# *КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА*

Николай М. Николов

Лекция 7 / 20.11.2023,   версия 1

# 1. Основни принципи на квантовата теория

# 1. Основни принципи на квантовата теория :
## статистика на общи системи (преговор)

# 1. Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

# 1. Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;

# 1. Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;

# 1. Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

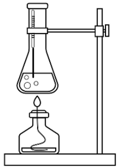
Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.

# 1. Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

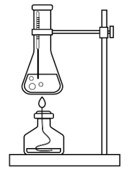
Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.



класическо измерване

# 1. Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)



класическо измерване

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

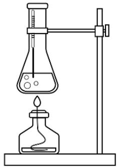
- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.

$\mathrm{Prob}_\rho(Q)$ := вероятност за настъпване (след измерване) на събитие $Q$ в състояние $\rho$

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.

$\mathrm{Prob}_\rho(Q)$ := вероятност за настъпване (след измерване) на събитие $Q$ в състояние $\rho$

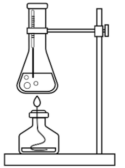

класическо измерване

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.

  $\mathrm{Prob}_\rho(Q)$ := вероятност за настъпване (след измерване) на събитие $Q$ в състояние $\rho$

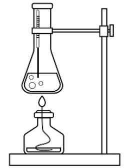
- Възможни стойности на наблюдаема $A$ = спектър, $\mathrm{Spec}\, A$;
  спектъра на събитие е $\subseteq \{0,1\}$.


класическо измерване

Основни понятия и изрази (език) в квантовата теория

- наблюдаема, събитие – частен случай на наблюдаема;
- състояние;
- измерване на наблюдаема (измерване / тестване на събитие) в състояние и вероятност за това.

  $\mathrm{Prob}_\rho(Q)$ := вероятност за настъпване (след измерване) на събитие $Q$ в състояние $\rho$



класическо измерване

- Възможни стойности на наблюдаема $A$ = спектър, $\mathrm{Spec}\, A$; спектъра на събитие е $\subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема $A$ и число пораждат събитие "$A$ приема стойност $\alpha$ след измерване" $\equiv$ "$A = \alpha$"

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Възможни стойности на наблюдаема $A$ = спектър, $\mathrm{Spec}\,A$ ;
  спектъра на събитие е $\subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема $A$ и число поражда събитие
  "$A$ приема стойност $\alpha$ след измерване" $\equiv$ "$A = \alpha$"

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Възможни стойности на наблюдаема $A$ = спектър, $\mathrm{Spec}\,A$ ;
  спектъра на събитие е $\subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема $A$ и число поражда събитие
  "$A$ приема стойност $\alpha$ след измерване" $\equiv$ "$A = \alpha$"
- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., "$Q = 1$".
  "$Q = 0$" $\equiv$ "$Q^{\perp} = 1$" ($Q^{\perp}$ е отрицанието на $Q$).

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Възможни стойности на наблюдаема $A$ = спектър, $\mathrm{Spec}\,A$;

  спектъра на събитие е $\subseteq \{0,1\}$.

- Всяка наблюдаема $A$ и число поражда събитие

  "$A$ приема стойност $\alpha$ след измерване" $\equiv$ "$A=\alpha$"

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., "$Q=1$".

  "$Q=0$" $\equiv$ "$Q^{\perp}=1$" ($Q^{\perp}$ е отрицанието на $Q$).

- Средна стойност на наблюдаема $A$ при измерване в състояние $\rho$:

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho} = \sum_{\alpha \in \mathrm{Spec}\,A} \alpha . \mathrm{Prob}_{\rho}\{A=\alpha\}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Възможни стойности на наблюдаема $A$ = спектър, $Spec\, A$ ;
  спектъра на събитие е $\subseteq \{0,1\}$.
- Всяка наблюдаема $A$ и число поражда събитие
  „$A$ приема стойност $\alpha$ след измерване" $\equiv$ „$A = \alpha$"
- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., „$Q = 1$".
  „$Q = 0$" $\equiv$ „$Q^{\perp} = 1$" ($Q^{\perp}$ е отрицанието на $Q$).
- Средна стойност на наблюдаема $A$ при измерване в състояние $\rho$ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho} = \sum_{\alpha \in Spec\, A} \alpha . \, Prob_{\rho} \{ A = \alpha \}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_{\rho} \equiv Prob_{\rho}(Q)$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., "$Q = 1$".

  "$Q = 0$" $\equiv$ "$Q^{\perp} = 1$" ($Q^{\perp}$ е отрицанието на $Q$).

- Средна стойност на наблюдаема $A$ при измерване в състояние $\rho$ :

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho} = \sum_{\alpha \in \mathrm{Spec}\, A} \alpha . \mathrm{Prob}_{\rho}\{A = \alpha\}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_{\rho} \equiv \mathrm{Prob}_{\rho}(Q)$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., "$Q = 1$".

  "$Q = 0$" $\equiv$ "$Q^\perp = 1$" ($Q^\perp$ е отрицанието на $Q$).

- Средна стойност на наблюдаема $A$ при измерване в състояние $\rho$:

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho = \sum_{\alpha \in \mathrm{Spec}\, A} \alpha . \mathrm{Prob}_\rho \{A = \alpha\}$$

Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_\rho \equiv \mathrm{Prob}_\rho(Q)$

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:

$\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., "$Q = 1$".
  "$Q = 0$" $\equiv$ "$Q^{\perp} = 1$" ($Q^{\perp}$ е отрицанието на $Q$).

- Средна стойност на наблюдаема $A$ при измерване в състояние $\rho$:

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho} = \sum_{\alpha \in \mathrm{Spec}\, A} \alpha . \mathrm{Prob}_{\rho}\{A = \alpha\}$$

  Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_{\rho} \equiv \mathrm{Prob}_{\rho}(Q)$

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема $A$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Резултата от всяко измерване е настъпване на някакво събитие $Q$, т.е., "$Q = 1$".

  "$Q = 0$" $\equiv$ "$Q^{\perp} = 1$" ($Q^{\perp}$ е отрицанието на $Q$).

- Средна стойност на наблюдаема $A$ при измерване в състояние $\rho$:

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho} = \sum_{\alpha \in \mathrm{Spec}\, A} \alpha . \, \mathrm{Prob}_{\rho} \{ A = \alpha \}$$

  Ако $A = Q$ е събитие, то $\rho(Q) \equiv \langle Q \rangle_{\rho} \equiv \mathrm{Prob}_{\rho}(Q)$

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:

  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема $A$

- Чисто състояние = такова, което не може да бъде нетривиална смес (т.е., $q_1$ или $q_2 = 0$)

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема $A$

- Чисто състояние = такова, което не може да бъде нетривиална смес (т.е., $q_1$ или $q_2 = 0$)

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема $A$

- Чисто състояние = такова, което не може да бъде нетривиална смес (т.е., $q_1$ или $q_2 = 0$)

- Експеримент на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = тъждественото събитие = единичната наблюдаема):

# Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от:
  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема $A$

- Чисто състояние = такова, което не може да бъде нетривиална смес (т.е., $q_1$ или $q_2 = 0$)

- Експеримент на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = тъждественото събитие = единичната наблюдаема):
  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$, $Q_j \wedge Q_k = 0$, $Q_1, \ldots, Q_n$ - елементарни събития на експеримента

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Смес на състояния $\rho_1$ и $\rho_2$ с тегла $q_1, q_2 \in [0,1]$, $q_1 + q_2 = 1$, се определя от: $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$, което означава $\rho(A) = q_1 \rho_1(A) + q_2 \rho_2(A)$ за $\forall$ наблюдаема $A$

- Чисто състояние = такова, което не може да бъде нетривиална смес (т.е., $q_1$ или $q_2 = 0$)

- Експеримент на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = тъждественото събитие = единичната наблюдаема): $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$, $Q_j \wedge Q_k = 0$, $Q_1, \ldots, Q_n$ - елементарни събития на експеримента

- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са съвместно измерими (съвместни).

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Експеримент на системата ≡ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = тъждественото събитие = единичната наблюдаема):
$\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$, $Q_j \wedge Q_k = 0$, $Q_1, \ldots, Q_n$ – елементарни събития на експеримента
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са съвместно измерими (съвместни).

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Експеримент на системата ≡ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = тъждественото събитие = единичната наблюдаема): $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$, $Q_j \wedge Q_k = 0$, $Q_1, \ldots, Q_n$ – елементарни събития на експеримента
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са съвместно измерими (съвместни).
- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.
  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $\mathrm{Spec}\, A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$
  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Експеримент на системата $\equiv$ съвкупност от дизюнктивни събития, които разбиват $\hat{1}$ (единицата = тъждественото събитие = единичната наблюдаема):
  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$, $Q_j \wedge Q_k = 0$, $Q_1, \dots, Q_n$ – елементарни събития на експеримента
- За някои наблюдаеми (и в частност, събития) се случва да могат да се измерят в общ експеримент: казваме, че те са съвместно измерими (съвместни).
- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.
  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $\mathrm{Spec}\, A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$
  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,
- Функция $f$ ($f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ , $\alpha_j \neq \alpha_j$ , $Q_j = \{A = \alpha_j\}$ , $Spec\, A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$ ,

- Функция $f$ $(f : \mathbb{R} \to \mathbb{R})$ от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $Spec\,A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,

- **Функция** $f$ $(f: \mathbb{R} \to \mathbb{R})$ от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува **асоциативна** **$*$-алгебра** с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ , $\alpha_j \neq \alpha_j$ , $Q_j = \{A = \alpha_j\}$ , $Spec\, A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$ ,

- Функция $f$ $(f : \mathbb{R} \to \mathbb{R})$ от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$ , $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m\,,\quad \alpha_j \neq \alpha_j\,,\ Q_j = \{A = \alpha_j\}\,,\ \mathrm{Spec}\,A = \{\alpha_1, \dots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m\,,$

- Функция $f$ $(f: \mathbb{R} \to \mathbb{R})$ от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A\,,\ (AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $\mathrm{Spec}\, A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,

- Функция $f$ ($f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $\operatorname{Spec} A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,

- Функция $f$ ($f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$) от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством **спектралното си разбиване**.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $\mathrm{Spec}\, A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,

- **Функция** $f$ $(f : \mathbb{R} \to \mathbb{R})$ от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува **асоциативна $*$-алгебра** с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

# Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Всяка наблюдаема $A$ отговаря на експеримент посредством спектралното си разбиване.

