

КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА

Николай М. Николов

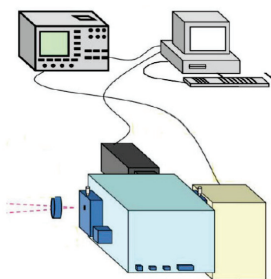
Лекция 9 / 04.12.2023, версия 1

ТЕМИ НА ЛЕКЦИЯТА

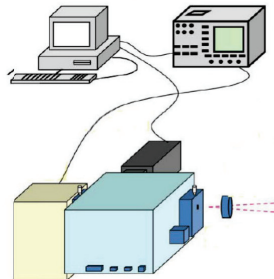
- Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**
- Квантови трансформации: **преговор с алтернативно въведение**
- Комбиниране на квантови трансформации: **НОВО ↓**
- Квантови трансформации: **примери и дискусия**
- Теория на измерването: **аксиоми и следствия**
- Теория на измерването: **дискусия и парадокси**
 - Колапсът на вълновата функция
 - Парадоксът на котката на Шрьодингер
 - Куриозният “бомбен тест” на Елицур - Вайдман
 - “Квантов реализъм” срещу “класически реализъм”

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Съставни системи

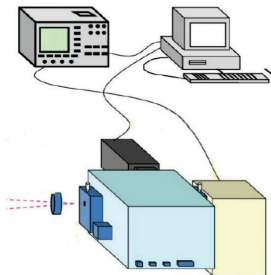


система **A**



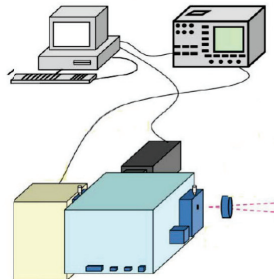
система **B**

Данни **A**:
 (α, α')



система **A**

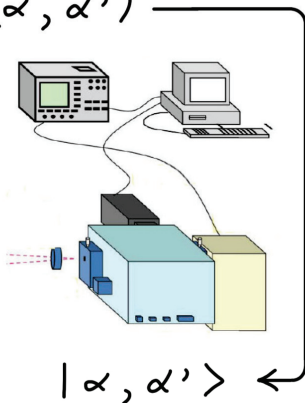
Данни **B**:
 (β, β', β'')



система **B**

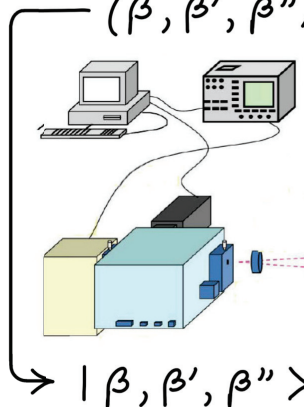
Данни **A**:

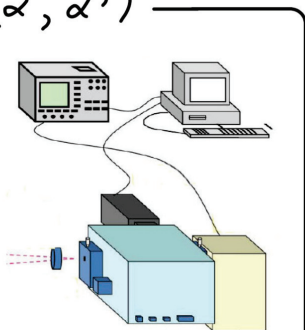
(α, α')



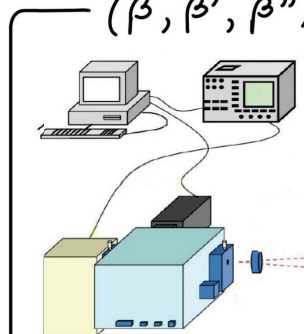
Данни **B**:

(β, β', β'')



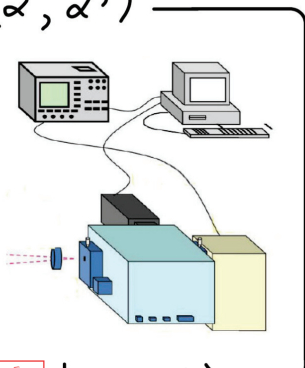
Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**Данни **A**: (α, α') 

Организиран базис
индексиран с данните
на експеримента "A"

 $\rightarrow |\alpha, \alpha'\rangle \leftarrow$
Данни **B**: (β, β', β'') 
 $\rightarrow |\beta, \beta', \beta''\rangle$

Данни **A**:

(α, α')

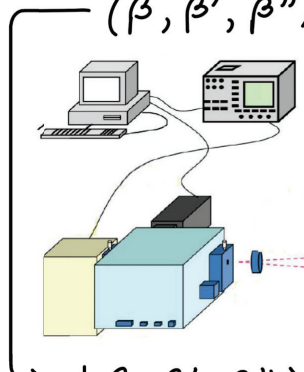


Организиран базис
индексиран с данните
на експеримента "A"

$\rightarrow |\alpha, \alpha'\rangle \leftarrow$

Данни **B**:

(β, β', β'')

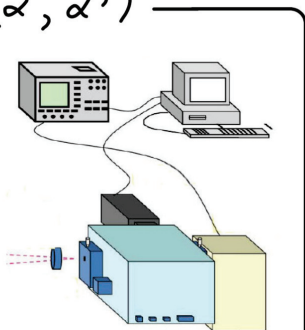


$\rightarrow |\beta, \beta', \beta''\rangle \leftarrow$

и аналогично
за "B"

Данни **A**:

(α, α')

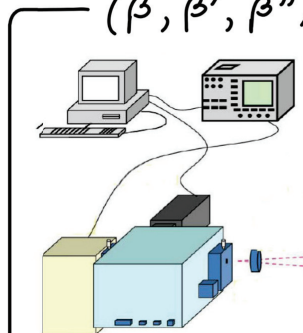


Организиран базис
индексиран с данните
на експеримента "A"

$|\alpha, \alpha'\rangle$

Данни **B**:

(β, β', β'')



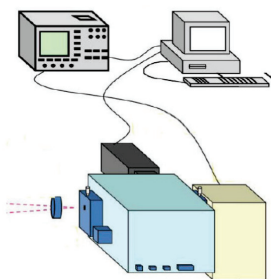
и аналогично
за "B"

$|\beta, \beta', \beta''\rangle$

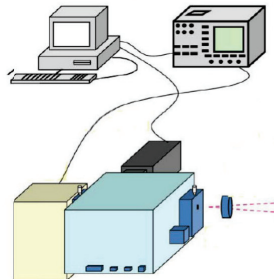
Бра-кет означения, от втория вид: в скобите стои информация за базисен вектор

Дани $A \cup B$:

$(\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta'')$



$|\alpha, \alpha'\rangle$

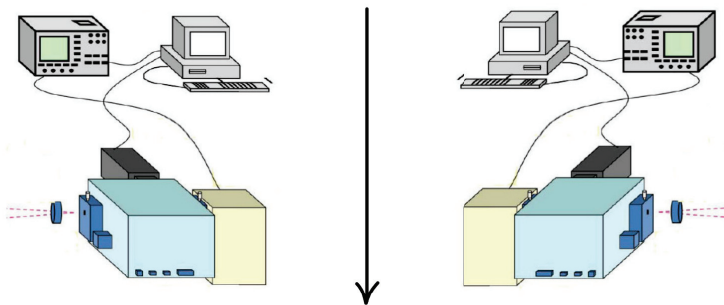


$|\beta, \beta', \beta''\rangle$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Дани $A \cup B$:

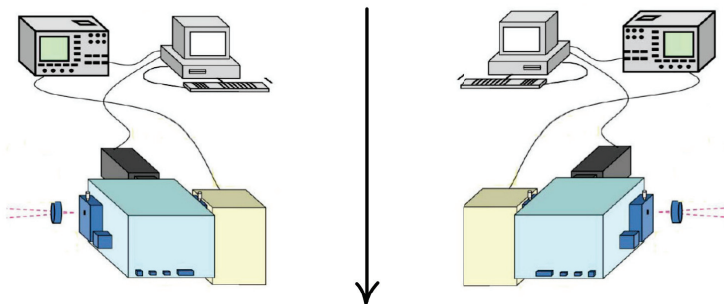
$(\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta'')$



$|\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta''\rangle$

Дани $A \cup B$:

$(\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta'')$

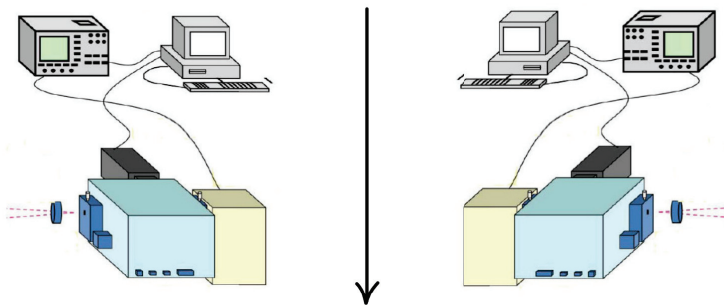


Ортогонализиран базис за съставната система " $A \cup B$ "
Той е индексирани данните на двата експеримента

$\rightarrow |\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta''\rangle$

Дани $A \cup B$:

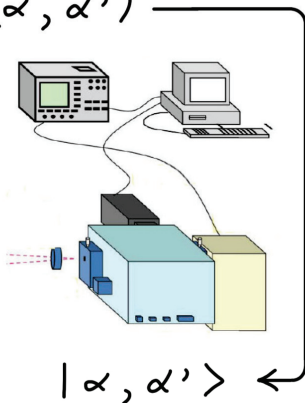
$(\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta'')$



$|\alpha, \alpha'; \beta, \beta', \beta''\rangle$

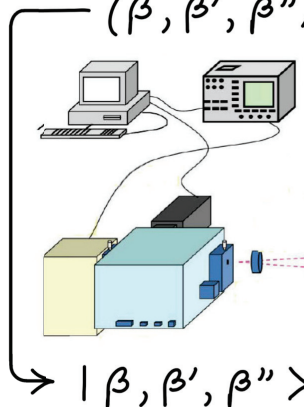
Данни **A**:

(α, α')



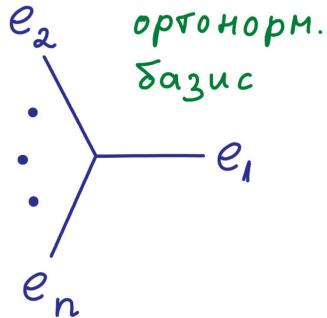
Данни **B**:

(β, β', β'')

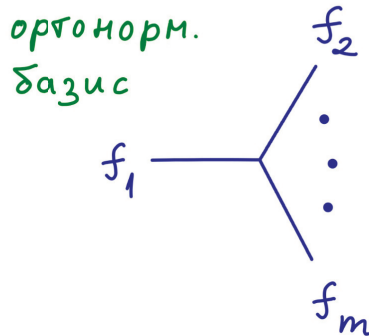


Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Данни **A**:

