

Квантова Информатика, Лекция 4/31.10.2022

Записки от дъската и допълнителни бележки

Дъска

1 $Q \perp P = Q \cap P^\perp$

$(x,y) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(P, Q, R)

2 $[\cdot, \cdot]$

3 $A \bullet B = \frac{1}{2} (A \cdot B + B \cdot A)$

$[A, B] = A \cdot B - B \cdot A$ $\left\{ \frac{1}{2} \right\} (+)$

$A \cdot B = A \bullet B + \frac{1}{2} [A, B]$

it $\{A, B\}$ - Скобка на Поассон

4

$P(Q)$

5 $[A, B] = AB - BA$

1. Дизъюнктивното обединение в $L(V)$ е ортогоналната пряка сума в дистрибутивни решетки, ако има допълнения (т.е. за $\forall P \exists Q$ т.е. $P \wedge Q = \hat{0}$ и $P \vee Q = \hat{1}$) тогава допълнението е единствено и прави решетката дистрибутивна орто-решетка $\stackrel{\text{опр.}}{=} \text{булева алгебра}$

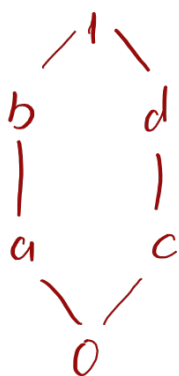
В недистрибутивни решетки са възможни различни структури на орто-допълнение. Пример: $L(V)$ и сменяме скаларното произведение

Задача Намерете пример на дистрибутивна решетка с 0 и 1, която не допуска допълнения.

3. Разписване към сяр. 44 / 020 от сяр. 2 /

4. Има теорема една орто-решетка е орто-модуларна, ако не съдържа подрешетки с диаграми на Хасе - пентаграм и теснограм.

Например:



$$a^\perp := d, \quad c^\perp = b$$

- дава орто-решетка, но

$$b \neq a \vee \underbrace{(b \wedge a)}_{\substack{b \wedge a^\perp \\ b \wedge d \\ 0}} = a$$

- 5 и 6. В алгебрата на M операцията по традиция се записва, като скобка $[\cdot, \cdot]$ - скобка на M .

Твърдение Всяка асоциативна алгебра става алгебра на M при положително

$$[A, B] := AB - BA$$

т.е., скобката на $M :=$ комутатора

Относно алгебрите на $\mathfrak{L}_n$, като "инфинитезимальни групи"
(за тези, които имат познания по групи)

Нека $\{U | \dots\}$ е множество от квадратни матрици, което е група,
спрямо матричното умножение и нека

$$U_1 = \hat{I} + \varepsilon X_1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 X_1^2 + O(\varepsilon^3) \text{ и}$$

$$U_2 = \hat{I} + \varepsilon X_2 + \frac{1}{2} \varepsilon^2 X_2^2 + O(\varepsilon^3) \text{ са два групови елемента,}$$

които са "близки" до I (т.е. $|\varepsilon| \ll 1$)

$$\text{Тогава } U_1 U_2 = \hat{I} + \varepsilon (X_1 + X_2) + \frac{1}{2} \varepsilon^2 [X_1, X_2] + O(\varepsilon^3)$$

(вижашо https://en.m.wikipedia.org/wiki/Baker%E2%80%93Campbell%E2%80%93Hausdorff_formula)

$$\text{Също: } U_1 U_2 U_1^{-1} U_2^{-1} = \varepsilon^2 [X_1, X_2] + O(\varepsilon^3)$$

Тоест, комутатора е "инфинитезимальното отклонение от комутативност"

- за повече подробности - това се изучава в курсовете по Групи и
алгебри на $\mathfrak{L}_n$ (връзката групи $\leftrightarrow$ алгебри на $\mathfrak{L}_n$ е
експоненс $\leftrightarrow$ логаритъм).