  $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$, $\alpha_j \neq \alpha_j$, $Q_j = \{A = \alpha_j\}$, $Spec\, A = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_m\} \subseteq \mathbb{R}$

  $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m$,

- Функция $f$ $(f : \mathbb{R} \to \mathbb{R})$ от наблюдаема $A = \alpha_1 Q_1 + \cdots + \alpha_m Q_m$ (спектралното разбиване на $A$) се определя от $f(A) = f(\alpha_1) Q_1 + \cdots + f(\alpha_m) Q_m$

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение
  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$
  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$
  алгебра на наблюдаемите
  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$
  
  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$
- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Leftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Leftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Leftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

  $\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

  $\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

  $\rho(\alpha A + \beta B) =$

  $\alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

  $\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

  $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$

  $\rho(A^* A) \geq 0$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

  $\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

  $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$

  $\rho(A^* A) \geq 0$

  $\rho(\hat{1}) = 1$

# Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение

  $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$

  $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$

  алгебра на наблюдаемите

  (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$

  $\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

  $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$

  $\rho(A^* A) \geq 0$

  $\rho(\hat{1}) = 1$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение   $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^*A^*$   $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$   алгебра на наблюдаемите   (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$   $\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

  $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha\rho(A) + \beta\rho(B)$   $\rho(A^*A) \geq 0$   $\rho(\hat{1}) = 1$

- Съвместно измерими наблюдаеми $A, B, \ldots, C$ (в частност и събития)

  $\Longleftrightarrow$ взаимно комутиращи: $AB = BA, \ldots, AC = CA, \ldots, BC = CB$.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{I}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение; $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$, $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$; алгебра на наблюдаемите; (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$ $\quad \rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$

  $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$, $\quad \rho(A^* A) \geq 0$, $\quad \rho(\hat{I}) = 1$

- Съвместно измерими наблюдаеми $A, B, \ldots, C$ (в частност и събития)

  $\Longleftrightarrow$ взаимно комутиращи: $AB = BA, \ldots, AC = CA, \ldots, BC = CB$.

- За съвместно измерими събития $P, Q$, логическите операции имат алгебричен израз:

  $P \wedge Q = PQ = QP$, $\quad P \vee Q = P + Q - PQ$, $\quad Q^{\perp} = \hat{I} - Q$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Съществува асоциативна $*$-алгебра с $\hat{1}$, $\mathcal{A}$, така че $A$ е наблюдаема $\Longleftrightarrow$ $A = A^*$

  има дистрибутивно и асоциативно произведение; $A^{**} = A$, $(AB)^* = B^* A^*$, $(\alpha A + \beta B)^* = \bar{\alpha} A^* + \bar{\beta} B^*$; алгебра на наблюдаемите; (самоспрегнатост)

- $Q$ е събитие $\Longleftrightarrow$ $Q^* = Q = Q^2$

- $\rho$ е състояние $\Longleftrightarrow$ $\rho$ е линеен, положителен и нормиран функционал върху $\mathcal{A}$ ($\rho : \mathcal{A} \to \mathbb{C}$)

  $\rho(\alpha A + \beta B) = \alpha \rho(A) + \beta \rho(B)$; $\rho(A^* A) \geq 0$; $\rho(\hat{1}) = 1$

- Съвместно измерими наблюдаеми $A, B, \ldots, C$ (в частност и събития)

  $\Longleftrightarrow$ взаимно комутиращи: $AB = BA, \ldots, AC = CA, \ldots, BC = CB$.

- За съвместно измерими събития $P, Q$, логическите операции имат алгебричен израз:

  $$P \wedge Q = PQ = QP\,, \quad P \vee Q = P + Q - PQ\,, \quad Q^\perp = \hat{1} - Q$$

  В частност, $\hat{1} = Q_1 \dot{\vee} \cdots \dot{\vee} Q_m \Longleftrightarrow \begin{cases} Q_1 + \cdots + Q_m = \hat{1} \\ Q_j Q_k = 0 \text{ за } j \neq k \end{cases}$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = \mathrm{Mat}_{k_1,\ldots,k_m}(\mathbb{C})$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

– прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

$$:= \left\{ \begin{array}{c} \begin{array}{c|cccc} & k_1 & k_2 & & k_m \\ \hline k_1 & A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ k_2 & 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_m & 0 & 0 & \cdots & A_m \end{array} \end{array} =: \operatorname{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m) \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{за } A_j \in Mat_{k_j}(\mathbb{C}) \\ \text{при } j = 1, \dots, m \end{array} \right\}$$

- Математенатически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

$$:= \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{r} k_1 \\ k_2 \\ \\ k_m \end{array} \underbrace{\begin{bmatrix} A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_m \end{bmatrix}}_{k_1 \quad k_2 \qquad\quad k_m} =: \mathrm{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m) & \begin{array}{l} \text{за } A_j \in Mat_{k_j}(\mathbb{C}) \\ \text{при } j = 1, \dots, m \end{array} \end{array} \right\}$$

блочно-диагонална матрица

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

$$:= \left\{ \begin{array}{c} \begin{array}{c|cccc|} & & & & \\ k_1 & A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ k_2 & 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_m & 0 & 0 & \cdots & A_m \\ \end{array} \\ \quad\ \ k_1 \quad k_2 \qquad\quad k_m \end{array} =: \mathrm{diag}(A_1, A_2, \dots, A_m) \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{за } A_j \in Mat_{k_j}(\mathbb{C}) \\ \text{при } j = 1, \dots, m \end{array} \right\}$$

блочно-диагонална матрица

за фиксиран набор $k_1, \dots, k_m \in \mathbb{N}$.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Мататематенатически резултат класифицира:

- приложените в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- приложимите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = \mathrm{Mat}_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*)$, така че

$\rho(A) \left( \equiv \langle A \rangle_\rho \right) = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho} A$.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $\left(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*\right)$, така че

$$\rho(A) \left(\equiv \langle A \rangle_\rho\right) = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho} A .$$

$\boxed{\text{следа на матрица} \quad \mathrm{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \cdots + a_{nn}}$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = \mathrm{Mat}_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $\left(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*\right)$, така че

$$\rho(A) \left( \equiv \langle A \rangle_\rho \right) = \mathrm{Tr}\,\hat{\rho} A .$$

$\boxed{\text{следа на матрица} \quad \mathrm{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \cdots + a_{nn}}$

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*)$, така че
  $\rho(A) \left( \equiv \langle A \rangle_\rho \right) = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho} A$.
  следа на матрица $\mathrm{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \cdots + a_{nn}$

  Наблюдаемата $\hat{\rho}$ се нарича матрица на плътността на състоянието.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $\left(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*\right)$, така че $\rho(A) \left(\equiv \langle A \rangle_\rho\right) = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho} A$.

  $\boxed{\text{следа на матрица} \quad \mathrm{Tr} \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \cdots + a_{nn}}$

  Наблюдаемата $\hat{\rho}$ се нарича матрица на плътността на състоянието. В сила е, че $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ е матрица на плътността на състояние $\iff$ $\hat{\rho}$ е положително дефинитна матрица, $\mathrm{Tr}\, \hat{\rho} = 1$.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*)$, така че
$\rho(A) \left(\equiv \langle A \rangle_\rho\right) = Tr\, \hat{\rho} A$.

следа на матрица $Tr \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} = a_{11} + \cdots + a_{nn}$

Наблюдаемата $\hat{\rho}$ се нарича матрица на плътността на състоянието. В сила е, че $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ е матрица на плътността на състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho}$ е положително дефинитна матрица, $Tr\, \hat{\rho} = 1$.

Ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ е смес, то $\hat{\rho} = q_1 \hat{\rho}_1 + q_2 \hat{\rho}_2$.

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\, \hat{\rho} = 1$

Така, $\rho$ е чисто $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho}$ е самоспрегната матрица от ранг $= 1$.

# Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*)$, така че $\rho(A) \left( \equiv \langle A \rangle_\rho \right) = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho} A$.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = \mathrm{Mat}_{k_1,\ldots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $\left(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*\right)$, така че
$\rho(A) \left(\equiv \langle A \rangle_\rho\right) = \mathrm{Tr}\,\hat{\rho} A$.

- Пълният размер $n = k_1 + \cdots + k_m$ се нарича ниво на системата

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $\left(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*\right)$, така че $\rho(A) \left(\equiv \langle A \rangle_\rho\right) = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho} A$.

- Пълният размер $n = k_1 + \dots + k_m$ се нарича ниво на системата и е = максималния брой алтернативи на експеримент.

- Математематически резултат класифицира:

- прилаганите в квантовата информатика $*$-алгебри са от вида $\mathcal{A} = Mat_{k_1,\dots,k_m}(\mathbb{C})$

- За всяко състояние $\rho$ съществува единствена наблюдаема $\hat{\rho} \in \mathcal{A}$ $(\hat{\rho} = \hat{\rho}^*)$, така че $\rho(A)\,(\equiv \langle A \rangle_\rho) = \mathrm{Tr}\,\hat{\rho} A$.

