52 Пролетна конференция на Съюза на математиците в България

Квантови изчисления отвъд приложната линейна алгебра

Николай Митов Николов

Институт за ядрени изследвания и ядрена енергетика, БАН и

Факултет по математика и информатика, СУ "Св. Климент Охридски"

12 април 2023

План:

1 Увод и исторически бележки

2 От квантова логика към хилбертови пространства

3 Състояния и амплитуди на вероятността

4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори

5 Мистерията на квантуването и теория на категориите

6 Квантово сплитане, скрити параметри, нелокалност и декохерентност

7 Първо сглобяване на квантов компютър

8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления

9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия

План:

1 Увод и исторически бележки

2 От квантова логика към хилбертови пространства

3 Състояния и амплитуди на вероятността

4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори

5 Мистерията на квантуването и теория на категориите

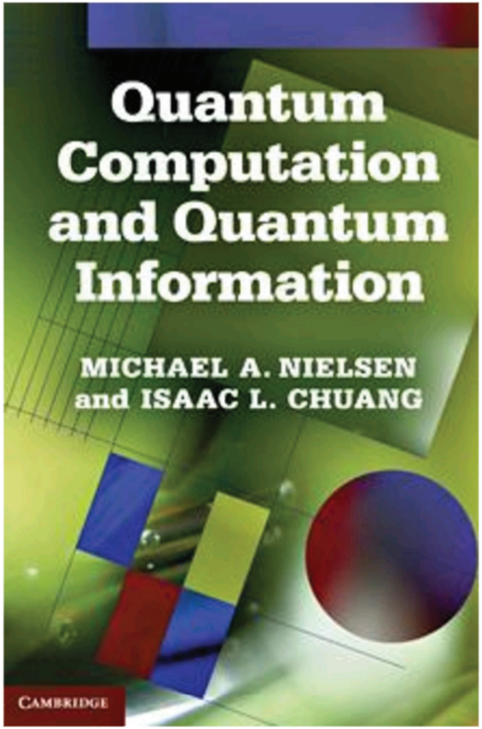
6 Квантово сплитане, скритипараметри, нелокалност и декохерентност

7 Първо сглобяване на квантов компютър

8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления

9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия


Теоретична квантова физика
Квантова оптика и др.
Алгебра
Квантова информатика
Компютърни науки
Теория на вероятностите
Математическа логика



2.1 Linear algebra

This book is written as much to disturb and annoy as to instruct.
– The first line of *About Vectors*, by Banesh Hoffmann.

Life is complex – it has both real and imaginary parts.
– Anonymous

Linear algebra is the study of vector spaces and of linear operations on those vector spaces. A good understanding of quantum mechanics is based upon a solid grasp of elementary linear algebra. In this section we review some basic concepts from linear algebra, and describe the standard notations which are used for these concepts in the study of quantum mechanics. These notations are summarized in Figure 2.1 on page 62, with the quantum notation in the left column, and the linear-algebraic description in the right column. You may like to glance at the table, and see how many of the concepts in the right column you recognize.

In our opinion the chief obstacle to assimilation of the postulates of quantum mechanics is not the postulates themselves, but rather the large body of linear algebraic notions required to understand them. Coupled with the unusual Dirac notation adopted by physicists for quantum mechanics, it can appear (falsely) quite fearsome. For these reasons, we advise the reader not familiar with quantum mechanics to quickly read through the material which follows, pausing mainly to concentrate on understanding the absolute basics of the notation being used. Then proceed to a careful study of the main topic of the chapter – the postulates of quantum mechanics – returning to study the necessary linear algebraic notions and notations in more depth, as required.

The basic objects of linear algebra are *vector spaces*. The vector space of most interest to us is $\mathbf{C}^n$, the space of all n-tuples of complex numbers, $(z_1, \ldots, z_n)$. The elements of a vector space are called *vectors*, and we will sometimes use the column matrix notation

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

to indicate a vector. There is an *addition* operation defined which takes pairs of vectors to other vectors. In $\mathbf{C}^n$ the addition operation for vectors is defined by

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} z_1' \\ \vdots \\ z_n' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 + z_1' \\ \vdots \\ z_n + z_n' \end{bmatrix}, \tag{2.2}$$

where the addition operations on the right are just ordinary additions of complex numbers. Furthermore, in a vector space there is a *multiplication by a scalar* operation. In $\mathbf{C}^n$ this operation is defined by

$$z \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z z_1 \\ \vdots \\ z z_n \end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

Birkhoff and von Neumann 1936

Annals of Mathematics
Vol. 37, No. 4, October, 1936

THE LOGIC OF QUANTUM MECHANICS

By Garrett Birkhoff and John von Neumann

(Received April 4, 1936)

1. **Introduction.** One of the aspects of quantum theory which has attracted the most general attention, is the novelty of the logical notions which it presupposes. It asserts that even a complete mathematical description of a physical system $\mathfrak{S}$ does not in general enable one to predict with certainty the result of an experiment on $\mathfrak{S}$, and that in particular one can never predict with certainty both the position and the momentum of $\mathfrak{S}$ (Heisenberg's Uncertainty Principle). It further asserts that most pairs of observations are incompatible, and cannot be made on $\mathfrak{S}$ simultaneously (Principle of Non-commutativity of Observations).

The object of the present paper is to discover what logical structure one may hope to find in physical theories which, like quantum mechanics, do not conform to classical logic. Our main conclusion, based on admittedly heuristic arguments, is that one can reasonably expect to find a calculus of propositions which is formally indistinguishable from the calculus of linear subspaces with respect to *set products, linear sums*, and *orthogonal complements*—and resembles the usual calculus of propositions with respect to *and, or*, and *not*.

In order to avoid being committed to quantum theory in its present form, we have first (in §§2–6) stated the heuristic arguments which suggest that such a calculus is the proper one in quantum mechanics, and then (in §§7–14) reconstructed this calculus from the axiomatic standpoint. In both parts an attempt has been made to clarify the discussion by continual comparison with classical mechanics and its propositional calculi. The paper ends with a few tentative conclusions which may be drawn from the material just summarized.

I. Physical Background

2. **Observations on physical systems.** The concept of a physically observable "physical system" is present in all branches of physics, and we shall assume it.

It is clear that an "observation" of a physical system $\mathfrak{S}$ can be described generally as a writing down of the readings from various[1] compatible measurements. Thus if the measurements are denoted by the symbols $\mu_1, \cdots, \mu_n$, then

[1] If one prefers, one may regard a set of compatible measurements as a single composite "measurement"—and also admit non-numerical readings—without interfering with subsequent arguments.

Among conspicuous observables in quantum theory are position, momentum, energy, and (non-numerical) symmetry.

Feynman 1982

International Journal of Theoretical Physics, Vol. 21, Nos. 6/7, 1982

Simulating Physics with Computers

Richard P. Feynman

Department of Physics, California Institute of Technology, Pasadena, California 91107

Received May 7, 1981

1. INTRODUCTION

On the program it says this is a keynote speech—and I don't know what a keynote speech is. I do not intend in any way to suggest what should be in this meeting as a keynote of the subjects or anything like that. I have my own things to say and to talk about and there's no implication that anybody needs to talk about the same thing or anything like it. So what I want to talk about is what Mike Dertouzos suggested that nobody would talk about. I want to talk about the problem of simulating physics with computers and I mean that in a specific way which I am going to explain. The reason for doing this is something that I learned about from Ed Fredkin, and my entire interest in the subject has been inspired by him. It has to do with learning something about the possibilities of computers, and also something about possibilities in physics. If we suppose that we know all the physical laws perfectly, of course we don't have to pay any attention to computers. It's interesting anyway to entertain oneself with the idea that we've got something to learn about physical laws; and if I take a relaxed view here (after all I'm here and not at home) I'll admit that we don't understand everything.

The first question is, What kind of computer are we going to use to simulate physics? Computer theory has been developed to a point where it realizes that it doesn't make any difference; when you get to a *universal computer*, it doesn't matter how it's manufactured, how it's actually made. Therefore my question is, Can physics be simulated by a universal computer? I would like to have the elements of this computer *locally interconnected*, and therefore sort of think about cellular automata as an example (but I don't want to force it). But I do want something involved with the

0020-7748/82/0600-0467$03.00/0 © 1982 Plenum Publishing Corporation

Deutsch 1985

Proc. R. Soc. Lond. A 400, 97–117 (1985)
Printed in Great Britain

Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer

By D. Deutsch

Department of Astrophysics, South Parks Road, Oxford OX1 3RQ, U.K.

(Communicated by R. Penrose, F.R.S. – Received 13 July 1984)

It is argued that underlying the Church–Turing hypothesis there is an implicit physical assertion. Here, this assertion is presented explicitly as a physical principle: 'every finitely realizible physical system can be perfectly simulated by a universal model computing machine operating by finite means'. Classical physics and the universal Turing machine, because the former is continuous and the latter discrete, do not obey the principle, at least in the strong form above. A class of model computing machines that is the quantum generalization of the class of Turing machines is described, and it is shown that quantum theory and the 'universal quantum computer' are compatible with the principle. Computing machines resembling the universal quantum computer could, in principle, be built and would have many remarkable properties not reproducible by any Turing machine. These do not include the computation of non-recursive functions, but they do include 'quantum parallelism', a method by which certain probabilistic tasks can be performed faster by a universal quantum computer than by any classical restriction of it. The intuitive explanation of these properties places an intolerable strain on all interpretations of quantum theory other than Everett's. Some of the numerous connections between the quantum theory of computation and the rest of physics are explored. Quantum complexity theory allows a physically more reasonable definition of the 'complexity' or 'knowledge' in a physical system than does classical complexity theory.

1. Computing machines and the Church–Turing principle

The theory of computing machines has been extensively developed during the last few decades. Intuitively, a computing machine is any physical system whose dynamical evolution takes it from one of a set of 'input' states to one of a set of 'output' states. The states are labelled in some canonical way, the machine is prepared in a state with a given input label and then, following some motion, the output state is measured. For a classical deterministic system the measured output label is a definite function f of the prepared input label; moreover the value of that label can in principle be measured by an outside observer (the '*user*') and the machine is said to '*compute*' the function f.

Two classical deterministic computing machines are '*computationally equivalent*' under given labellings of their input and output states if they compute the same function under those labellings. But quantum computing machines, and indeed classical stochastic computing machines, do not 'compute functions' in the above

План:

2. От квантова логика към хилбертови пространства

а) Квантовата логика на Биркхоф и фон Нойман

(1911 – 1996)

THE LOGIC OF QUANTUM MECHANICS

BY GARRETT BIRKHOFF AND JOHN VON NEUMANN

(Received April 4, 1936)

ANNALS OF MATHEMATICS
Vol. 37, No. 4, October, 1936

(1903 – 1957)

(1911 – 1996)

THE LOGIC OF QUANTUM MECHANICS

BY GARRETT BIRKHOFF AND JOHN VON NEUMANN

(Received April 4, 1936)

ANNALS OF MATHEMATICS
Vol. 37, No. 4, October, 1936

(1903 – 1957)

1. Introduction. One of the aspects of quantum theory which has attracted the most general attention, is the novelty of the logical notions which it presupposes. It asserts that even a complete mathematical description of a physi-

Основен обект за математическо моделиране са "експерименталните твърдения / съждения" ("experimental propositions"), за които можем да си мислим като за експериментални тестове, чийто резултати са "да" ("1") или "не" ("0").

Основен обект за математическо моделиране са "експерименталните твърдения / съждения" ("experimental propositions"), за които можем да си мислим като за експериментални тестове, чийто резултати са "да" ("1") или "не" ("0").

Ще ги наричаме също (експериментални) "събития" и ще ги бележим с $P, Q, R \ldots$
Казваме: "събитието P е (респ., не е) установено" и пишем "$P = 1$" (респ., "$P = 0$").

Основен обект за математическо моделиране са "експерименталните твърдения / съждения" ("experimental propositions"), за които можем да си мислим като за експериментални тестове, чийто резултати са "да" ("1") или "не" ("0").

Ще ги наричаме също (експериментални) "събития" и ще ги бележим с $P, Q, R \ldots$
Казваме: "събитието P е (респ., не е) установено" и пишем "$P=1$" (респ., "$P=0$").

Изходната математическа структура върху множеството на всички събития е на частична наредба. Тя изразява елементарното логическо следствие между събития

$$P \preccurlyeq Q \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} \text{"}P=1\text{"} \;\Rightarrow\; \text{"}Q=1\text{"} \\ \text{"}Q=0\text{"} \;\Rightarrow\; \text{"}P=0\text{"} \end{cases}$$

The experimental propositions concerning any system in classical mechanics, correspond to a "field" of subsets of its phase-space. More precisely: To the "quotient" of such a field by an ideal in it. At any rate they form a "Boolean Algebra."[9]

p.826

The experimental propositions concerning any system in classical mechanics, correspond to a "field" of subsets of its phase-space. More precisely: To the "quotient" of such a field by an ideal in it. At any rate they form a "Boolean Algebra."[9]

p.826

DEFINITION: A partially ordered system L will be called a "lattice" if and only if to any pair x and y of its elements there correspond

S5: A "meet" or "greatest lower bound" $x \cap y$ such that (5a) $x \cap y \subset x$, (5b) $x \cap y \subset y$, (5c) $z \subset x$ and $z \subset y$ imply $z \subset x \cap y$.

S6: A "join" or "least upper bound" $x \cap^{\vee} y$ satisfying (6a) $x \cup y \supset x$, (6b) $x \cup y \supset y$, (6c) $w \supset x$ and $w \supset y$ imply $w \supset x \cup y$.

p.829

The experimental propositions concerning any system in classical mechanics, correspond to a "field" of subsets of its phase-space. More precisely: To the "quotient" of such a field by an ideal in it. At any rate they form a "Boolean Algebra."[9]

p.826

Definition: A partially ordered system L will be called a "lattice" if and only if to any pair x and y of its elements there correspond

S5: A "meet" or "greatest lower bound" $x \cap y$ such that (5a) $x \cap y \subset x$, (5b) $x \cap y \subset y$, (5c) $z \subset x$ and $z \subset y$ imply $z \subset x \cap y$.

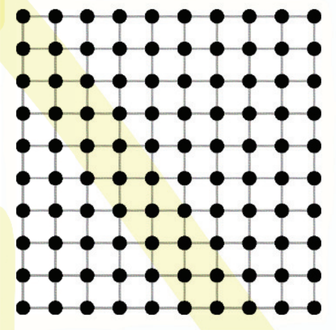
S6: A "join" or "least upper bound" $x \cap y$ satisfying (6a) $x \cup y \supset x$, (6b) $x \cup y \supset y$, (6c) $w \supset x$ and $w \supset y$ imply $w \supset x \cup y$.

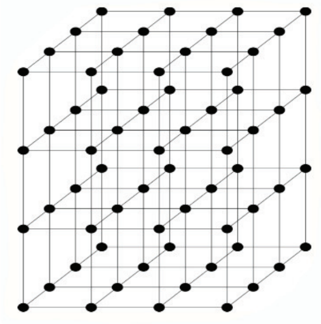
p.829

В решетка : $P \wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q$ (пишем: $\wedge$ вместо $\cap$),

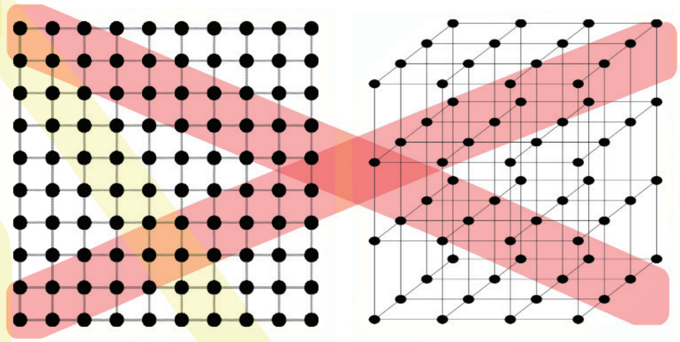
$P \vee Q = Q \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q$ (пишем: $\vee$ вместо $\cup$).

Внимание: тук термина "решетка" / "lattice" няма нищо общо с решетките в геометрията

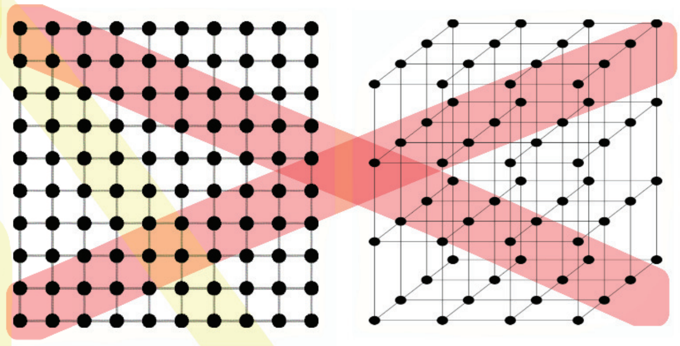




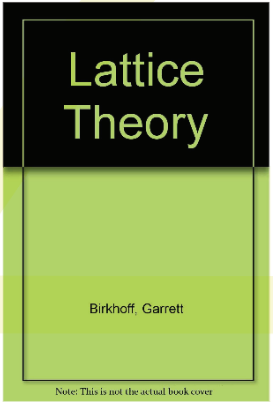
Внимание: тук термина "решетка"/"lattice" няма нищо общо с решетките в геометрията



Внимание: тук термина "решетка"/"lattice" няма нищо общо с решетките в геометрията



Допълнителна литература:



. . .

Закони на квантовата логика

$$\left.\begin{array}{l} P\wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \\ P\vee Q = Q \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \end{array}\right\} \text{задават връзките } \wedge \leftrightarrow \preccurlyeq \leftrightarrow \vee$$

$$\left.\begin{array}{l}
\left.\begin{array}{l}
P\wedge(Q\wedge R) = (P\wedge Q)\wedge R,\ P\vee(Q\vee R) = (P\vee Q)\vee R, \\
P\wedge Q = Q\wedge P,\ P\vee Q = Q\vee P, \\
P\vee(P\wedge Q) = P,\ P\wedge(P\vee Q) = P, \\
P\wedge P = P,\ P\vee P = P,
\end{array}\right\} \text{аксиоми на решетка} \\
\left.\begin{array}{l}
P\wedge 0 = 0,\ P\vee 0 = P,\ P\wedge 1 = P,\ P\vee 1 = 1,
\end{array}\right\} \text{единица } 1 \text{ и нула } 0 \\
\left.\begin{array}{l}
(P^{\perp})^{\perp} = P, \\
P\vee P^{\perp} = 1,\ P\wedge P^{\perp} = 0, \\
(P\wedge Q)^{\perp} = P^{\perp}\vee Q^{\perp},\ (P\vee Q)^{\perp} = P^{\perp}\wedge Q^{\perp},
\end{array}\right\} \text{аксиоми на отрицанието } \perp
\end{array}\right\} \text{ортосрешетка}$$

Закони на класическата логика

$$\left.\begin{aligned} &P \wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \\ &P \vee Q = Q \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \end{aligned}\right\} \text{задават връзките } \wedge \leftrightarrow \preccurlyeq \leftrightarrow \vee$$

$$\left.\begin{aligned} &P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R,\ P \vee (Q \vee R) = (P \vee Q) \vee R, \\ &P \wedge Q = Q \wedge P,\ P \vee Q = Q \vee P, \\ &P \vee (P \wedge Q) = P,\ P \wedge (P \vee Q) = P, \\ &P \wedge P = P,\ P \vee P = P, \end{aligned}\right\} \text{аксиоми на решетка}$$

$$P \wedge 0 = 0,\ P \vee 0 = P,\ P \wedge 1 = P,\ P \vee 1 = 1, \quad \} \text{ единица } 1 \text{ и нула } 0$$

$$\left.\begin{aligned} &(P^\perp)^\perp = P, \\ &P \vee P^\perp = 1,\ P \wedge P^\perp = 0, \\ &(P \wedge Q)^\perp = P^\perp \vee Q^\perp,\ (P \vee Q)^\perp = P^\perp \wedge Q^\perp, \end{aligned}\right\} \text{аксиоми на отрицанието } \perp$$

ортодрешетка

$$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R),\ P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R), \quad \} \text{ дистрибутивност}$$

Закони на класическата логика

БУЛЕВА АЛГЕБРА

$P \wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q$,

$P \vee Q = Q \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q$,

задават връзките $\wedge \leftrightarrow \preccurlyeq \leftrightarrow \vee$

$P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R$, $P \vee (Q \vee R) = (P \vee Q) \vee R$,

$P \wedge Q = Q \wedge P$, $P \vee Q = Q \vee P$,

$P \vee (P \wedge Q) = P$, $P \wedge (P \vee Q) = P$,

$P \wedge P = P$, $P \vee P = P$,

аксиоми на решетка

$P \wedge 0 = 0$, $P \vee 0 = P$, $P \wedge 1 = P$, $P \vee 1 = 1$,

единица 1 и нула 0

$(P^{\perp})^{\perp} = P$,

$P \vee P^{\perp} = 1$, $P \wedge P^{\perp} = 0$,

$(P \wedge Q)^{\perp} = P^{\perp} \vee Q^{\perp}$, $(P \vee Q)^{\perp} = P^{\perp} \wedge Q^{\perp}$,

аксиоми на отрицанието $\perp$

ортoрешетка

$P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$, $P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$,

дистрибутивност

Закони на класическата логика

$$\left.\begin{array}{l} P\wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \\ P\vee Q = Q \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \end{array}\right\} \text{задават връзките } \wedge \leftrightarrow \preccurlyeq \leftrightarrow \vee$$

$$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} P\wedge(Q\wedge R) = (P\wedge Q)\wedge R,\ P\vee(Q\vee R) = (P\vee Q)\vee R, \\ P\wedge Q = Q\wedge P,\ P\vee Q = Q\vee P, \\ P\vee(P\wedge Q) = P,\ P\wedge(P\vee Q) = P, \\ P\wedge P = P,\ P\vee P = P, \end{array}\right\} \text{аксиоми на решетка} \\ \left.P\wedge 0 = 0,\ P\vee 0 = P,\ P\wedge 1 = P,\ P\vee 1 = 1,\right\} \text{единица } 1 \text{ и нула } 0 \\ \left.\begin{array}{l} (P^\perp)^\perp = P, \\ P\vee P^\perp = 1,\ P\wedge P^\perp = 0, \\ (P\wedge Q)^\perp = P^\perp\vee Q^\perp,\ (P\vee Q)^\perp = P^\perp\wedge Q^\perp, \end{array}\right\} \text{аксиоми на отрицанието } \perp \end{array}\right\} \text{ортрешетка}$$

$$\left.P\wedge(Q\vee R) = (P\wedge Q)\vee(P\wedge R),\ P\vee(Q\wedge R) = (P\vee Q)\wedge(P\vee R),\right\} \text{дистрибутивност}$$

Закони на квантовата логика

$$\left.\begin{array}{l} P\wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \\ P\vee Q = Q \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q, \end{array}\right\} \text{задават връзките } \wedge \leftrightarrow \preccurlyeq \leftrightarrow \vee$$

$$\left.\begin{array}{l} P\wedge(Q\wedge R) = (P\wedge Q)\wedge R,\ P\vee(Q\vee R) = (P\vee Q)\vee R, \\ P\wedge Q = Q\wedge P,\ P\vee Q = Q\vee P, \\ P\vee(P\wedge Q) = P,\ P\wedge(P\vee Q) = P, \\ P\wedge P = P,\ P\vee P = P, \end{array}\right\} \text{аксиоми на решетка}$$

$$\left. P\wedge 0 = 0,\ P\vee 0 = P,\ P\wedge 1 = P,\ P\vee 1 = 1, \right\} \text{единица } 1 \text{ и нула } 0$$

$$\left.\begin{array}{l} (P^{\perp})^{\perp} = P, \\ P\vee P^{\perp} = 1,\ P\wedge P^{\perp} = 0, \\ (P\wedge Q)^{\perp} = P^{\perp}\vee Q^{\perp},\ (P\vee Q)^{\perp} = P^{\perp}\wedge Q^{\perp}, \end{array}\right\} \text{аксиоми на отрицанието } \perp$$

орторешетка

$$\left. \cancel{P\wedge(Q\vee R) = (P\wedge Q)\vee(P\wedge R),\ P\vee(Q\wedge R) = (P\vee Q)\wedge(P\vee R)}, \right\} \text{дистрибутивност}$$

Закони на квантовата логика

НАКРАТКО:

Законите на квантовата логика включват тези на класическата логика, с изключение на законите на дистрибутивност

$P \wedge Q = P \Leftrightarrow P \preccurlyeq Q,$ } задават връзките $\wedge \leftrightarrow \preccurlyeq \leftrightarrow \vee$

$P \wedge (Q \wedge R) = (P \wedge Q) \wedge R, \quad P \vee (Q \vee R) = (P \vee Q) \vee R,$

$P \vee (P \wedge Q) = P, \quad P \wedge (P \vee Q) = P,$

} аксиоми на решетка

$P \wedge 0 = 0, \quad P \vee 0 = P, \quad P \wedge 1 = P, \quad P \vee 1 = 1,$ } единица 1 и нула 0

$P \vee P^{\perp} = 1, \quad P \wedge P^{\perp} = 0,$

$(P \wedge Q)^{\perp} = P^{\perp} \vee Q^{\perp}, \quad (P \vee Q)^{\perp} = P^{\perp} \wedge Q^{\perp},$

} аксиоми на отрицанието $\perp$

ортоРешетка

$\cancel{P \wedge (Q \vee R) = (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)}, \quad \cancel{P \vee (Q \wedge R) = (P \vee Q) \wedge (P \vee R)},$ } дистрибутивност

б) Геометрия на квантовата логика

б) Геометрия на квантовата логика

Определения ▪ $P \lessdot Q$ $\overset{}{\underset{\text{опр.}}{\iff}}$ $P \underset{\neq}{\preccurlyeq} Q$ и от $P \preccurlyeq R \preccurlyeq Q$ следва,

"Q покрива P" че $P = R$ или $R = Q$.

б) Геометрия на квантовата логика

Определения

- $P \lessdot Q$ $\underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow}$ $P \underset{\neq}{\preccurlyeq} Q$ и от $P \preccurlyeq R \preccurlyeq Q$ следва,
  "Q покрива P" че $P = R$ или $R = Q$.

- P е елементарно събитие $\underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow}$ $0 \lessdot P$

б) Геометрия на квантовата логика

Определения ■ $P \lessdot Q \underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow} P \underset{\neq}{\preccurlyeq} Q$ и от $P \preccurlyeq R \preccurlyeq Q$ следва,

"Q покрива P" че $P = R$ или $R = Q$.

■ P е елементарно събитие $\underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow} 0 \lessdot P$

■ Обявяваме елементарните събития P за "точки на геометрия"

б) Геометрия на квантовата логика

Определения ▪ $P \lessdot Q \overset{\text{опр.}}{\iff} P \underset{\neq}{\preccurlyeq} Q$ и от $P \preccurlyeq R \preccurlyeq Q$ следва,
"Q покрива P"   че $P = R$ или $R = Q$.

▪ P е елементарно събитие $\overset{\text{опр.}}{\iff}$ $0 \lessdot P$

▪ Обявяваме елементарните събития P за "точки на геометрия", а събитията L, които покриват елементарни събития обявяваме за "прави на геометрия"

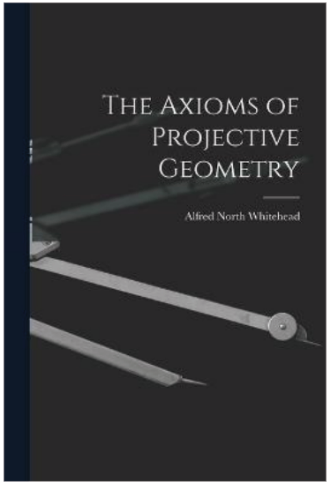
б) Геометрия на квантовата логика

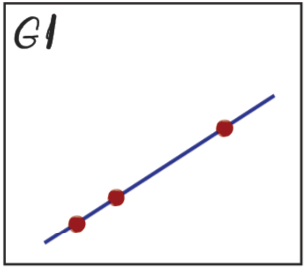
Определения ■ $P \lessdot Q \underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow} P \underset{\neq}{\preccurlyeq} Q$ и от $P \preccurlyeq R \preccurlyeq Q$ следва,
"Q покрива P" че $P = R$ или $R = Q$.

