)\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се с вероятност}}$$

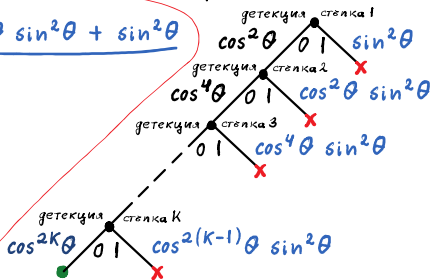
$$= 1$$

$$1 - \cos^2 K \theta$$

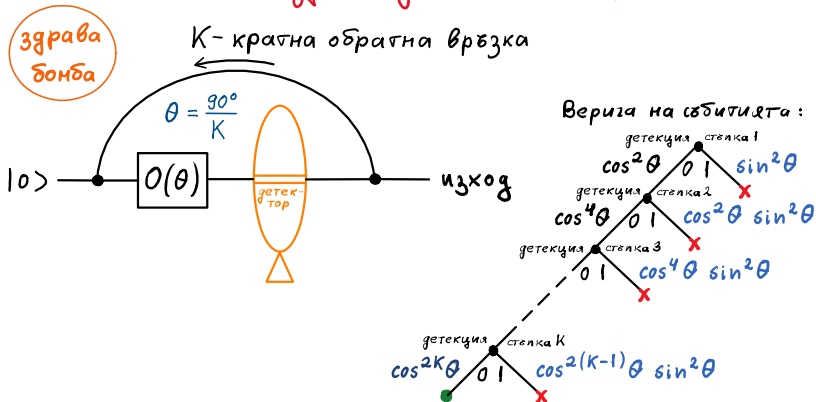
$$\equiv 1 - \cos^2 K \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0 \quad \text{при } K \rightarrow \infty$$

Разпределение на вероятностите

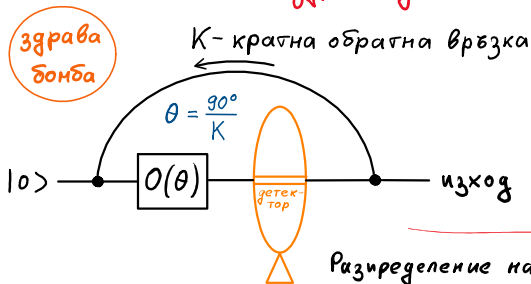
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Разпределение на вероятностите:

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задейства и изхода е 0}} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

задейства се

с вероятност

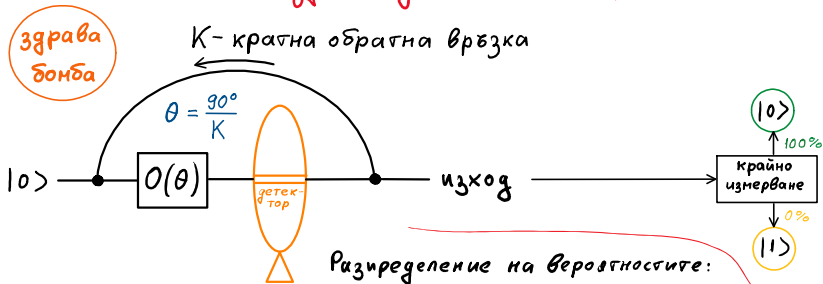
$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\approx 1 - \cos^{2K}\frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$

Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задейства и изхода е 0}} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

задейства се

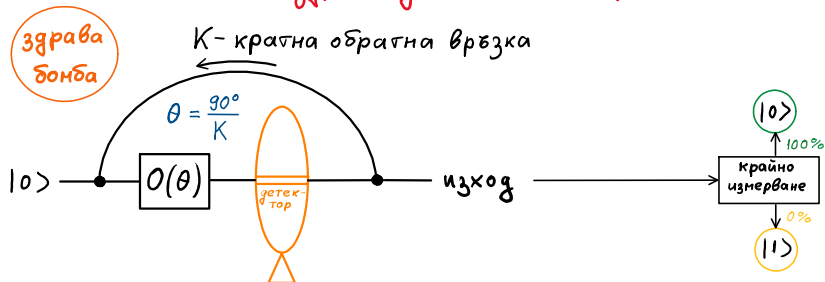
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

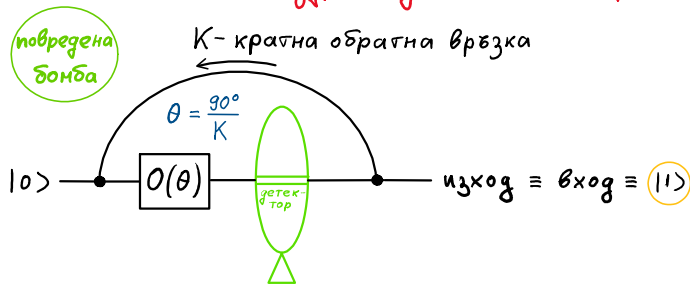
$$\approx 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$

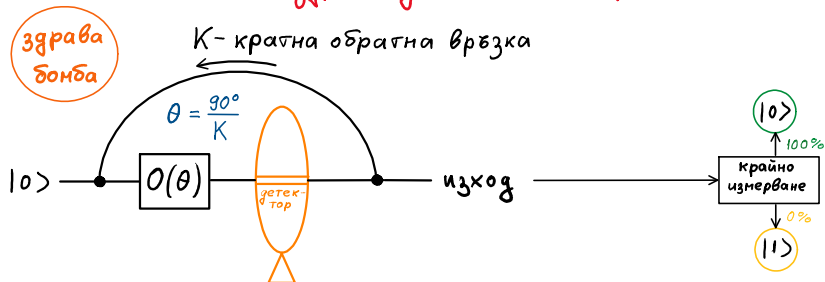
“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман – квантово решение 2



Квантови трансформации: примери и дискусия

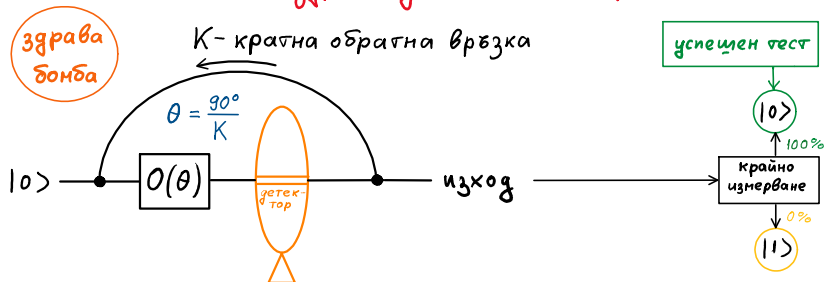
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



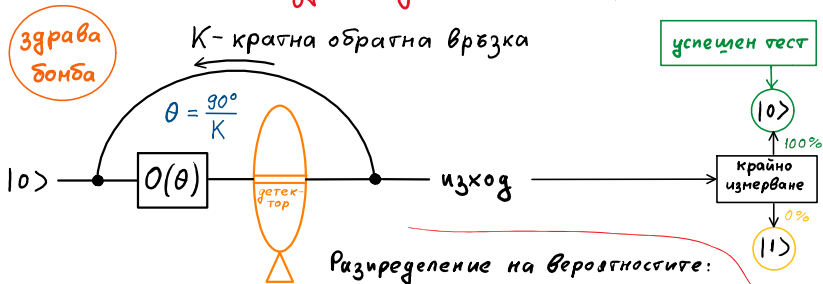
Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



Квантови трансформации: примери и дискусия

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задейства и изхода е 0}} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

задейства се

с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\approx 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$