- Пълният размер $n = k_1 + \dots + k_m$ се нарича ниво на системата и е = максималния брой алтернативи на експеримент. Например, един максимален експеримент се определя от следното разбиване на $\hat{1}$, което е максимално: $\hat{1} = \begin{pmatrix} 1 & & 0 \\ & 0 & \\ 0 & & \ddots \; 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ & 1 \; 0 & \\ 0 & & \ddots \; 0 \end{pmatrix} + \dots + \begin{pmatrix} 0 & & 0 \\ & 0 \; 0 & \\ 0 & & \ddots \; 1 \end{pmatrix}$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

$$\begin{array}{c|cccc|}
\cline{2-5}
k_1 & A_1 & 0 & \cdots & 0 \\
k_2 & 0 & A_2 & \cdots & 0 \\
 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
k_m & 0 & 0 & \cdots & A_m \\
\cline{2-5}
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{k_1} & \multicolumn{1}{c}{k_2} & \multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{k_m}
\end{array}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

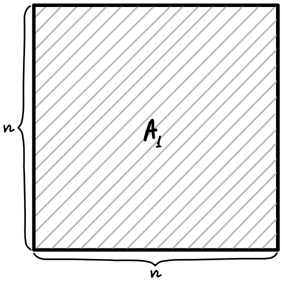
$$
\begin{array}{c|cccccc|}
\cline{2-7}
1 & \boxed{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & \boxed{a_2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & \boxed{a_3} & \cdots & 0 & 0 \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \boxed{a_{n-1}} & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_n} \\
\cline{2-7}
\multicolumn{1}{c}{} & \multicolumn{1}{c}{1} & 1 & 1 & & 1 & \multicolumn{1}{c}{1}
\end{array}
$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

$$\begin{array}{c|cccc|} k_1 & A_1 & 0 & \cdots & 0 \\ k_2 & 0 & A_2 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_m & 0 & 0 & \cdots & A_m \\ \hline & k_1 & k_2 & & k_m \end{array}$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая



## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \\ \\ 1 \\ 1 \end{array}
\begin{pmatrix}
\boxed{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \boxed{a_2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \boxed{a_3} & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & \boxed{a_{n-1}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_n}
\end{pmatrix} \\
\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & \quad & 1 & 1 \end{array}
\end{array}
$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

$$
\begin{array}{c c}
\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \\ \\ 1 \\ 1 \end{array} &
\begin{bmatrix}
\boxed{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \boxed{a_2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \boxed{a_3} & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & \boxed{a_{n-1}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_n}
\end{bmatrix} \\
 & \begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 \end{array}
\end{array}
$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

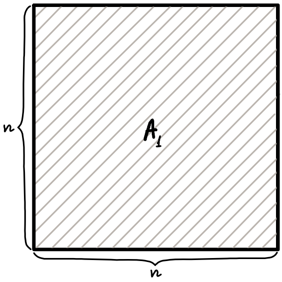
$$
\begin{array}{c|cccccc|}
1 & \boxed{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & \boxed{a_2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & \boxed{a_3} & \cdots & 0 & 0 \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \boxed{a_{n-1}} & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_n} \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & & 1 & 1
\end{array}
$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- чисто квантови системи, $m = 1$, $k_1 = n$ $\Rightarrow$ алгебрата на всички $n \times n$ матрици (1 блок)

Това е "напълно" некомутативен случай.



## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{c|cccccc|}
1 & \boxed{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & \boxed{a_2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & \boxed{a_3} & \cdots & 0 & 0 \\
 & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & \boxed{a_{n-1}} & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_n} \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & & 1 & 1
\end{array}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)
Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{array}{cccccc}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} \\
\big\downarrow & \big\downarrow & \big\downarrow & & \big\downarrow & \big\downarrow \\
\{a_1, & a_2, & a_3, & \dots & ,a_{n-1}, & a_n\}
\end{array}
$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)
Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{tikzcd}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} = & \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, \arrow[from=u, mapsto] & a_2, \arrow[from=u, mapsto] & a_3, \arrow[from=u, mapsto] & \cdots & ,a_{n-1}, \arrow[from=u, mapsto] & a_n\} \subseteq \arrow[from=u, mapsto] & \mathbb{C}
\end{tikzcd}
$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix} = \mathrm{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = \mathrm{Mat}_{1,\dots,1}(\mathbb{C})$

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix} = \mathrm{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{tikzcd}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} = \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, \arrow[u, mapsfrom] & a_2, \arrow[u, mapsfrom] & a_3, \arrow[u, mapsfrom] & \cdots & ,a_{n-1}, \arrow[u, mapsfrom] & a_n\} \subseteq \mathbb{C} \arrow[u, mapsfrom]
\end{tikzcd}
$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = Mat_{1,\dots,1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $*$-алгебра от функции $A : \Omega \to \mathbb{C}$ върху $n$-елементно $\Omega$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1$ $\Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{tikzcd}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & \omega_{n-1}, & \omega_n\} = \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, \arrow[from=u, mapsto] & a_2, \arrow[from=u, mapsto] & a_3, \arrow[from=u, mapsto] & \cdots & a_{n-1}, \arrow[from=u, mapsto] & a_n\} \arrow[from=u, mapsto] \subseteq \mathbb{C}
\end{tikzcd}
$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} =$ $Mat_{1,\dots,1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $*$-алгебра от функции $A : \Omega \to \mathbb{C}$ върху $n$-елементно $\Omega$

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix} = \mathrm{diag}(a_1, \dots, a_n)$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = Mat_{1,\dots,1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $*$-алгебра от функции $A : \Omega \to \mathbb{C}$ върху $n$-елементно $\Omega$

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

$$\mathrm{diag}(a_1, \dots, a_n) + \mathrm{diag}(b_1, \dots, b_n) = \mathrm{diag}(a_1 + b_1, \dots, a_n + b_n) \iff (A+B)(\omega_j) = A(\omega_j) + B(\omega_j)$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1$ $\Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{tikzcd}
\{\omega_1, \arrow[d, mapsto] & \omega_2, \arrow[d, mapsto] & \omega_3, \arrow[d, mapsto] & \cdots & \omega_{n-1}, \arrow[d, mapsto] & \omega_n\} \arrow[d, mapsto] & = \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{C}
\end{tikzcd}$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} =$ $Mat_{1,\dots,1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $*$-алгебра от функции $A : \Omega \to \mathbb{C}$ върху $n$-елементно $\Omega$

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

$$\mathrm{diag}(a_1,\dots,a_n) + \mathrm{diag}(b_1,\dots,b_n) = \mathrm{diag}(a_1+b_1,\dots,a_n+b_n) \iff (A+B)(\omega_j) = A(\omega_j) + B(\omega_j)$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix} = \mathrm{diag}(a_1, \ldots, a_n)$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = Mat_{1,\ldots,1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $*$-алгебра от функции $A : \Omega \to \mathbb{C}$ върху $n$-елементно $\Omega$

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

$$\mathrm{diag}(a_1, \ldots, a_n) \times \mathrm{diag}(b_1, \ldots, b_n) = \mathrm{diag}(a_1 \cdot b_1, \ldots, a_n \cdot b_n) \quad \Longleftrightarrow \quad (AB)(\omega_j) = A(\omega_j)B(\omega_j)$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1$ $\Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{tikzcd}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & \omega_{n-1}, & \omega_n\} = & \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, \arrow[from=u, mapsto] & a_2, \arrow[from=u, mapsto] & a_3, \arrow[from=u, mapsto] & \dots & a_{n-1}, \arrow[from=u, mapsto] & a_n\} \subseteq \arrow[from=u, mapsto] & \mathbb{C}
\end{tikzcd}$$

В този случай алгебрата $\mathcal{A} = Mat_{1,\dots,1}(\mathbb{C}) \cong$ комутативната $*$-алгебра от функции $A : \Omega \to \mathbb{C}$ върху $n$-елементно $\Omega$

Наистина, законите за събиране и умножаване на диагонални матрици съответстват на законите за събиране и умножаване на функции (поелементно):

$$\mathrm{diag}(a_1, \dots, a_n) \times \mathrm{diag}(b_1, \dots, b_n) = \mathrm{diag}(a_1 \cdot b_1, \dots, a_n \cdot b_n) \quad \Longleftrightarrow \quad (AB)(\omega_j) = A(\omega_j)B(\omega_j)$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{tikzcd}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, \arrow[from=1-1, mapsto] & a_2, \arrow[from=1-2, mapsto] & a_3, \arrow[from=1-3, mapsto] & \cdots & ,a_{n-1}, \arrow[from=1-5, mapsto] & a_n\} \arrow[from=1-6, mapsto] & \subseteq \mathbb{C}
\end{tikzcd}
$$

В този случай също:

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccc}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = & \Omega & \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & A = A^* \Longleftarrow \text{наблюдаема} \\
\{a_1, & a_2, & a_3, & \dots & , a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq & \mathbb{R} &
\end{array}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1$ $\Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccl} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \\ \Big\downarrow & \Big\downarrow & \Big\downarrow & & \Big\downarrow & \Big\downarrow & \Big\downarrow\ A = A^* \Longleftarrow \text{наблюдаема} \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \dots & ,a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

$$= \operatorname{Spec} A = A(\Omega)$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
\{\omega_1, & \dots, & \omega_j, & \dots, & \omega_k, & \dots, & \omega_n\} & = \Omega & & & \\
\downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \Big\downarrow \chi_S & \Longleftarrow & & \text{събитие} \\
\{0, & \dots, & 1, & \dots, & 1, & \dots, & 0\} & \subseteq \mathbb{R} & & &
\end{array}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccccc} \{\cancel{\omega_1}, & \dots, & \omega_j, & \dots, & \omega_k, & \dots, & \cancel{\omega_n}\} & = \Omega \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \Big\downarrow \chi_S \\ \{0, & \dots, & 1, & \dots, & 1, & \dots, & 0\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