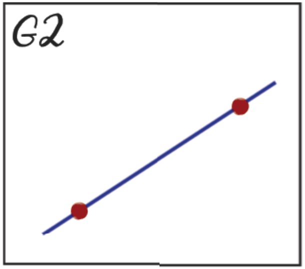
■ P е елементарно събитие $\underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow} 0 \lessdot P$

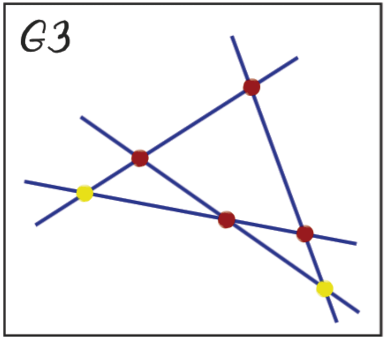
■ Обявяваме елементарните събития P за "точки на геометрия", а събитията L, които покриват елементарни събития обявяваме за "прави на геометрия" и казваме, че: "P лежи на L" $\underset{\text{опр.}}{\Longleftrightarrow} P \preccurlyeq L$.

Тогава, при определени допълнителни аксиоматични предположения за орторешетката на събитията следва, че полученото геометрично пространство ще изпълнява т. нар. аксиоми на Уайтхед (Whitehead) на проективната геометрия









Основните модели на орторешетките "Events" на квантовите събития са от вида:

$\mathcal{E}vents := \mathcal{G}(\mathcal{H}) :=$ множеството на всички (затворени) линейни подпространства на (комплексно) хилбертово пространство $\mathcal{H}$ с частичната наредба на включване $\subseteq$ и $\perp :=$ ортогоналното допълнение

Основните модели на орторешетките "Events" на квантовите събития са от вида:

$\mathrm{Events} := \mathcal{G}(\mathcal{H})$:= множеството на всички (затворени) линейни подпространства на (комплексно) хилбертово пространство $\mathcal{H}$ с частичната наредба на включване $\subseteq$ и $\perp$:= ортогоналното допълнение

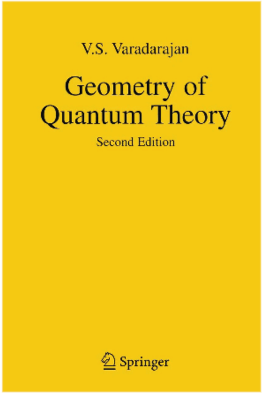
"хилбертово пространство на състоянията"

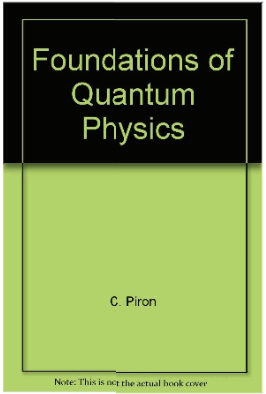
Основните модели на орторешетките "Events" на квантовите събития са от вида:

$\mathcal{E}vents := \mathcal{G}(\mathcal{H}) :=$ множеството на всички (затворени) линейни подпространства на (комплексно) хилбертово пространство $\mathcal{H}$ с частичната наредба на включване $\subseteq$ и $\perp :=$ ортогоналното допълнение

"хилбертово пространство на състоянията"

Възможни са и по-общи модели





в) Заключителни аксиоми за квантовите събития

Аксиома за орто-модуларност : Ако $P \preceq Q$ тогава $P \vee (Q \wedge P^{\perp}) = Q$

Закон за покриването : Ако $0 \lessdot P$ и $P \wedge Q = 0$ тогава $Q \lessdot P \vee Q$

Аксиома за крайност : $\exists N \in \mathbb{N} : \ 0 \lessdot P_1 \lessdot P_2 \lessdot \cdots \lessdot P_{N-1} \lessdot 1$

в) Заключителни аксиоми за квантовите събития

Аксиома за орто-модуларност : Ако $P \precneq Q$ тогава $P \vee (Q \wedge P^{\perp}) = Q$

Закон за покриването : Ако $0 \lessdot P$ и $P \wedge Q = 0$ тогава $Q \lessdot P \vee Q$

Аксиома за крайност : $\exists N \in \mathbb{N} : 0 \lessdot P_1 \lessdot P_2 \lessdot \cdots \lessdot P_{N-1} \lessdot 1$

Това са всички структуро-определящи аксиоми на квантовата теория.

Останалите аксиоми са по-скоро определения на допълнителни понятия (с изключение на постулата за измерването)

г) "Комутируемост" (= съвместна "измеримост")

експеримент := { булева подалгебра на орторешетката на събитията } $\overset{\text{мат. след.}}{\Leftrightarrow}$ { ортогонално разбиване на хилбертовото пространство на състоянията }

максимален експеримент $\Leftrightarrow$ { ортонормиран базис на хилбертовото пространство на състоянията }

$P \,\mathrm{C}\, Q \equiv \mathrm{C}(P, Q) \equiv$ P и Q комутират /са съвместими/ /са съвместно измерими/ $\overset{\text{опр.}}{\Leftrightarrow}$ { P и Q се съдържат в обща булева подалгебра }

г) "Комутируемост" (= съвместна "измеримост")

експеримент := {булева подалгебра на орторешетката на събитията $\underset{\text{мат. след.}}{\Leftrightarrow}$ {ортогонално разбиване на хилбертовото пространство на състоянията

максимален експеримент $\Leftrightarrow$ {ортонормиран базис на хилбертовото пространство на състоянията

$P \mathrm{C} Q \equiv \mathrm{C}(P, Q) \equiv$ P и Q комутират /са съвместими/ /са съвместно измерими/ $\underset{\text{опр.}}{\Leftrightarrow}$ {P и Q се съдържат в обща булева подалгебра

г) "Комутируемост" (= съвместна "измеримост")

експеримент $:=$ { булева подалгебра на ортоурешетката на събитията $\overset{\text{мат.}}{\underset{\text{след.}}{\Leftrightarrow}}$ { ортогонално разбиване на хилбертовото пространство на състоянията

максимален експеримент $\Leftrightarrow$ { ортонормиран базис на хилбертовото пространство на състоянията

$P \, \mathbf{C} \, Q \equiv \mathbf{C}(P, Q) \equiv$ P и Q комутират $\underset{\text{опр.}}{\Leftrightarrow}$ { P и Q се съдържат в обща булева подалгебра

/са съвместими/

/са съвместно измерими/

г) "Комутируемост" (= съвместна "измеримост")

експеримент := $\left\{\right.$ булева подалгебра на орторешетката на събитията $\;\overset{\Leftrightarrow}{\text{мат. след.}}\;$ $\left\{\right.$ ортогонално разбиване на хилбертовото пространство на състоянията

максимален експеримент $\Leftrightarrow$ $\left\{\right.$ ортонормиран базис на хилбертовото пространство на състоянията

$\boxed{P \mathbf{C} Q}$ $\equiv$ $\mathbf{C}(P, Q)$ $\equiv$ P и Q комутират
/са съвместими/
/са съвместно измерими/

$\boxed{\overset{\Leftrightarrow}{\text{опр.}} \left\{\right. \text{P и Q се съдържат в обща булева подалгебра}}$

г) "Комутируемост" (= съвместна "измеримост")

експеримент := { булева подалгебра на ортоорешетката на събитията $\overset{\text{мат. след.}}{\Leftrightarrow}$ { ортогонално разбиване на хилбертовото пространство на състоянията

Причината: наблюдението (измерването) е активен процес

максимален експеримент $\Leftrightarrow$ { ортонормиран базис на хилбертовото пространство на състоянията

$\boxed{P \mathbf{C} Q} \equiv \mathbf{C}(P, Q) \equiv$ P и Q комутират /са съвместими/ /са съвместно измерими/ $\overset{\text{опр.}}{\Leftrightarrow}$ { P и Q се съдържат в обща булева подалгебра

д) Централно разбиване. Хибридни системи

Център на орто-решетка $\mathscr{L} \equiv \mathscr{Z}(\mathscr{L}) := \{ P \in \mathscr{L} \mid P \,\mathbf{C}\, Q$ за $\forall\, Q \in \mathscr{L} \}$

– това е булева подалгебра на $\mathscr{L}$

Тривиален център: $\mathscr{Z}(\mathscr{L}) = \{0, 1\}$

Неприводими системи: такива с тривиален център на орто-решетката на събитията

Следствие: Орто-решетката на събитията на всяка квантова система е пряко произведение на орто-решетки на неприводими системи.

Това обобщава комбинаторният изоморфизъм на степенните множества

$$\mathcal{P}(\Omega) \cong \mathcal{P}(C_1) \times \cdots \times \mathcal{P}(C_m)$$

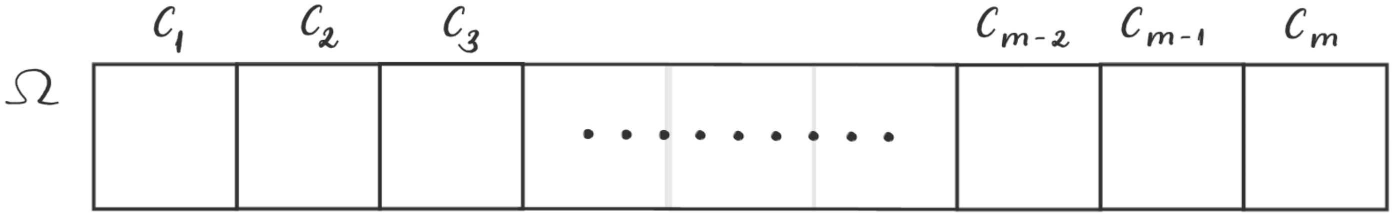
Това обобщава комбинаторният изоморфизъм на степенните множества

$$\mathcal{P}(\Omega) \cong \mathcal{P}(C_1) \times \cdots \times \mathcal{P}(C_m)$$

Ω

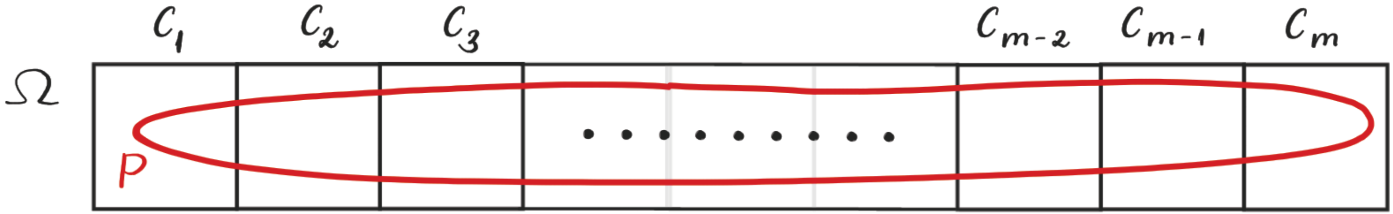
Това обобщава комбинаторният изоморфизъм на степенните множества

$$\mathcal{P}(\Omega) \cong \mathcal{P}(C_1) \times \cdots \times \mathcal{P}(C_m)$$



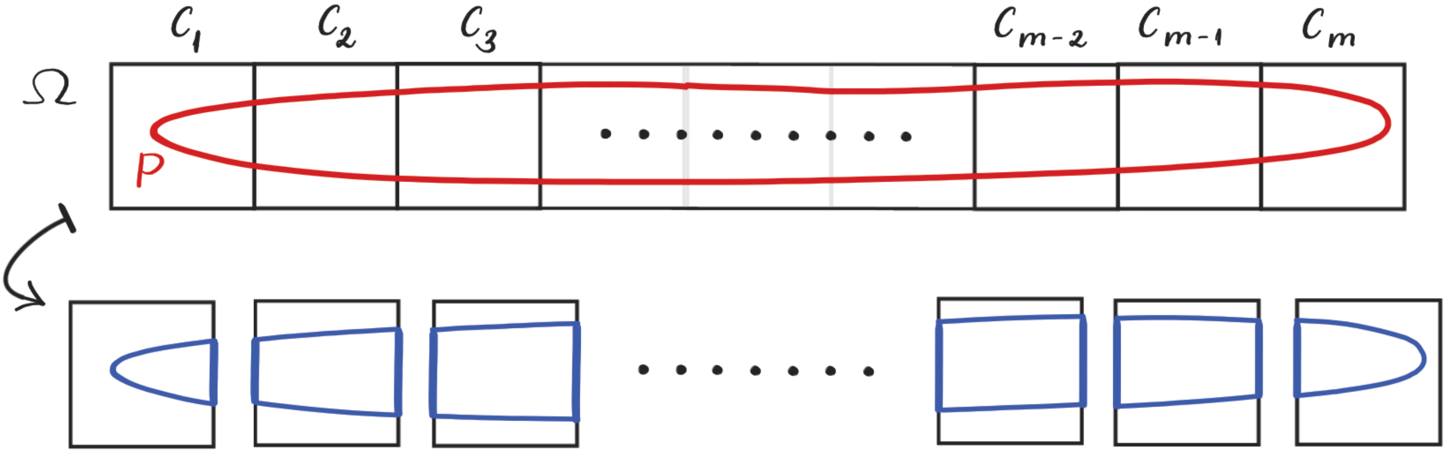
Това обобщава комбинаторният изоморфизъм на степенните множества

$$\mathcal{P}(\Omega) \cong \mathcal{P}(C_1) \times \cdots \times \mathcal{P}(C_m)$$



Това обобщава комбинаторният изоморфизъм на степенните множества

$$\mathcal{P}(\Omega) \cong \mathcal{P}(C_1) \times \cdots \times \mathcal{P}(C_m)$$



$$(P \wedge C_1,\ P \wedge C_2,\ P \wedge C_3,\ \ldots,\ P \wedge C_{m-2},\ P \wedge C_{m-1},\ P \wedge C_m)$$

<u>Теорема</u> $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Класическа система:

описва се от класическо множество на елементарни възможности (събития)

Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Класическа система:

описва се от класическо множество на елементарни възможности (събития)

$$\{0,1\} \times \{0,1\} \times \{0,1\} \times \cdots \times \{0,1\} \times \{0,1\} \times \{0,1\}$$

<u>Теорема</u> $\mathcal{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

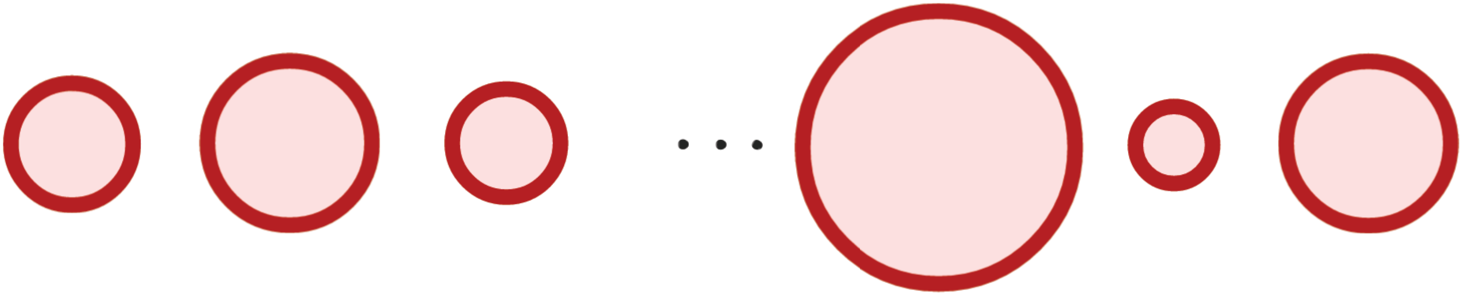
Класическа система:

описва се от класическо множество на елементарни възможности (събития)

<u>Теорема</u> $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Хибридна система:

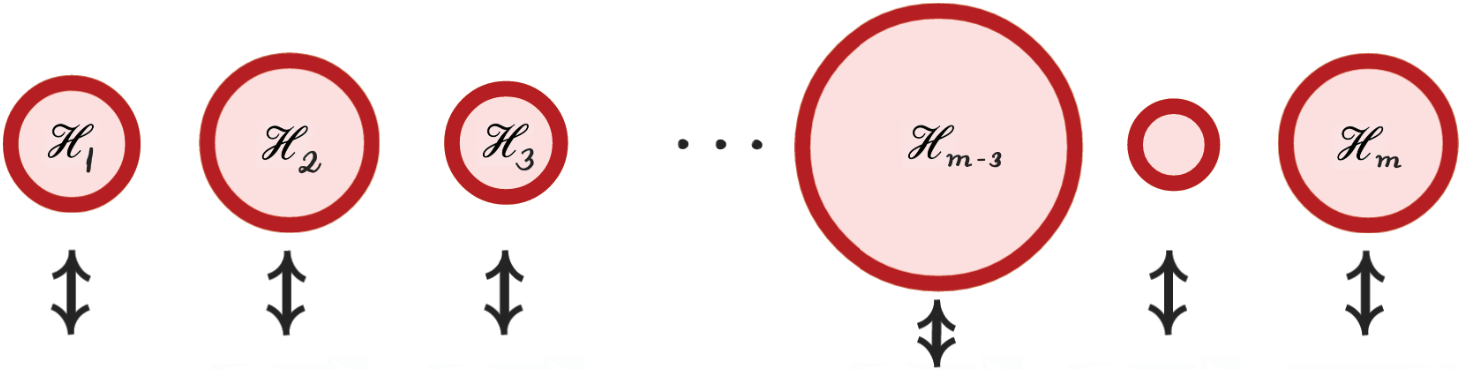
класически алтернативи, всяка от които е квантово събитие



<u>Теорема</u> $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Хибридна система :

класически алтернативи, всяка от които е квантово събитие

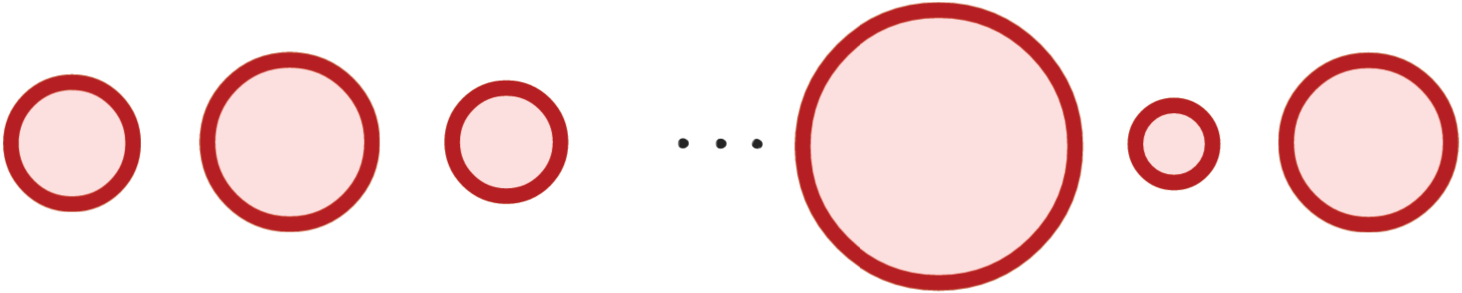


$$\mathscr{G}(\mathscr{H}_1) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_2) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_3) \times \cdots \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_{m-2}) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_{m-1}) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_m)$$

Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

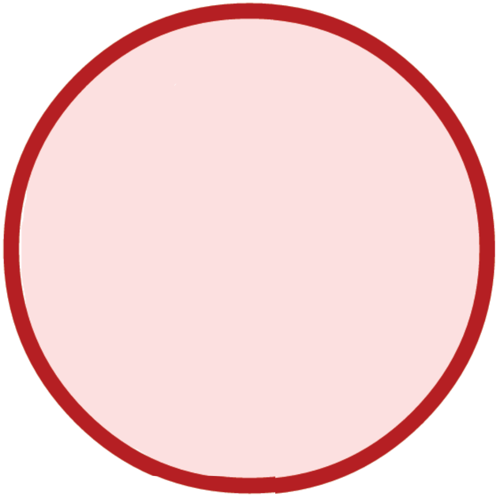
Хибридна система :

класически алтернативи, всяка от които е квантово събитие



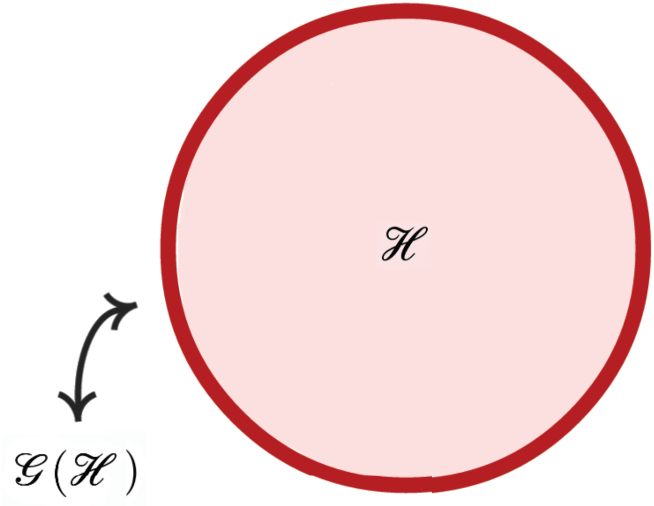
Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \mid \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Неприводима квантова система



Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

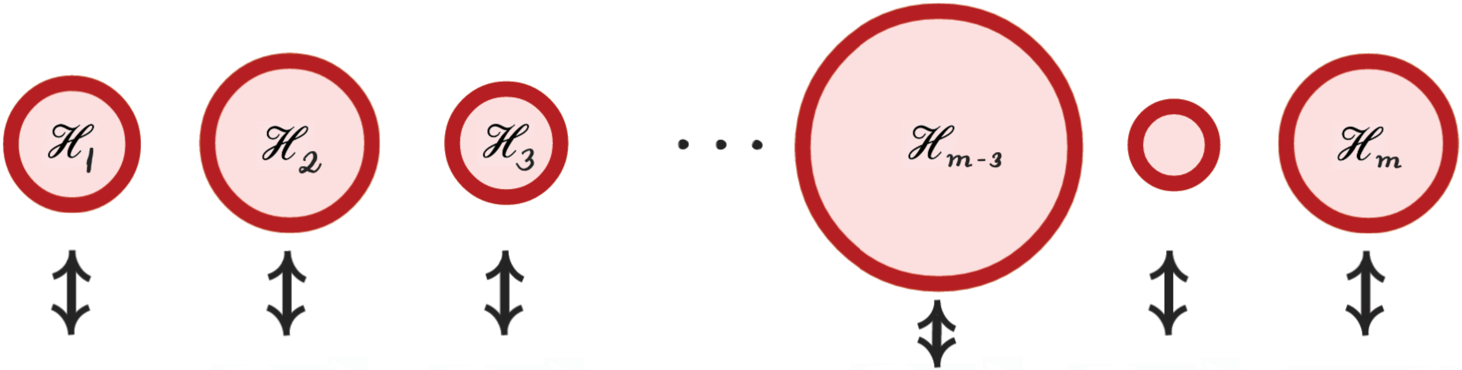
Неприводима квантова система



Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Хибридна система:

класически алтернативи, всяка от които е квантово събитие



$$\mathscr{G}(\mathscr{H}_1) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_2) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_3) \times \cdots \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_{m-2}) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_{m-1}) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_m)$$

Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Класическа система:

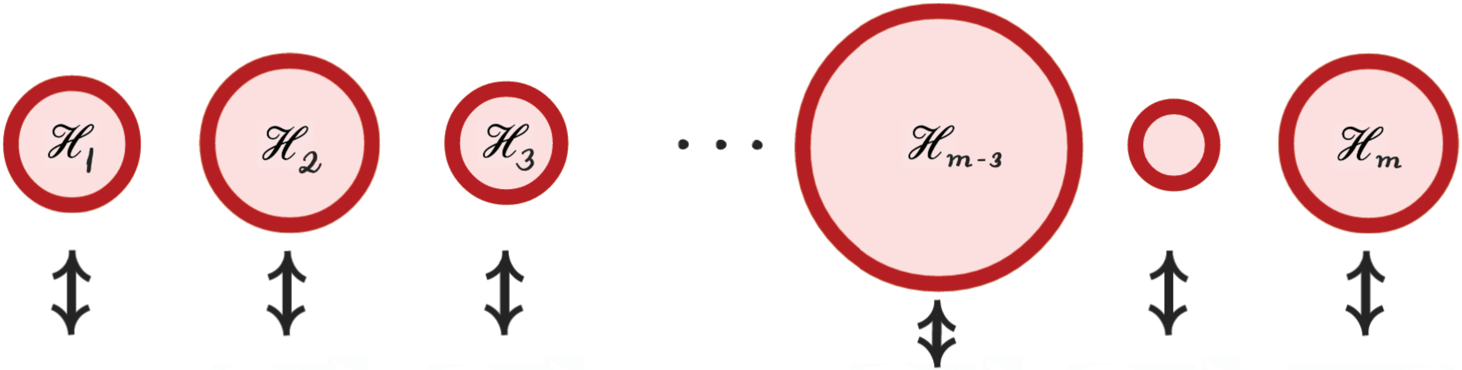
описва се от класическо множество на елементарни възможности (събития)

$$\{0,1\} \times \{0,1\} \times \{0,1\} \times \cdots \times \{0,1\} \times \{0,1\} \times \{0,1\}$$

Теорема $\mathscr{E}vents \cong \mathscr{L}_1 \times \cdots \times \mathscr{L}_m$, където $\mathscr{L}_j = \{P \,|\, \mathbf{0} \preccurlyeq P \preccurlyeq C_j\}$

Хибридна система:

класически алтернативи, всяка от които е квантово събитие



$$\mathscr{G}(\mathscr{H}_1) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_2) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_3) \times \cdots \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_{m-2}) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_{m-1}) \times \mathscr{G}(\mathscr{H}_m)$$

План:

1 Увод и исторически бележки

2 От квантова логика към хилбертови пространства

3 Състояния и амплитуди на вероятността

4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори

5 Мистерията на квантуването и теория на категориите

6 Квантово сплитане, скритипараметри, нелокалност и декохерентност

7 Първо сглобяване на квантов компютър

8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления

9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия

3 Състояния и амплитуди на вероятността

а) Състоянията : това са всички вероятности върху орторешетката Events а) Състоянията: това са всички вероятности върху орторешетката $\mathcal{Events}$

По определение: $\rho : \mathcal{Events} \to [0,1]$ - такава че:

- $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \wedge P^{\perp})$ ако $P \preccurlyeq Q$,
- $\rho(\mathbf{1}) = 1$.

$\rho(P) :=$ вероятност за регистриране на събитието P в състояние ρ

а) Състоянията: това са всички вероятности върху орторешетката $\mathscr{E}vents$

По определение: $\rho : \mathscr{E}vents \to [0,1]$ - такава че:

- $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \wedge P^{\perp})$ ако $P \preccurlyeq Q$,
- $\rho(\mathbf{1}) = 1$.

$\rho(P) :=$ вероятност за регистриране на събитието P в състояние ρ

$\mathscr{S}tates :=$ множеството на всички състояния $\underset{\text{изпъкнало}}{\subseteq} \mathbb{R}^{\mathscr{E}vents}$

$\mathscr{P}ure\mathscr{S}tates :=$ множеството на екстремалните точки на $\mathscr{S}tates$

а) Състоянията: това са всички вероятности върху орторешетката $\mathcal{Events}$

По определение: $\rho : \mathcal{Events} \to [0,1]$ - такава че:

- $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \wedge P^{\perp})$ ако $P \preccurlyeq Q$,
- $\rho(\mathbf{1}) = 1$.