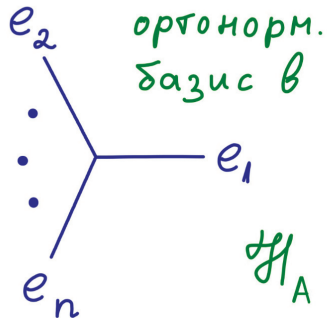


Данни **B**:

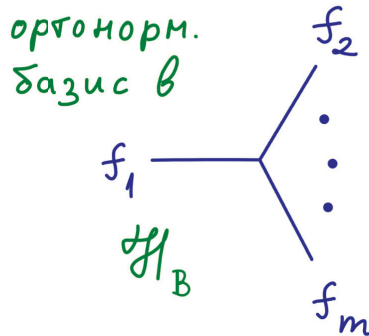


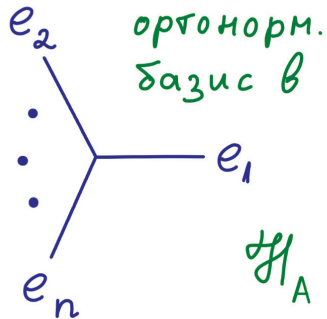
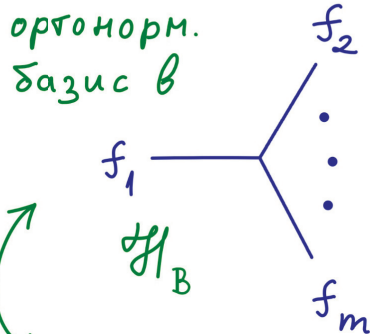
Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Данни **A**:



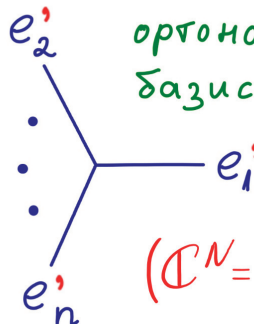
Данни **B**:



Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**Данни **A**:Данни **B**:максимална
инфо. за сист. **A**максимална
инфо. за сист. **B**

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**Данни **A**:

ортонорм.
базис $\mathcal{B}$



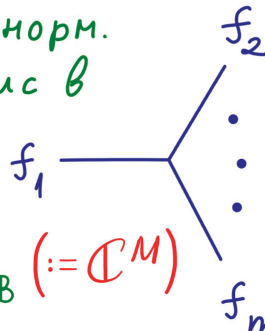
$(\mathbb{C}^N =:) \mathcal{H}_A$

максимална

инфо. за сист. **A**

Данни **B**:

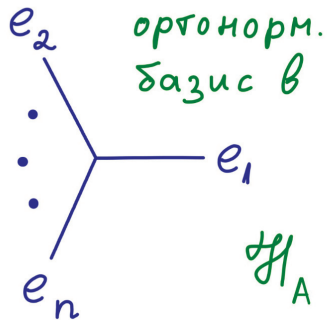
ортонорм.
базис $\mathcal{B}$



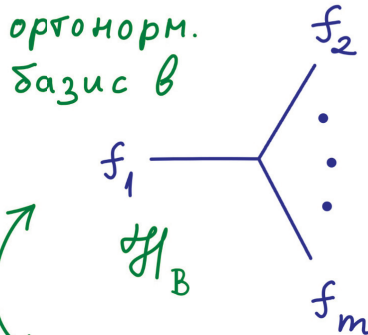
$\mathcal{H}_B (:= \mathbb{C}^M)$

максимална

инфо. за сист. **B**

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**Данни **A**:

максимална

инфо. за сист. **A**Данни **B**:

максимална

инфо. за сист. **B**

Данни **A**:

ортонорм.

базис

$$e_j = |e_j\rangle$$

в $\mathcal{H}_A$

максимална
инфо. за сист. **A**

Данни **B**:

ортонорм.

базис

$$f_k = |f_k\rangle$$

в $\mathcal{H}_B$

максимална
инфо. за сист. **B**

Данни **A**:

произволен

{ ортонорм.
базис
 $e_j = |e_j\rangle$

в $\mathcal{H}_A$

максимална
инфо. за сист. **A**

Данни **B**:

ортонорм.
базис
 $f_k = |f_k\rangle$

в $\mathcal{H}_B$

максимална
инфо. за сист. **B**

Данни **A**:

ортонорм.

базис

$$e_j = |e_j\rangle$$

в $\mathcal{H}_A$

максимална
инфо. за сист. **A**

Данни **B**:

ортонорм.

базис

$$f_k = |f_k\rangle$$

в $\mathcal{H}_B$

максимална
инфо. за сист. **B**

Дани $A \cup B$:

ортонорм.

базис

$|e_j\rangle |f_k\rangle$

в $\mathcal{H}_{AB}$



максимална
инфо. за сист. $A \cup B$

Дани $A \cup B$:

ортонорм.

базис

$|e_j\rangle |f_k\rangle$

$\mathcal{H}_{AB}$

Хилбертово пространство за $A \cup B$

максимална
инфо. за сист. $A \cup B$

Данин $A \cup B$:

ортонорм.

базис

$$|e_j\rangle|f_k\rangle \equiv e_j \otimes f_k$$

алтернативни
матем.
означения

$\mathcal{H}_{AB}$

Хилбертово пространство за $A \cup B$

максимална
инфо. за сист. $A \cup B$

Данин $A \cup B$:

ортонорм.

базис

$$|e_j\rangle|f_k\rangle \equiv e_j \otimes f_k$$

$$\mathcal{H}_{AB} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

Хилбертово пространство за $A \cup B$



максимална
инфо. за сист. $A \cup B$

алтернативни
матем.
означения



Необходимо ни е хилб. прост-во на
състоянията $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$, което е
снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

а) $\forall$ два базиса $\{e_j\} \subset \mathcal{H}_A$ и $\{f_k\} \subset \mathcal{H}_B$
се изобразяват във базис $\{e_j \otimes f_k\}$.

$$\Rightarrow \dim(\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B) = \dim \mathcal{H}_A \cdot \dim \mathcal{H}_B$$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

а) бази си $\longmapsto$ бази си ;

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

а) бази си $\longmapsto$ бази си ; б) Билинейност:

$$(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) \otimes v = \lambda_1 (u_1 \otimes v) + \lambda_2 (u_2 \otimes v)$$

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

а) бази си $\longmapsto$ бази си ; б) Билинейност:

$$(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) \otimes v = \lambda_1 (u_1 \otimes v) + \lambda_2 (u_2 \otimes v)$$

$$u \otimes (\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 (u \otimes v_1) + \lambda_2 (u \otimes v_2)$$

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

= разделна линейност

а) бази си $\longmapsto$ бази си ; б) Билинейност:

$$(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) \otimes v = \lambda_1 (u_1 \otimes v) + \lambda_2 (u_2 \otimes v)$$

$$u \otimes (\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 (u \otimes v_1) + \lambda_2 (u \otimes v_2)$$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

а) базиси $\longmapsto$ базиси ; б) Билинейност: ^{= раздельна линейност}

Физиците казват

$\hookrightarrow$ "суперпозиция" $\longmapsto$ суперпозиция

= линейна комбинация

$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ е снабдено с изображение

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$u, v \longmapsto u \otimes v.$$

а) базиси $\longmapsto$ базиси ; б) Билинейност: *= раздельна линейност*

$$(\lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2) \otimes v = \lambda_1 (u_1 \otimes v) + \lambda_2 (u_2 \otimes v)$$

$$u \otimes (\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2) = \lambda_1 (u \otimes v_1) + \lambda_2 (u \otimes v_2)$$

Конструиране (модел) на тенз. произведение

посредством
произведения
на Кронекер

$$A \otimes B :=$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & \dots & a_{11}b_{1n} & & a_{1\ell}b_{11} & \dots & a_{1\ell}b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \dots & \vdots & & \vdots \\ a_{11}b_{m1} & \dots & a_{11}b_{mn} & & a_{1\ell}b_{m1} & \dots & a_{1\ell}b_{mn} \\ & & \vdots & & & & \vdots \\ a_{k1}b_{11} & \dots & a_{k1}b_{1n} & & a_{k\ell}b_{11} & \dots & a_{k\ell}b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \dots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1}b_{m1} & \dots & a_{k1}b_{mn} & & a_{k\ell}b_{m1} & \dots & a_{k\ell}b_{mn} \end{pmatrix}$$

за: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1\ell} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \dots & a_{k\ell} \end{pmatrix} \begin{matrix} k \times \ell \\ \text{- матрица} \end{matrix}$ и $B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} \begin{matrix} m \times n \\ \text{- матрица} \end{matrix}$

Конструиране (модел) на тенз. произведение

посредством
произведения
на Кронекер

$$A \otimes B :=$$

$$\begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & \dots & a_{11}b_{1n} & & a_{1\ell}b_{11} & \dots & a_{1\ell}b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \dots & \vdots & & \vdots \\ a_{11}b_{m1} & \dots & a_{11}b_{mn} & & a_{1\ell}b_{m1} & \dots & a_{1\ell}b_{mn} \\ & & \vdots & & & & \vdots \\ & & \vdots & & & & \vdots \\ a_{k1}b_{11} & \dots & a_{k1}b_{1n} & & a_{k\ell}b_{11} & \dots & a_{k\ell}b_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \dots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1}b_{m1} & \dots & a_{k1}b_{mn} & & a_{k\ell}b_{m1} & \dots & a_{k\ell}b_{mn} \end{pmatrix}$$

за: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1\ell} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & \dots & a_{k\ell} \end{pmatrix} \begin{matrix} k \times \ell \\ \text{- матрица} \end{matrix}$ и $B = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} \begin{matrix} m \times n \\ \text{- матрица} \end{matrix}$

Конструиране (модел) на тенз. произведение

посредством
произведението
на Кронекер

$$A \otimes B :=$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} b_{11} \dots a_{11} b_{1n} & \dots & a_{1l} b_{11} \dots a_{1l} b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{11} b_{m1} \dots a_{11} b_{mn} & \dots & a_{1l} b_{m1} \dots a_{1l} b_{mn} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} b_{11} \dots a_{k1} b_{1n} & \dots & a_{kl} b_{11} \dots a_{kl} b_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{k1} b_{m1} \dots a_{k1} b_{mn} & \dots & a_{kl} b_{m1} \dots a_{kl} b_{mn} \end{pmatrix}$$