$\Longleftarrow$ събитие = характеристична функция на подмножество $S \subseteq \Omega$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{cccccccc} \{\cancel{\omega_1}, & \dots, & \omega_j, & \dots, & \omega_k, & \dots, & \cancel{\omega_n}\} & = \Omega \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \chi_S \\ \{0, & \dots, & 1, & \dots, & 1, & \dots, & 0\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

$\Longleftarrow$ събитие = характеристична функция на подмножество $S \subseteq \Omega$

логически и алгебрични операции:

$$\chi_{S_1 \cap S_2} = \chi_{S_1} \chi_{S_2}$$

$$\chi_{S_1 \cup S_2} = \chi_{S_1} + \chi_{S_2} - \chi_{S_1} \chi_{S_2}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{tikzcd}
\{\omega_1, \arrow[d, mapsto] & \omega_2, \arrow[d, mapsto] & \omega_3, \arrow[d, mapsto] & \dots & \omega_{n-1}, \arrow[d, mapsto] & \omega_n\} \arrow[d, mapsto] & = \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, & a_2, & a_3, & \dots & a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{C}
\end{tikzcd}
$$

В този случай също:

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{cccccccc}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = & \Omega \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \Big\downarrow \hat{\rho} \\
\{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq & \mathbb{R}
\end{array}
\quad \Longleftarrow \quad \text{състояние } \rho$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \\ \big\downarrow & \big\downarrow & \big\downarrow & & \big\downarrow & \big\downarrow & \big\downarrow \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \dots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

$\subseteq [0,1]$

$\Longleftarrow$ състояние $\rho$ $\Leftrightarrow$ вероятностно разпределение

$p_1 + \dots + p_n = 1$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1$ $\Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \Big\downarrow \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

$\subseteq [0,1]$

$\Longleftarrow$ състояние $\rho$ $\Leftrightarrow$ вероятностно разпределение

= матрицата на плът.

$$\overbrace{p_1 + \cdots + p_n}^{\mathrm{Tr}\,\hat{\rho}} = 1$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccl} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & A = A^* & \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & ,a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccl} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \hat{\rho} & \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

Формулата за средна стойност на наблюдаема :

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccc}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & A = A^* & \\
\{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & , a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \hat{\rho} & \\
\{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & , p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} & &
\end{array}$$

В този случай също:

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

$$\rho(A) = \langle A \rangle_\rho = \mathrm{Tr}\, \hat{\rho}\, A$$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & A = A^* & \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & , a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \hat{\rho} & \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & , p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

В този случай също:

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

$$\rho(A) = \langle A \rangle_\rho = \operatorname{Tr} \hat{\rho} A$$

$$\left( = \operatorname{Tr}\left(\operatorname{diag}(p_1, \ldots, p_n)\, \operatorname{diag}(a_1, \ldots, a_n)\right)\right)$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{cccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & A = A^* \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \dots & ,a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} & \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{cccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \dots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} & \end{array}$$

Формулата за средна стойност на наблюдаема:

$$\rho(A) = \langle A \rangle_\rho = \mathrm{Tr}\,\hat{\rho}\,A$$

$$\big( = \mathrm{Tr}\big(\mathrm{diag}(p_1,\dots,p_n)\,\mathrm{diag}(a_1,\dots,a_n)\big)\big)$$

$$= p_1 a_1 + \cdots + p_n a_n$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \dots = k_m = 1$ $\Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow A = A^* \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \dots & ,a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \dots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \dots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

Чисто състояние: $\hat{\rho} = \mathrm{diag}(0, \dots, 1, \dots, 0)$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & A = A^* \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & , a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & , p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} & \end{array}$$

Чисто състояние: $\hat{\rho} = \mathrm{diag}(0, \ldots, 1, \ldots, 0)$

= елеменентарно събитие

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccl} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & A = A^* & \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & , a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccl} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \hat{\rho} & \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & , p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} & & \end{array}$$

Чисто състояние: $\hat{\rho} = \mathrm{diag}(0, \ldots, 1, \ldots, 0)$

= елемементарно събитие

= характеристична функция на синглетон $\{\omega_j\}$

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = & \Omega & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & A = A^* \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & , a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq & \mathbb{R} & \end{array}$$

В този случай също:

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & , \omega_{n-1}, & \omega_n\} & = & \Omega & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & , p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq & \mathbb{R} & \end{array}$$

Множеството от състоянията на класическа система е симплекс с върхове - чистите състояния

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \big\downarrow A = A^* \\ \{a_1, & a_2, & a_3, & \cdots & ,a_{n-1}, & a_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccc} \{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \big\downarrow \hat{\rho} \\ \{p_1, & p_2, & p_3, & \cdots & ,p_{n-1}, & p_n\} & \subseteq \mathbb{R} \end{array}$$

В този случай също:

Спектрално разлагане на наблюдаема:

$$A = \sum_{\alpha \in A(\Omega)} \alpha \cdot \chi_{A^{-1}(\alpha)}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

$$
\begin{tikzcd}
\{\omega_1, & \omega_2, & \omega_3, & \cdots & ,\omega_{n-1}, & \omega_n\} & = \Omega \arrow[d, "A"] \\
\{a_1, \arrow[from=u, mapsto] & a_2, \arrow[from=u, mapsto] & a_3, \arrow[from=u, mapsto] & \cdots & ,a_{n-1}, \arrow[from=u, mapsto] & a_n\} \arrow[from=u, mapsto] & \subseteq \mathbb{C}
\end{tikzcd}
$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m=n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1\times 1$)
Това е единствения комутативен случай.

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a_n \end{pmatrix}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- класически системи, $m = n$, $k_1 = \cdots = k_m = 1 \Rightarrow$ алгебрата на диагоналните матрици (блокове $1 \times 1$)

Това е единствения комутативен случай.

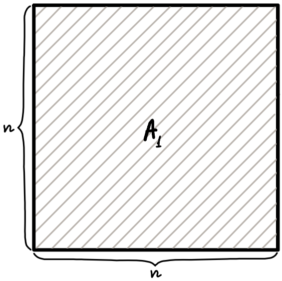
$$\begin{array}{cc}
\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{matrix} &
\begin{bmatrix}
\boxed{a_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & \boxed{a_2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\
0 & 0 & \boxed{a_3} & \cdots & 0 & 0 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & 0 & \cdots & \boxed{a_{n-1}} & 0 \\
0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \boxed{a_n}
\end{bmatrix} \\
 & \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & \phantom{\cdots} & 1 & 1 \end{matrix}
\end{array}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- чисто квантови системи, $m = 1$, $k_1 = n$ $\Rightarrow$ алгебрата на всички $n \times n$ матрици (1 блок)

Това е "напълно" некомутативен случай.

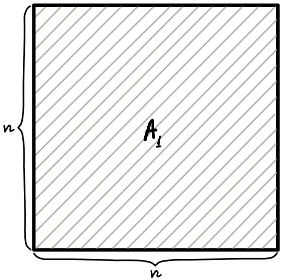


## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- В горния класификационен резултат имаме два гранични случая

- чисто квантови системи, $m = 1$, $k_1 = n$ $\Rightarrow$ алгебрата на всички $n \times n$ матрици (1 блок)

Това е "напълно" некомутативен случай.




$$\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$\hat{\rho} \geq 0$ и $\mathrm{Tr}\,\hat{\rho} = 1$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $\operatorname{Tr} \hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\Longleftrightarrow \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \ldots, \overline{\psi}_n)$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $\mathrm{Tr}\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\Longleftrightarrow \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \ldots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \cdots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\rho$ е чисто състояние $\iff$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1 $\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$$\iff \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \ldots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \cdots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\iff$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (те са пропорционални)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\Longleftrightarrow \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \ldots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \cdots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Longleftrightarrow$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A)$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\Longleftrightarrow \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \ldots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \cdots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Longleftrightarrow$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (т.е. са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi)$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $\operatorname{Tr} \hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\iff$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\iff \hat{\rho} = \Psi \Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\iff$ $\Psi' = e^{i\vartheta} \Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = \operatorname{Tr}(\Psi \Psi^* A) = \operatorname{Tr}(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\Longleftrightarrow \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Longleftrightarrow$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\iff$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\iff \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\iff$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\iff$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\iff \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\iff$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (те са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\psi}_1, \dots, \bar{\psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\hat{\rho} \geq 0$ и $Tr\,\hat{\rho} = 1$

$\rho$ е чисто състояние $\Longleftrightarrow$ $\hat{\rho} = \hat{\rho}^*$ и има ранг 1

$$\Longleftrightarrow \hat{\rho} = \Psi\Psi^* \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n)$$

за $\Psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$ който е единичен вектор, $\|\Psi\|^2 = |\psi_1|^2 + \dots + |\psi_n|^2 = 1$

наречен вектор на състоянието.