$\rho(P) :=$ вероятност за регистриране на събитието P в състояние ρ

$\mathcal{States} :=$ множеството на всички състояния $\underset{\text{изпъкнало}}{\subseteq} \mathbb{R}^{\mathcal{Events}}$

кото

$\mathcal{PureStates} :=$ множеството на екстремалните точки на $\mathcal{States}$

а) Състоянията : това са всички вероятности върху орторешетката $\mathscr{E}vents$

По определение : $\rho : \mathscr{E}vents \to [0,1]$ - такава че :

- $\rho(Q) = \rho(P) + \rho(Q \wedge P^{\perp})$ ако $P \preccurlyeq Q$,
- $\rho(\mathbf{1}) = 1$.

$\rho(P) :=$ вероятност за регистриране на събитието P в състояние ρ

$\mathscr{S}tates :=$ множеството на всички състояния $\underset{\text{изпъкнало}}{\subseteq} \mathbb{R}^{\mathscr{E}vents}$

като

$\mathscr{P}ure\mathscr{S}tates :=$ множеството на екстремалните точки на $\mathscr{S}tates$

$\boxed{\text{чисти състояния}}$

Теорема (Gleeson, ...) (i) За $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$

$$\rho \in \mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \iff \rho(Q) = \langle \Psi | \widehat{Q} \Psi \rangle$$

Теорема (Gleeson, ...) (i) За $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$

скаларното произведение

$$\rho \in \mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \iff \rho(Q) = \langle \Psi | \widehat{Q}\Psi \rangle$$

ортогонален проектор на Q

Теорема (Gleeson,...) (i) За $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$

скаларното произведение

$$\rho \in \mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \iff \rho(Q) = \langle \Psi | \widehat{Q} \Psi \rangle$$

ортогонален проектор на Q

единичен вектор в $\mathcal{H}$ наречен <u>вектор на състоянието</u>

Теорема (Gleeson, ...) (i) За $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$

скаларното произведение

$$\rho \in \mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \iff \rho(Q) = \langle \Psi | \widehat{Q}\Psi \rangle$$

ортогонален проектор на Q

единичен вектор в $\mathcal{H}$ наречен <u>вектор на състоянието</u>

(ii) Нека $\rho_\Psi := \rho$ от (i) и нека $P_\Psi := \mathbb{C}\Psi$ - елементарно събитие. Тогава

$$\rho_\Psi(P_\Phi) = \left| \langle \Psi | \Phi \rangle \right|^2 = \rho_\Phi(P_\Psi)$$ - вероятност за преход.

скаларното произведение

Теорема (Gleeson,...) (i) За $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$

$$\rho \in \mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \iff \rho(Q) = \langle \Psi | \hat{Q} \Psi \rangle$$

ортогонален проектор на Q

единичен вектор в $\mathcal{H}$ наречен <u>вектор на състоянието</u>

(ii) Нека $\rho_\Psi := \rho$ от (i) и нека $P_\Psi := \mathbb{C}\Psi$ - елементарно събитие. Тогава

$$\rho_\Psi(P_\Phi) = \Big|\underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}\Big|^2 = \rho_\Phi(P_\Psi)$$ - вероятност за преход.

амплитуда на вероятността.

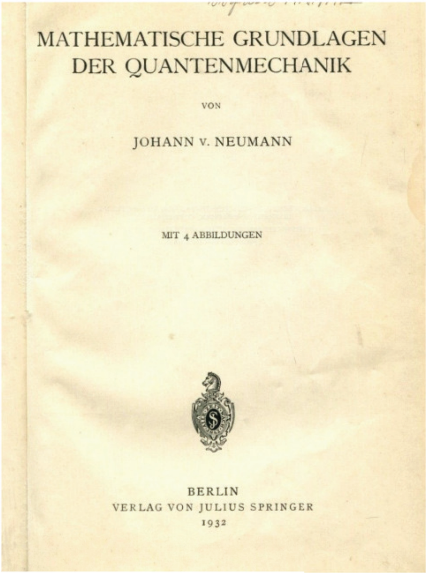
План:

1 Увод и исторически бележки
2 От квантова логика към хилбертови пространства
3 Състояния и амплитуди на вероятността
4 **Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори**
5 Мистерията на квантуването и теория на категориите
6 Квантово сплитане, скритипараметри, нелокалност и декохерентност
7 Първо сглобяване на квантов компютър
8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления
9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия

4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори

4 Измерване : проекционен постулат на фон Нойман

1932 (I-во изд.) · · · 2018



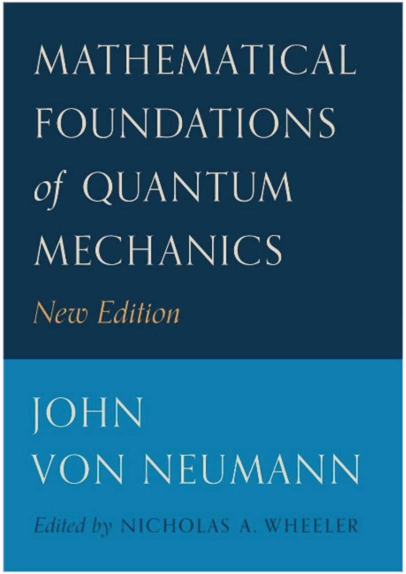
MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN
DER QUANTENMECHANIK

VON

JOHANN v. NEUMANN

MIT 4 ABBILDUNGEN

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1932



MATHEMATICAL
FOUNDATIONS
of QUANTUM
MECHANICS

New Edition

JOHN
VON NEUMANN

Edited by NICHOLAS A. WHEELER

4 Измерване : проекционен постулат на фон Нойман

състояние преди измерването $\rho \xmapsto[\text{квантов скок}]{} \rho' \ : \ \rho'(Q) = \dfrac{\widehat{\rho}(\widehat{P}\widehat{Q}\widehat{P})}{\rho(P)}$

4 Измерване : проекционен постулат на фон Нойман

състояние преди измерването $\rho \xmapsto{\text{квантов скок}} \rho' \; : \; \rho'(Q) = \dfrac{\widehat{\rho}(\widehat{P}\widehat{Q}\widehat{P})}{\rho(P)}$

$$\Updownarrow$$

квантова условна вероятност $\rightarrow$ $Prob_\rho(Q \,|\, P) = \dfrac{\widehat{\rho}(\widehat{P}\widehat{Q}\widehat{P})}{Prob_\rho(P)}$

4 Измерване : проекционен постулат на фон Нойман

състояние преди измерването $\rho \xmapsto{\text{квантов скок}} \rho'$: $\rho'(Q) = \dfrac{\widehat{\rho}(\widehat{P}\widehat{Q}\widehat{P})}{\rho(P)}$

$$\updownarrow$$

квантова условна вероятност $\longrightarrow$ $Prob_\rho(Q \,|\, P) = \dfrac{\widehat{\rho}(\widehat{P}\widehat{Q}\widehat{P})}{Prob_\rho(P)}$

$\widehat{\rho}$ е еднозначно определения положителен, нормиран, линеен функционал върху линейните оператори над $\mathcal{H}$, така че: $\widehat{\rho}(\widehat{Q}) = \rho(Q)$.

<u>Теорема</u> Следните условия са еквивалентни

(1) $P \,\mathbf{C}\, Q$

(2) $\widehat{P}\widehat{Q} = \widehat{Q}\widehat{P}$

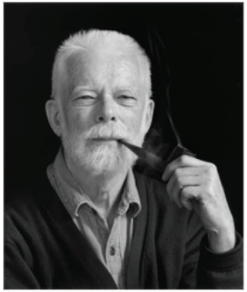
(3) $\widehat{P \wedge Q} = \widehat{P}\widehat{Q}$

(4) $Prob_\rho(Q \mid P)\, Prob_\rho(P) = Prob_\rho(P \mid Q)\, Prob_\rho(Q) \quad (\forall \rho)$

План:

1 Увод и исторически бележки
2 От квантова логика към хилбертови пространства
3 Състояния и амплитуди на вероятността
4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори
5 **Мистерията на квантуването и теория на категориите**
6 Квантово сплитане, скритипараметри, нелокалност и декохерентност
7 Първо сглобяване на квантов компютър
8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления
9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия

5 Мистерията на квантуването и теория на категориите



Edward Nelson
1932 - 2014

First quantization is a mystery, but second quantization is a functor. **E. Nelson**

cf. Sect. X.7 in
Reed, M and Simon, B. Methods of Modern Mathematical Physics. Vol II. Fourier Analysis, Self-adjointness. New York: Academic Press,1975

Теорема (Вигнер) - за квантовите изоморфизми

Нека $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$, тогава съществува еквивалентност между

(1) автоморфизмите на орто-решетката $\mathcal{E}vents$;

(2) биекциите $\mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \circlearrowleft$, които запазват вероятностите на преход

(3) унитарни или антиунитарни трансформации $\mathcal{H} \circlearrowleft$

Теорема (Вигнер) - за квантовите изоморфизми

Нека $\mathcal{E}vents = \mathcal{G}(\mathcal{H})$, тогава съществува еквивалентност между

(1) автоморфизмите на орто-решетката $\mathcal{E}vents$;

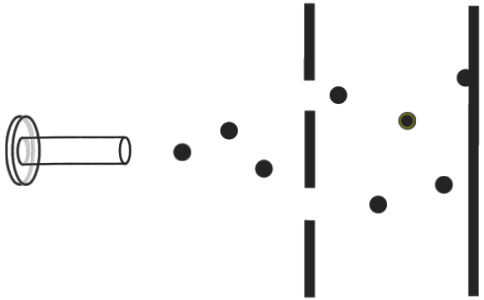
(2) биекциите $\mathcal{P}ure\mathcal{S}tates \circlearrowleft$, които запазват вероятностите на преход

(3) унитарни или антиунитарни трансформации $\mathcal{H} \circlearrowleft$

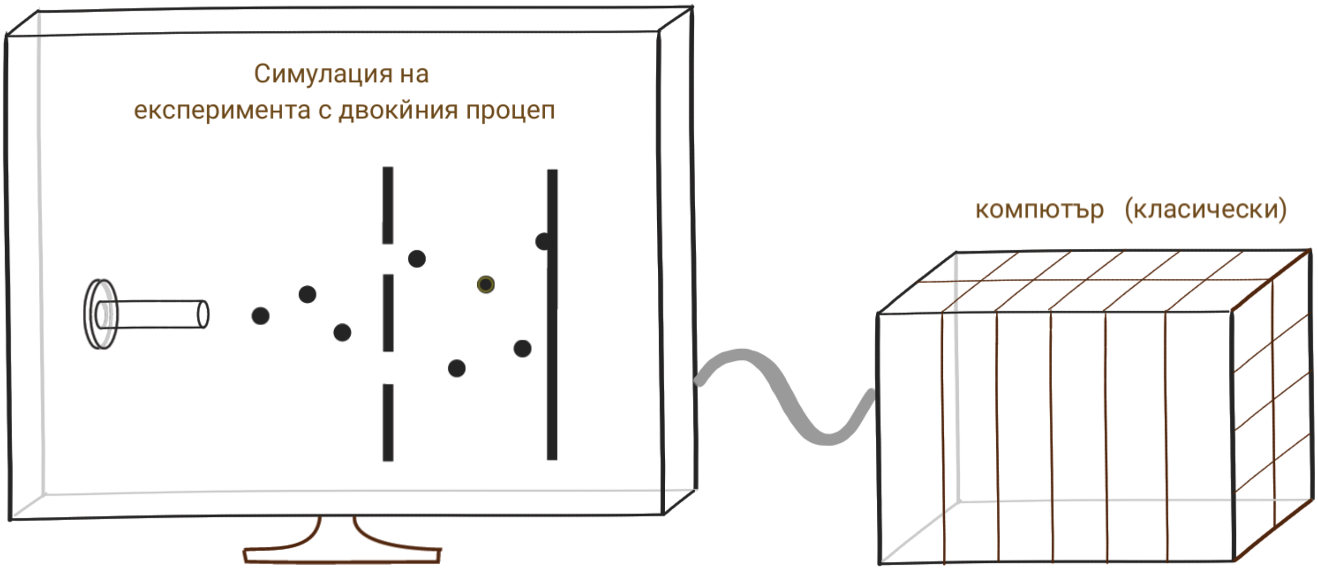
Следствие: квантовите трансформации са винаги обратими

План:

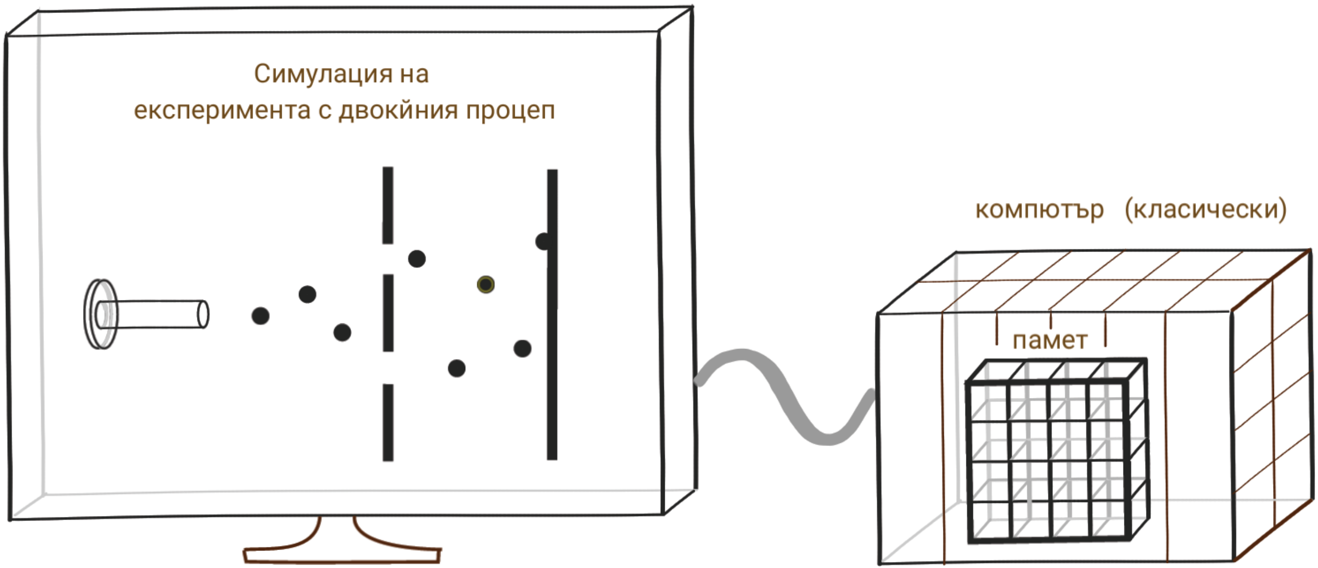
Скрити параметри и нелокалност



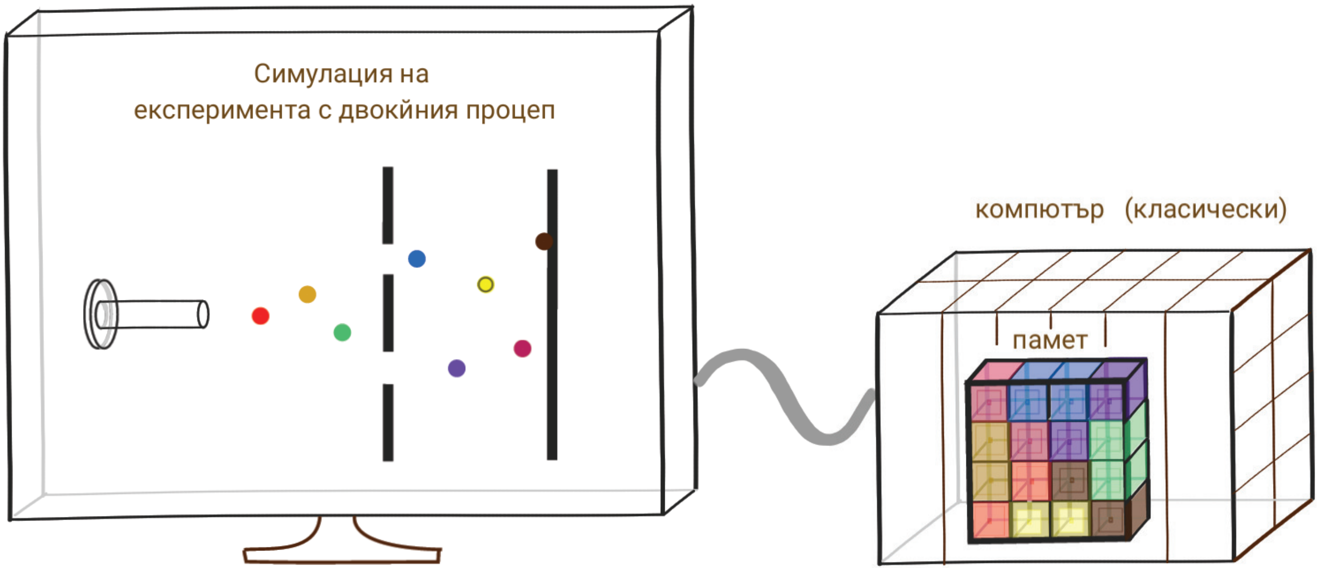
Скрити параметри и нелокалност



Скрити параметри и нелокалност



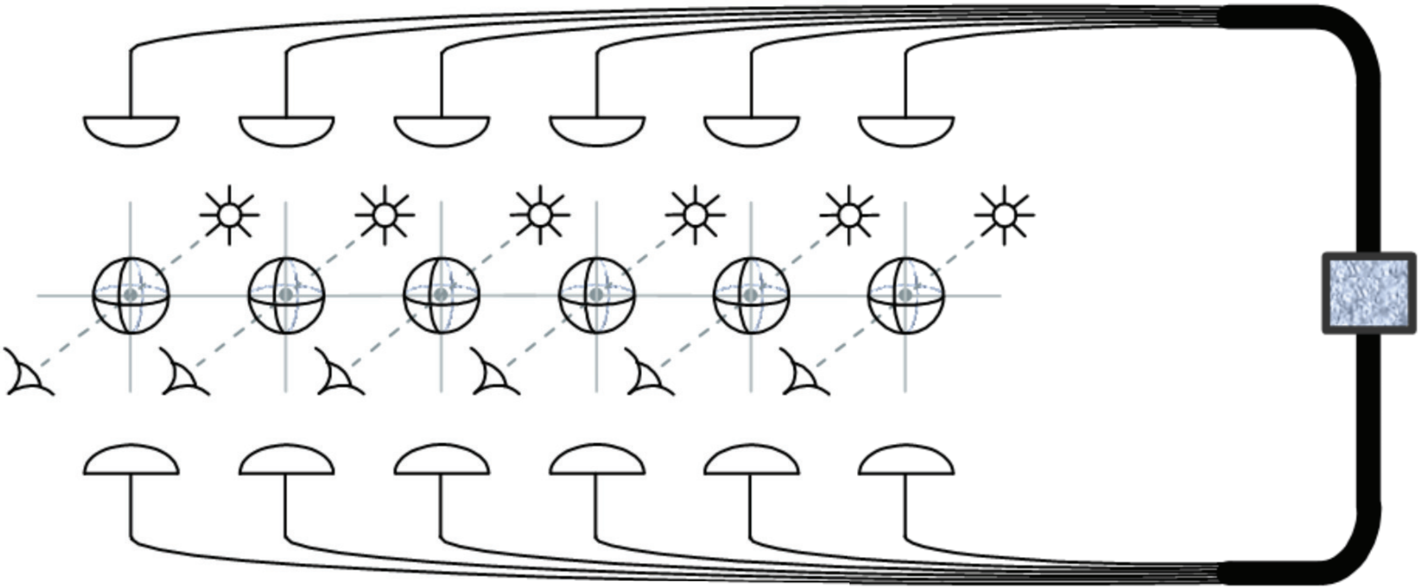
Скрити параметри и нелокалност

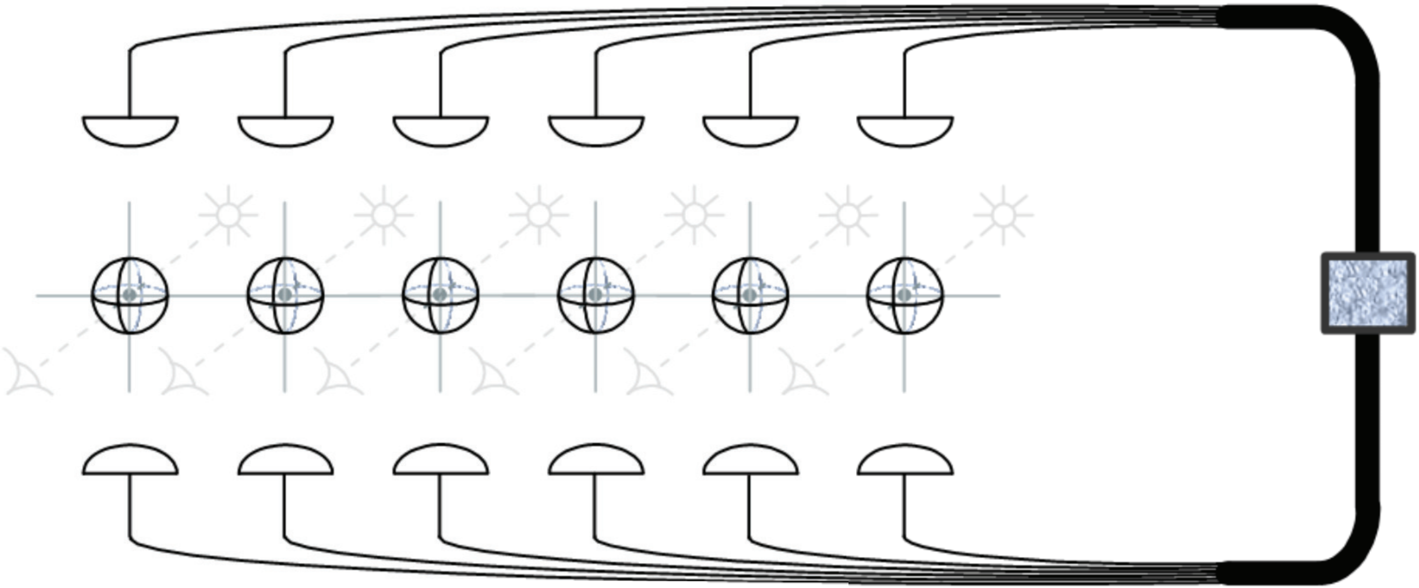


План:

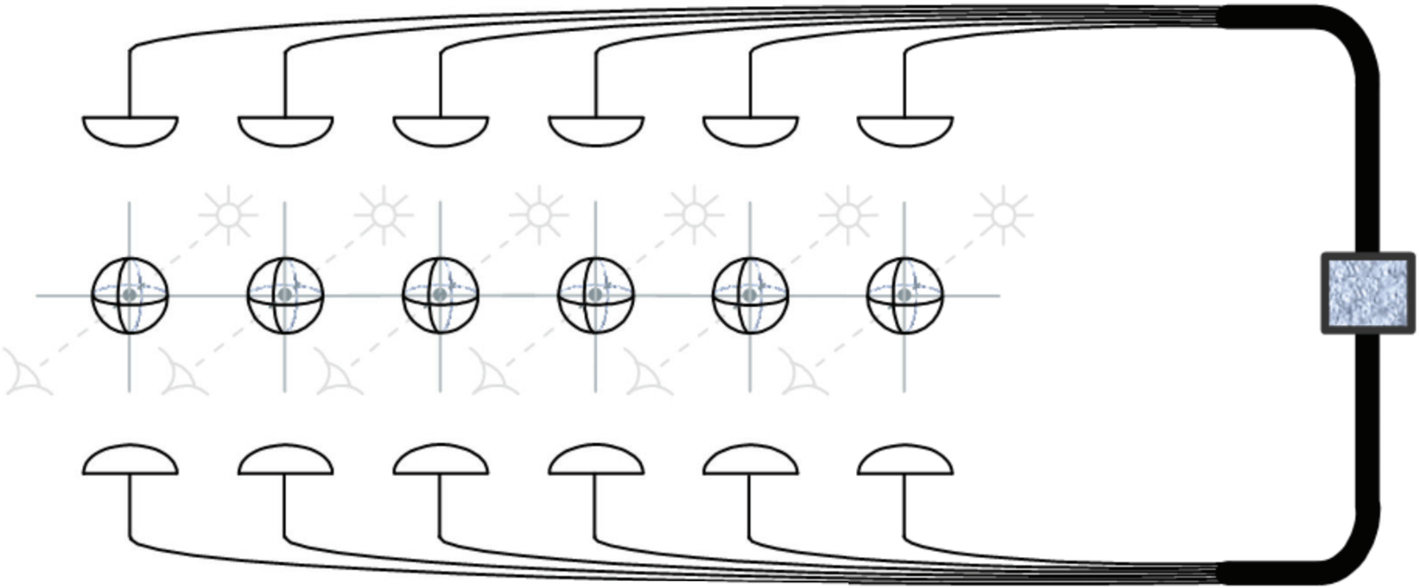
1 Увод и исторически бележки
2 От квантова логика към хилбертови пространства
3 Състояния и амплитуди на вероятността
4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори
5 Мистерията на квантуването и теория на категориите
6 Квантово сплитане, скрити параметри, нелокалност и декохерентност
7 Първо сглобяване на квантов компютър
8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления
9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия

7 Първо сглобяване на квантов компютър

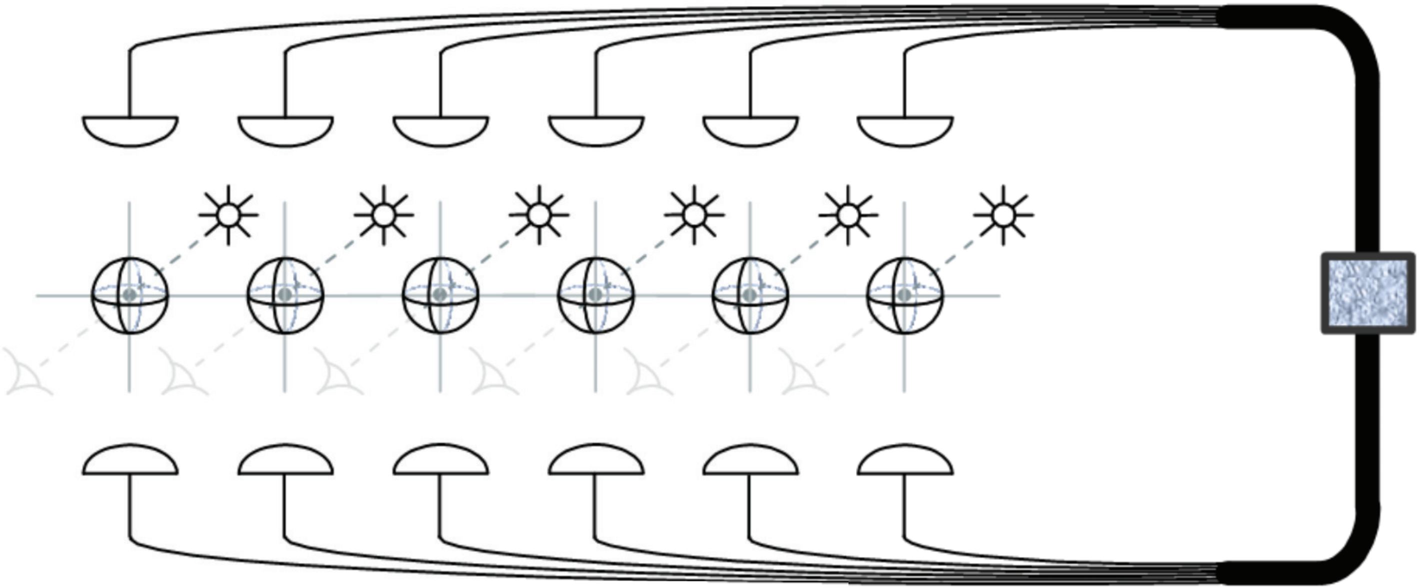




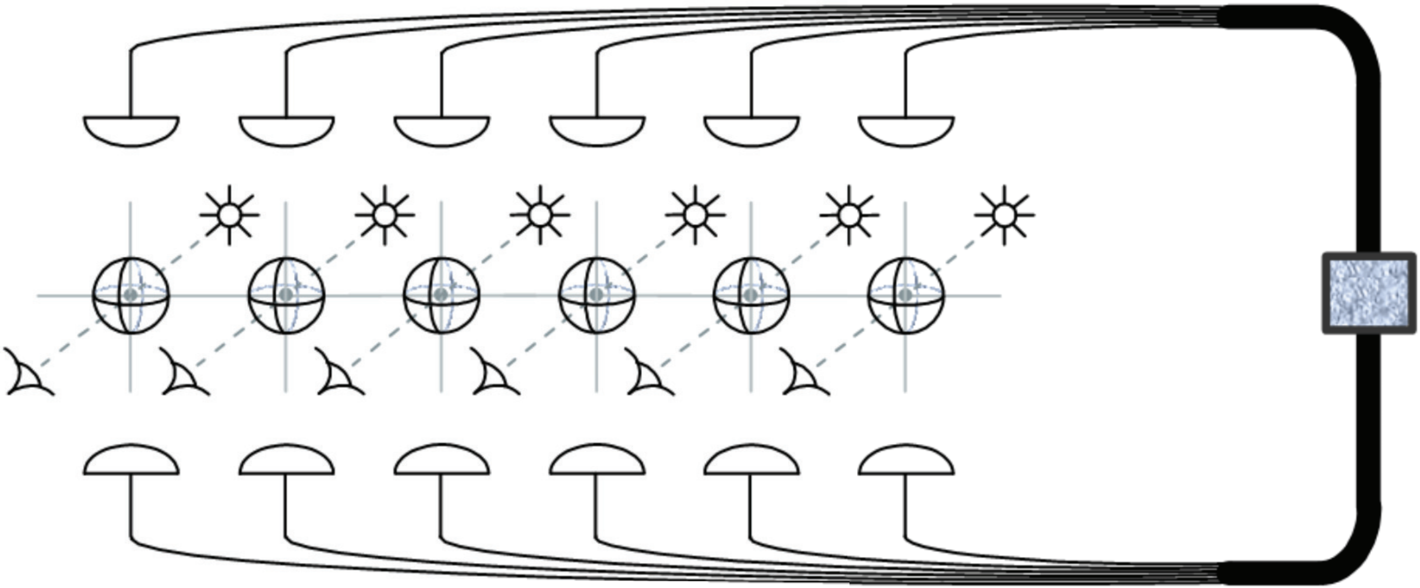
1. Инициализация



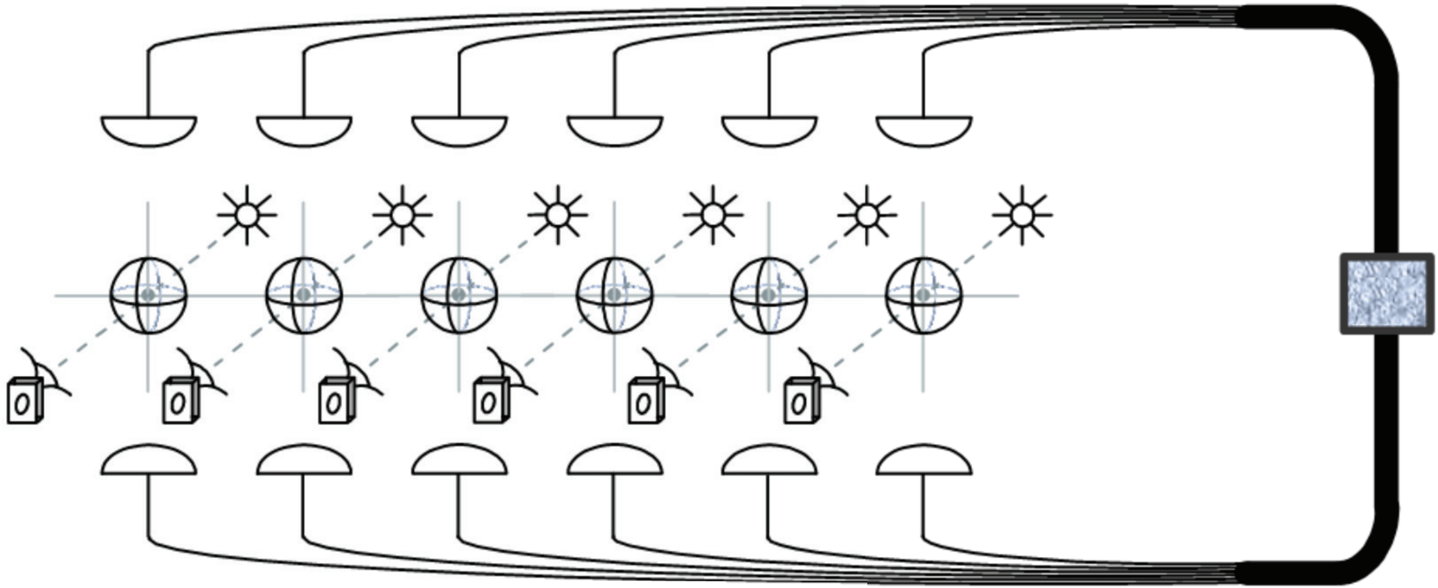
1. Инициализация



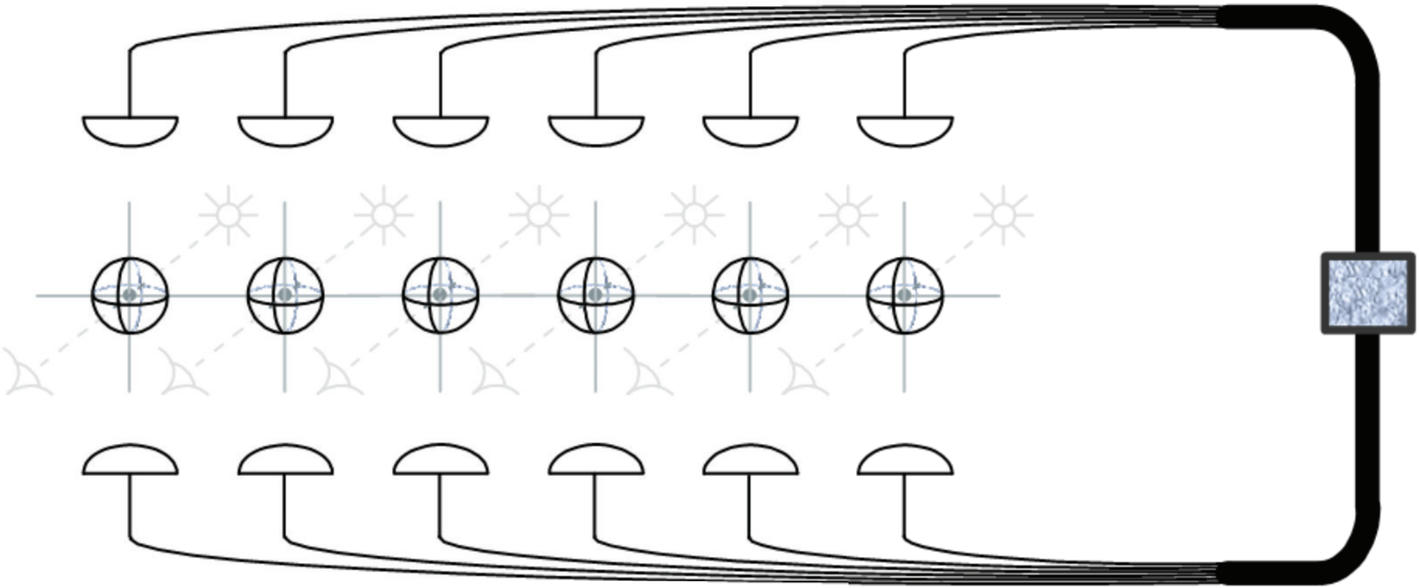
1. Инициализация



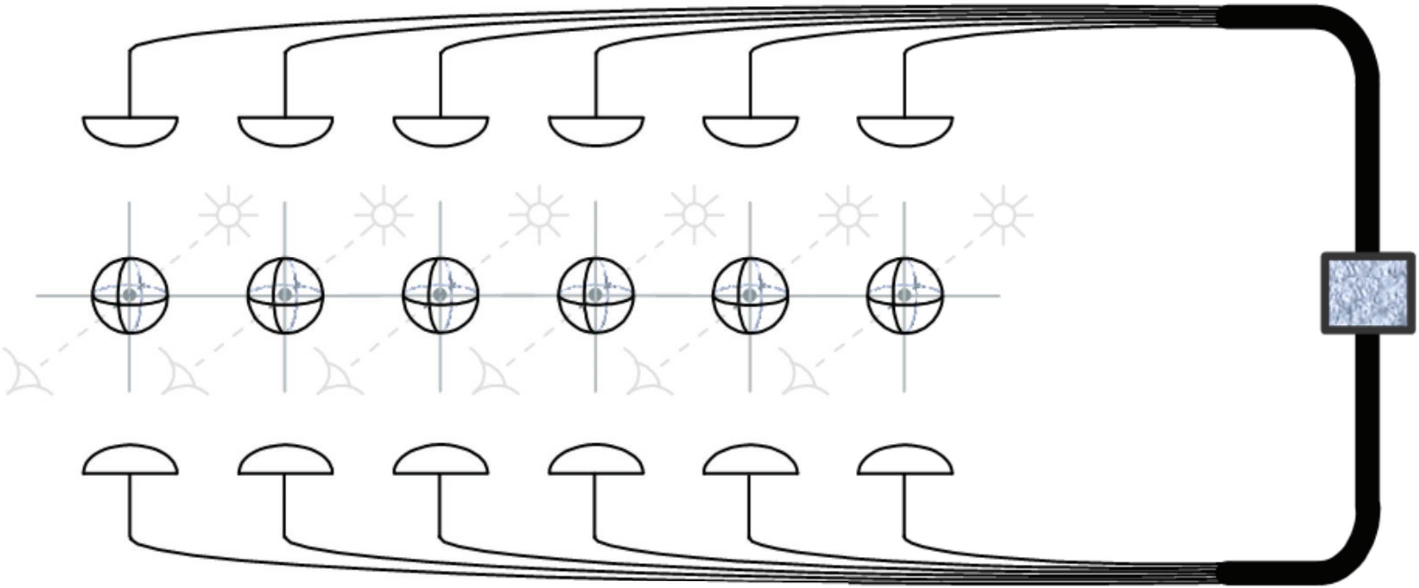
1. Инициализация



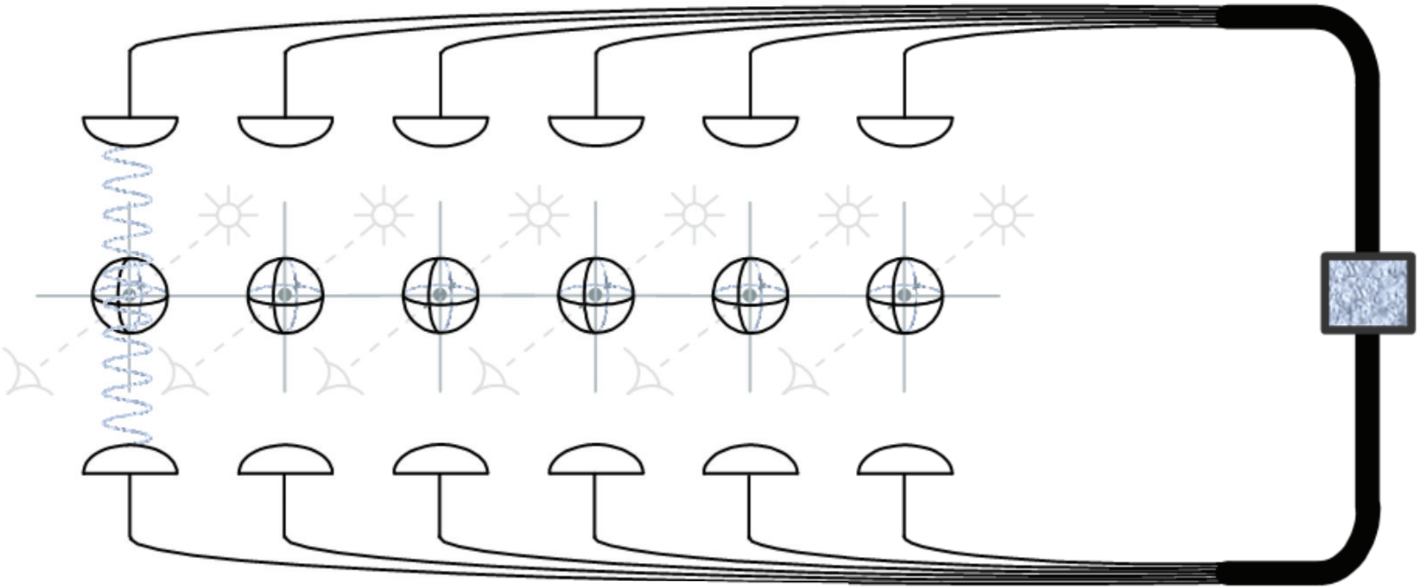
1. Инициализация



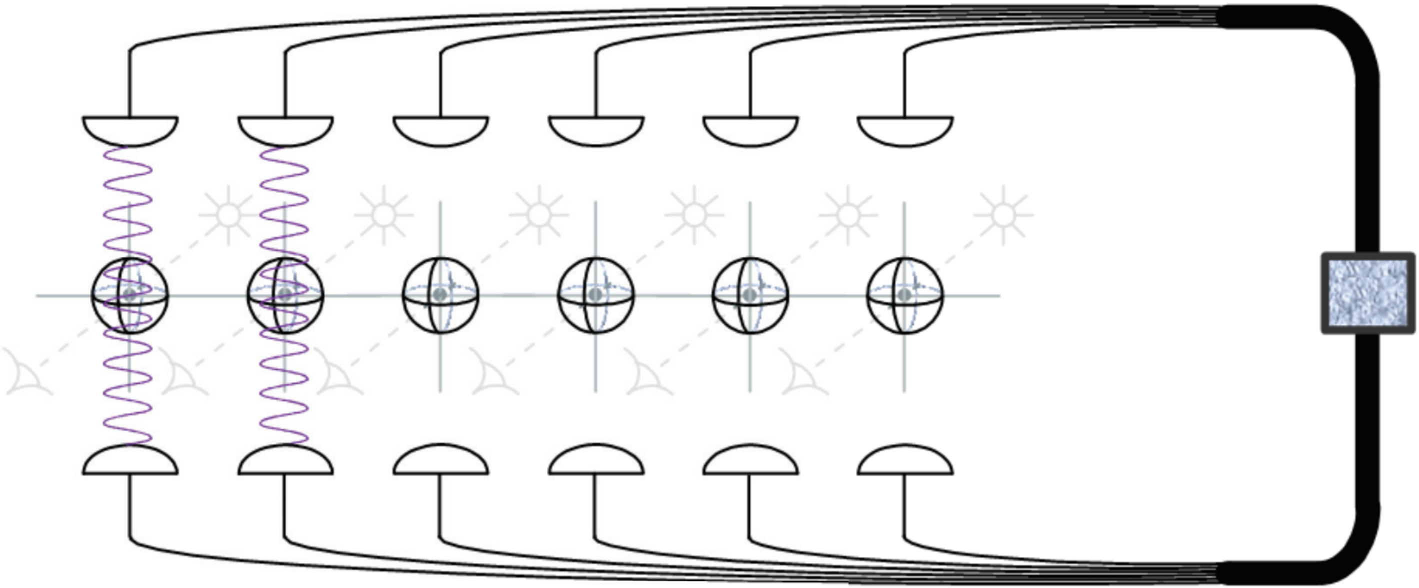
2. Квантова обработка на информацията



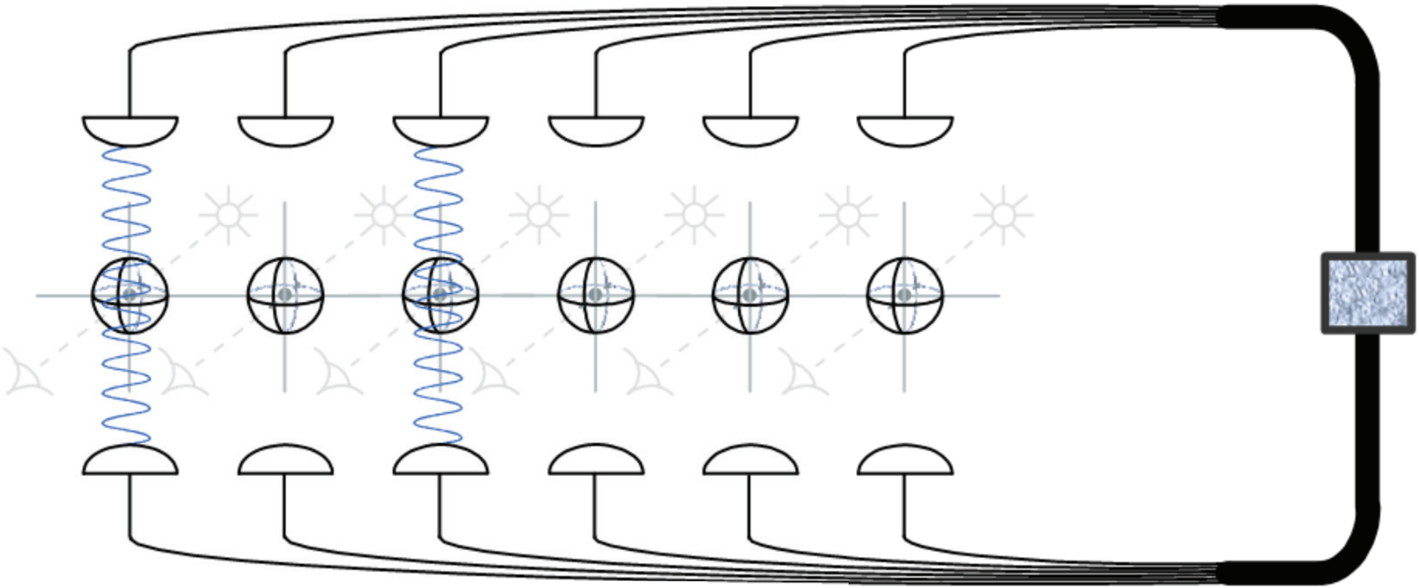
2. Квантова обработка на информацията



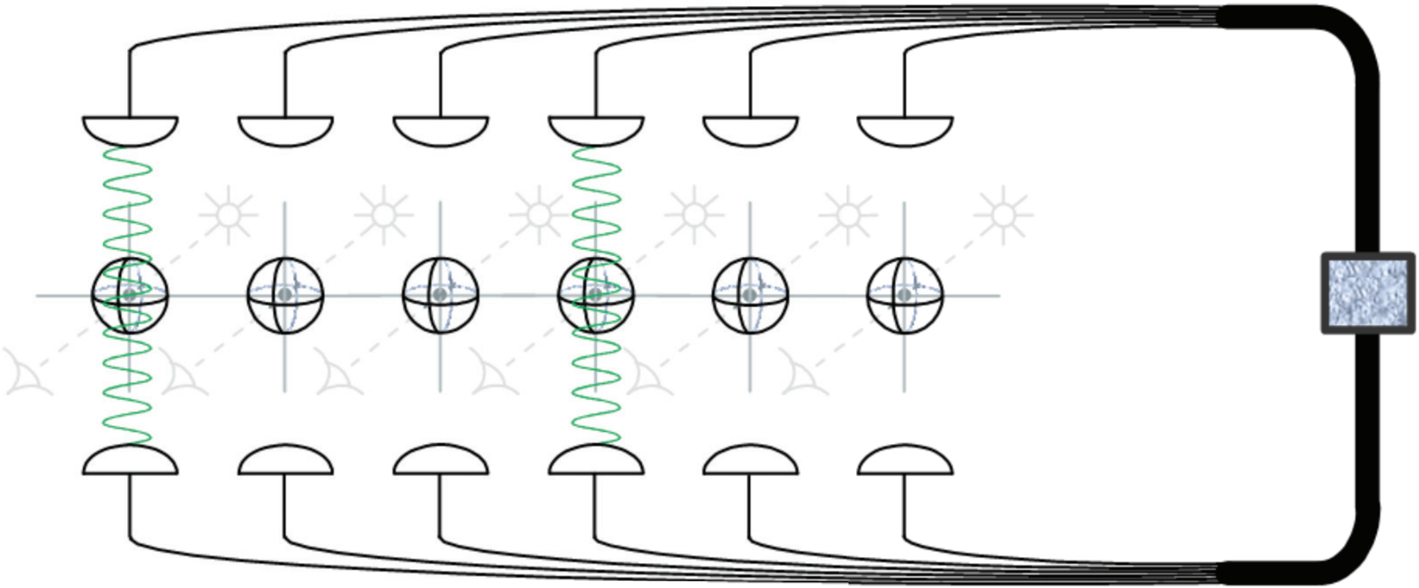
2. Квантова обработка на информацията



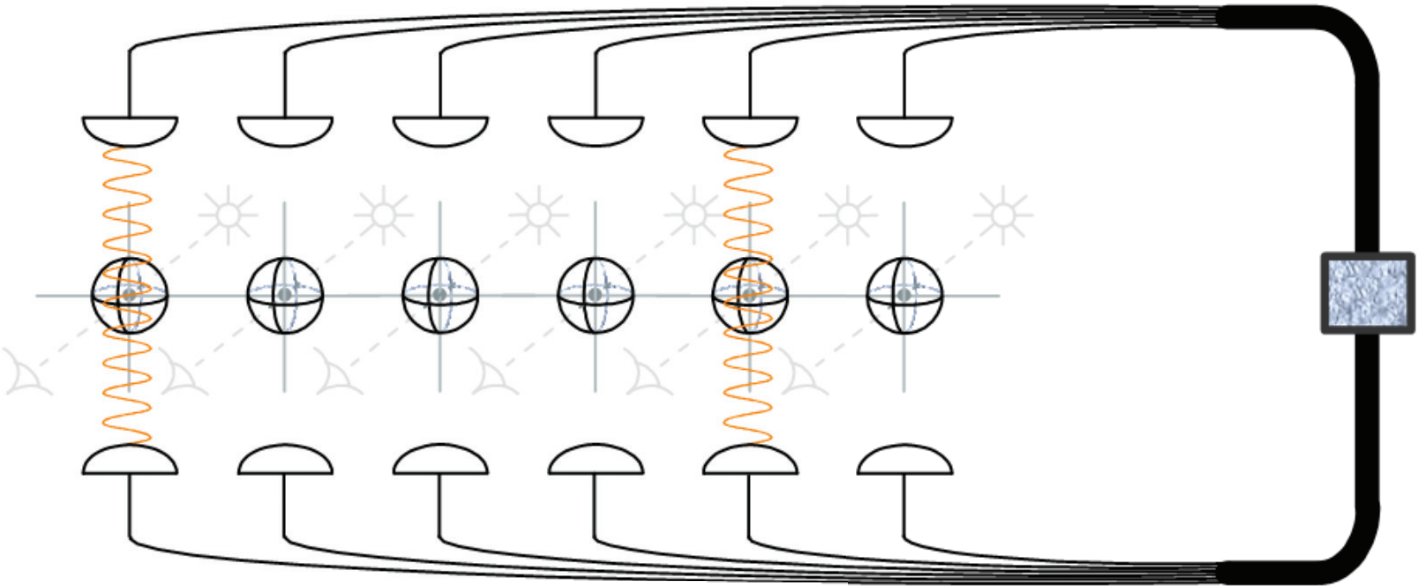
2. Квантова обработка на информацията



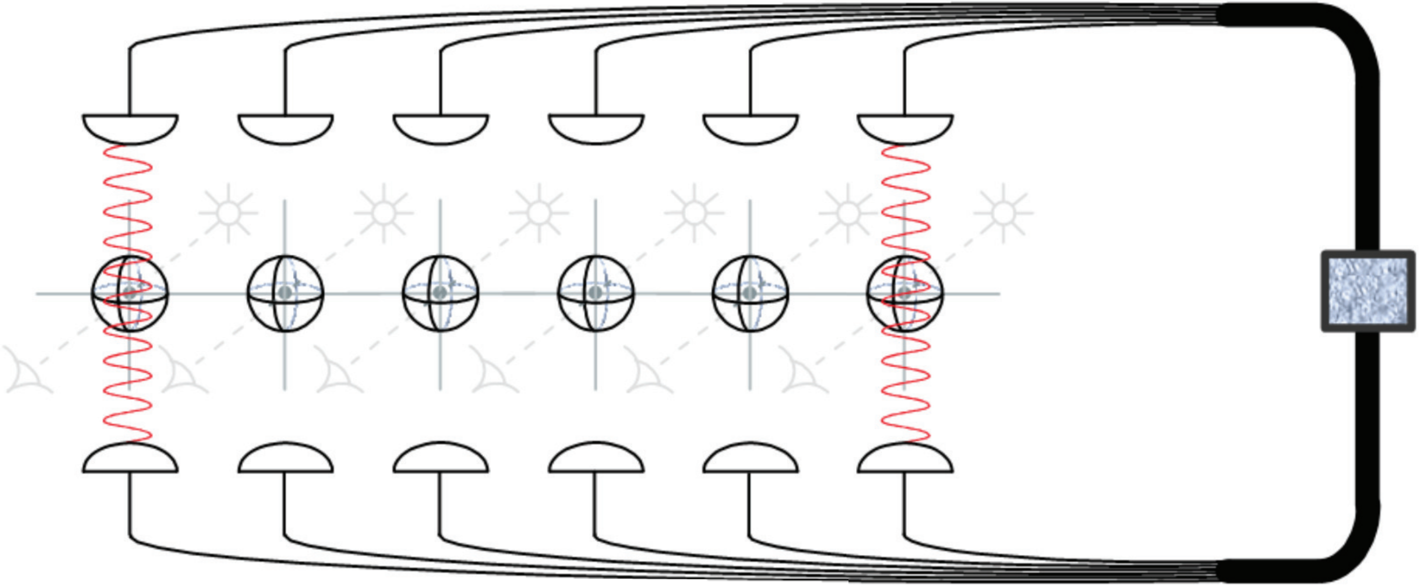
2. Квантова обработка на информацията



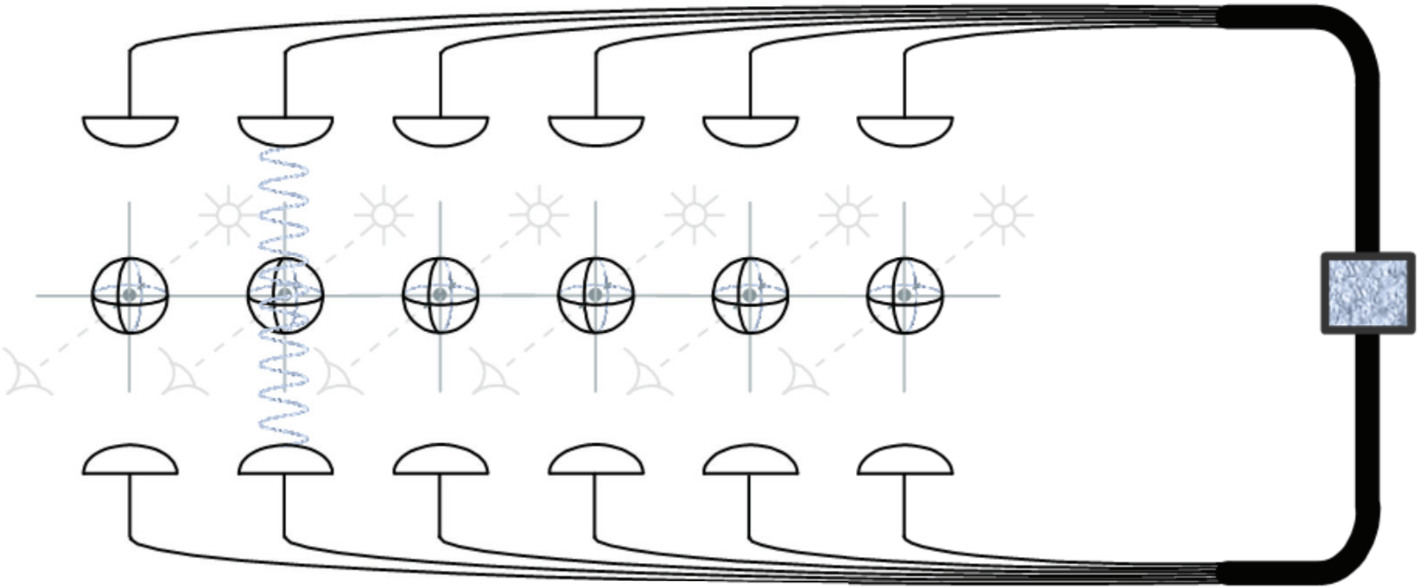
2. Квантова обработка на информацията



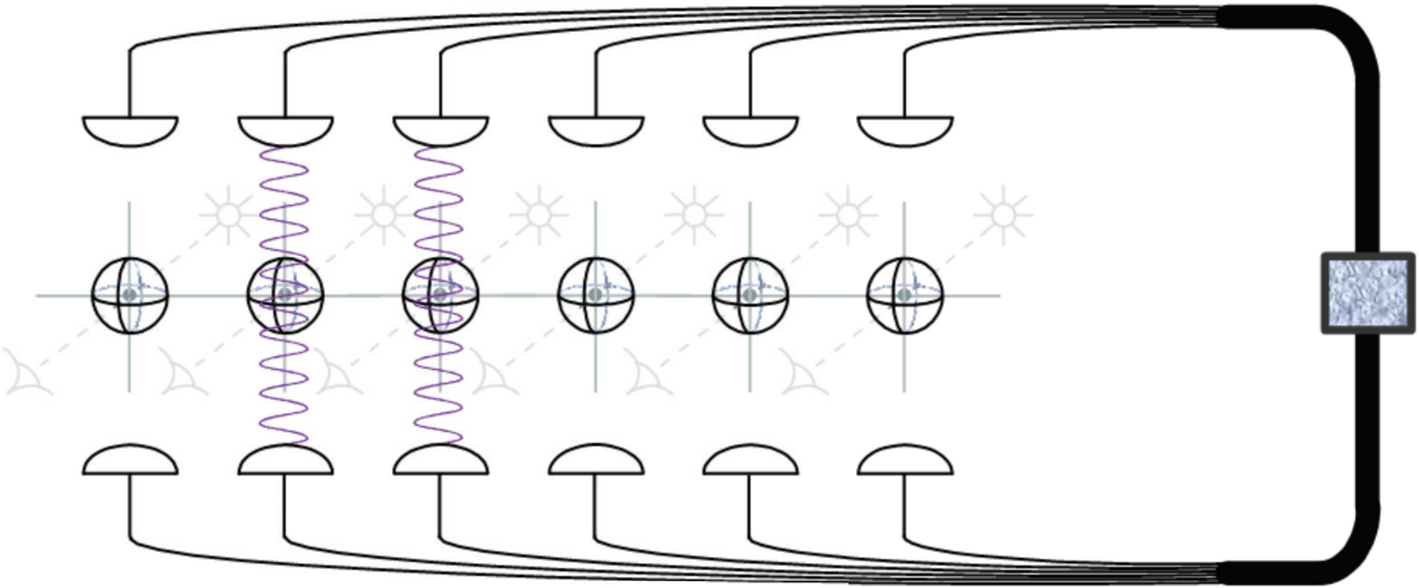