за: $A = \begin{pmatrix} a_{11} \dots a_{1l} \\ \vdots \\ a_{k1} \dots a_{kl} \end{pmatrix} \begin{matrix} k \times l \\ \text{- матрица} \end{matrix}$ и $B = \begin{pmatrix} b_{11} \dots b_{1n} \\ \vdots \\ b_{m1} \dots b_{mn} \end{pmatrix} \begin{matrix} m \times n \\ \text{- матрица} \end{matrix}$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Конструиране (модел) на тенз. произведение

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_A &= \mathbb{C}^N \\ \mathcal{H}_B &= \mathbb{C}^M \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{линейни} \\ \text{пространства от} \\ \text{вектор-стълбове} \end{array}$$

$$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \left(= \mathcal{H}_{AB} \right) := \overbrace{\mathbb{C}^{NM}}$$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Конструиране (модел) на тенз. произведение

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_A &= \mathbb{C}^N \\ \mathcal{H}_B &= \mathbb{C}^M \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{линейни} \\ \text{пространства от} \\ \text{вектор-стълбове} \end{array}$$

$$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \left(= \mathcal{H}_{AB} \right) := \overbrace{\mathbb{C}^{NM}}$$

с операция:

$$\mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

- по Кронекер

$$u, v \longmapsto u \otimes v$$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Конструиране (модел) на тенз. произведение

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{H}_A &= \mathbb{C}^N \\ \mathcal{H}_B &= \mathbb{C}^M \end{aligned} \right\} \text{линейни} \\ \text{пространства от} \\ \text{вектор-стълбове}$$

тази
конструкция
не зависи от
избора на
базиси

$$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \left(= \mathcal{H}_{AB} \right) := \mathbb{C}^{NM}$$

с операция:
- по Кронекер

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_A \times \mathcal{H}_B &\longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \\ u, v &\longmapsto u \otimes v \end{aligned}$$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Основен принцип:

Основен принцип:

Елементите от вида $u \otimes v \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$
– разложими елементи (има и неразложими!)

Основен принцип:

Елементите от вида $u \otimes v \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$
– **разложими елементи** (има и **неразложими!**)

Товава, за да се определи (поли) линейно
изображение

Основен принцип:

Елементите от вида $u \otimes v \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$
– **разложими елементи** (има и **неразложими!**)

Тогава, за да се определи (поли) линейно
изображение е достатъчно то да се определи
коректно за разложими елементи:

$$\varphi(u_1 \otimes v_1, u_2 \otimes v_2, \dots)$$

Основен принцип:

Елементите от вида $u \otimes v \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$
– **разложими елементи** (има и **неразложими!**)

Тогава, за да се определи (поли) линейно
изображение е достатъчно то да се определи
коректно за разложими елементи:

↑
(поли) линейно $\varphi(u_1 \otimes v_1, u_2 \otimes v_2, \dots)$

Неразложимите вектори на състояния в $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ се наричат във физиката **сплетени състояния (entangled states)**

Пример: $\mathcal{A} := \text{Op } \mathcal{H}_A \equiv \{ A : \mathcal{H}_A \xrightarrow{\text{ли.и.}} \mathcal{H}_A \}$

Пример: $\mathcal{A} := \text{Op } \mathcal{H}_A \equiv \{ A : \mathcal{H}_A \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_A \}$

$\mathcal{B} := \text{Op } \mathcal{H}_B \equiv \{ B : \mathcal{H}_B \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_B \}$

Пример: $\mathcal{A} := \text{Op } \mathcal{H}_A \equiv \{ A : \mathcal{H}_A \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_A \}$

$$\mathcal{B} := \text{Op } \mathcal{H}_B \equiv \{ B : \mathcal{H}_B \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_B \}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} \otimes \mathcal{B} \text{ действа върху } \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B :$$

Пример: $\mathcal{A} := \text{Op } \mathcal{H}_A \equiv \{ A : \mathcal{H}_A \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_A \}$

$$\mathcal{B} := \text{Op } \mathcal{H}_B \equiv \{ B : \mathcal{H}_B \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_B \}$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} \otimes \mathcal{B} \text{ действа върху } \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B :$$

$$A \otimes B \quad , \quad u \otimes v \quad \mapsto \quad (Au) \otimes (Bv)$$

Пример: $\mathcal{A} := \text{Op } \mathcal{H}_A \equiv \{ A : \mathcal{H}_A \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_A \}$

$\mathcal{B} := \text{Op } \mathcal{H}_B \equiv \{ B : \mathcal{H}_B \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_B \}$

$\Rightarrow \mathcal{A} \otimes \mathcal{B}$ действа върху $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$:

$$\begin{array}{ccc}
 (\mathcal{A} \otimes \mathcal{B}) \times (\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B) & \longrightarrow & \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 A \otimes B & , \quad u \otimes v \mapsto & (Au) \otimes (Bv)
 \end{array}$$

Пример: $\mathcal{A} := \text{Op } \mathcal{H}_A \equiv \{ A : \mathcal{H}_A \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_A \}$

$\mathcal{B} := \text{Op } \mathcal{H}_B \equiv \{ B : \mathcal{H}_B \xrightarrow{\text{лин.}} \mathcal{H}_B \}$

$\Rightarrow \mathcal{A} \otimes \mathcal{B}$ действа върху $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$:

$$(\mathcal{A} \otimes \mathcal{B}) \times (\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B) \longrightarrow \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

$$\begin{array}{ccc} \Downarrow & & \Downarrow \\ A \otimes B & , & u \otimes v \mapsto (Au) \otimes (Bv) \end{array}$$

абстрактно определение на тензорно произведение на линейни оператори

Тензорното произведение на лин. оператори
може да се представи в матричен вид чрез
кронекеровото произведение:

$$\text{Нека } t = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m t_{j,k} e_j \otimes f_k =$$

лексикографска
наредба



$$\begin{bmatrix} t_{11} \\ \vdots \\ t_{1m} \\ \vdots \\ t_{n1} \\ \vdots \\ t_{nm} \end{bmatrix}$$

Съставни системи: **преговор с алтернативно въведение**

Тогава имаме съгласуваност: $(A \otimes B)t =$

$$\begin{pmatrix} a_{11} \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mm} \end{pmatrix} & \cdots & a_{1n} \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mm} \end{pmatrix} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mm} \end{pmatrix} & \cdots & a_{nn} \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \cdots & b_{mm} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_{11} \\ \vdots \\ t_{1m} \\ \vdots \\ t_{n1} \\ \vdots \\ t_{nm} \end{pmatrix}$$

Забележете, че ако работим с $\mathcal{H}_A = \mathbb{C}^N$ и $\mathcal{H}_B = \mathbb{C}^M$,
то при модела с тензорно произведение на
Кръонекер тензорните произведения на векторите от
стандартните базиси $\left(\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \right)$ са отново от стандартния
базис на $\mathbb{C}^{NM}$, при това, в лексикографски ред.

Забележете, че ако работим с $\mathcal{H}_A = \mathbb{C}^N$ и $\mathcal{H}_B = \mathbb{C}^M$,
то при модела с тензорно произведение на
Кронекер тензорните произведения на векторите от
стандартните базиси $\left(\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \right)$ са отново от стандартния
базис на $\mathbb{C}^{NM}$, при това, в лексикографски ред.

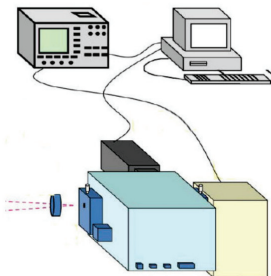
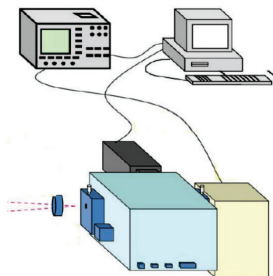
Това е всъщност и характеристика на модела на
тензорно произведение на Кронекер.

Квантови трансформации: **преговор с алтернативно въведение**

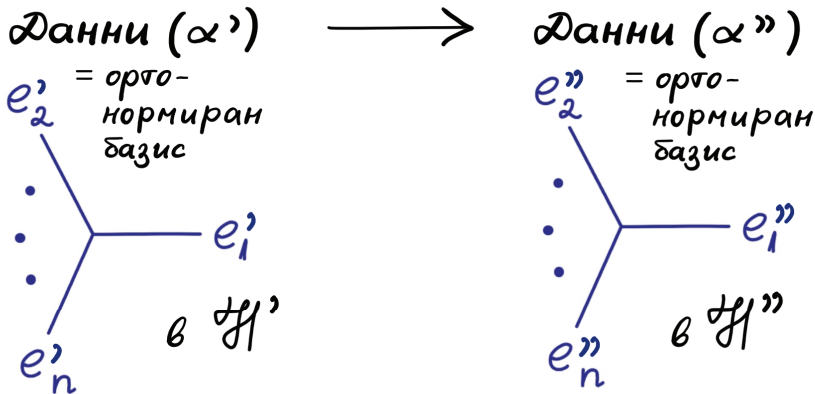
Картина на Шрьодингер: трансформират се състоянията

Квантовата трансформация моделира трансформация на данни (експериментални!) за квантова система

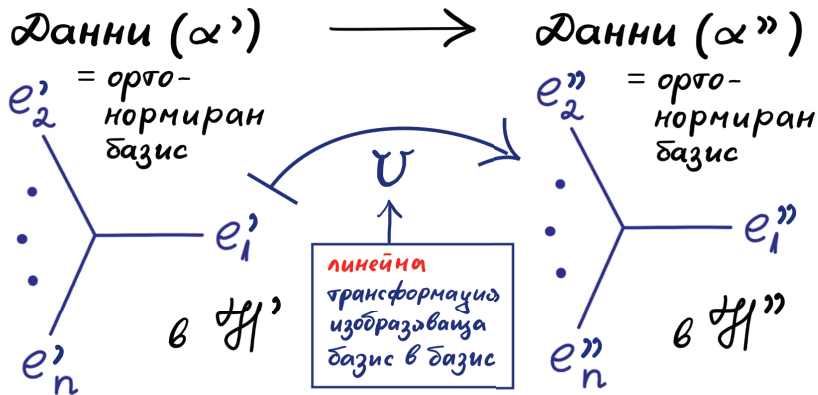
Данни (α') $\longrightarrow$ Данни (α'')



Квантовата трансформация моделира трансформация на данни (експериментални!) за квантова система



Квантовата трансформация моделира трансформация на данни (експериментални!) за квантова система



Теорема (Сведение от линейната алгебра)

а) Ако $U: \mathcal{H}' \longrightarrow \mathcal{H}''$ е линейно изображение, което изобразява един ортонормиран базис отново в ортонормиран базис, то U е изоморфизъм на хилбертови пространства (т.е., линейна биекция, която запазва скаларните произведения).