Всеки единичен вектор определя чисто състояние и два единични вектора $\Psi, \Psi' \in \mathbb{C}^n$ определят едно и също състояние $\Longleftrightarrow$ $\Psi' = e^{i\vartheta}\Psi$ (т.е са пропорционални)

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\overline{\psi}_1, \dots, \overline{\psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle$$ – в бра-кет означения

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle$$ – в бра-кет означения

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

  Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle$$ – в бра-кет означения

**<bracket>**

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A\rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^*A) = Tr(\Psi^*A\Psi) = \Psi^*A\Psi = (\bar{\Psi}_1,\dots,\bar{\Psi}_n)\overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn}\end{pmatrix}}^{A}\begin{pmatrix}\Psi_1\\ \vdots \\ \Psi_n\end{pmatrix}$$

$$= \langle\Psi|A\Psi\rangle = \langle\Psi|A|\Psi\rangle$$ – в бра-кет означения

**⟨bra|cket⟩** :

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix}\Phi_1\\ \vdots \\ \Phi_n\end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A\rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A\Psi) = \Psi^* A\Psi = (\bar\Psi_1,\dots,\bar\Psi_n)\overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn}\end{pmatrix}}^{A}\begin{pmatrix}\Psi_1\\ \vdots \\ \Psi_n\end{pmatrix}$$

$$= \langle\Psi|A\Psi\rangle = \langle\Psi|A|\Psi\rangle$$ – в бра-кет означения

**<bracket>:** за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix}\phi_1\\ \vdots \\ \phi_n\end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle\Phi| := \Phi^* := (\bar\phi_1,\dots,\bar\phi_n)$ – ермитово спрегнатия вектор-ред: бра-вектор.

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A \Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle$$ – в бра-кет означения

**⟨bra|c|ket⟩ :** за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi | := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ – ермитово спрегнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\underbrace{\langle \Phi | \cdot | \Psi \rangle}_{\text{ред} \times \text{стълб}} = \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\text{число}}$ → скаларното произведение в $\mathbb{C}^n$ $(\ni \Phi, \Psi)$ хилбертовото пространство на състоянията

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Средната стойност на наблюдаема $A$ в състояние с вектор $\Psi$ е:

$$\langle A \rangle_\Psi = Tr(\Psi\Psi^* A) = Tr(\Psi^* A \Psi) = \Psi^* A \Psi = (\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_n) \overbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}}^{A} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_n \end{pmatrix}$$

$$= \langle \Psi | A\Psi \rangle = \langle \Psi | A | \Psi \rangle$$ – в бра-кет означения

**⟨bra|ket⟩ :** за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle \Phi | := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ – ермитово спрегнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\underbrace{\langle \Phi | \cdot | \Psi \rangle}_{\text{ред} \times \text{стълб}} = \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\text{число}}$ → скаларното произведение в $\mathbb{C}^n$ $(\ni \Phi, \Psi)$

хилбертовото пространство на състоянията

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

**⟨bra|c|ket⟩ :**

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix}\phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n\end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle\Phi| := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ – ермитово спрегнатия вектор-ред : бра-вектор.

Така : $\overset{\text{ред} \times \text{стълб}}{\langle\Phi|\cdot|\Psi\rangle} = \overset{\text{число}}{\langle\Phi|\Psi\rangle}$ → скаларното произведение в $\mathbb{C}^n$ $(\ni \Phi, \Psi)$

хилбертовото пространство на състоянията

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

**<bra|ket>:**

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle\Phi| := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \ldots, \bar{\phi}_n)$ – ермитово спрегнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\underbrace{\langle\Phi||\cdot|\Psi\rangle}_{\text{ред} \times \text{стълб}} \underbrace{=}_{=} \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\text{число}}$ → скаларното произведение в $\mathbb{C}^n$ $(\ni \Phi, \Psi)$

хилбертовото пространство на състоянията

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития.

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

$\langle \mathrm{bra\,c\,|\,ket} \rangle$ :

за вектор-стълб $\Phi = \begin{pmatrix}\phi_1\\ \vdots \\ \phi_n\end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$

ще пишем $\Phi \equiv |\Phi\rangle$ и ще го наричаме кет-вектор.

Тогава $\langle\Phi| := \Phi^* := (\bar{\phi}_1, \dots, \bar{\phi}_n)$ – ермитово спрегнатия вектор-ред: бра-вектор.

Така: $\overset{\text{ред × стълб}}{\langle\Phi|\cdot|\Psi\rangle} \overset{=}{=} \overset{\text{число}}{\langle\Phi|\Psi\rangle}$ → скаларното произведение в $\mathbb{C}^n$ $(\ni \Phi, \Psi)$

хилбертовото пространство на състоянията

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \mathrm{Prob}_\rho\, Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \; (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff Prob_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \left( = |\Psi\rangle\langle\Psi| \right)$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff Prob_\rho\, Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \ (= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle\Phi|\Psi\rangle$ – амплитуда на прехода.

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff Prob_\rho Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \left(= |\Psi\rangle\langle\Psi|\right)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle\Phi|\Psi\rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff Prob_\rho\, Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \left(= |\Psi\rangle\langle\Psi|\right)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle\Phi|\Psi\rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A \,(= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff Prob_\rho\, Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \left(= |\Psi\rangle\langle\Psi|\right)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle\Phi|\Psi\rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A\ (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори: ако $Af_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

Матриците от вида: $|\Psi\rangle\langle\Psi|$ представят едновременно матрици на плътността на чисти състояния и елементарни събития. Това дава 1-1 съответствие между чистите състояния $\rho$ и елем. събития $Q$:

$$\rho \text{ и } Q \text{ са съответстващи си} \iff \mathrm{Prob}_\rho\, Q = 1 \iff \hat{\rho} = Q \;(= |\Psi\rangle\langle\Psi|)$$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle\Phi|\Psi\rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A\,(=A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори: ако $Af_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \ldots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$,

то: $A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \cdots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A\ (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори: ако $Af_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$,

то: $A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A\ (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори: ако $Af_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$, $\alpha_1 := \lambda_1 = \dots = \lambda_{k_1} < \alpha_2 := \lambda_{k_1+1} = \dots$ то: $A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi \to \Phi} = |a_{\Psi \to \Phi}|^2$, където $a_{\Psi \to \Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ - амплитуда на прехода. $p_{\Psi \to \Phi} = p_{\Phi \to \Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A \, (= A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори: ако $A f_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$, $\alpha_1 := \lambda_1 = \dots = \lambda_{k_1} < \alpha_2 := \lambda_{k_1+1} = \cdots$ то: $A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$

$$= \alpha_1 \left( |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + |f_{k_1}\rangle\langle f_{k_1}| \right) + \alpha_2 \left( |f_{k_1+1}\rangle\langle f_{k_1+1}| + \dots + |f_{k_1+k_2}\rangle\langle f_{k_1+k_2}| \right) + \cdots$$

- чисто квантови системи $\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C})$

За два единични вектора $\Phi, \Psi \in \mathbb{C}^n$: вероятност за преход $p_{\Psi\to\Phi} = |a_{\Psi\to\Phi}|^2$, където $a_{\Psi\to\Phi} := \langle \Phi | \Psi \rangle$ – амплитуда на прехода. $p_{\Psi\to\Phi} = p_{\Phi\to\Psi}$ е вероятността за настъпване на елементарно събитие определено от $\Psi$ в състояние с вектор $\Phi$.

Спектралното разлагане на наблюдаема $A\,(=A^*)$ се определя от задачата за собствени вектори: ако $Af_j = \lambda_j f_j$ за ортонормиран базис (о.н.б.) $f_1, \dots, f_n$ на $\mathbb{C}^n$, $\alpha_1 := \lambda_1 = \dots = \lambda_{k_1} < \alpha_2 := \lambda_{k_1+1} = \cdots$ то:

$$A = \lambda_1 |f_1\rangle\langle f_1| + \dots + \lambda_n |f_n\rangle\langle f_n|$$
$$= \alpha_1 \underbrace{\left(|f_1\rangle\langle f_1| + \dots + |f_{k_1}\rangle\langle f_{k_1}|\right)}_{:=\,Q_1} + \alpha_2 \underbrace{\left(|f_{k_1+1}\rangle\langle f_{k_1+1}| + \dots + |f_{k_1+k_2}\rangle\langle f_{k_1+k_2}|\right)}_{:=\,Q_2} + \cdots$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$

  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$

  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$

  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)
- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  $=$ самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  $=$ ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

  $Q_1 \preccurlyeq Q_2$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:
  $Q_1 \preccurlyeq Q_2 \Longleftrightarrow$ от $Prob_\rho(Q_1) = 1$ следва $Prob_\rho(Q_2) = 1$ ($\forall \rho$ - състояние)

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

  $Q_1 \preccurlyeq Q_2 \iff$ от $\mathrm{Prob}_\rho(Q_1) = 1$ следва $\mathrm{Prob}_\rho(Q_2) = 1$ ($\forall \rho$ - състояние)

  $\iff \mathrm{Prob}_\rho(Q_1) \leqslant \mathrm{Prob}_\rho(Q_2)$ ($\forall \rho$ - състояние)

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:

$Q_1 \preccurlyeq Q_2 \Longleftrightarrow$ от $Prob_\rho(Q_1) = 1$ следва $Prob_\rho(Q_2) = 1$ ($\forall \rho$ - състояние)

$\Longleftrightarrow Prob_\rho(Q_1) \leqslant Prob_\rho(Q_2)$ ($\forall \rho$ - състояние)

$\Longleftrightarrow V_1 \subseteq V_2$

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:
  $Q_1 \leqslant Q_2 \iff$ от $Prob_\rho(Q_1) = 1$ следва $Prob_\rho(Q_2) = 1$ ($\forall \rho$ - състояние)
  $\iff Prob_\rho(Q_1) \leqslant Prob_\rho(Q_2)$ ($\forall \rho$ - състояние)
  $\iff V_1 \subseteq V_2$

- Всеки максимален експеримент отговаря на о.н.б. $f_1, \ldots, f_n \in \mathbb{C}^n$ посредством разбиването на $\hat{1}$: $\quad \hat{1} = |f_1\rangle\langle f_1| + \cdots + |f_n\rangle\langle f_n|$