2. Квантова обработка на информацията



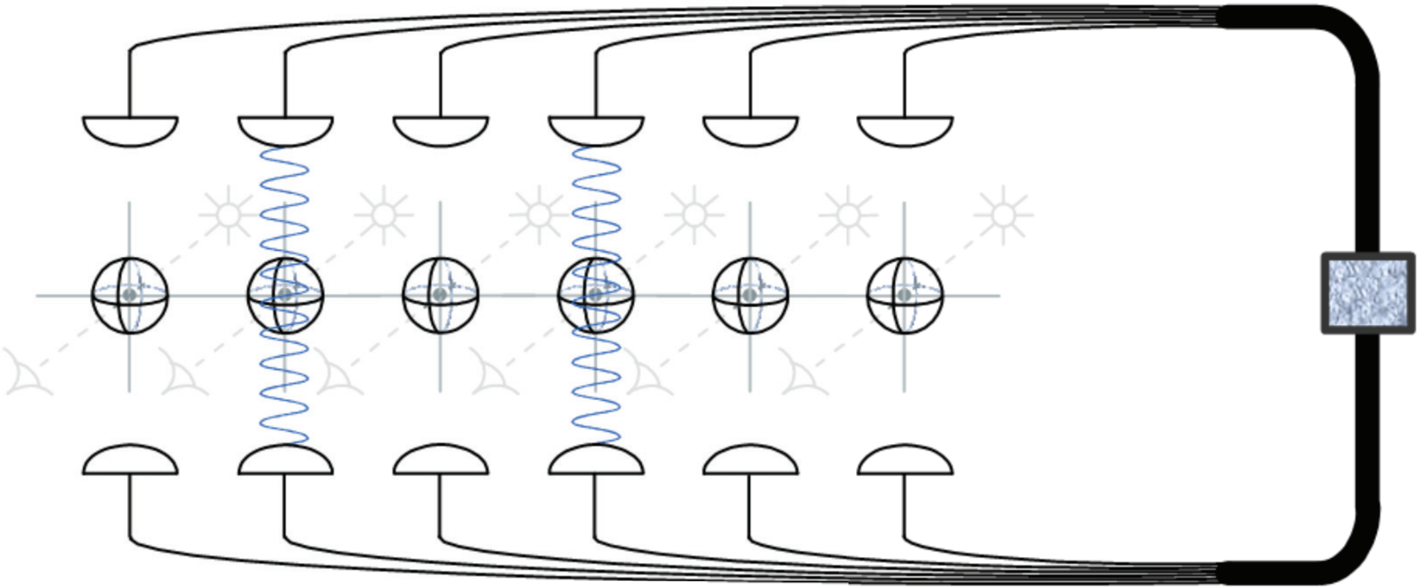
2. Квантова обработка на информацията



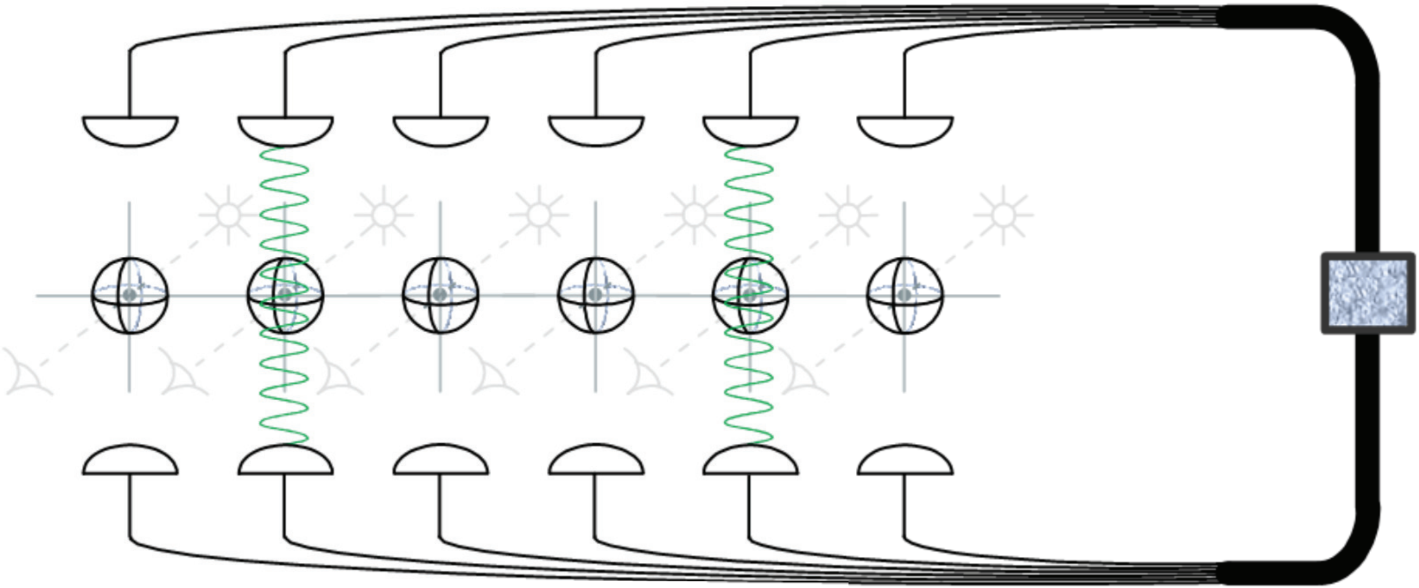
2. Квантова обработка на информацията



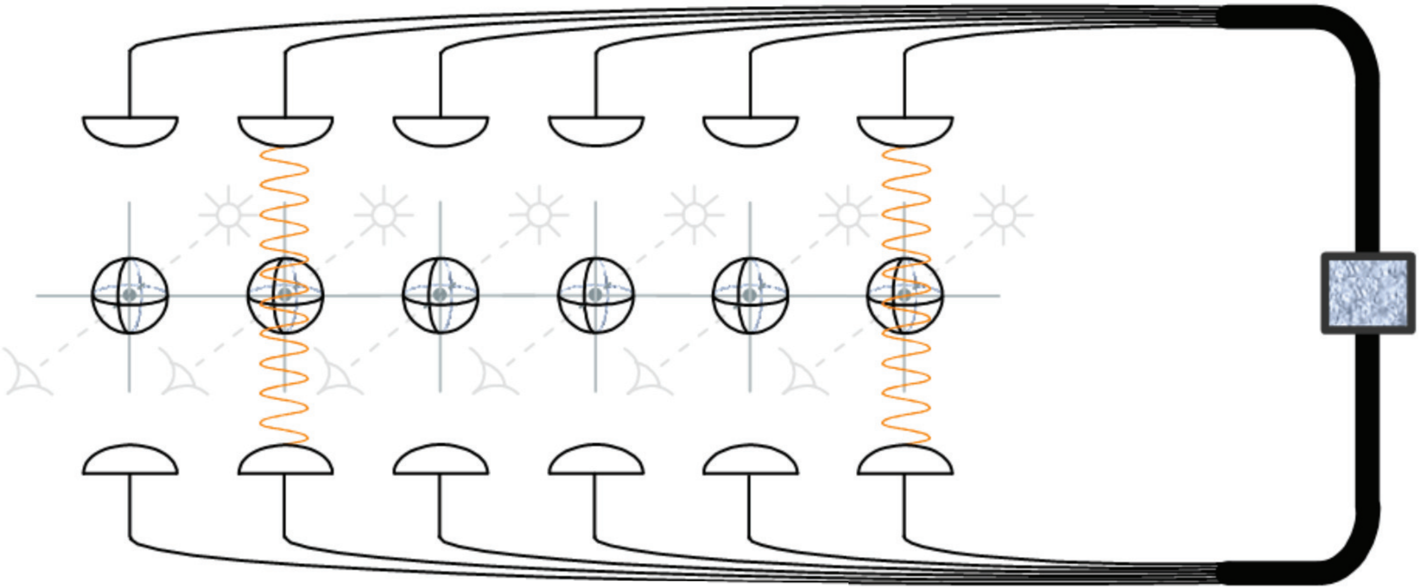
2. Квантова обработка на информацията



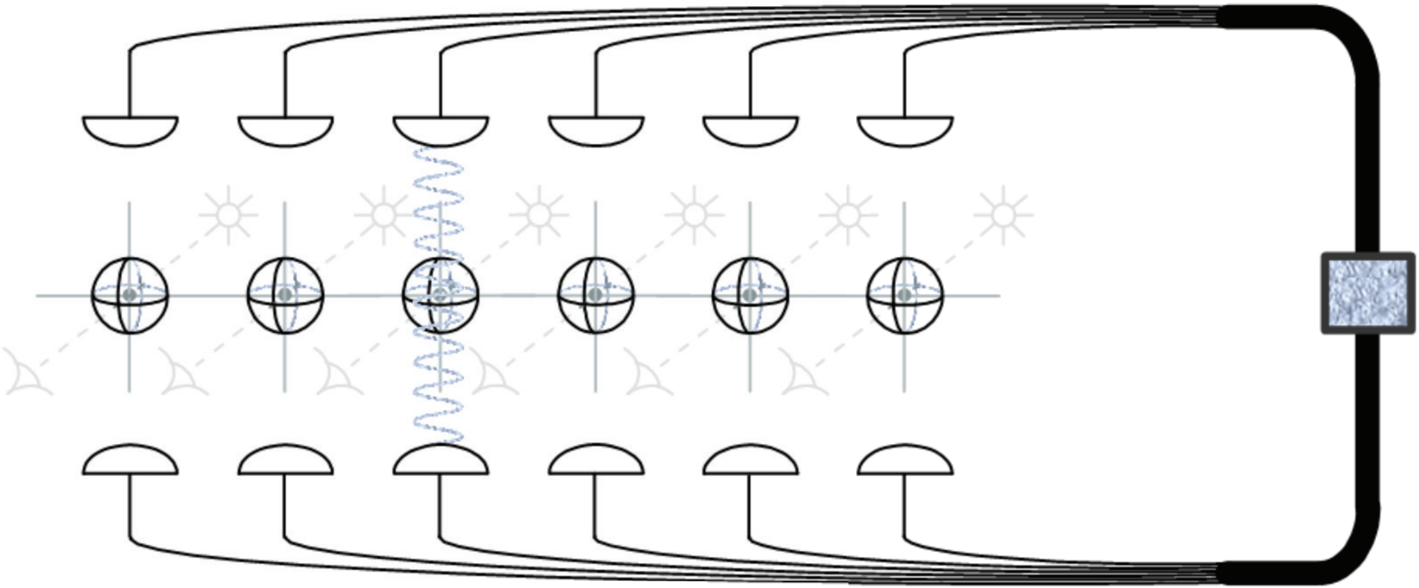
2. Квантова обработка на информацията



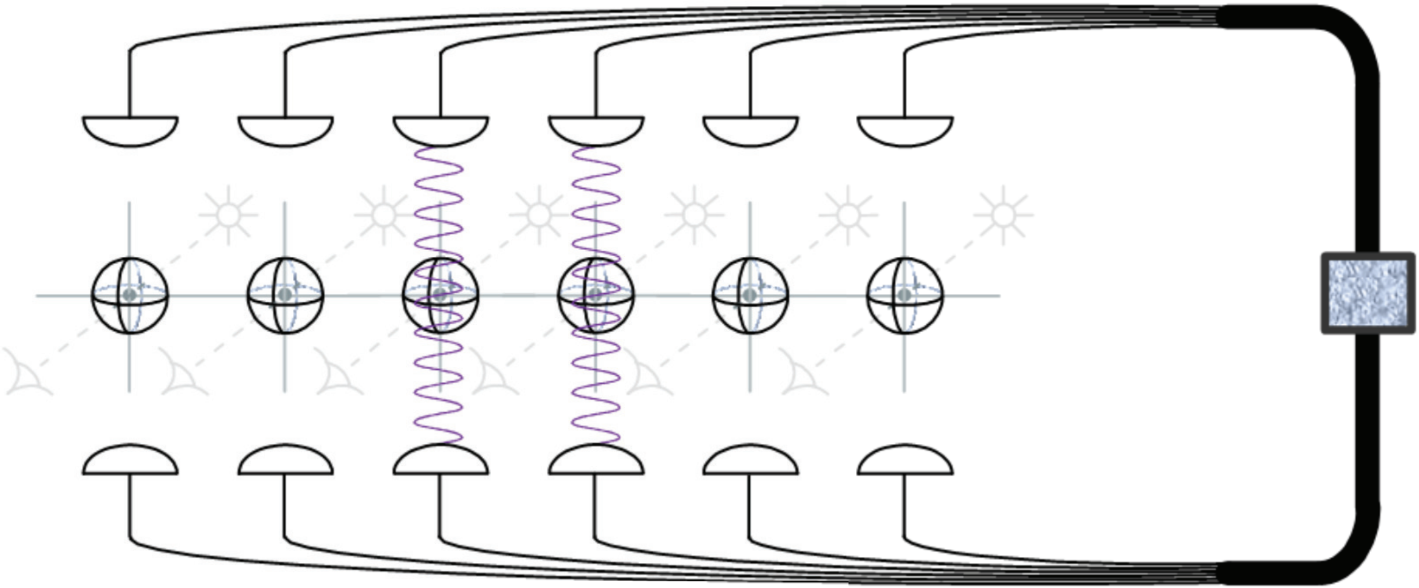
2. Квантова обработка на информацията



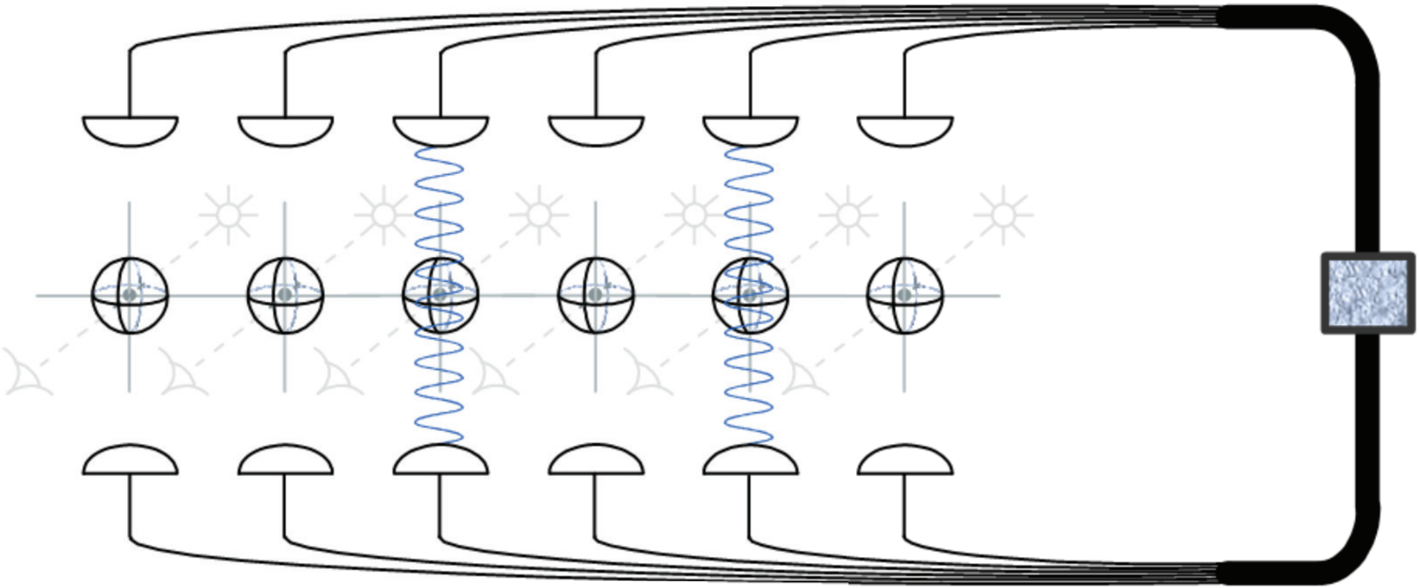
2. Квантова обработка на информацията



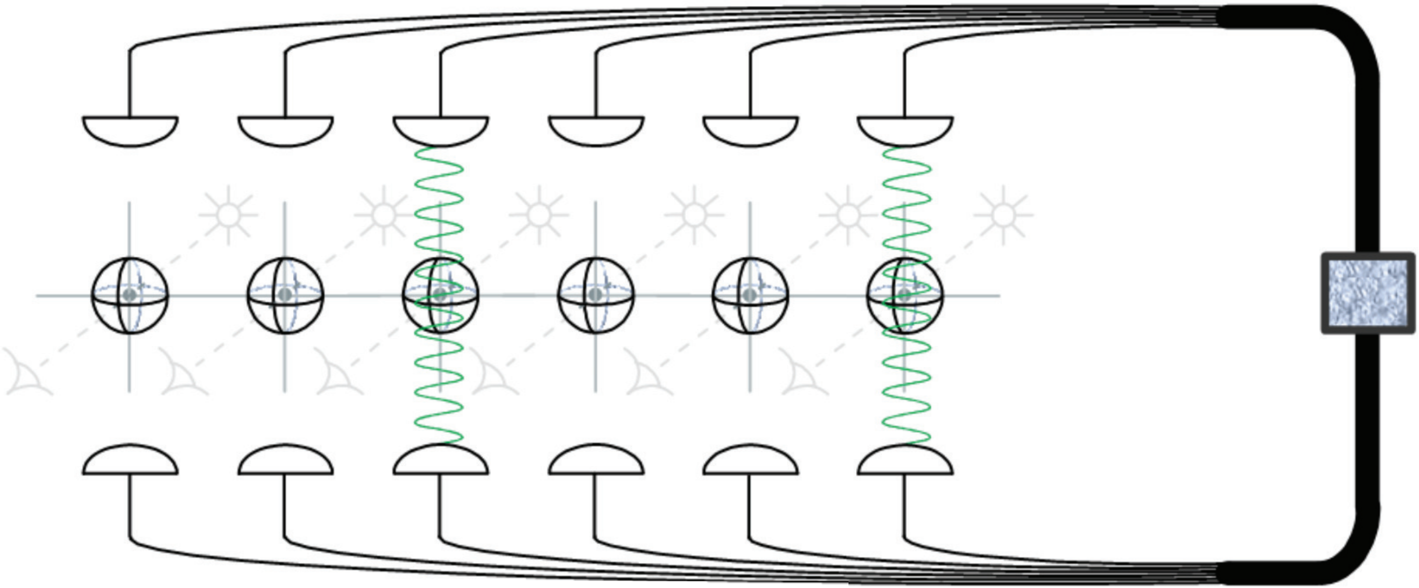
2. Квантова обработка на информацията



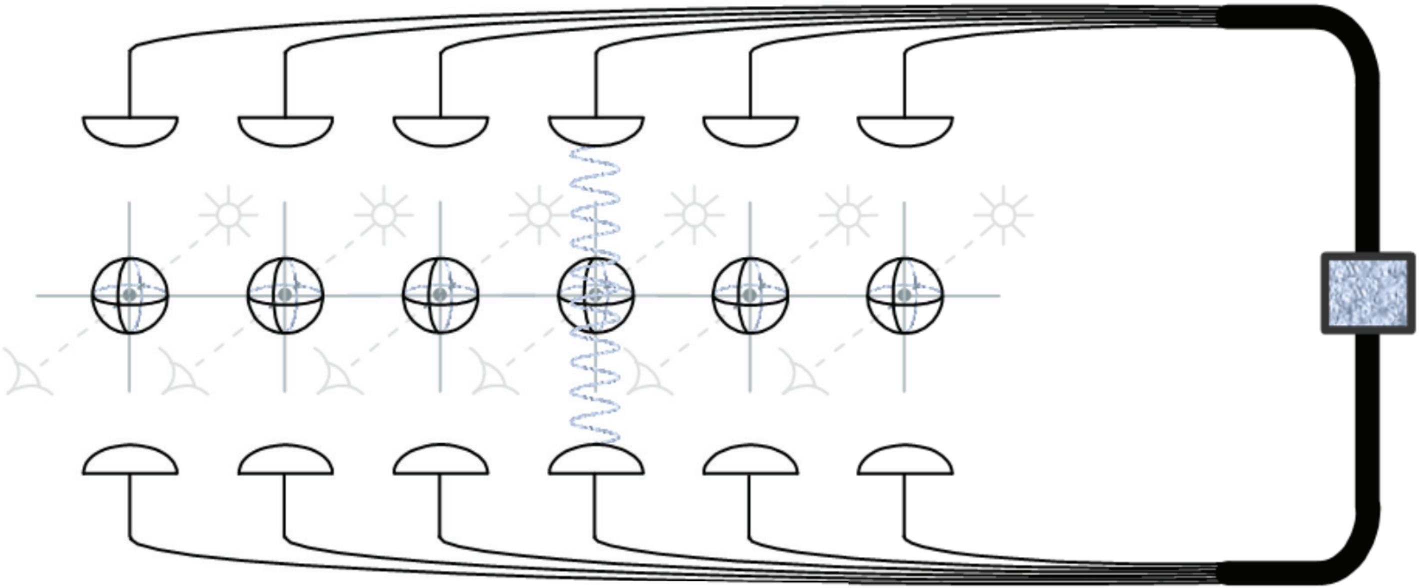
2. Квантова обработка на информацията



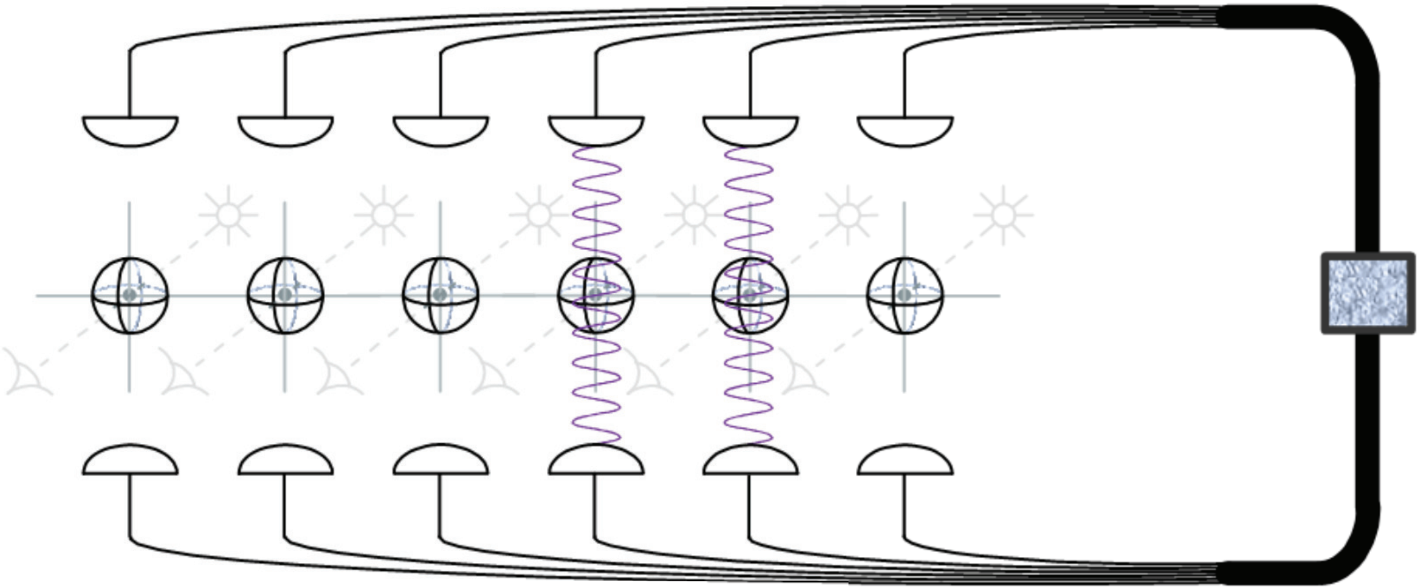
2. Квантова обработка на информацията



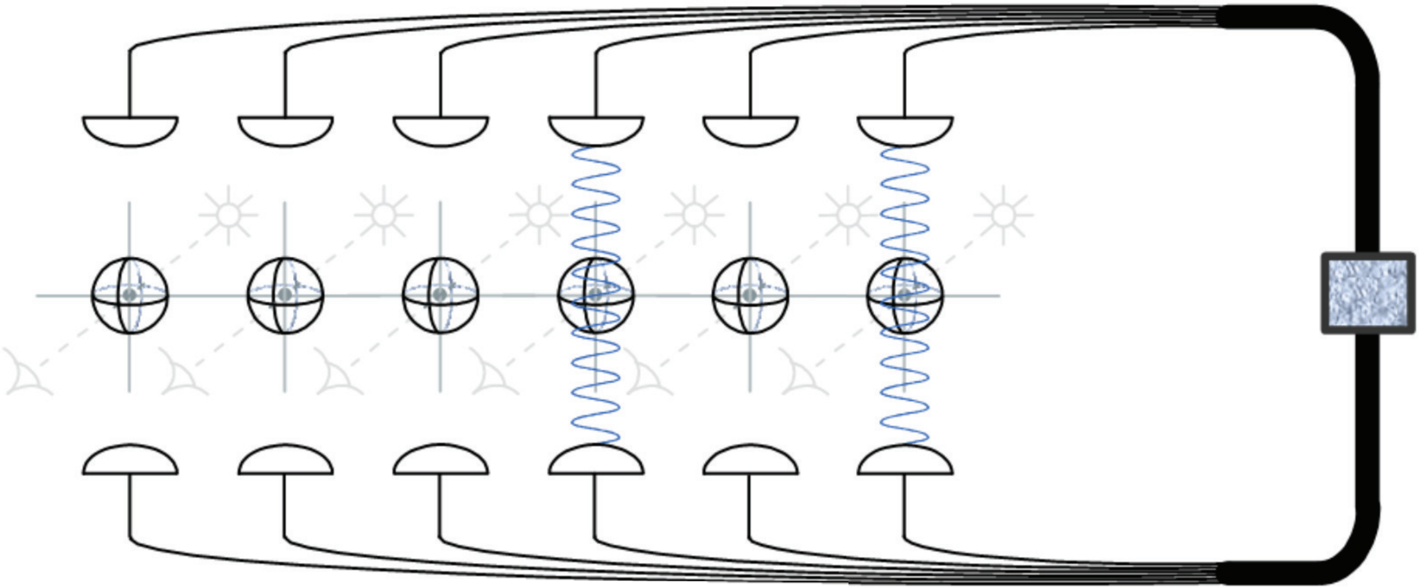
2. Квантова обработка на информацията



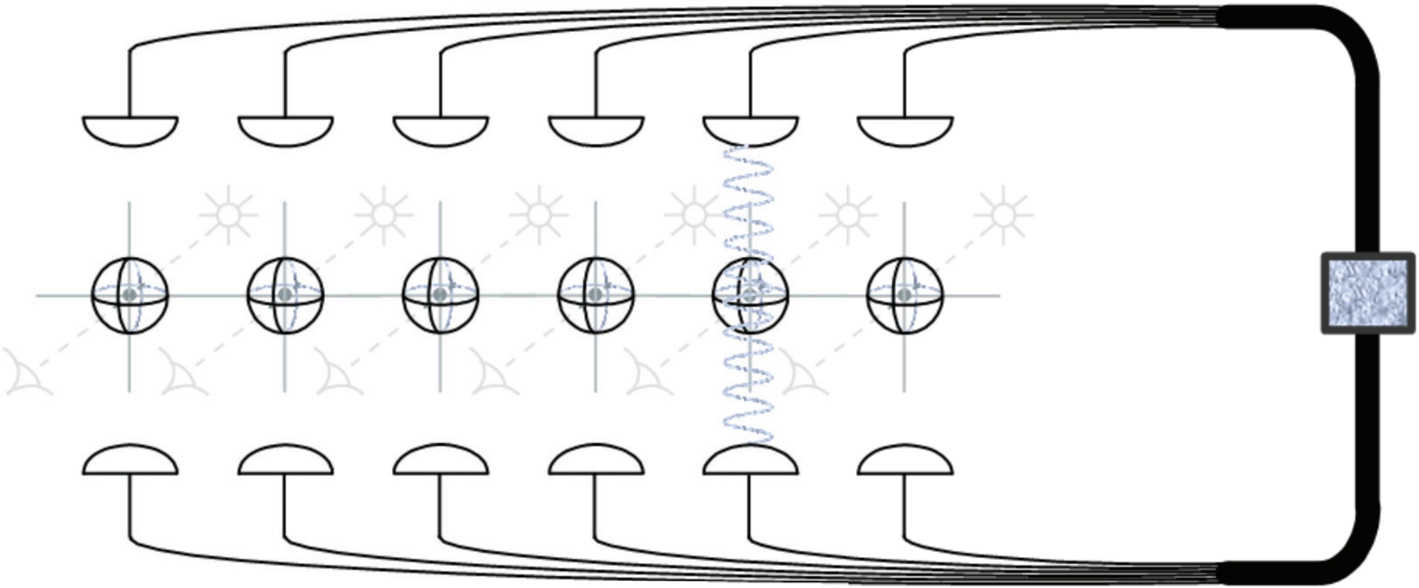
2. Квантова обработка на информацията