Теорема (Сведение от линейната алгебра)

δ) Ако $U: \mathbb{C}^N \longrightarrow \mathbb{C}^N$ е **отново** линейно изображение, което изобразява един ортонормиран базис отново в ортонормиран базис,

Теорема (Сведение от линейната алгебра)

б) Ако $U: \mathbb{C}^N \longrightarrow \mathbb{C}^N$ е **отново** линейно изображение, което изобразява един ортонормиран базис отново в ортонормиран базис, то U се задава от унитарна матрица,

т.е.,
$$U^* = U^{-1}$$

Теорема (Сведение от линейната алгебра)

б) Ако $U: \mathbb{C}^N \longrightarrow \mathbb{C}^N$ е **отново** линейно изображение, което изобразява един ортонормиран базис отново в ортонормиран базис, то U се задава от унитарна матрица,

$$\text{т.е.}, \quad U^* = U^{-1}$$

Вярно е и твърдението в обратната посока.

Теорема (Сведение от линейната алгебра)

б) Ако $U: \mathbb{C}^N \longrightarrow \mathbb{C}^N$ е **отново** линейно изображение, което изобразява един ортонормиран базис отново в ортонормиран базис, то U се задава от унитарна матрица,

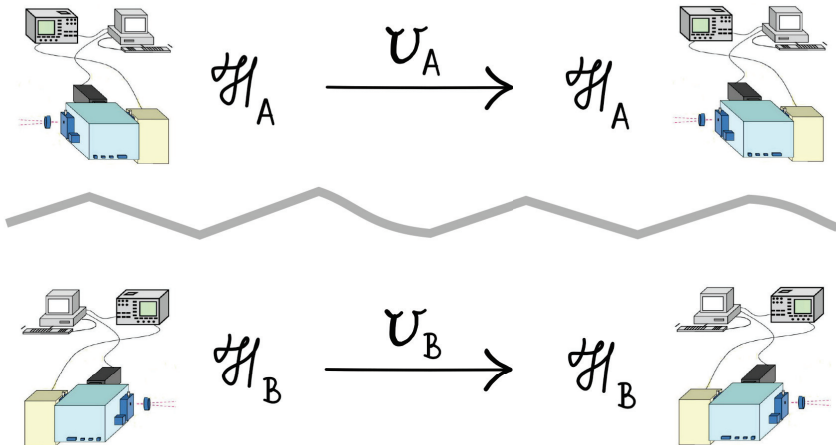
т.е.,

$$U^* = U^{-1}$$

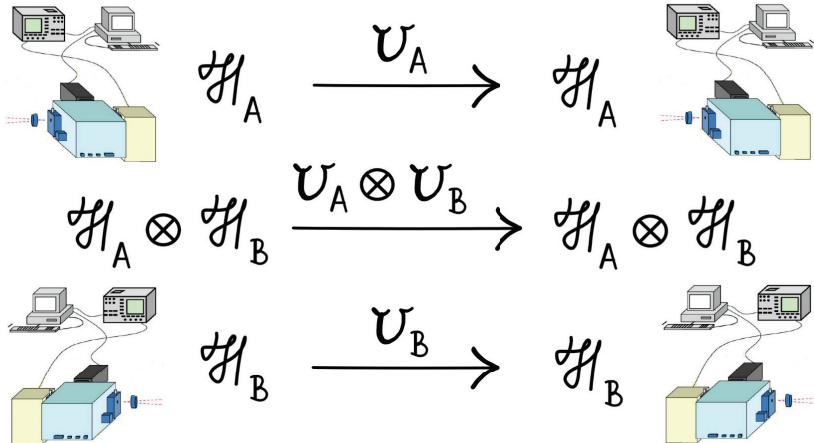
Вярно е и твърдението в обратната посока.

Комбиниране на квантови трансформации: **НОВО**

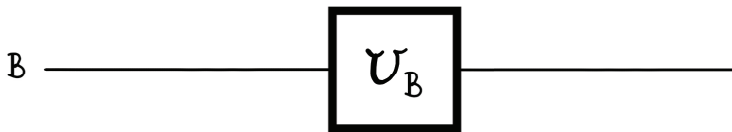
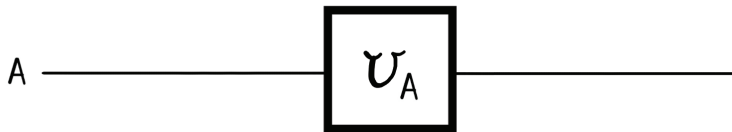
комбиниране на квантови трансформации



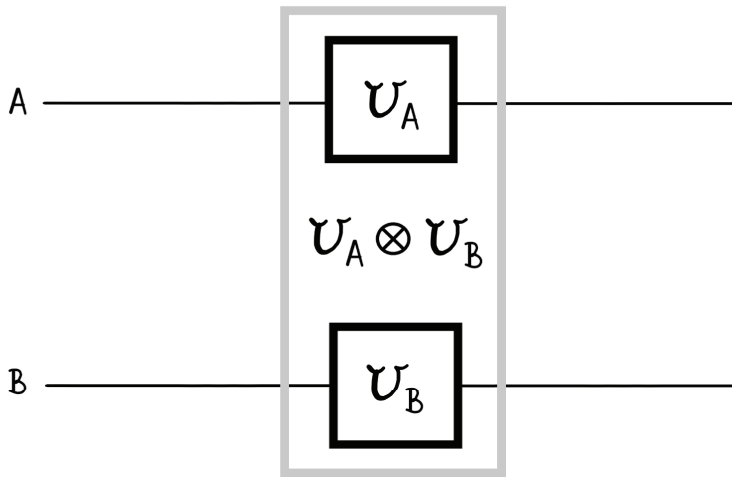
комбиниране на квантови трансформации



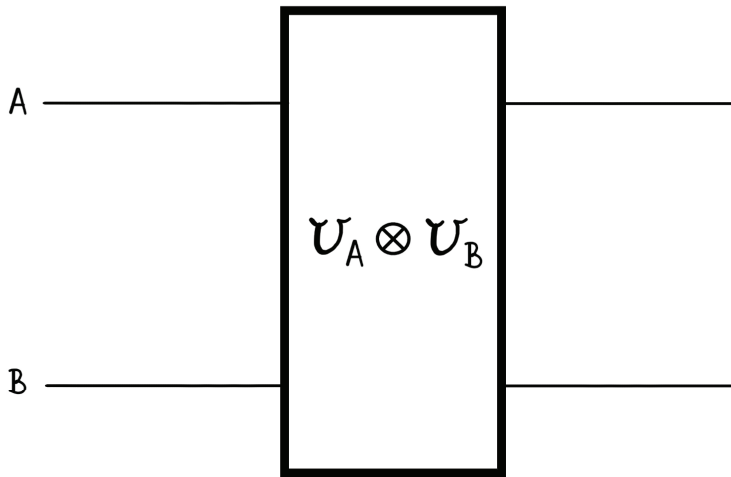
означение с квантова верига (quantum circuit)



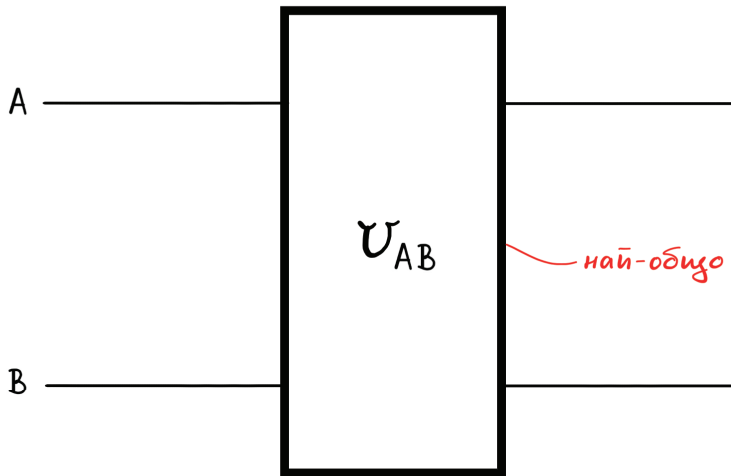
означение с квантова верига (quantum circuit)



означение с квантова верига (quantum circuit)



означение с квантова верига (quantum circuit)



Квантови трансформации: **примери и дискусия**

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c} U^* \\ \left(\begin{array}{cccccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{nn}} \end{array} \right) \end{array}
 \begin{array}{c} U \\ \left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn} \end{array} \right) \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{I} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c} U \\ \left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn} \end{array} \right) \end{array}
 \begin{array}{c} U^* \\ \left(\begin{array}{cccccc} \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\ \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\ \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn} \end{array} \right) \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{1} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c} U^* \\ \left(\begin{array}{cccccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{nn}} \end{array} \right) \end{array}
 \begin{array}{c} U \\ \left(\begin{array}{cccccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn} \end{array} \right) \end{array}
 =
 \begin{array}{c} \hat{I} \\ \left(\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1 \end{array} \right) \end{array}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdot \quad \cdot \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdot \quad \cdot \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{U^*} \\
 \begin{pmatrix}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn}
 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^U \\
 \begin{pmatrix}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{pmatrix}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{\hat{1}} \\
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdots \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdot \quad \cdot \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdot \quad \cdot \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_{\cdot 1} \quad u_{\cdot 2} \quad u_{\cdot 3} \quad \cdot \quad \cdot \quad u_{\cdot n}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{U^*} \\
 \begin{pmatrix}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \overline{u}_{nn}
 \end{pmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^U \\
 \begin{pmatrix}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{pmatrix} \\
 \begin{array}{ccccccc}
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \cdots & \downarrow \\
 u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_n
 \end{array}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{\hat{I}} \\
 \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{U^*} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{\hat{I}} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow$
 u_1

$\downarrow$
 u_2

$\downarrow$
 u_3

$\cdot \cdot \cdot$

$\downarrow$
 u_n

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{U^*} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{\hat{I}} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \cdot & \cdot & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdot \quad \cdot \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{U^*} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdots & \cdots & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdots & \cdots & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdots & \cdots & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdots & \cdots & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{\hat{I}} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{1} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