- Събитие $Q$ в чисто квантова система $(\mathcal{A} = Mat_n(\mathbb{C}))$
  = самоспрегнат идемпотент $Q$ в $Mat_n(\mathbb{C})$
  = ортогонален проектор в хилбертовото пространство $\mathbb{C}^n$
  $\Longleftrightarrow$ линейно подпространство $V \subseteq \mathbb{C}^n$, като $Q = P_V$ (ортогоналния проектор върху $V$)

- Ако $Q_1 = P_{V_1}$ и $Q_2 = P_{V_2}$ са събития, тогава:
  $Q_1 \preccurlyeq Q_2 \Longleftrightarrow$ от $Prob_\rho(Q_1) = 1$ следва $Prob_\rho(Q_2) = 1$ ($\forall \rho$ - състояние)
  $\Longleftrightarrow Prob_\rho(Q_1) \leqslant Prob_\rho(Q_2)$ ($\forall \rho$ - състояние)
  $\Longleftrightarrow V_1 \subseteq V_2$

- Всеки максимален експеримент отговаря на о.н.б. $f_1, \ldots, f_n \in \mathbb{C}^n$ посредством разбиването на $\hat{1}$: $\boxed{\hat{1} = |f_1\rangle\langle f_1| + \cdots + |f_n\rangle\langle f_n|}$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

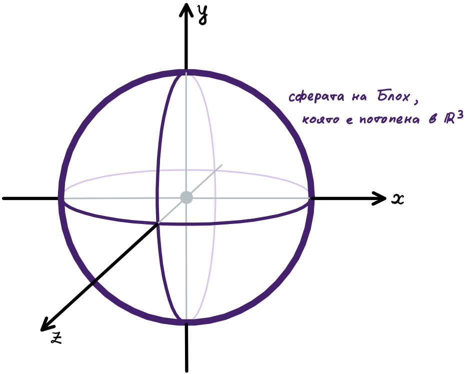
- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $\left(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C})\right)$

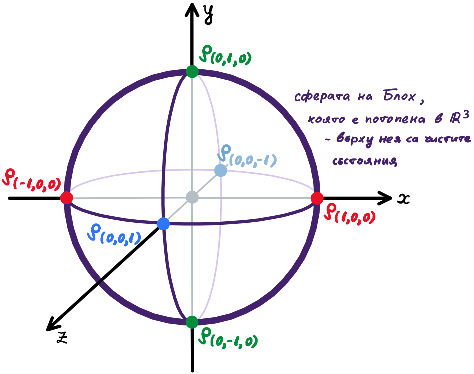
$$\boxed{\begin{array}{l}\text{общ вид на матрицата на плътността на състояние} \\ \hat{\rho}_{(x,y,z)} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+z & x-iy \\ x+iy & 1-z \end{pmatrix} \quad \text{за } x^2+y^2+z^2 \leq 1 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{чисто състояние} \longleftrightarrow \; = \end{array}}$$

- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$

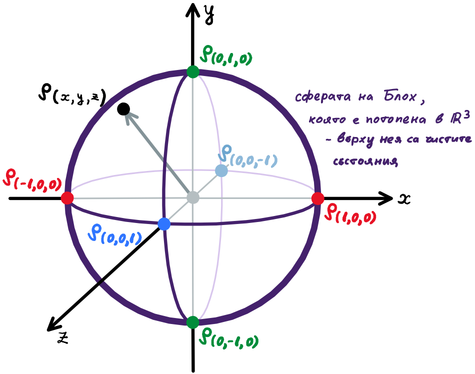


Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

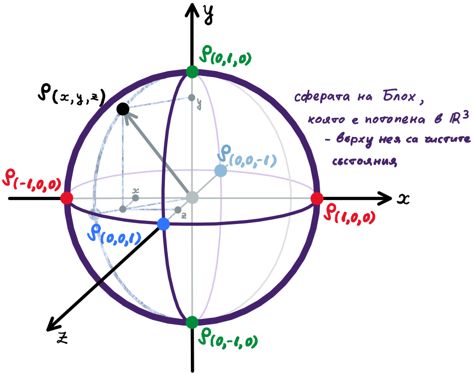
- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$



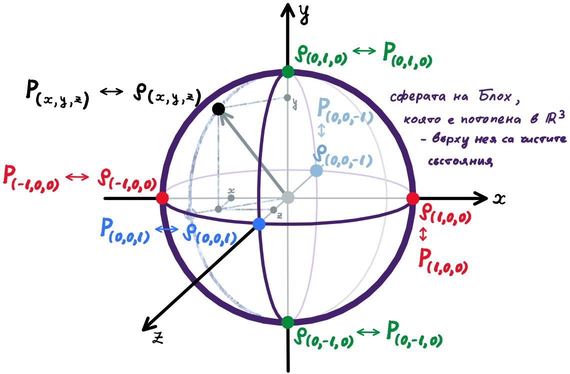
- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $\left(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C})\right)$



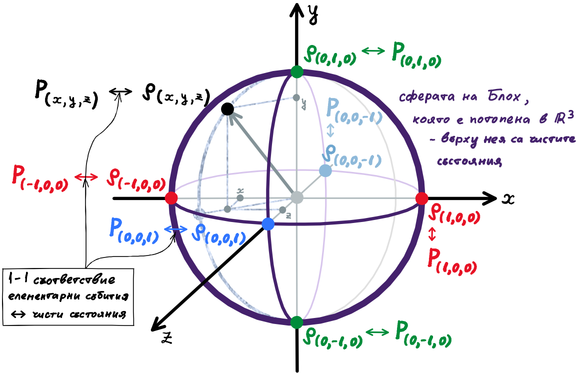
- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$



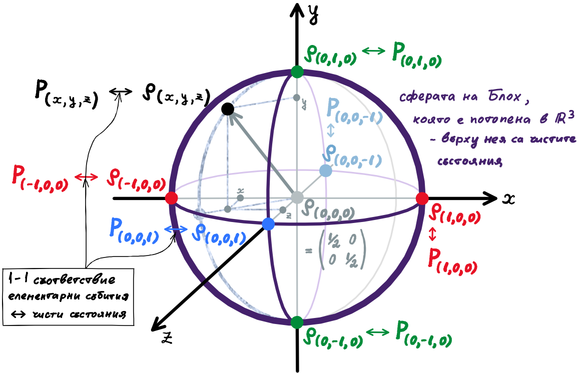
- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$



- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$

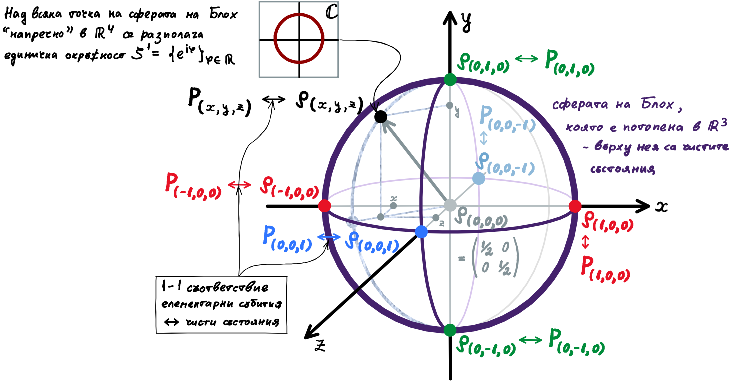


- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$

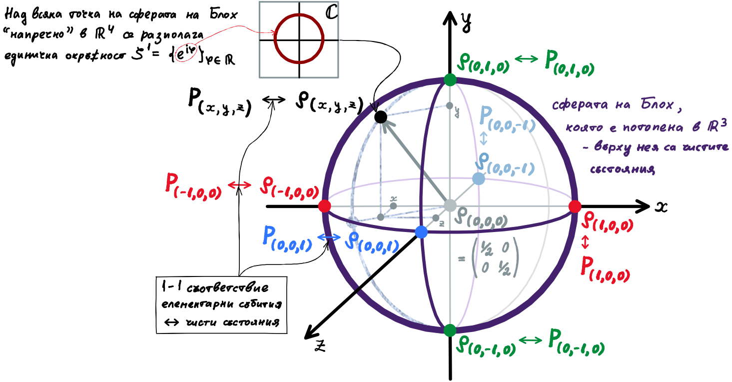


Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$



- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит ($\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C})$)



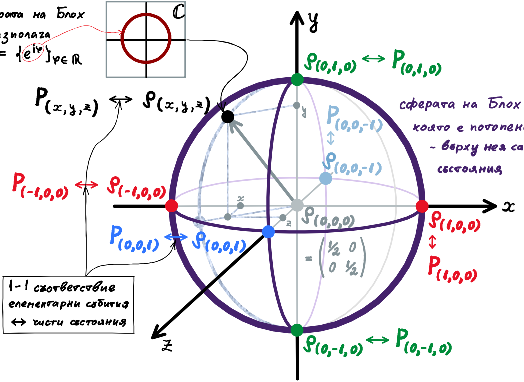
# Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

- Картина на елементарните събития и състоянията на квантов бит $(\mathcal{A} = Mat_2(\mathbb{C}))$

Над всяка точка на сферата на Блох „напречно" в $\mathbb{R}^4$ се разполага единична окръжност $S^1 = \{e^{i\varphi}\}_{\varphi \in \mathbb{R}}$

– така се намотава $S^3$ върху $S^2$

наричa се разслоение на Хопф




сферата на Блох,

която е потопена в $\mathbb{R}^3$

– върху нея са чистите състояния

Забележка Наредбата на наблюдаемите в класическите системи съвпада с поточковата

за $A, B : \Omega \to \mathbb{R}$ – класически наблюдаеми

$$A \le B \iff A(\omega) \le B(\omega) \quad \text{за } \forall \omega \in \Omega$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Забележка Наредбата на наблюдаемите в класическите системи съвпада с поточковата