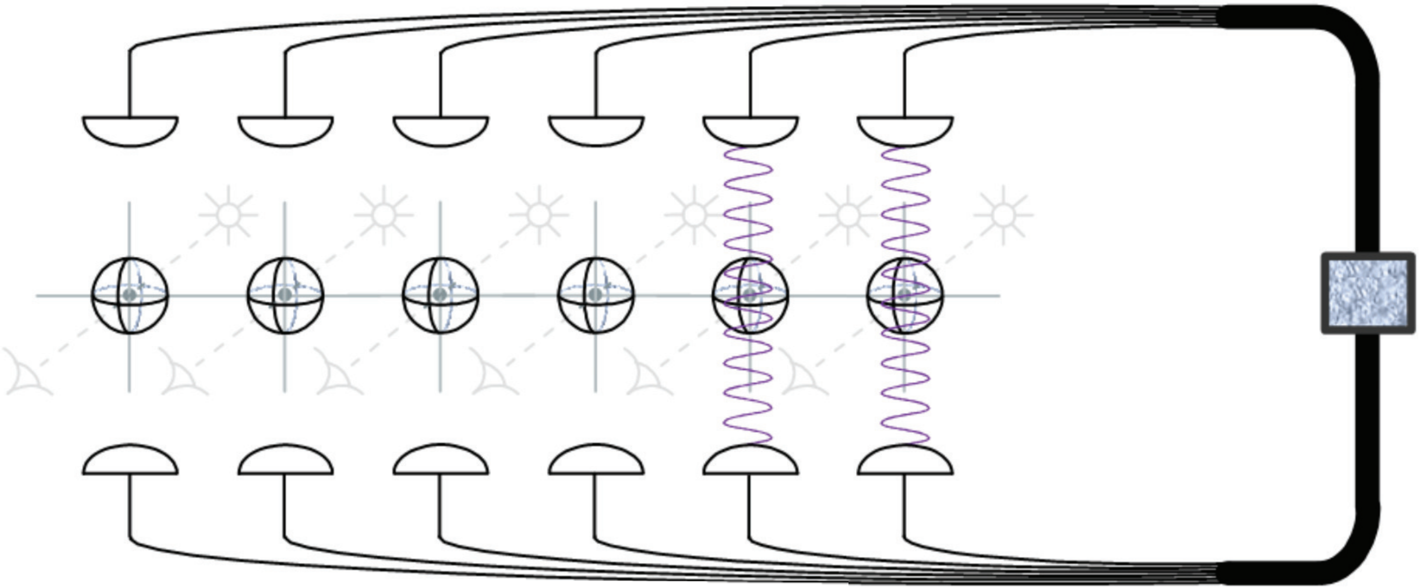
2. Квантова обработка на информацията



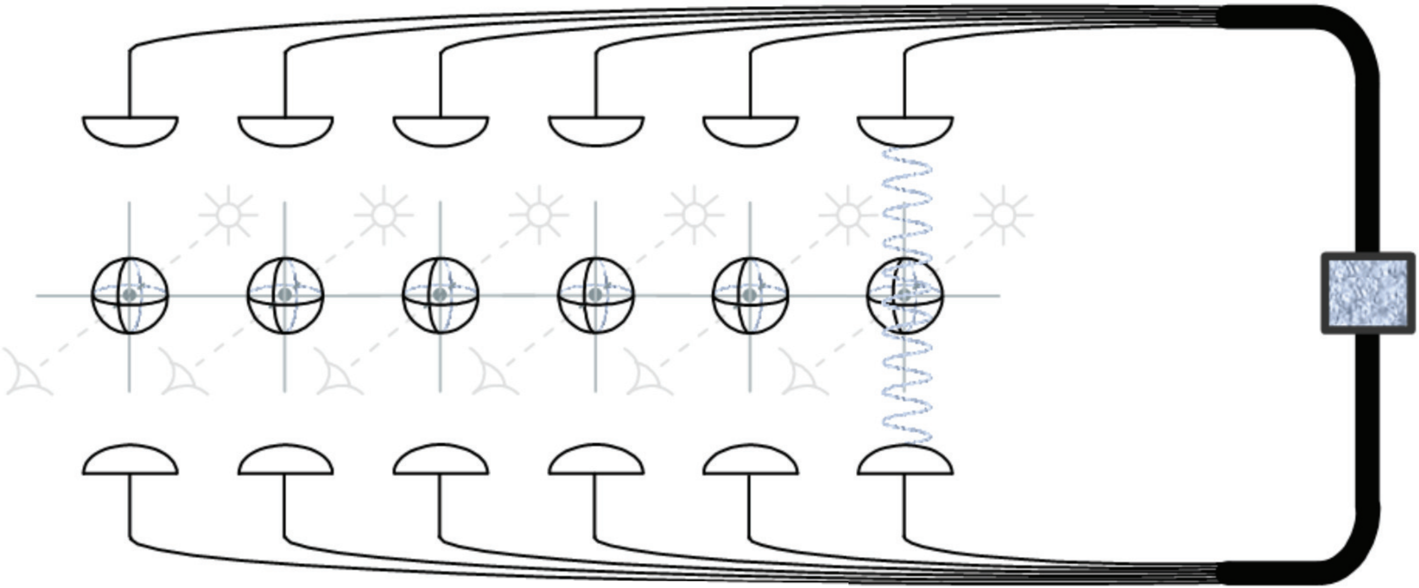
2. Квантова обработка на информацията



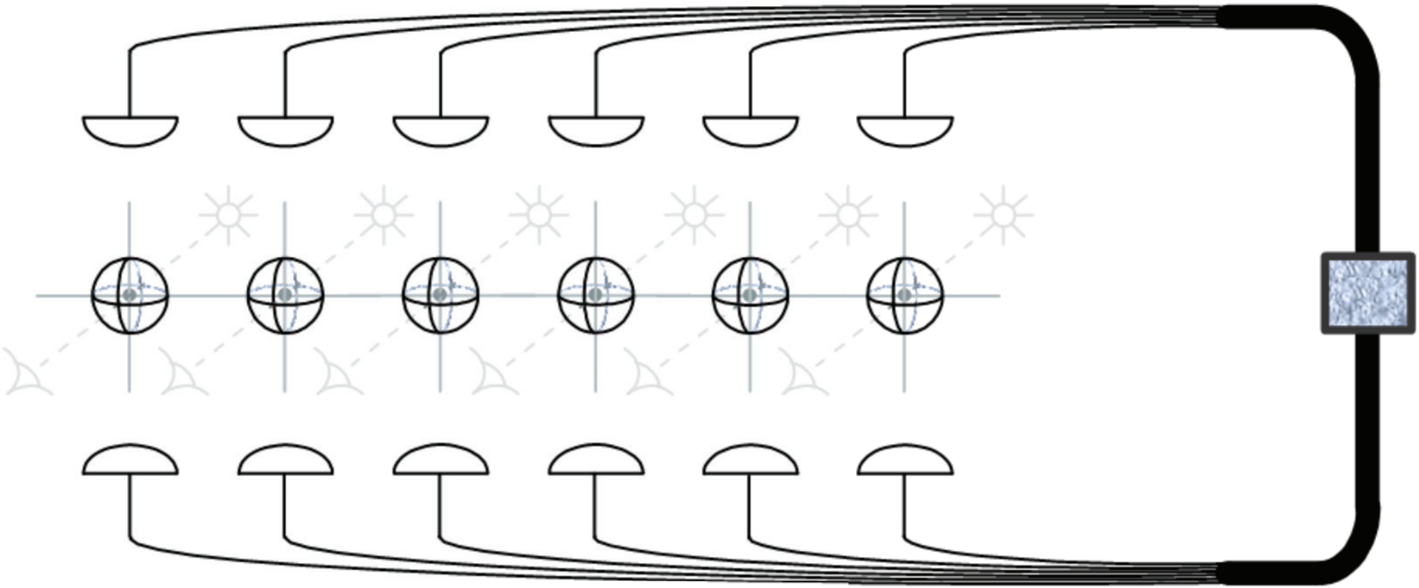
2. Квантова обработка на информацията



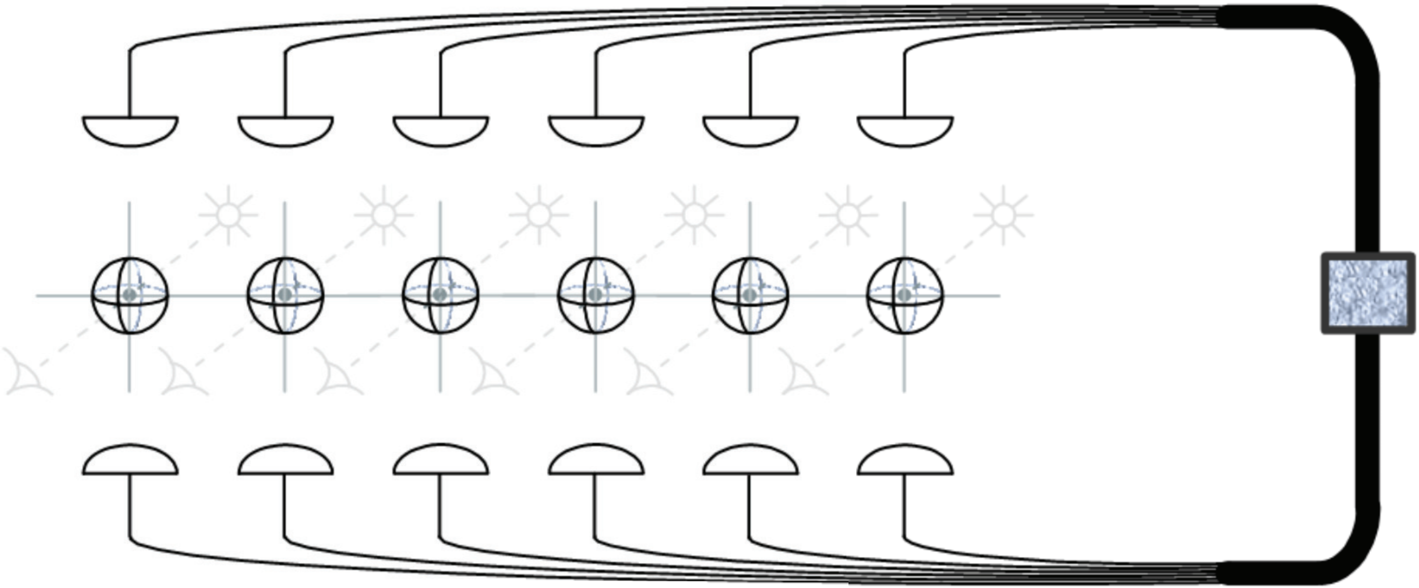
2. Квантова обработка на информацията



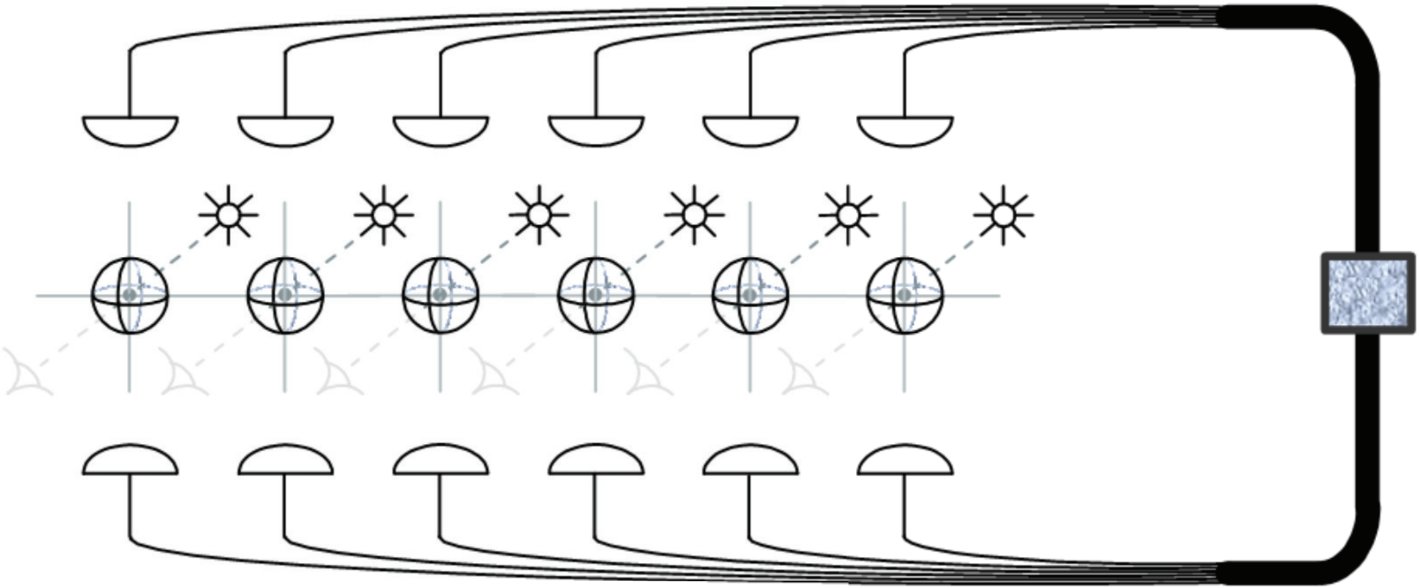
2. Квантова обработка на информацията



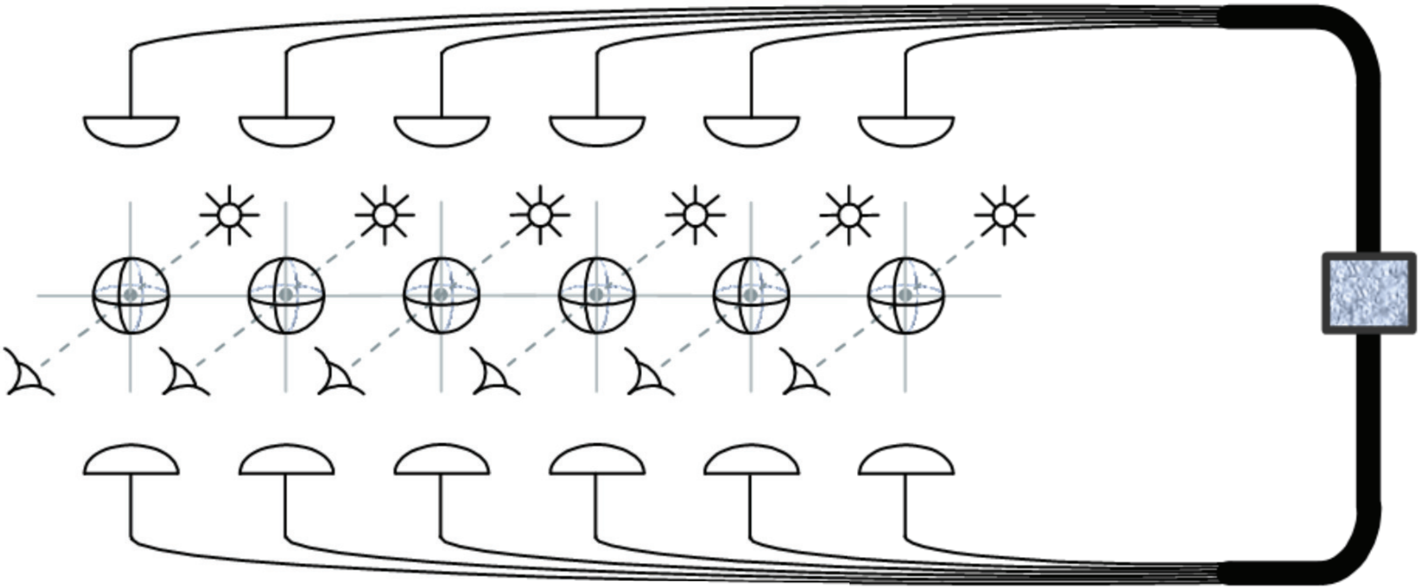
3. Отчитане на резултата



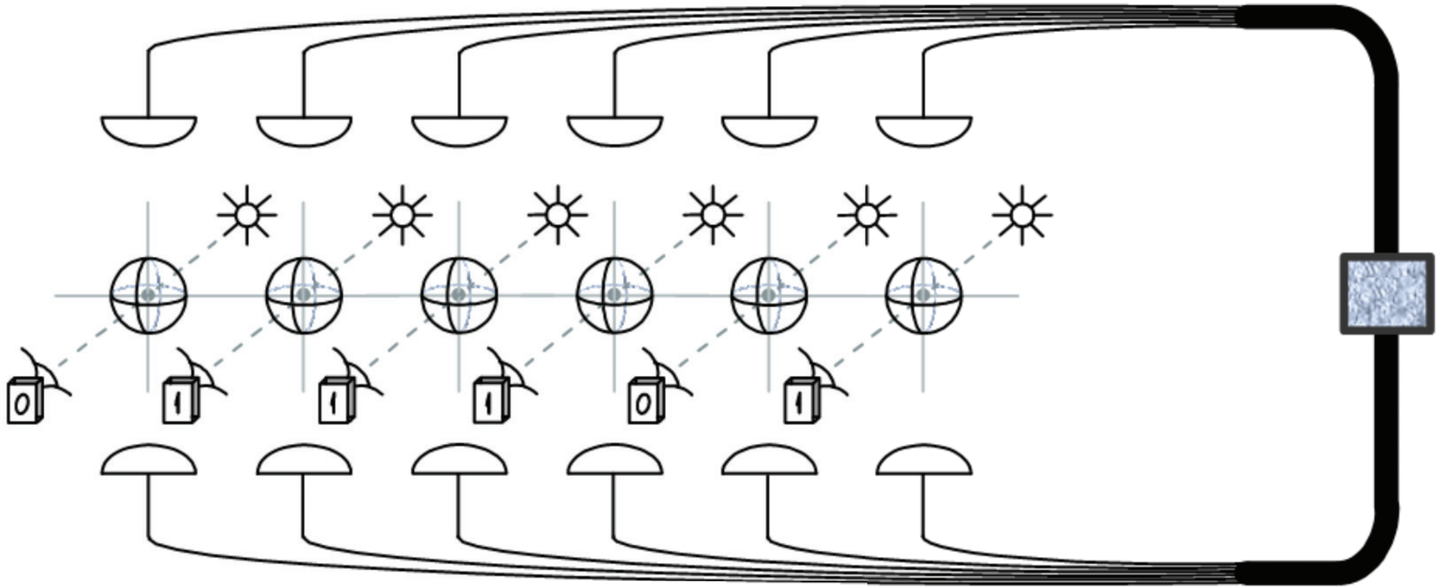
3. Отчитане на резултата



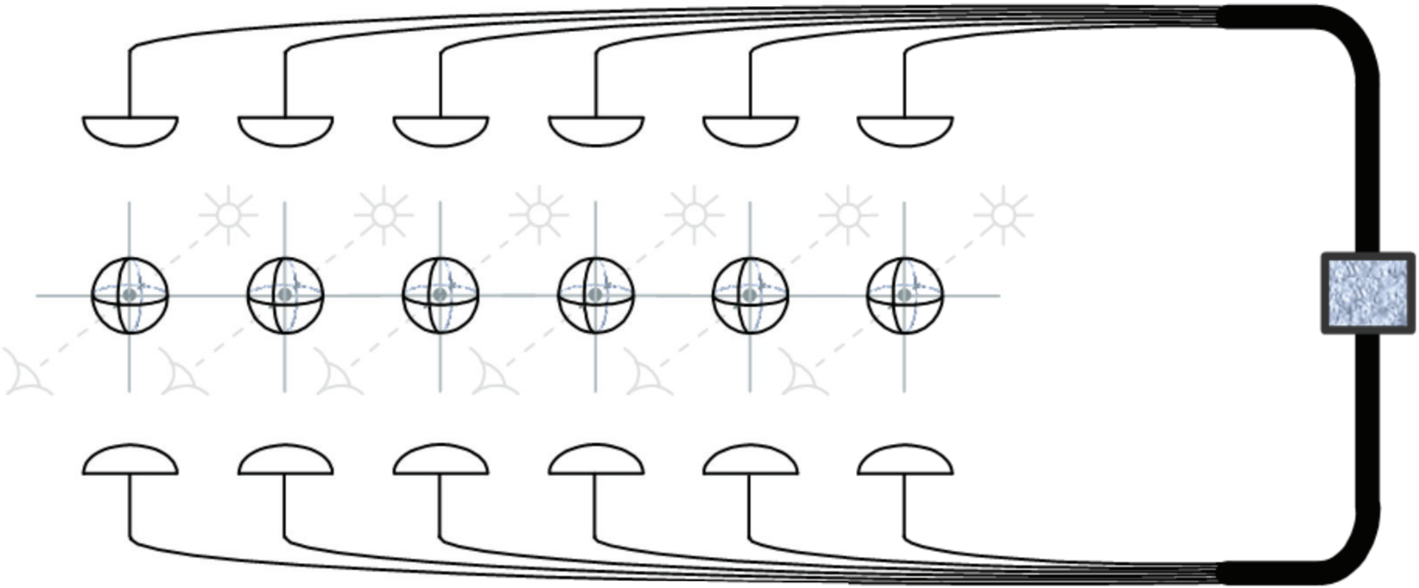
3. Отчитане на резултата



3. Отчитане на резултата



3. Отчитане на резултата



План:

1 Увод и исторически бележки

2 От квантова логика към хилбертови пространства

3 Състояния и амплитуди на вероятността

4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори

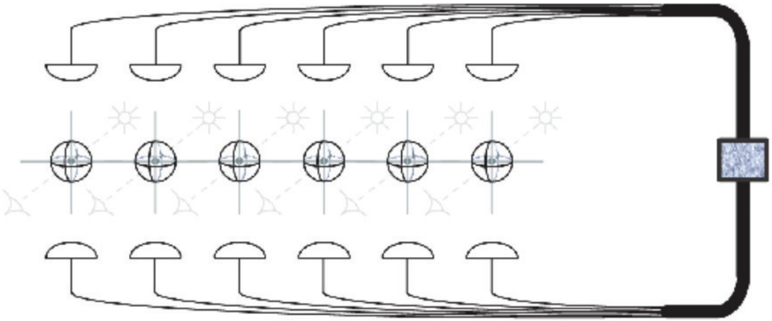
5 Мистерията на квантуването и теория на категориите