U е унитарна $\Leftrightarrow$
 колоните (или редовете)
 са ортонормиран базис

$$U^* U = \hat{1}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n1}} \\
 \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n2}} \\
 \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{n3}} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdot & \cdot & \overline{u_{nn}}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdot \quad \cdot \quad u_n$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right) \\
 \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdot \quad \cdot \quad \downarrow \\
 u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdot \quad \cdot \quad u_n
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \bar{u}_{31} & \cdot & \cdot & \bar{u}_{n1} \\
 \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \bar{u}_{32} & \cdot & \cdot & \bar{u}_{n2} \\
 \bar{u}_{13} & \bar{u}_{23} & \bar{u}_{33} & \cdot & \cdot & \bar{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \bar{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \dots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \dots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \bar{u}_{31} & \dots & \bar{u}_{n1} \\
 \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \bar{u}_{32} & \dots & \bar{u}_{n2} \\
 \bar{u}_{13} & \bar{u}_{23} & \bar{u}_{33} & \dots & \bar{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{3n} & \dots & \bar{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccc}
 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \dots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \dots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \dots \quad u_n$

$$UU^* = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow |u_1\rangle\langle u_1| + \dots + |u_n\rangle\langle u_n| = \hat{I}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{U^*} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \overline{u}_{11} & \overline{u}_{21} & \overline{u}_{31} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n1} \\
 \overline{u}_{12} & \overline{u}_{22} & \overline{u}_{32} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n2} \\
 \overline{u}_{13} & \overline{u}_{23} & \overline{u}_{33} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 \overline{u}_{1n} & \overline{u}_{2n} & \overline{u}_{3n} & \cdot & \cdot & \overline{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdot & \cdot & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdot & \cdot & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdot & \cdot & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdot & \cdot & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \overbrace{\quad\quad\quad}^{\hat{I}} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdot & \cdot & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$\downarrow$
 u_1

$\downarrow$
 u_2

$\downarrow$
 u_3

$\cdot \cdot \cdot$

$\downarrow$
 u_n

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия****Унитарни матрици и ортонормирани базиси**

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 \bar{u}_{11} & \bar{u}_{21} & \bar{u}_{31} & \cdots & \bar{u}_{n1} \\
 \bar{u}_{12} & \bar{u}_{22} & \bar{u}_{32} & \cdots & \bar{u}_{n2} \\
 \bar{u}_{13} & \bar{u}_{23} & \bar{u}_{33} & \cdots & \bar{u}_{n3} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 \bar{u}_{1n} & \bar{u}_{2n} & \bar{u}_{3n} & \cdots & \bar{u}_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\
 u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\
 u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn}
 \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccccc}
 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
 0 & 0 & 0 & \cdots & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$e_j \xrightarrow{U} u_j$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

$$\begin{array}{c}
 U^* \\
 \left(\begin{array}{cccc} \overline{u_{11}} & \overline{u_{21}} & \overline{u_{31}} & \cdots & \overline{u_{n1}} \\ \overline{u_{12}} & \overline{u_{22}} & \overline{u_{32}} & \cdots & \overline{u_{n2}} \\ \overline{u_{13}} & \overline{u_{23}} & \overline{u_{33}} & \cdots & \overline{u_{n3}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{u_{1n}} & \overline{u_{2n}} & \overline{u_{3n}} & \cdots & \overline{u_{nn}} \end{array} \right)
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 U \\
 \left(\begin{array}{cccc} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \cdots & u_{1n} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & \cdots & u_{2n} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & \cdots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{n1} & u_{n2} & u_{n3} & \cdots & u_{nn} \end{array} \right)
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 \hat{I} \\
 \left(\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right)
 \end{array}$$

$e_j \xrightarrow{U} u_j$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \cdots \quad \downarrow$
 $u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad \cdots \quad u_n$

U е унитарна $\Leftrightarrow$ колоните (или редовете) са ортонормиран базис

$$U^* U = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow \langle u_j | u_k \rangle = \begin{cases} 1 & \text{при } j=k \\ 0 & \text{при } j \neq k \end{cases}$$

$$U U^* = \hat{I}$$

$$\Leftrightarrow |u_1\rangle \langle u_1| + \cdots + |u_n\rangle \langle u_n| = \hat{I}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

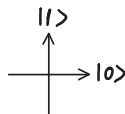
$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

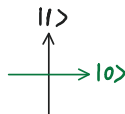
$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

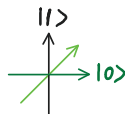


Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

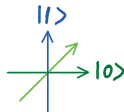
$$|0\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

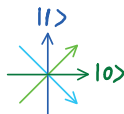
$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



Унитарни матрици и ортонормирани базиси**-пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate**

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$|1\rangle \text{ --- } \boxed{H} \text{ --- } 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle$$

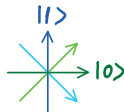


Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \xrightarrow{H} \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$

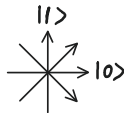


Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$



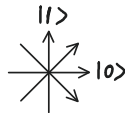
Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\begin{Bmatrix} |0\rangle \\ |1\rangle \end{Bmatrix} \longrightarrow \boxed{H} \longrightarrow \begin{Bmatrix} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{Bmatrix}$$

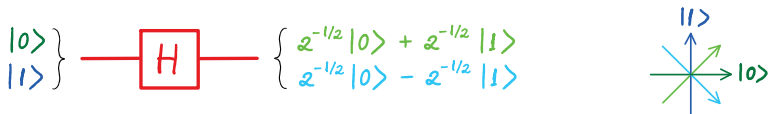
- пример 2.: Ротация на ъгъл α : $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

Квантови трансформации: примери и дискусия

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гейт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$



- пример 2: Ротация на ъгъл α : $R = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

В заключение:

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

В заключение:

Обръщаме внимание, че

КВАНТОВИТЕ ТРАНСФОРМАЦИИ СА ВИНАГИ ОБРАТИМИ!

Квантови трансформации: **примери и дискусия**

В заключение:

Обръщаме внимание, че

КВАНТОВИТЕ ТРАНСФОРМАЦИИ СА ВИНАГИ ОБРАТИМИ!

Няма задоволителна и общоприета теория за произволни квантови квантови трансформации.

Квантови трансформации: примери и дискусия

В заключение:

Обръщаме внимание, че

КВАНТОВИТЕ ТРАНСФОРМАЦИИ СА ВИНАГИ ОБРАТИМИ!

Няма задоволителна и общоприета теория за произволни квантови квантови трансформации.

Обратимостта на квантовите трансформации при квантовите изчисления е аналог на т.нар. **ОБРАТИМИ ИЗЧИСЛЕНИЯ**.

В заключение:

Обръщаме внимание, че

КВАНТОВИТЕ ТРАНСФОРМАЦИИ СА ВИНАГИ ОБРАТИМИ!

Няма задоволителна и общоприета теория за произволни квантови квантови трансформации.

Обратимостта на квантовите трансформации при квантовите изчисления е аналог на т.нар. **ОБРАТИМИ ИЗЧИСЛЕНИЯ**.

en.wikipedia.org/wiki/Reversible_computing

Теория на измерването: **аксиоми и следствия**

В тази част на презентацията, в **зелен цвят** са поставени части, които се считат извън материала на курса и са предназначени за читатели с допълнителен интерес към теоретичните основи на областта.

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване

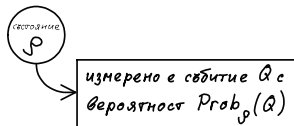
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване



Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване



Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване



Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване



Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване



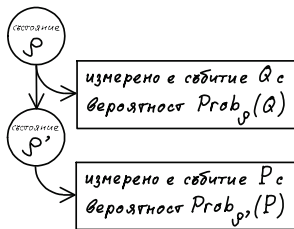
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



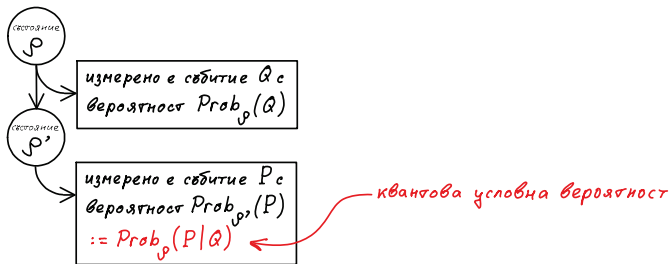
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



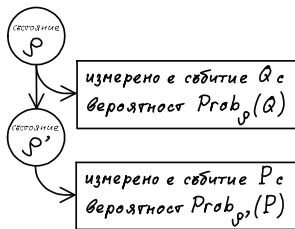
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



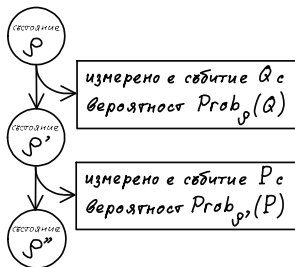
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



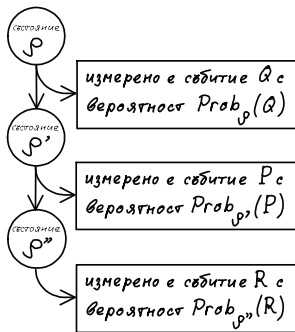
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



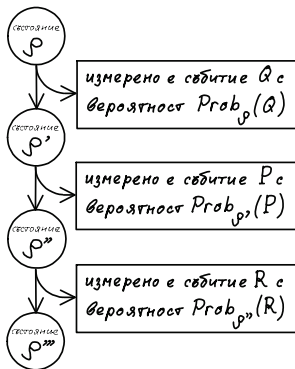
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



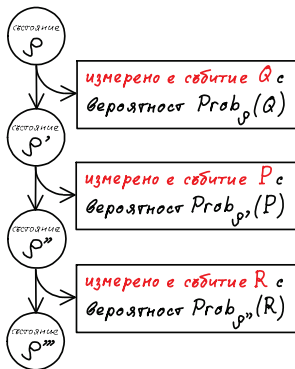
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



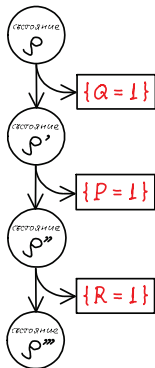
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



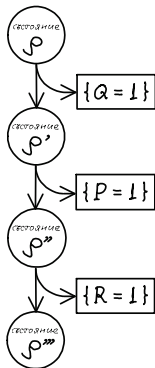
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