за $A, B : \Omega \to \mathbb{R}$ – класически наблюдаеми

$$A \leq B \iff A(\omega) \leq B(\omega) \quad \text{за } \forall \omega \in \Omega$$

Спрямо тази наредба класическите наблюдаеми образуват решетка

$$(A \wedge B)(\omega) = \min\{A(\omega), B(\omega)\}$$

$$(A \vee B)(\omega) = \max\{A(\omega), B(\omega)\}$$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Забележка Наредбата на наблюдаемите в класическите системи съвпада с поточковата

за $A, B : \Omega \to \mathbb{R}$ – класически наблюдаеми

$$A \leq B \iff A(\omega) \leq B(\omega) \quad \text{за } \forall \omega \in \Omega$$

Спрямо тази наредба класическите наблюдаеми образуват решетка (без 0 и 1 - защо?):

$$(A \wedge B)(\omega) = \min\{A(\omega), B(\omega)\}$$

$$(A \vee B)(\omega) = \max\{A(\omega), B(\omega)\}$$

Забележка Наредбата на наблюдаемите в класическите системи съвпада с поточковата

за $A, B : \Omega \to \mathbb{R}$ – класически наблюдаеми

$$A \leq B \iff A(\omega) \leq B(\omega) \text{ за } \forall \omega \in \Omega$$

Спрямо тази наредба класическите наблюдаеми образуват решетка (без 0 и 1 - защо?):

$$(A \wedge B)(\omega) = \min\{A(\omega), B(\omega)\}$$

$$(A \vee B)(\omega) = \max\{A(\omega), B(\omega)\}$$

Наблюдаемите на чисто квантовите системи не образуват решетки

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Забележка Наредбата на наблюдаемите в класическите системи съвпада с поточковата

за $A, B : \Omega \to \mathbb{R}$ – класически наблюдаеми

$$A \leq B \iff A(\omega) \leq B(\omega) \text{ за } \forall \omega \in \Omega$$

Спрямо тази наредба класическите наблюдаеми образуват решетка (без 0 и 1 - защо?):

$$(A \wedge B)(\omega) = \min\{A(\omega), B(\omega)\}$$

$$(A \vee B)(\omega) = \max\{A(\omega), B(\omega)\}$$

Наблюдаемите на чисто квантовите системи не образуват решетки, макар че частично наредените подмножества на събитията са решетки (дори с 0 и 1).

Упражнение (контрапример за кубит)

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи (преговор)

Упражнение (контрапример за кубит)

а) Докажете, че множеството на наблюдаемите на кубит:

$$\mathrm{Observables}(\mathrm{Mat}_2(\mathbb{C})) \cong \mathbb{R}^4$$

$$A = \begin{pmatrix} t+z & x-iy \\ x+iy & t-z \end{pmatrix} \leftrightarrow (t,x,y,z)$$

Упражнение (контрапример за кубит)

а) Докажете, че множеството на наблюдаемите на кубит:

$$\mathrm{Observables}(\mathrm{Mat}_2(\mathbb{C})) \cong \mathbb{R}^4$$

$$A = \begin{pmatrix} t+z & x-iy \\ x+iy & t-z \end{pmatrix} \leftrightarrow (t, x, y, z)$$

б) При изоморфизма от "а)" имаме

- $\det A = t^2 - x^2 - y^2 - z^2$
- $\mathrm{Tr}\, A = 2t$
- $A \geq 0 \iff \det A \geq 0$ и $\mathrm{Tr}\, A \geq 0$

Упражнение (контрапример за кубит)

а) Докажете, че множеството на наблюдаемите на кубит:

$$\mathrm{Observables}(\mathrm{Mat}_2(\mathbb{C})) \cong \mathbb{R}^4$$

$$A = \begin{pmatrix} t+z & x-iy \\ x+iy & t-z \end{pmatrix} \leftrightarrow (t, x, y, z)$$

б) При изоморфизма от "а)" имаме

- $\det A = t^2 - x^2 - y^2 - z^2$
- $\mathrm{Tr}\, A = 2t$
- $A \geq 0 \iff \det A \geq 0$ и $\mathrm{Tr}\, A \geq 0$

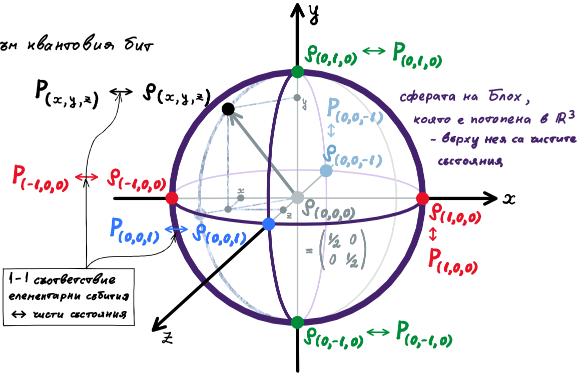
*в) Докажете, че $\mathrm{Observables}(\mathrm{Mat}_2(\mathbb{C}))$ не е решетка спрямо операторната частична наредба

$A \leq B \iff B - A \geq 0$ – положителна дефинитност

Допълнителни бележки към квантовия бит

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Допълнителни бележки към квантовия бит



Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\overline{\psi}_1 & \psi_1\overline{\psi}_2 \\ \psi_2\overline{\psi}_1 & \psi_2\overline{\psi}_2 \end{pmatrix} \right)$

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\overline{\psi}_1 & \psi_1\overline{\psi}_2 \\ \psi_2\overline{\psi}_1 & \psi_2\overline{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \Longleftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\overline{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\overline{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\overline{\psi}_2 \end{array} \right.$

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\overline{\psi}_1 & \psi_1\overline{\psi}_2 \\ \psi_2\overline{\psi}_1 & \psi_2\overline{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \Longleftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\overline{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\overline{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\overline{\psi}_2 \end{array} \right.$

$(\forall a_{jk}, \psi_j \in \mathbb{C})$

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $(\forall a_{jk}, \psi_j \in \mathbb{C})$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\overline{\psi}_1 & \psi_1\overline{\psi}_2 \\ \psi_2\overline{\psi}_1 & \psi_2\overline{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \iff \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\overline{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\overline{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\overline{\psi}_2 \end{array} \right.$$

$$\Longleftarrow \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_1\psi_2\overline{\psi}_2 - \psi_2\overline{\psi}_1\psi_1\overline{\psi}_2 = 0$$

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1 , \overline{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\overline{\psi}_1 & \psi_1\overline{\psi}_2 \\ \psi_2\overline{\psi}_1 & \psi_2\overline{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \Longleftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\overline{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\overline{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\overline{\psi}_2 \end{array} \right.$

$(\forall a_{jk}, \psi_j \in \mathbb{C})$

$$\Longleftarrow \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_1\psi_2\overline{\psi}_2 - \psi_2\overline{\psi}_1\psi_1\overline{\psi}_2 = 0$$

Решенията за $\psi_1, \psi_2$ при дадени $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ не са единствени, а са взаимно пропорционални.

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\overline{\psi}_1, \overline{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\overline{\psi}_1 & \psi_1\overline{\psi}_2 \\ \psi_2\overline{\psi}_1 & \psi_2\overline{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \iff \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\overline{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\overline{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\overline{\psi}_2 \end{array} \right.$

$(\forall a_{jk}, \psi_j \in \mathbb{C})$

$$\Longleftarrow \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = \psi_1\overline{\psi}_1\psi_2\overline{\psi}_2 - \psi_2\overline{\psi}_1\psi_1\overline{\psi}_2 = 0$$

Решенията за $\psi_1, \psi_2$ при дадени $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ не са единствени, а са взаимно пропорционални.

Пример 1: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1, 0)$

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\bar{\psi}_1 & \psi_1\bar{\psi}_2 \\ \psi_2\bar{\psi}_1 & \psi_2\bar{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \Longleftrightarrow \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\bar{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\bar{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\bar{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\bar{\psi}_2 \end{array} \right.$

$(\forall a_{jk}, \psi_j \in \mathbb{C})$

$$\Longleftarrow \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = \psi_1\bar{\psi}_1\psi_2\bar{\psi}_2 - \psi_2\bar{\psi}_1\psi_1\bar{\psi}_2 = 0$$

Решенията за $\psi_1, \psi_2$ при дадени $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ не са единствени, а са взаимно пропорционални.

Пример 1: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1, 0) \equiv \begin{pmatrix} e^{i\varphi} \\ 0 \end{pmatrix} \left( \overline{e^{i\varphi}}, 0 \right)$

Допълнителни бележки към квантовия бит

Условието $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2) \left( = \begin{pmatrix} \psi_1\bar{\psi}_1 & \psi_1\bar{\psi}_2 \\ \psi_2\bar{\psi}_1 & \psi_2\bar{\psi}_2 \end{pmatrix} \right) \iff \left| \begin{array}{l} a_{11} = \psi_1\bar{\psi}_1 \\ a_{12} = \psi_1\bar{\psi}_2 \\ a_{21} = \psi_2\bar{\psi}_1 \\ a_{22} = \psi_2\bar{\psi}_2 \end{array} \right.$

$(\forall a_{jk}, \psi_j \in \mathbb{C})$

$$\Longleftarrow \det \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = \psi_1\bar{\psi}_1\psi_2\bar{\psi}_2 - \psi_2\bar{\psi}_1\psi_1\bar{\psi}_2 = 0$$

Решенията за $\psi_1, \psi_2$ при дадени $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ не са единствени, а са взаимно пропорционални.

Пример 1: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1, 0) \equiv \begin{pmatrix} e^{i\varphi} \\ 0 \end{pmatrix} (\overline{e^{i\varphi}}, 0)$ ; $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (0, 1)$ ;

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$. $e_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =: |1\rangle$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$: $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$

Тук стои информация за базисния вектор

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$: $e_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =: |1\rangle$

тук стои информация за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$.