6 Квантово сплитане, скритипараметри, нелокалност и декохерентност

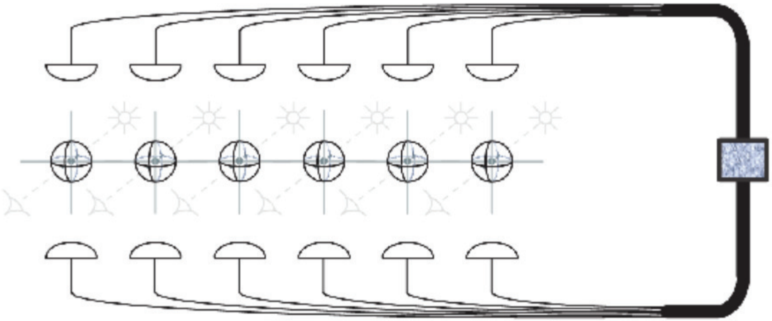
7 Първо сглобяване на квантов компютър

8 **Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления**

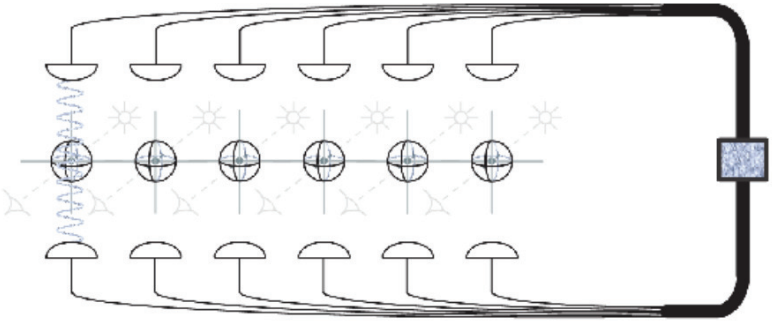
9 Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия



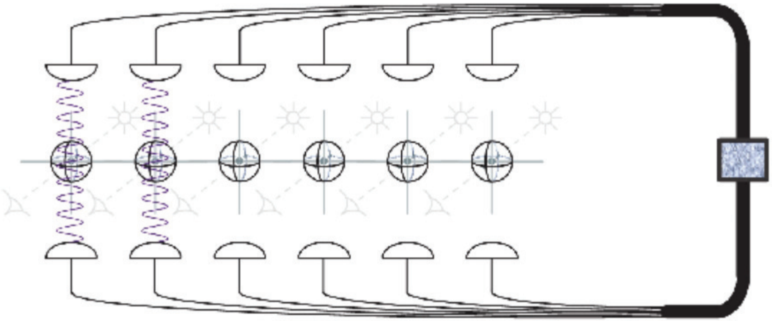
8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления



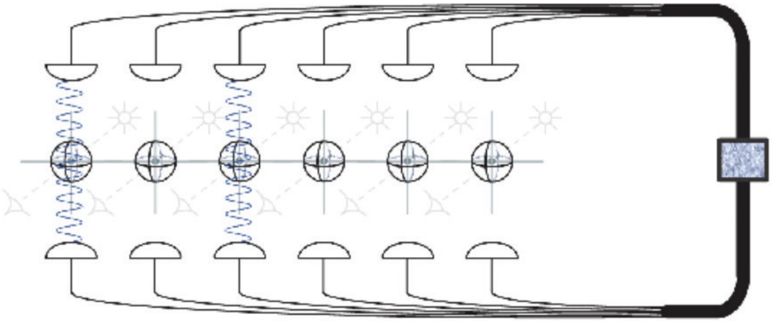
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



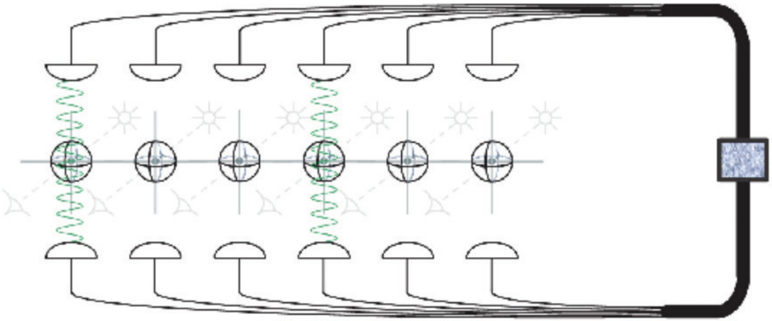
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



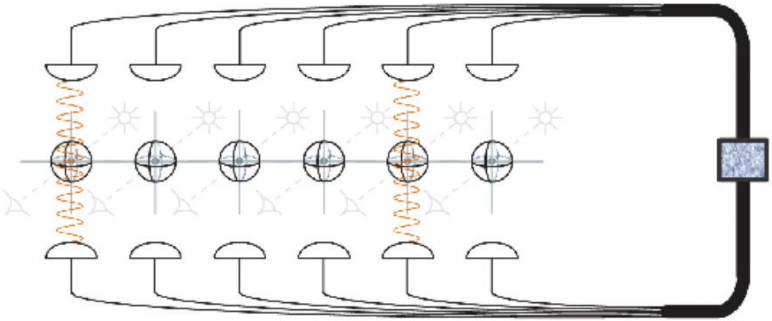
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



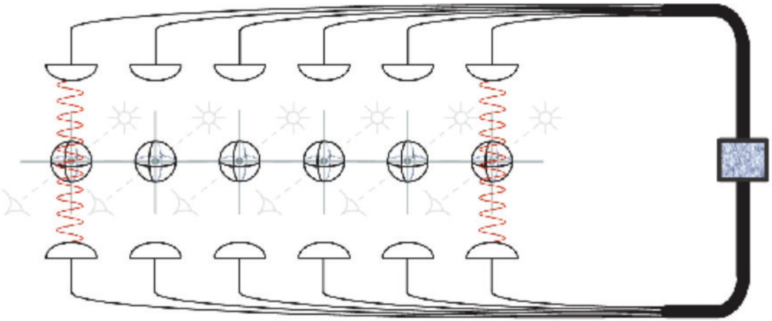
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



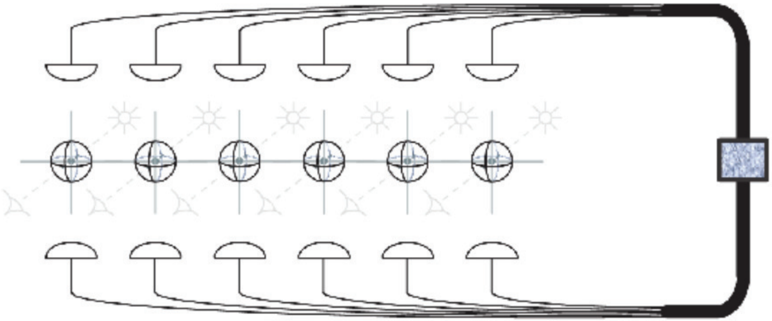
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



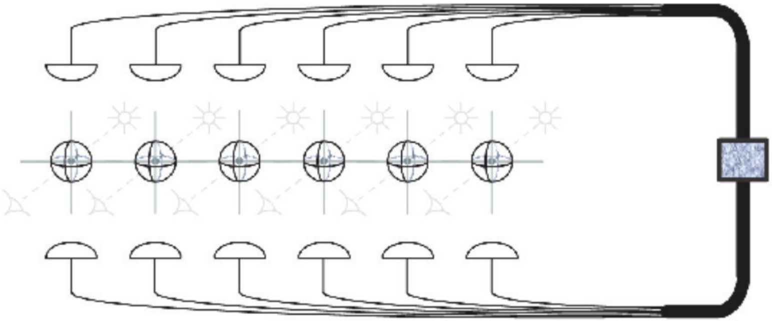
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

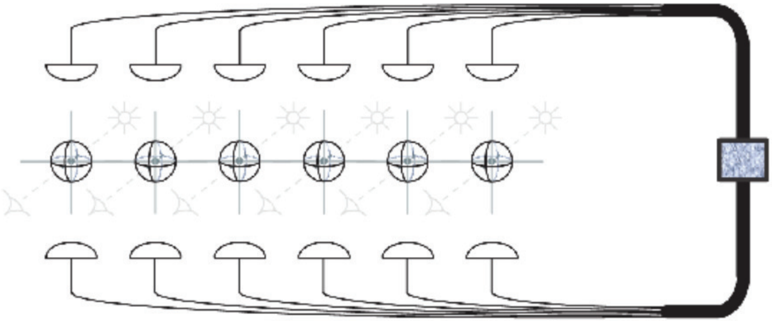


Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)



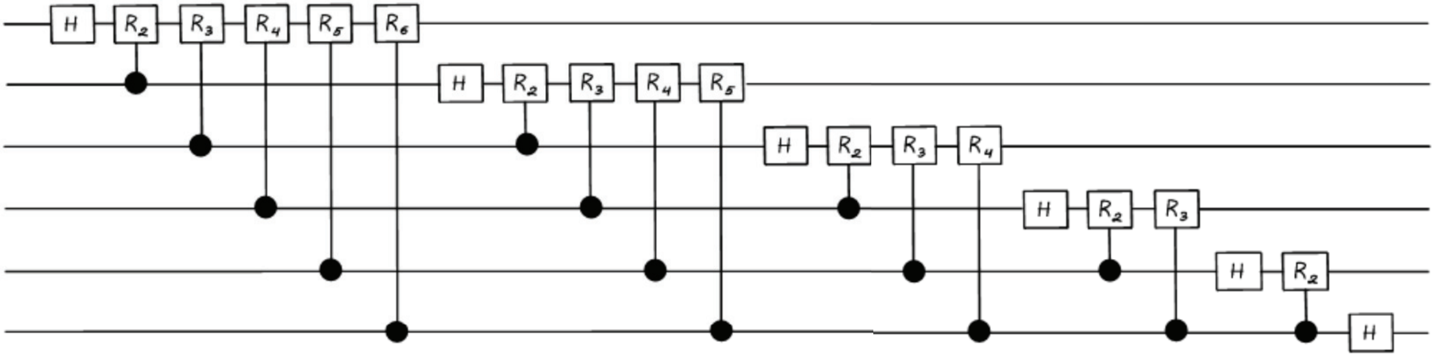
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

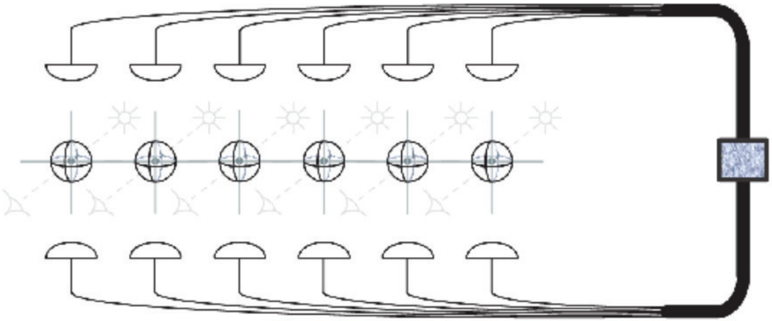
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

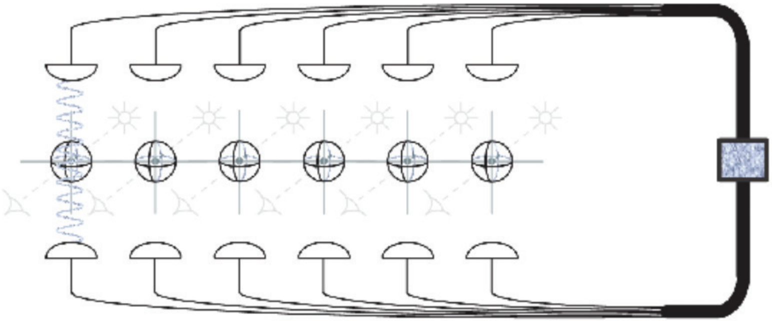
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига / quantum circuit)





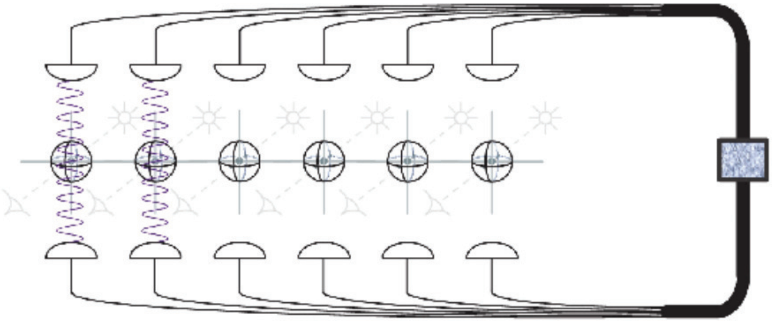
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



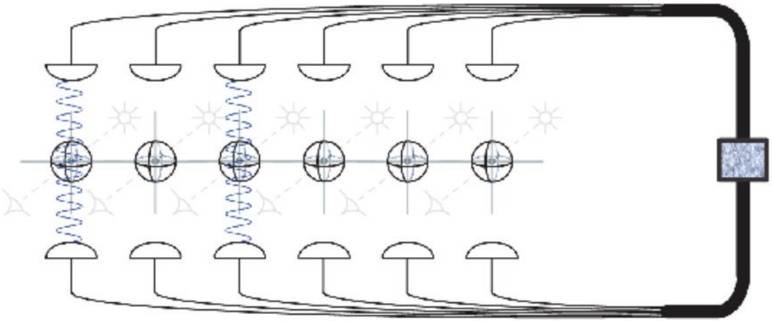
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



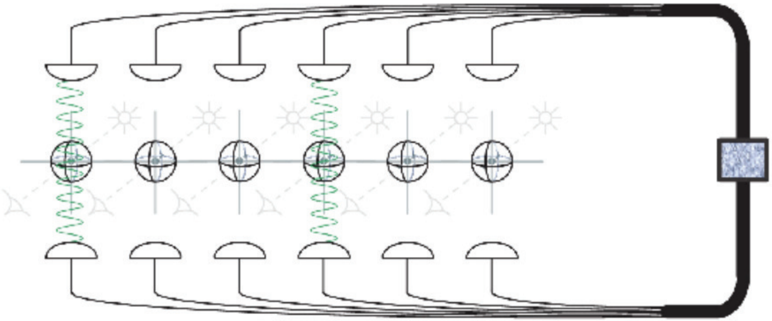
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



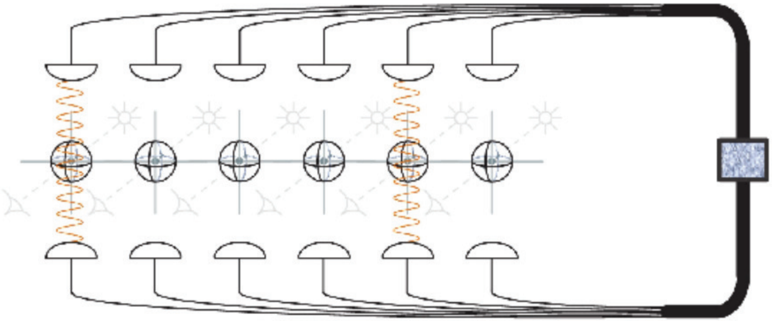
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат квантови гейтове (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича квантова схема (квантова верига/quantum circuit)



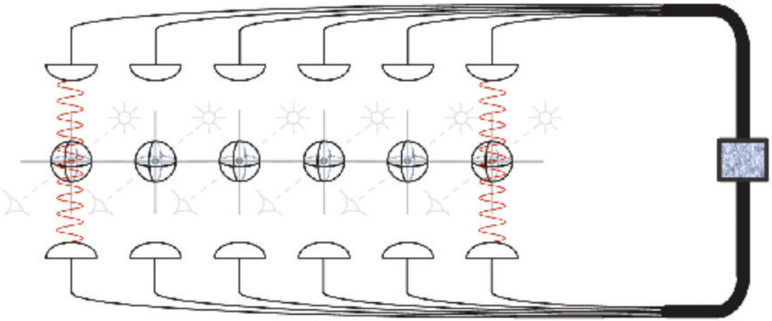
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



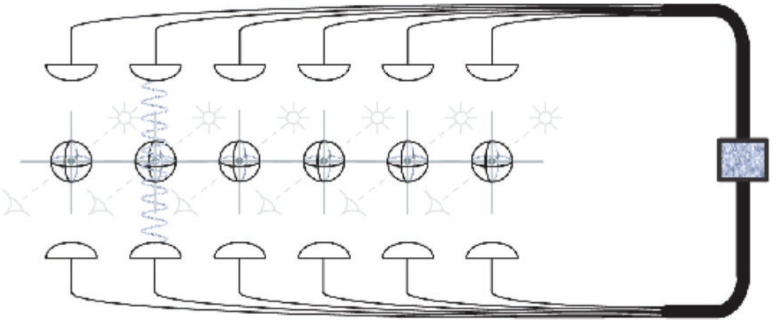
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



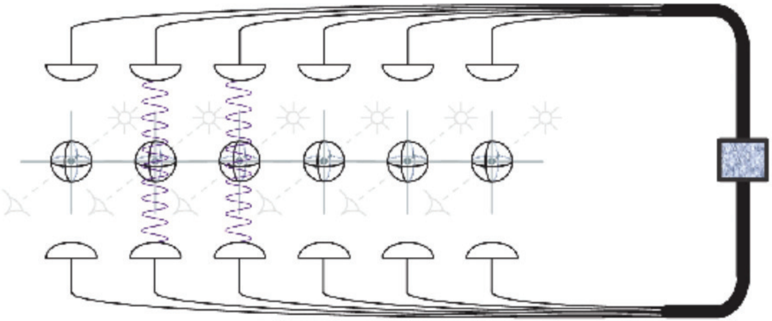
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



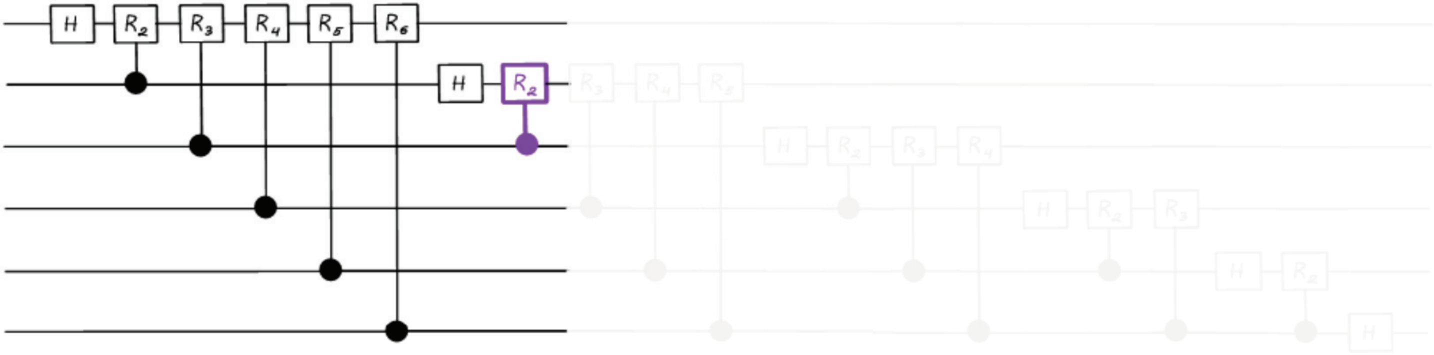
Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

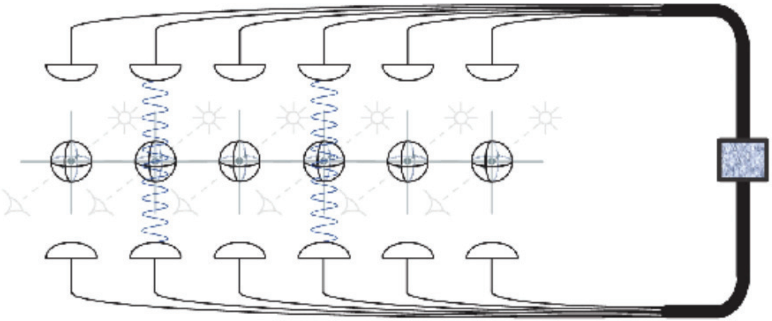
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)



Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

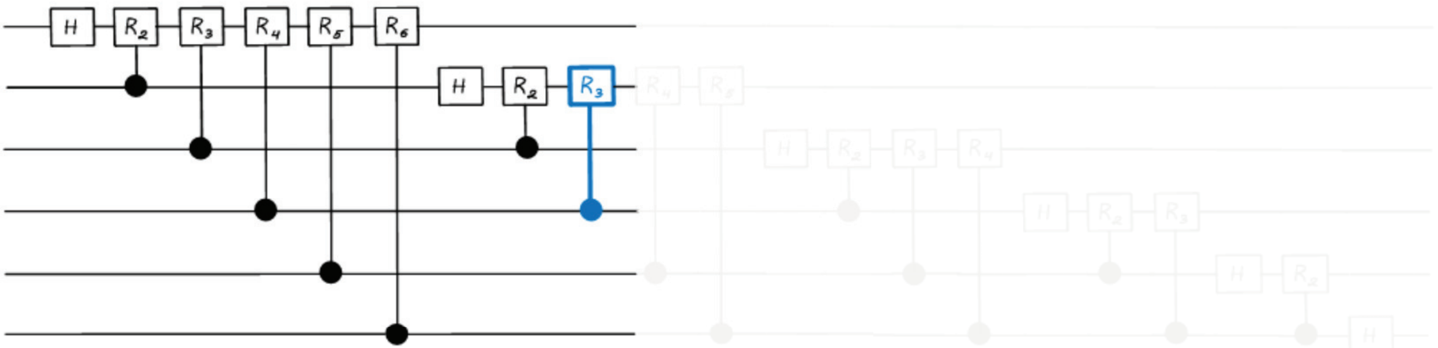
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

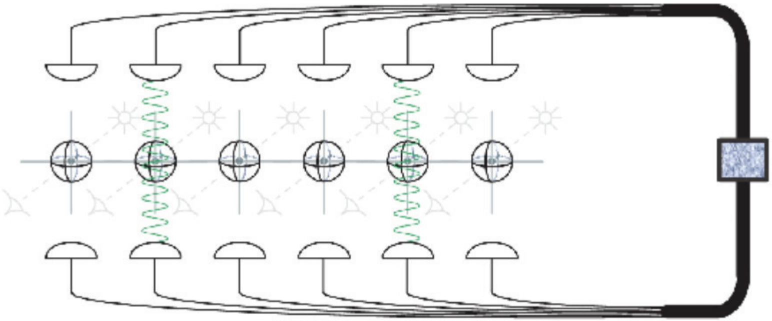




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

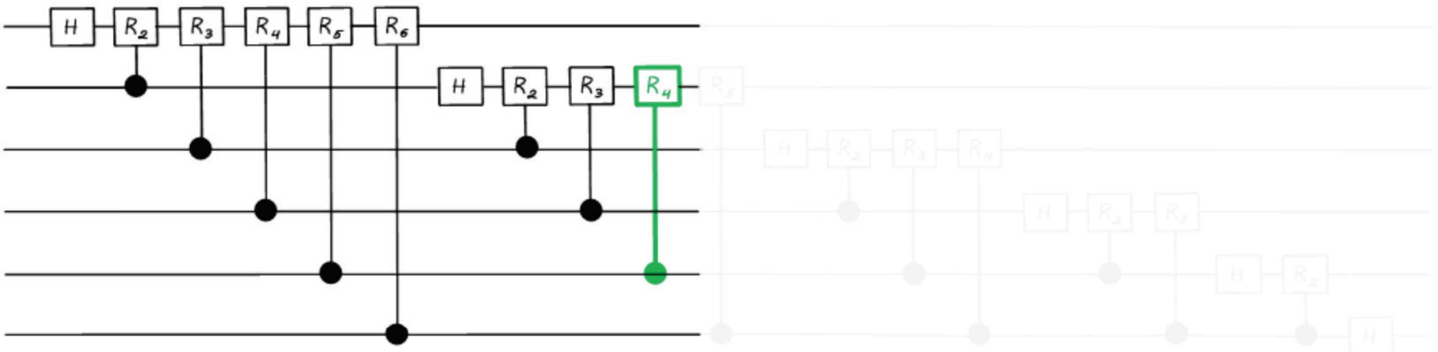
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

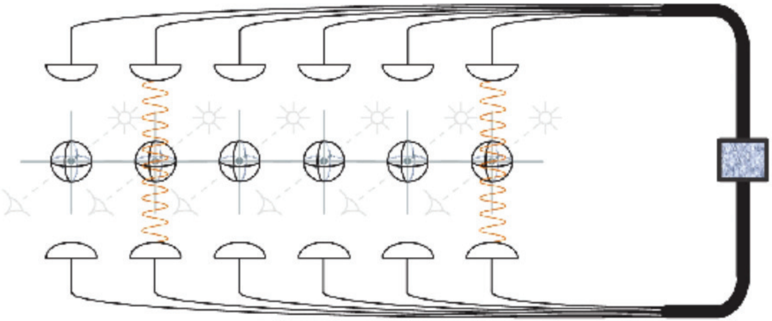




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

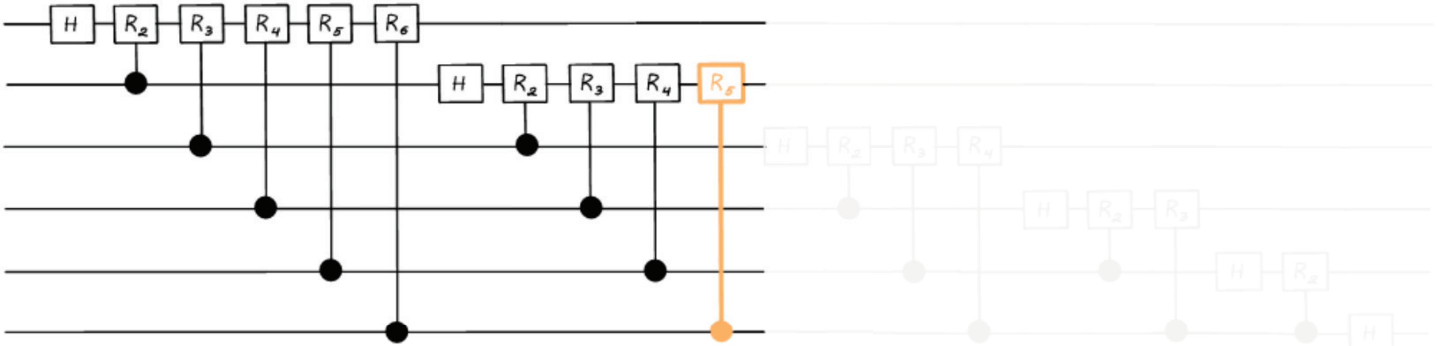
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига / quantum circuit)

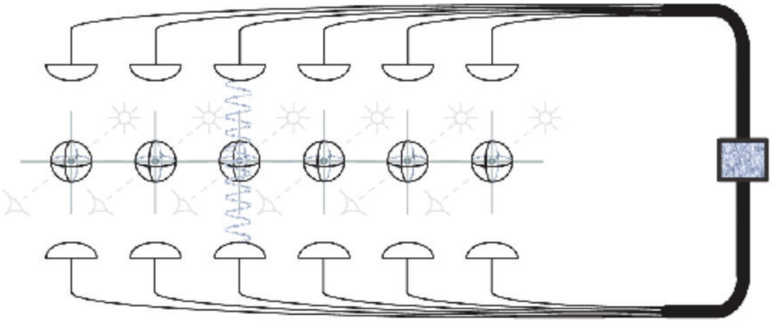




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

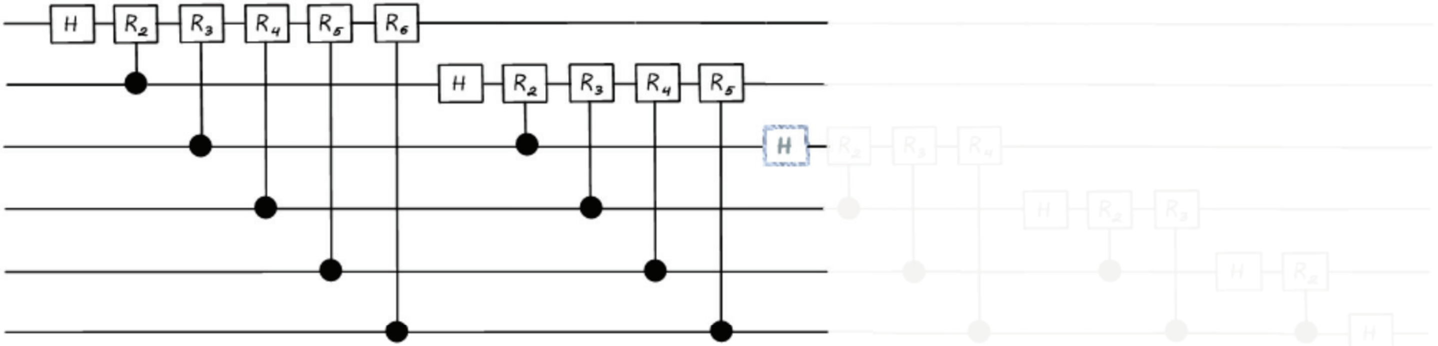
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