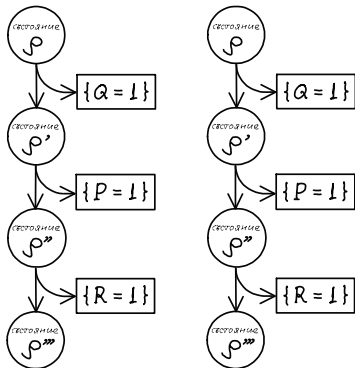
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



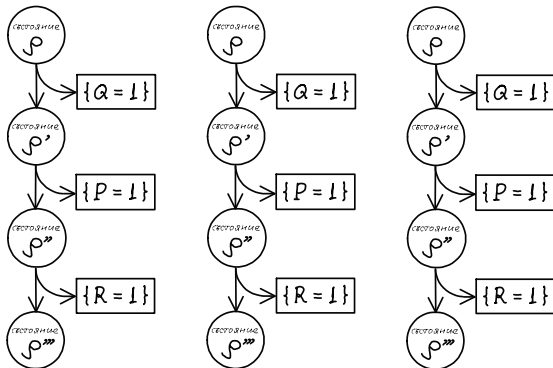
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



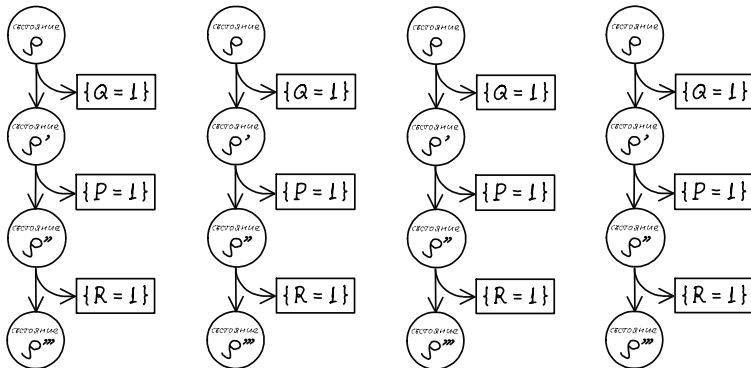
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



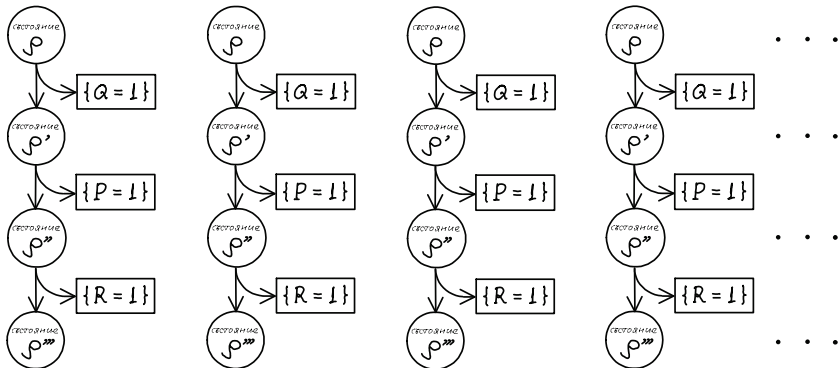
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



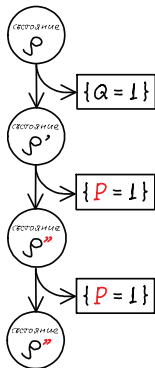
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

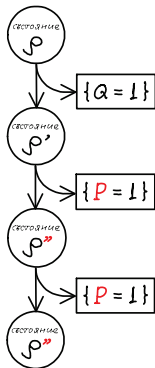


Теория на измерването: аксиоми и следствия

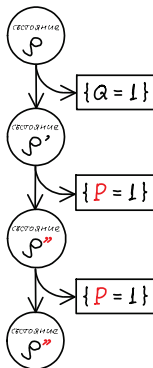
Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



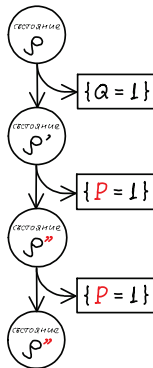
стабилизация



стабилизация



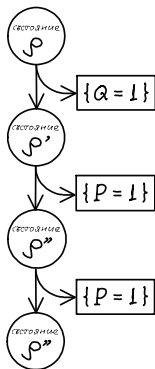
стабилизация



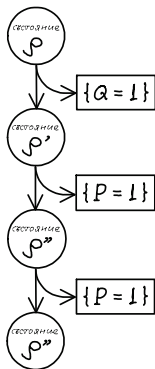
стабилизация

Теория на измерването: аксиоми и следствия

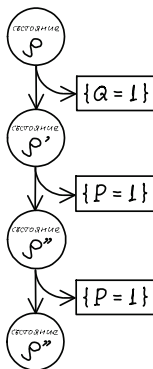
Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



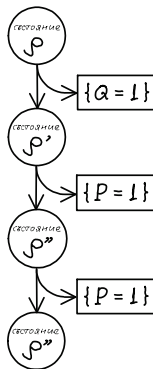
стабилизация



стабилизация



стабилизация



стабилизация

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,
понеже алгебрата на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P
(поради спектралната теорема)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(AQA)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$?

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q\hat{1}Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q^2)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(AQA)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\rho(Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$?

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) = \frac{\rho(QA^*AQ)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) = \frac{\rho(Q^*A^*AQ)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(AQA)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) = \frac{\rho((AQ)^*AQ)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

Освен това, този линеен функционал е

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност: ρ' е състояние - наистина,

понеже алгебрат на наблюдаемите $\mathcal{A}$ е поразда линейно от събитията P

(поради спектралната теорема), то: $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$ - като линеен функционал

Освен това, този линеен функционал е $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ за $\forall A \in \mathcal{A}$.

нормиран: $\rho'(\hat{1}) = 1$

и положителен: $\rho'(A^*A) \geq 0$. $\square$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(AQ A)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става:

$$\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Наистина: за $\forall A \in \mathcal{A}$ имаме $\rho'(A) \equiv \text{Tr} \hat{\rho}' A = \frac{\text{Tr} \hat{\rho} Q A Q}{\rho(Q)} = \frac{\text{Tr} Q \hat{\rho} Q A}{\rho(Q)}$

$\Rightarrow \text{Tr} \left(\left(\hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right) A \right) = 0$ за $\forall A \in \mathcal{A}$. Полагайки $A = |\Psi\rangle\langle\Phi|$,

то за $\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ имаме $\langle\Phi| \underbrace{\left(\hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right)}_{\Rightarrow 0} |\Psi\rangle = 0$. $\square$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$,
то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

векторът на състояние се проектира ортогонално след измерване

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Наистина: ако $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$, то $\hat{\rho}' = \text{const} \cdot Q|\Psi\rangle\langle\Psi|Q = \text{const} \cdot |Q\Psi\rangle\langle Q\Psi|$.

$\Rightarrow \rho'$ също е чисто и има вектор Φ , пропорционален на $Q\Psi$. $\square$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете: $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_{\rho}(Q)$ (от лекция 7)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете: $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_{\rho}(Q)$ (от лекция 7) и $\Rightarrow$ ако Q настъпва в ρ , то $\|Q\Psi\| \neq 0$.

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$.

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова:

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\parallel$

$$\text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes $\leftarrow \text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова: $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes $\leftarrow \text{Prob}_{\rho}(P|Q) = \frac{\text{Prob}_{\rho}(P \cap Q)}{\text{Prob}_{\rho}(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова:

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс: } \text{Prob}_{\rho}(P \cap Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \cap P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме $PQ = QP = P \cap Q$. Затова:

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс: } \text{Prob}_{\rho}(P \cap Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \cap P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Закон на Бейс: $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$
 $= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P)$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

→ Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Закон на Бейс:
$$\begin{aligned} \text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

по аналогия

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс: } \text{Prob}_{\rho}(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.})$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \ (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

т.е., независимостта от реда на измерване е $\iff$ комутиремост, т.е., на съвместна измеримост

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_{\rho}(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_{\rho}(Q \text{ след } P) \text{ } (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай: $\text{Prob}_{\rho}(P \cup Q)$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава: $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) \quad (\forall \rho - \text{свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай: $\text{Prob}_\rho(P \cup Q)$

Доказателство. L.H.S.: $\rho(PQP) = \rho(QPQ) \quad (\forall \rho - \text{свст.})$.

$$\Rightarrow PQP = QPQ \Rightarrow (PQ - QP)^2 = \underbrace{PQPQ}_{QPQ} + \underbrace{QPQP}_{PQP} - \underbrace{PQQP}_Q - \underbrace{QPPQ}_P = 0. \quad \square$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

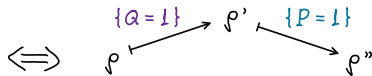


Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

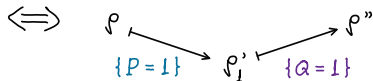


Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

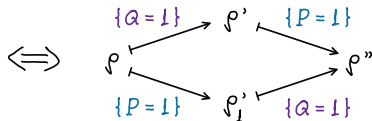


Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

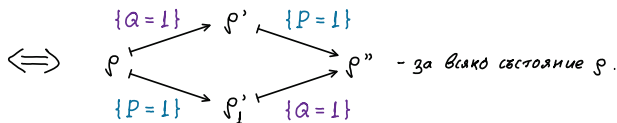


Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими

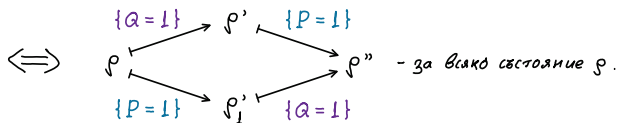


Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

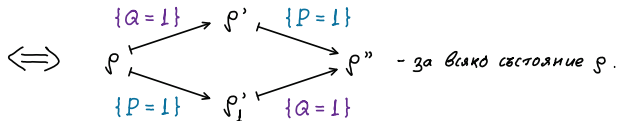
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

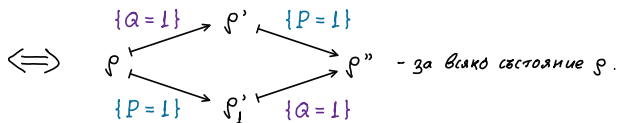
$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

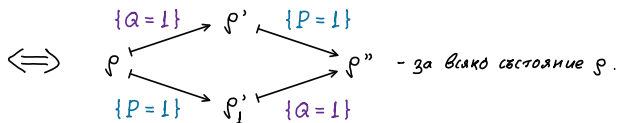
$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} \stackrel{\text{от друга страна}}{=} \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