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$. $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$ Тук стои информацията за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$. $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$ , $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$ тук стои информация за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$ , $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Пример 2: $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}\right)$ , $\hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -1/2\\ -1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}\right)$

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$. $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$ тук стои информация за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Пример 2: $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}\right)$, $\hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -1/2\\ -1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}\right)$

Получаваме друг о.н.б. : $e_0' := \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\rightarrow\rangle$, $e_1' =: \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\leftarrow\rangle$

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$. $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$ тук стои информация за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Пример 2: $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}\right)$, $\hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -1/2\\ -1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}\right)$

Получаваме друг о.н.б.: $e_0' := \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\rightarrow\rangle$, $e_1' =: \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\leftarrow\rangle$

и $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = |\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|$, $\rho_{(-1,0,0)} = |\leftarrow\rangle\langle\leftarrow|$

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$: $e_0 := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} =: |1\rangle$ Тук стои информация за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Пример 2: $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \left( 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2} \right)$, $\hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \left( 1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2} \right)$

Получаваме друг о.н.б.: $e_0' := \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} =: |\rightarrow\rangle$, $e_1' =: \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} =: |\leftarrow\rangle$

и $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = |\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|$, $\rho_{(-1,0,0)} = |\leftarrow\rangle\langle\leftarrow|$

Пример 3: $\hat{\rho}_{(0,1,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \left( 1/\sqrt{2}, -i/\sqrt{2} \right)$, $\hat{\rho}_{(0,-1,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & i/2 \\ -i/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \left( 1/\sqrt{2}, +i/\sqrt{2} \right)$

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$: $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$ тук стои информацията за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Пример 2: $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, $\hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -1/2\\ -1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix}(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2})$

Получаваме друг о.н.б.: $e_0' := \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\rightarrow\rangle$, $e_1' =: \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\leftarrow\rangle$

и $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = |\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|$, $\rho_{(-1,0,0)} = |\leftarrow\rangle\langle\leftarrow|$

Пример 3: $\hat{\rho}_{(0,1,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -i/2\\ i/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ i/\sqrt{2}\end{pmatrix}(1/\sqrt{2}, -i/\sqrt{2})$, $\hat{\rho}_{(0,-1,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & i/2\\ -i/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -i/\sqrt{2}\end{pmatrix}(1/\sqrt{2}, +i/\sqrt{2})$

Получаваме друг о.н.б.: $e_0'' := \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ i/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\uparrow\rangle$, $e_1'' =: \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -i/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\downarrow\rangle$

Нека означим стандартния базис в $\mathbb{C}^2$. $e_0 := \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} =: |0\rangle$, $e_1 := \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} =: |1\rangle$ тук стои информация за базисния вектор

Тогава: $\hat{\rho}_{(0,0,1)} = |0\rangle\langle 0|$, $\hat{\rho}_{(0,0,-1)} = |1\rangle\langle 1|$. О.н.б. $|0\rangle, |1\rangle$ дава един макс. експеримент.

Пример 2: $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & 1/2\\ 1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}\right)$, $\hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -1/2\\ -1/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}\right)$

Получаваме друг о.н.б. : $e_0' := \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\rightarrow\rangle$, $e_1' =: \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -1/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\leftarrow\rangle$

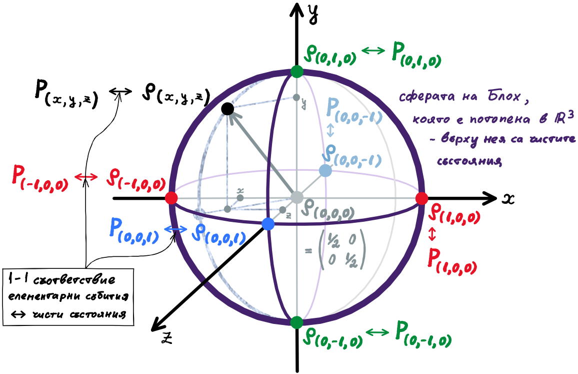
и $\hat{\rho}_{(1,0,0)} = |\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|$, $\rho_{(-1,0,0)} = |\leftarrow\rangle\langle\leftarrow|$

Пример 3: $\hat{\rho}_{(0,1,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & -i/2\\ i/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ i/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, -i/\sqrt{2}\right)$, $\hat{\rho}_{(0,-1,0)} = \begin{pmatrix}1/2 & i/2\\ -i/2 & 1/2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -i/\sqrt{2}\end{pmatrix}\left(1/\sqrt{2}, +i/\sqrt{2}\right)$

Получаваме друг о.н.б. : $e_0'' := \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ i/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\uparrow\rangle$, $e_1'' =: \begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\ -i/\sqrt{2}\end{pmatrix} =: |\downarrow\rangle$

и $\hat{\rho}_{(0,1,0)} = |\uparrow\rangle\langle\uparrow|$, $\rho_{(0,-1,0)} = |\downarrow\rangle\langle\downarrow|$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи



Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Забележете в горните примери: $\hat{\rho}(0,0,1) + \hat{\rho}(0,0,-1) = \hat{1}$

$$\hat{\rho}(1,0,0) + \hat{\rho}(-1,0,0) = \hat{1}$$

$$\hat{\rho}(0,1,0) + \hat{\rho}(0,-1,0) = \hat{1}$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Забележете в горните примери:

$$\left.\begin{aligned} \hat{\rho}_{(0,0,1)} + \hat{\rho}_{(0,0,-1)} &= \hat{1} \\ \hat{\rho}_{(1,0,0)} + \hat{\rho}_{(-1,0,0)} &= \hat{1} \\ \hat{\rho}_{(0,1,0)} + \hat{\rho}_{(0,-1,0)} &= \hat{1} \end{aligned}\right\}$$

разбивания на $\hat{1}$ за три различни и несъвместни максимални експерименти

## Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Забележете в горните примери:

три двойки от взаимно обратни елементарни събития

$$\left.\begin{aligned} \hat{\rho}(0,0,1) + \hat{\rho}(0,0,-1) &= \hat{1} \\ \hat{\rho}(1,0,0) + \hat{\rho}(-1,0,0) &= \hat{1} \\ \hat{\rho}(0,1,0) + \hat{\rho}(0,-1,0) &= \hat{1} \end{aligned}\right\}$$

разбивания на $\hat{1}$ за три различни и несъвместни максимални експерименти

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Забележете в горните примери:

три двойки от взаимно обратни елементарни събития

$$\left.\begin{array}{l}\hat{\rho}_{(0,0,1)} + \hat{\rho}_{(0,0,-1)} = \hat{1} \\ \hat{\rho}_{(1,0,0)} + \hat{\rho}_{(-1,0,0)} = \hat{1} \\ \hat{\rho}_{(0,1,0)} + \hat{\rho}_{(0,-1,0)} = \hat{1}\end{array}\right\}$$

разбивания на $\hat{1}$ за три различни и несъвместни максимални експерименти

При това:

$$\hat{\rho}_{(1,0,0)}\,\hat{\rho}_{(0,1,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1+i & -i+1 \\ 1+i & -i+1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\rho}_{(0,1,0)}\,\hat{\rho}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1-i & 1-i \\ 1-i & i+1 \end{pmatrix}$$

Забележете в горните примери:

три двойки от взаимно обратни елементарни събития

$$\left.\begin{aligned} \hat{P}_{(0,0,1)} + \hat{P}_{(0,0,-1)} &= \hat{1} \\ \hat{P}_{(1,0,0)} + \hat{P}_{(-1,0,0)} &= \hat{1} \\ \hat{P}_{(0,1,0)} + \hat{P}_{(0,-1,0)} &= \hat{1} \end{aligned}\right\}$$

разбивания на $\hat{1}$ за три различни и несъвместни максимални експерименти

При това:

$$\hat{P}_{(1,0,0)}\,\hat{P}_{(0,1,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1+i & -i+1 \\ 1+i & -i+1 \end{pmatrix}$$

$$\neq$$

$$\hat{P}_{(0,1,0)}\,\hat{P}_{(1,0,0)} = \begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1-i & 1-i \\ 1-i & i+1 \end{pmatrix}$$

– некомутират

$\Rightarrow$ не са съвместно измерими

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи

Забележете в горните примери:

три двойки от взаимно обратни елементарни събития

$$\hat{P}(0,0,1) + \hat{P}(0,0,-1) = \hat{1}$$
$$\hat{P}(1,0,0) + \hat{P}(-1,0,0) = \hat{1}$$
$$\hat{P}(0,1,0) + \hat{P}(0,-1,0) = \hat{1}$$

разбивания на $\hat{1}$ за три различни и несъвместни максимални експерименти

При това:

$$\hat{P}(1,0,0)\,\hat{P}(0,1,0) = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1+i & -i+1 \\ 1+i & -i+1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{P}(0,1,0)\,\hat{P}(1,0,0) = \begin{pmatrix} 1/2 & -i/2 \\ i/2 & 1/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 1-i & 1-i \\ 1-i & i+1 \end{pmatrix}$$

$\not=$ – некомутират $\Rightarrow$ не са съвместно измерими

Вероятност за преход: $$p_{|\rightarrow\rangle \to |\uparrow\rangle} = |\langle\rightarrow|\cdot|\uparrow\rangle|^2 = \left|\left(1/\sqrt{2},\, 1/\sqrt{2}\right)\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix}\right|^2 = \left|\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{i}{\sqrt{2}}\right|^2$$
$$= \frac{1}{2^2}|1+i|^2 = \frac{1}{4}(1+1) = \frac{1}{2}$$

Основни принципи на квантовата теория: статистика на общи системи