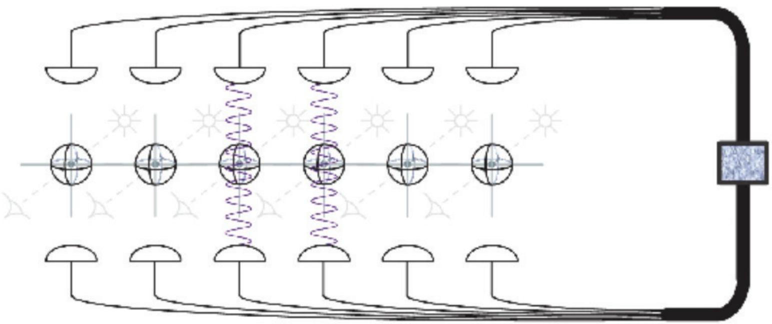




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

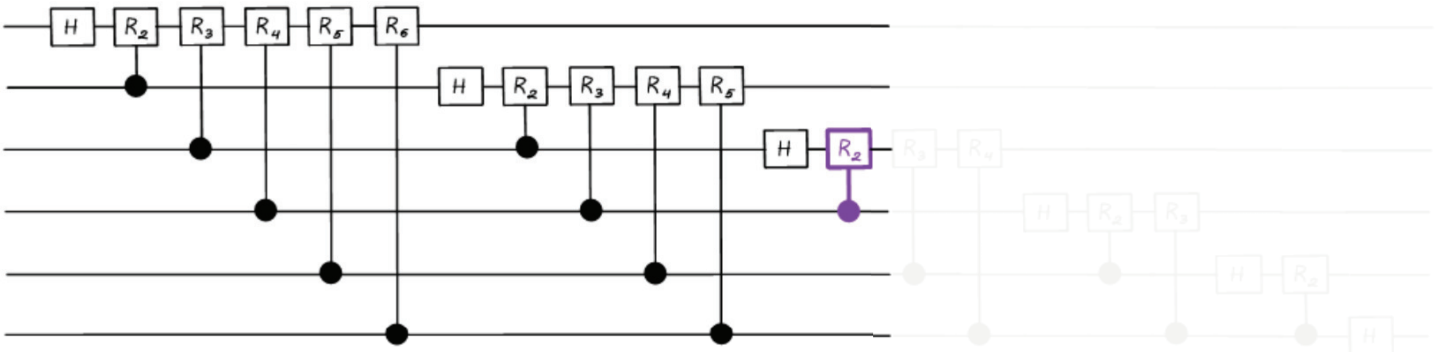
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

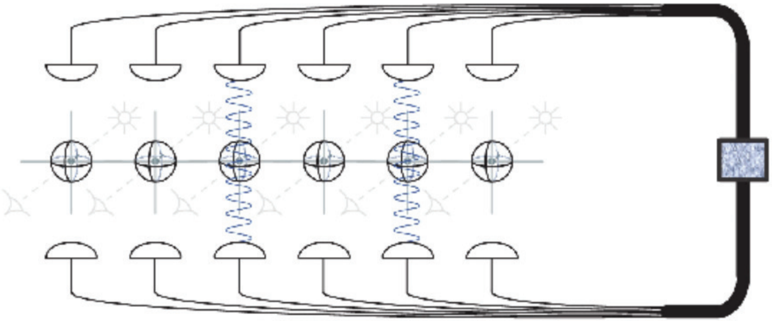




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат квантови гейтове (quantum gates)

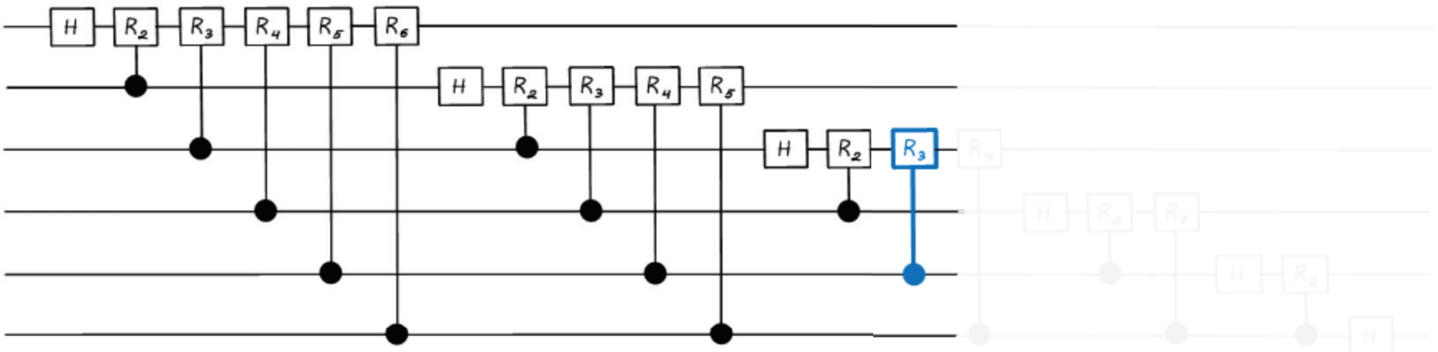
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича квантова схема (квантова верига / quantum circuit)

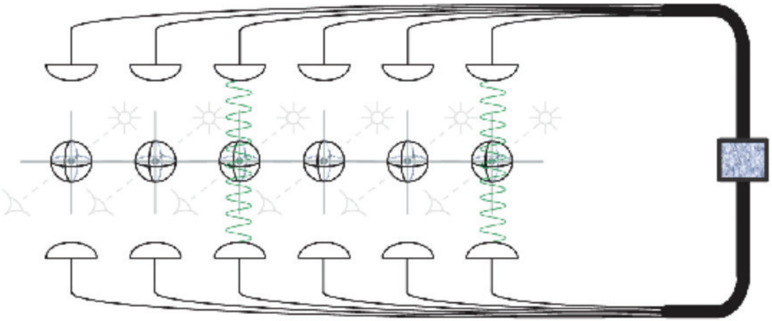




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

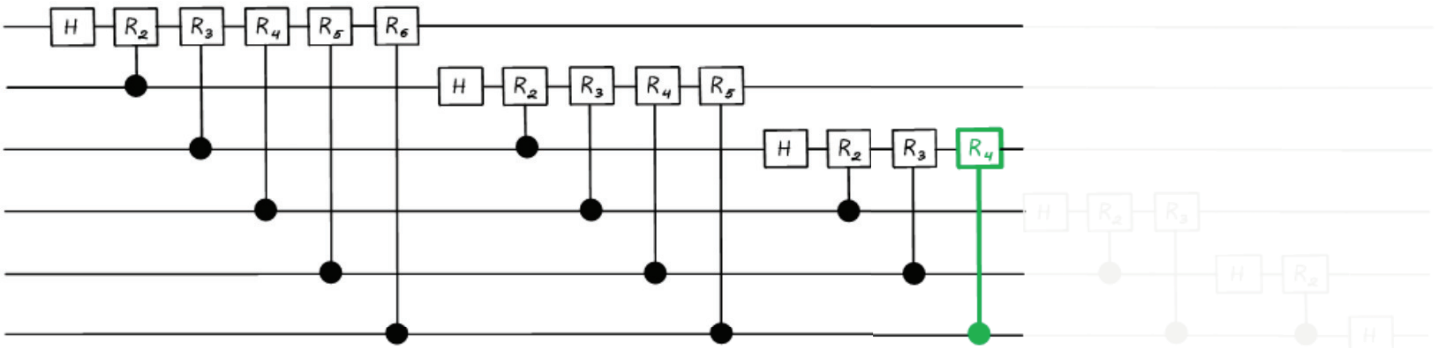
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

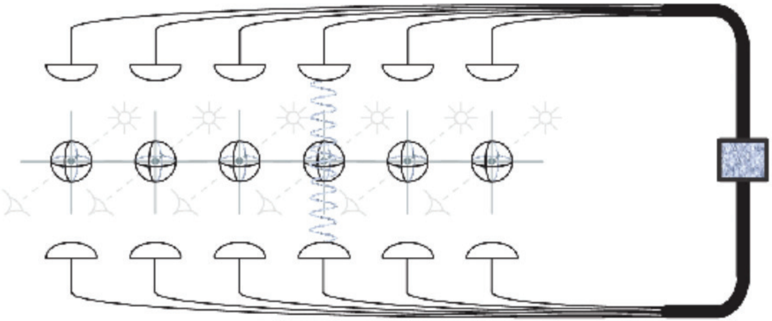




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

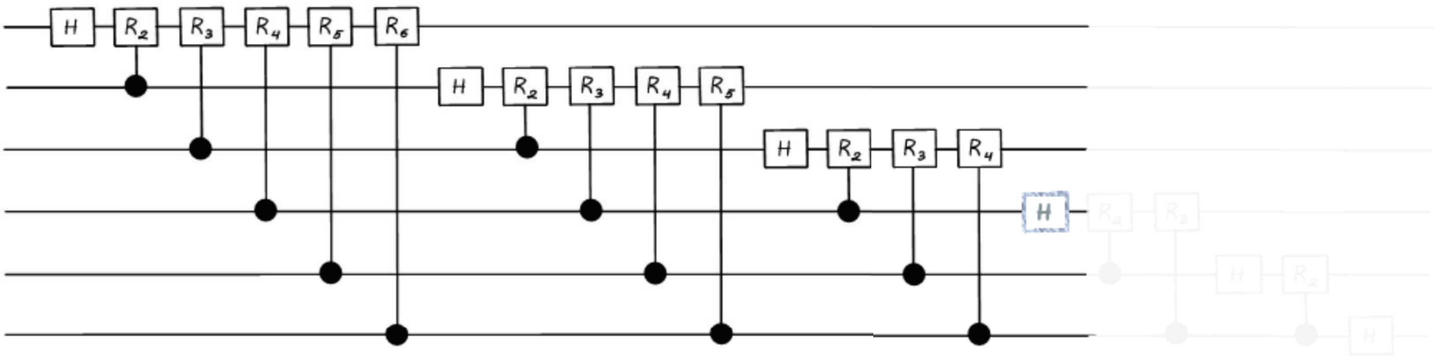
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

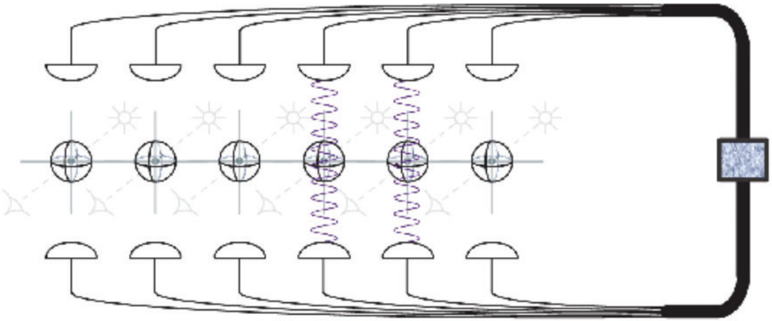




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

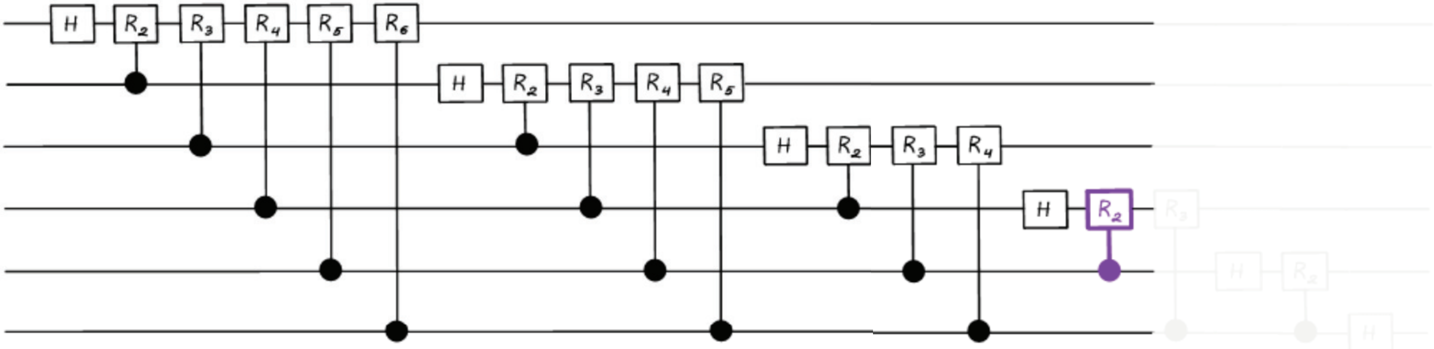
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

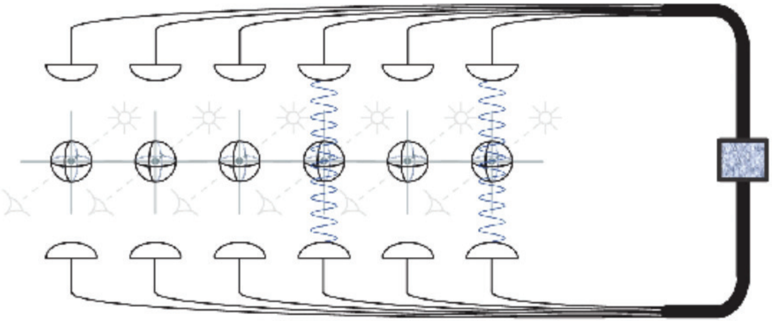




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат квантови гейтове (quantum gates)

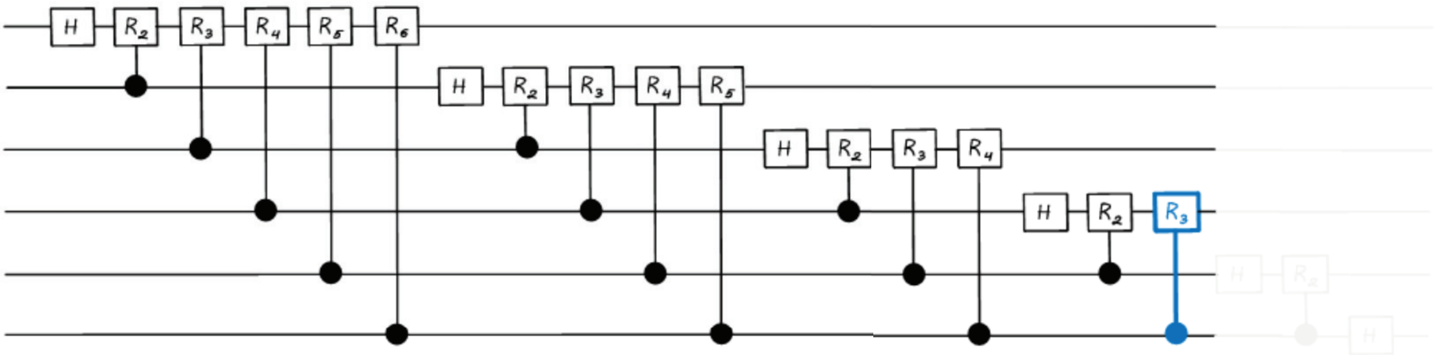
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича квантова схема (квантова верига / quantum circuit)



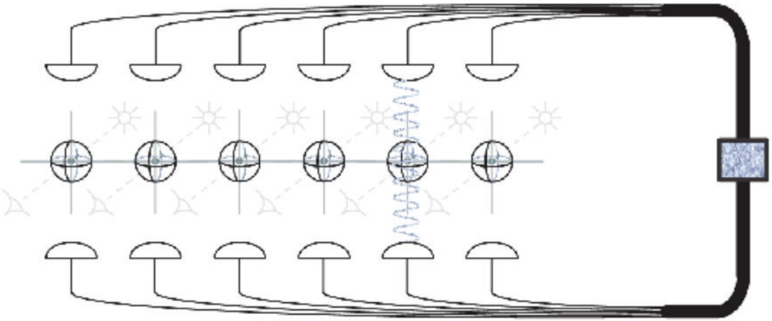


Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

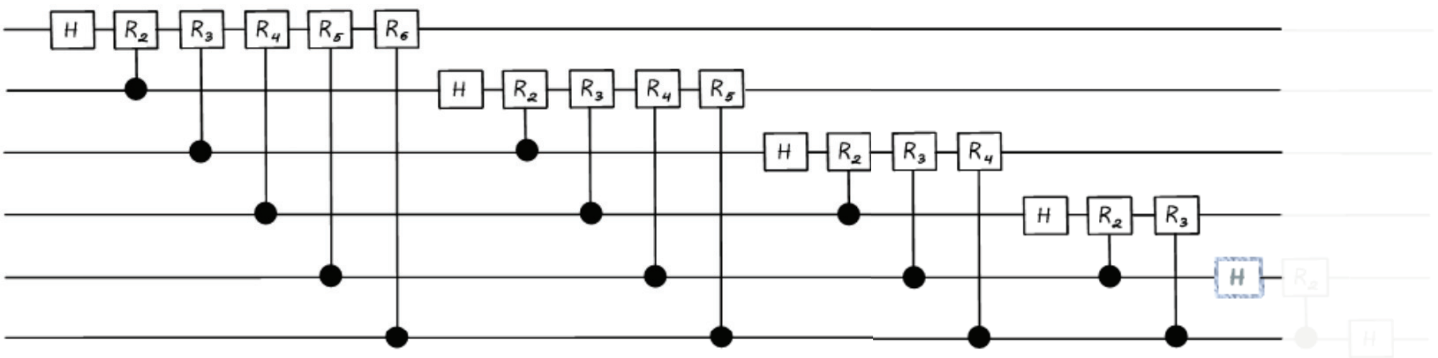


8. Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления

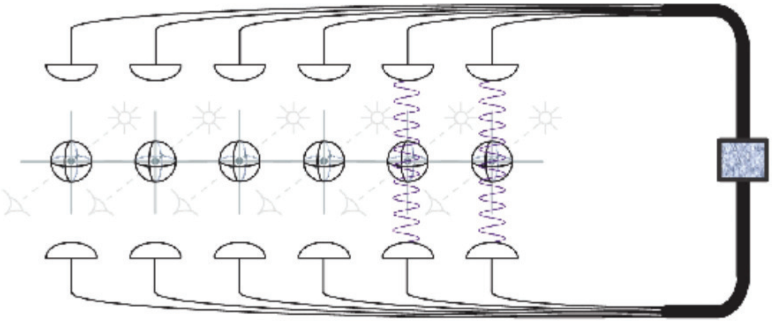


Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/ quantum circuit)

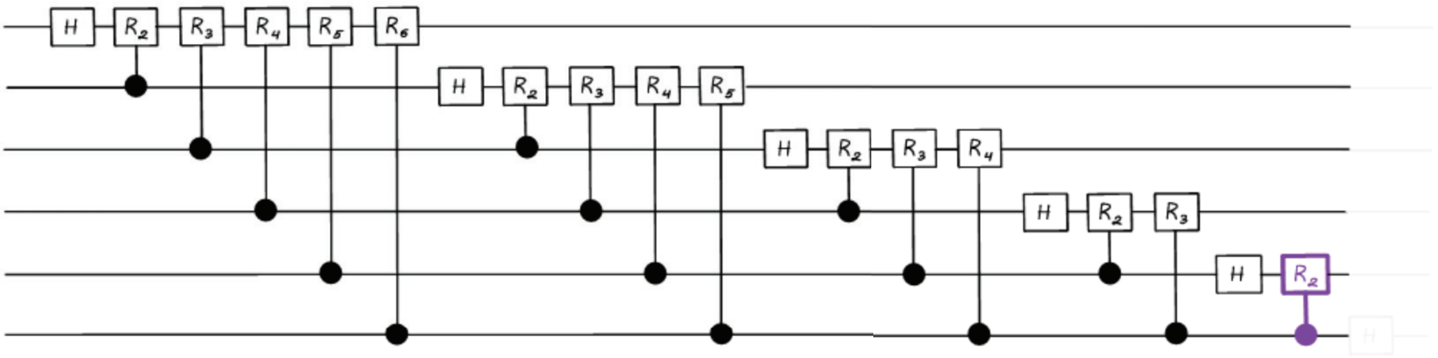


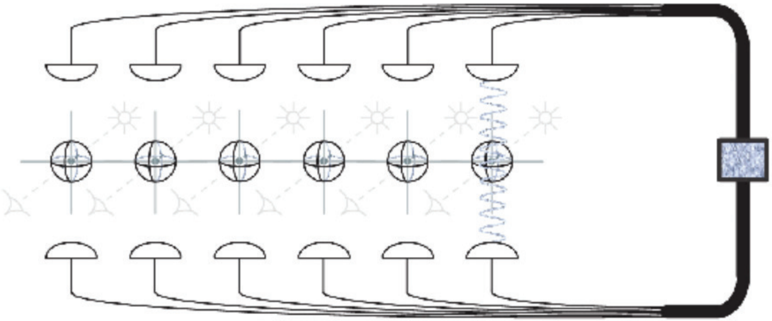
8. Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления



Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

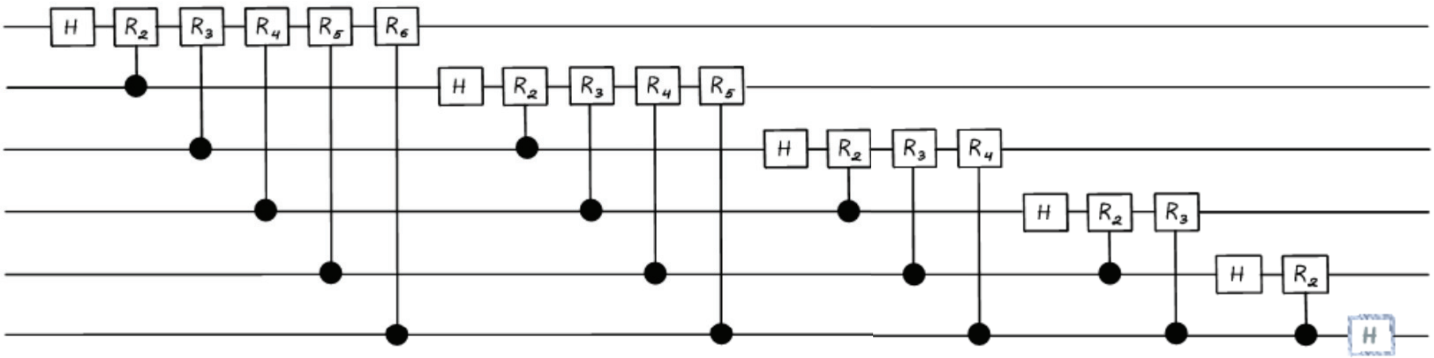
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/quantum circuit)

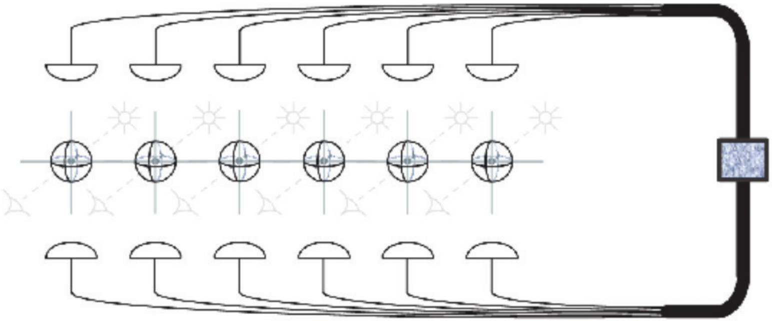




Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

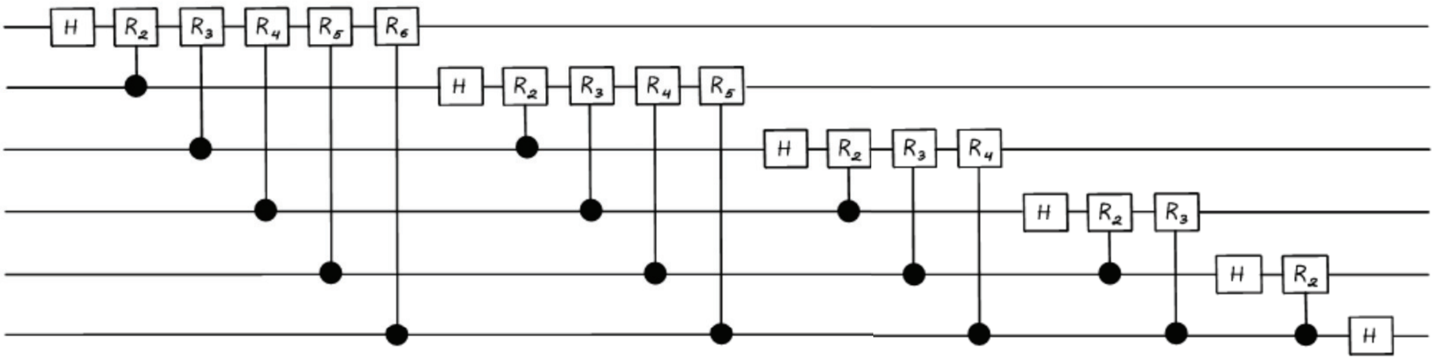
Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/quantum circuit)





Елементарните квантови трансформации, които съставляват квантовото изчисление се наричат <u>квантови гейтове</u> (quantum gates)

Графичното изобразяване на последователността на изпълнение на квантовите гейтове се нарича <u>квантова схема</u> (квантова верига/quantum circuit)



План:

1 Увод и исторически бележки

2 От квантова логика към хилбертови пространства

3 Състояния и амплитуди на вероятността

4 Измерване, колапс, квантов паралелизъм и събиране на вектори

5 Мистерията на квантуването и теория на категориите

6 Квантово сплитане, скрити параметри, нелокалност и декохерентност

7 Първо сглобяване на квантов компютър

8 Моделът на квантовите вериги за квантови изчисления

9 **Квантови алгоритми и квантово програмиране: дискусия**

Дискусионни въпроси:

- Програмните езици са практическият израз на алгоритмите.
- От по-принципна и концептуална гледна точка обаче, моделът на квантовите вериги и свързаните с него програмни езици изглеждат като ”програмиране на ниско ниво“.
- Ние директно описваме инструкциите за обработка на квантовите регистри.
- Засега обаче не е толкова добре изградена концепцията за квантово програмиране от по-високо ниво.
- В класическите програмни парадигми има декларативен, функционален подход, при който алгоритми могат да оперират върху алгоритми (при подходяща формализация на това).
- Основният концептуален проблем е въпроса с измерването, което в класическия случай е постоянно и поради това не се отчита изобщо.
- В този ред на концептуални проблеми ще отбележим и липсата на ясен квантов аналог на проблема за спиране (halting problem).

Благодаря за вниманието