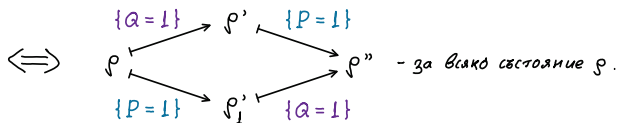
$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

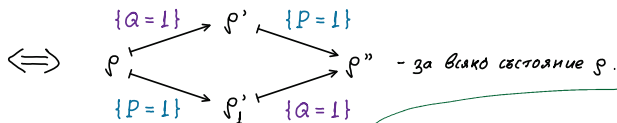
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \iff$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

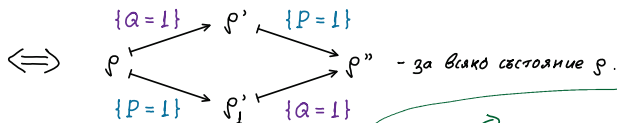
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

R.H.S: $\hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

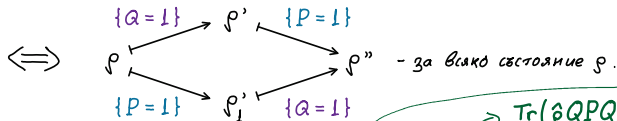
за $\text{Tr} Q \cdot$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP \iff$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



$$\text{Tr}(\hat{\rho}QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho}QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P\hat{\rho}'P}{\text{Tr}(\hat{\rho}'P)} = \frac{PQ\hat{\rho}QP}{\text{Tr}(\hat{\rho}QPQ)} = \frac{QP\hat{\rho}PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho}PQP)}$$

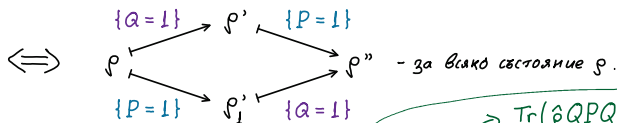
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



$$\text{Tr}(\hat{\rho} Q P Q P Q) = \text{Tr}(\hat{\rho} Q P Q) (\forall \hat{\rho}).$$

$$\Rightarrow Q P Q \text{ е събитие.}$$

Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{P Q \hat{\rho} Q P}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q P Q)} = \frac{Q P \hat{\rho} P Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} P Q P)}$$

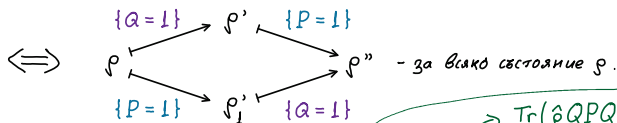
($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} PQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

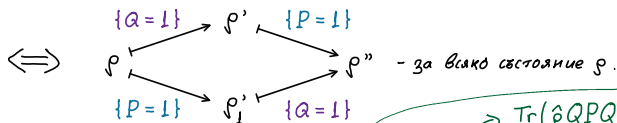
$$\Rightarrow QPQ \text{ е събитие. } \Downarrow \\ (QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие. $\Downarrow$

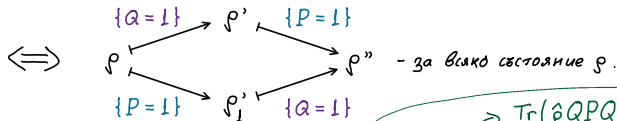
$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P\hat{\rho}'P}{\text{Tr}(\hat{\rho}'P)} = \frac{PQ\hat{\rho}QP}{\text{Tr}(\hat{\rho}QPQ)} = \frac{QP\hat{\rho}PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho}PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho}QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho}QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие. $\Downarrow$

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

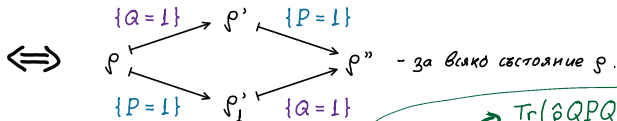
$$PQ = (PQ)^* = QP$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. $PQ = QP$ $\leftarrow$ събитията P и Q комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P\hat{\rho}'P}{\text{Tr}(\hat{\rho}'P)} = \frac{PQ\hat{\rho}QP}{\text{Tr}(\hat{\rho}QPQ)} = \frac{QP\hat{\rho}PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho}PQP)}$$

($\forall \hat{\rho}$ - матрица на излъчността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho}QPQPQ) = \text{Tr}(\hat{\rho}QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$\Rightarrow QPQ$ е събитие.

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

$$PQ = (PQ)^* = QP$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ'

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ'

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение"

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q натъпи в състояние ρ вероятност 1

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q натъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след натъпване на Q състоянието остава същото.

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем : какво се случва след измерване : $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман : $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация : проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация : ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение" : ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон" : https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване"

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q натъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след натъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'$, $\rho_j \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'_j$,

за $j=1,2$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q натъпва в състояние ρ вероятност 1, то след натъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'$, $\rho_j \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'_j$,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho_2}(P \text{ след } Q)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие Q в състояние ρ се е установило състояние ρ' и ако тогава измерим Q в ρ' , то Q ще натъпи в ρ' с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане ρ').
- Принцип за "потвърждение": ако Q настъпва в състояние ρ с вероятност 1, то след настъпване на Q състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect)

- Принцип на "смесване": ако $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$ и имаме $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$, $\rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho_2}(P \text{ след } Q)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow & \{P=1\} \\ \rho & & & & \rho'' \\ \{P=1\} & \searrow & \rho_1' & \swarrow & \{Q=1\} \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \rho' & \{P=1\} & \\ & \nearrow & & \nwarrow & \\ \rho & & & & \rho'' \\ & \searrow & & \nearrow & \\ & \{P=1\} & \rho'_1 & \{Q=1\} & \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow & \{P=1\} \\ \rho & & & & \rho'' \\ \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \swarrow & \{Q=1\} \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow & \{P=1\} \\ \rho & & & & \rho'' \\ \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \swarrow & \{Q=1\} \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho'}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho'}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} & \{Q=1\} & \rho' & \{P=1\} & \\ & \nearrow & & \searrow & \\ \rho & & & & \rho'' \\ & \searrow & & \nearrow & \\ & \{P=1\} & \rho'_1 & \{Q=1\} & \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow & \{P=1\} \\ \rho & & & & \rho'' \\ \{P=1\} & \searrow & \rho_1' & \swarrow & \{Q=1\} \end{array} \iff$$

(∀_ρ)

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall_{\rho})$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема

ако при измерване на A в чисто състояние е измерена

стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$,

ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена

стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

Нека A е наблюдаема със спектрално разлагане $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$, ако при измерване на A в чисто състояние с вектор Ψ е измерена стойност α_k , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$, който е собствен вектор за A със собствена стойност α_k

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за $\forall A \in \mathcal{A}$, $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако ρ е състояние с матрица на плътността $\hat{\rho}$, то след настъпване на Q матрицата на плътността става: $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако ρ е чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$ (единичен), то състоянието ρ' след настъпване на Q е отново чисто и има вектор $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccccc} \{Q=1\} & \nearrow & \rho' & \nwarrow & \{P=1\} \\ \rho & & & & \rho'' \\ \{P=1\} & \searrow & \rho'_1 & \swarrow & \{Q=1\} \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ &= \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $p_{\Psi \mapsto \Phi}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho'}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\text{Prob}_{\Psi}(|\Phi\rangle\langle\Phi|)$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$
амплитуда на
прехода

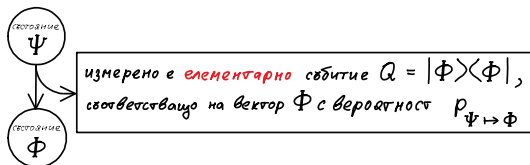
$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$
 вероятност за преход $a_{\Psi \rightarrow \Phi}$
 амплитуда на прехода

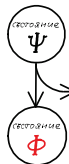
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ с вероятност $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$
амплитуда на
прехода

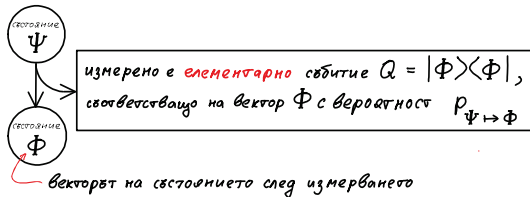
$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност за преход $a_{\Psi \mapsto \Phi}$ амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$
 вероятност за преход $a_{\Psi \rightarrow \Phi}$
 амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

векторът на състоянието след измерването:

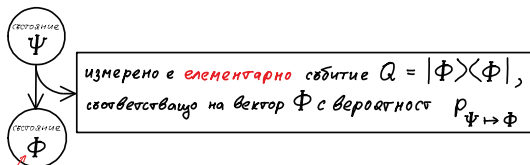
$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$
 вероятност за преход $a_{\Psi \rightarrow \Phi}$
 амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ = \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

векторът на състоянието след измерването:

$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$
 вероятност за преход $a_{\Psi \rightarrow \Phi}$
 амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) &= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \end{aligned}$$

векторът на състоянието след измерването:

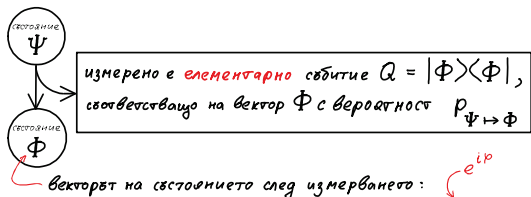
$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\langle \Psi | \Phi \rangle}{\langle \Psi | \Phi \rangle} |\Phi\rangle$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\langle\Psi|\Phi\rangle}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека: $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$ - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle\Psi|\Phi\rangle|^2$$

вероятност за преход

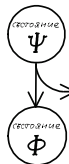
$a_{\Psi \mapsto \Phi}$
амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) &= \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \\ &= \langle\Psi|\Phi\rangle \overline{\langle\Psi|\Phi\rangle} \end{aligned}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение

измерено е **элементарно** събитие $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$,
соответстващо на вектор Φ

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



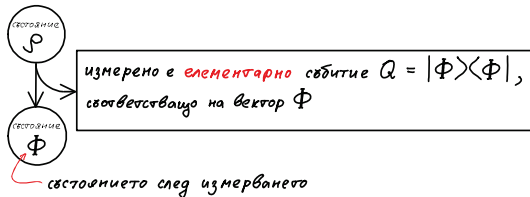
Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



состоянието след измерването:

$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



состоянието след измерването:

$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



состоянието след измерването:

$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle(\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle)\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



состоянието след измерването:

$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_{\rho}(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



состоянието след измерването:

$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)} = |\Phi\rangle\langle\Phi|$$

Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване: $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман: $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека: $\Phi \in \mathbb{C}^n$ - единичен



состоянието след измерването:

$$\hat{\rho}' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)} = |\Phi\rangle\langle\Phi|$$

матрица на плътността
на чисто състояние с
вектор Φ

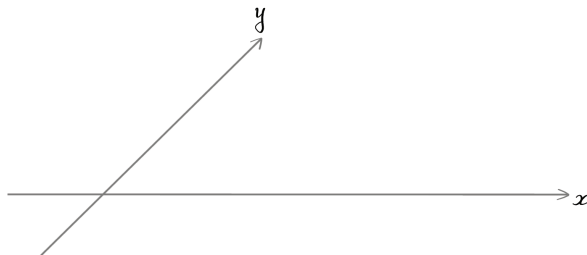
Теория на измерването: дискусия и парадокси

Теория на измерването: дискусия и парадокси

Коллапсът на вълновата функция

Колапсът на вълновата функция

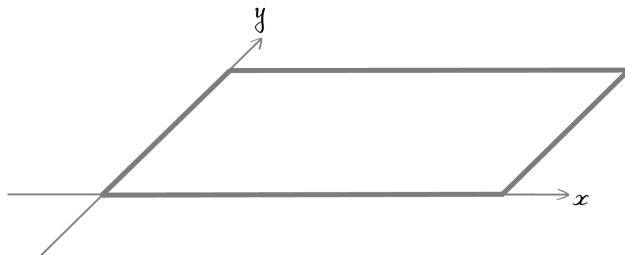
Разглеждаме частица в равнина.



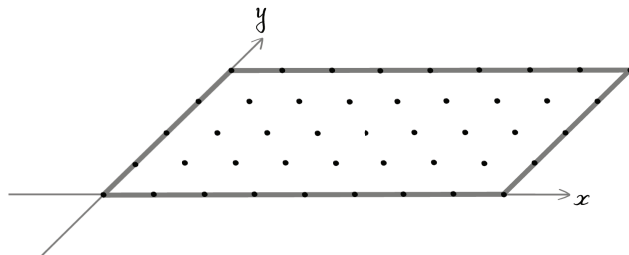
Колапсът на вълновата функция

Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.



Колапсът на вълновата функция

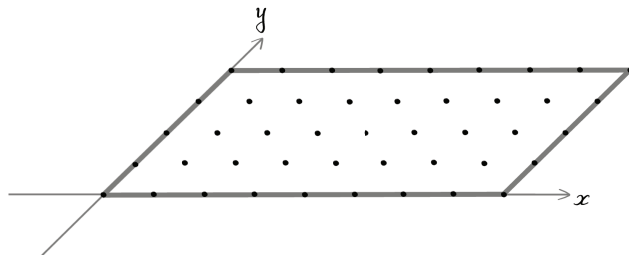


Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.

И второ, минаваме върху решетка

Колапсът на вълновата функция

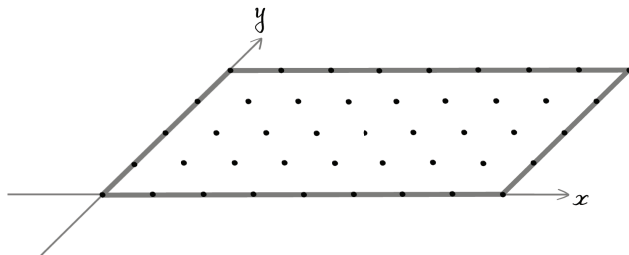


Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.

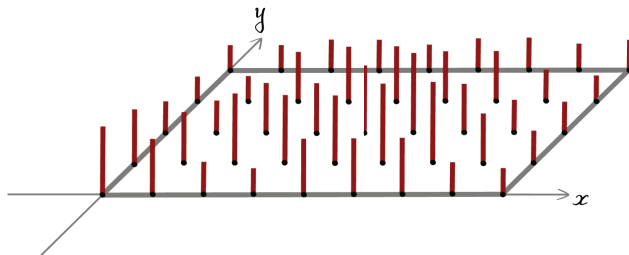
И второ, минаваме върху решетка (като върху монитор на компютър).

Колапсът на вълновата функция

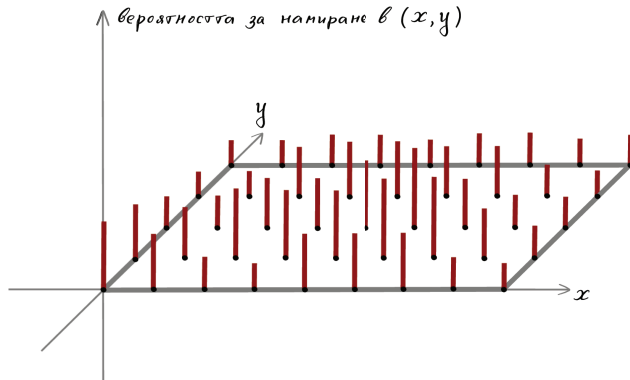


Колапсът на вълновата функция

Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

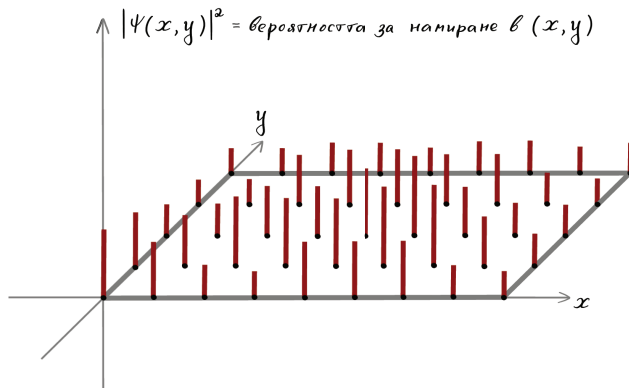


Колапсът на вълновата функция



Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

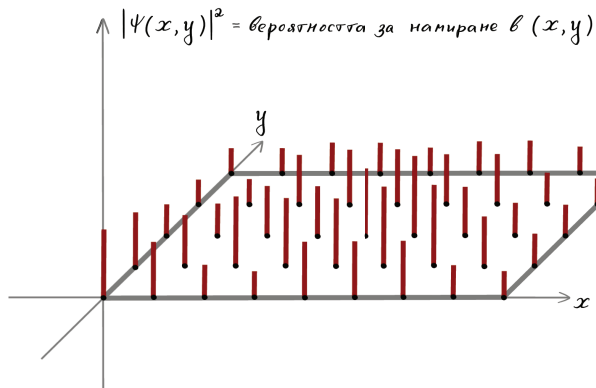
Колапсът на вълновата функция



Частичката може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

Тези вероятности се определят от вектора на състояние Ψ на частицата.

Колапсът на вълновата функция



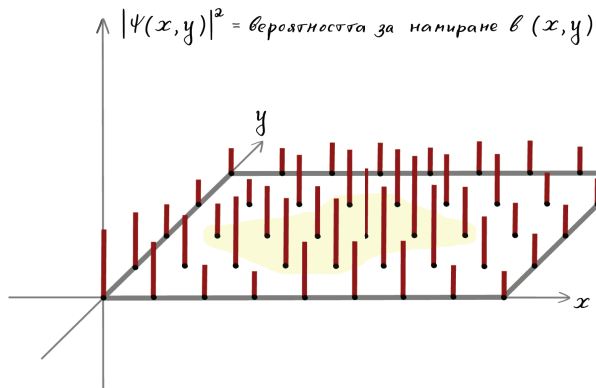
Векторът на състоянието може да се запише, като “вълнова функция”

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(0, 0) \\ \vdots \\ \psi(0, M) \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ \psi(N, 0) \\ \vdots \\ \psi(N, M) \end{pmatrix}$$

Колапсът на вълновата функция

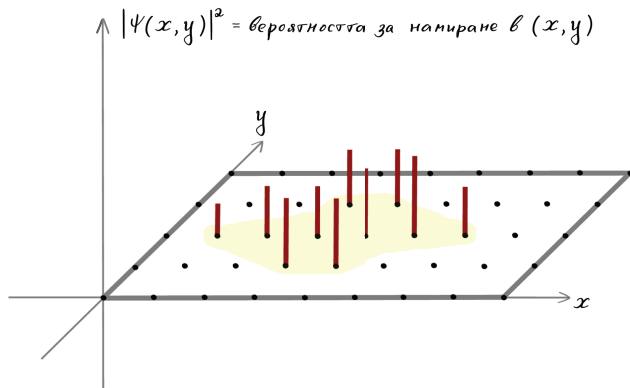
При

измерване



$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(0, 0) \\ \vdots \\ \psi(0, M) \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ \psi(N, 0) \\ \vdots \\ \psi(N, M) \end{pmatrix}$$

Колапсът на вълновата функция

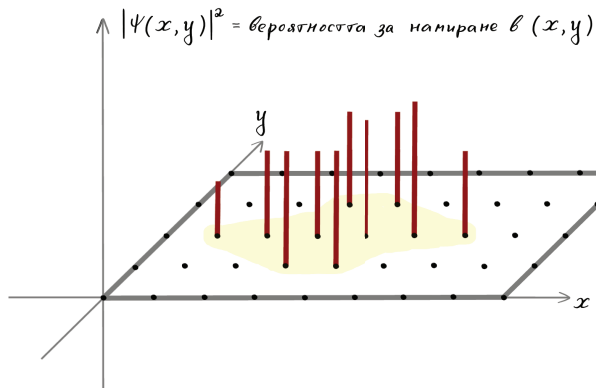


При измерване, векторът на състоянието първо се проектира

$$P\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Колапсът на вълновата функция

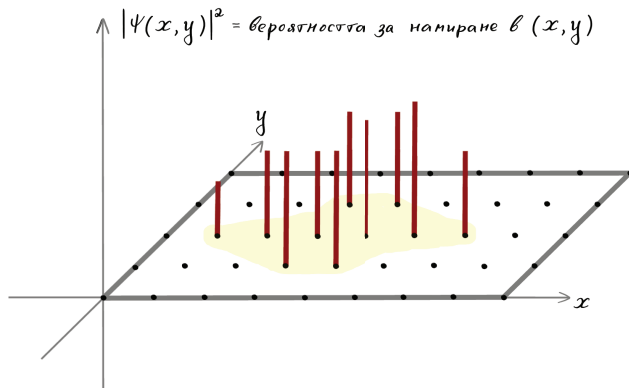
След това се нормира



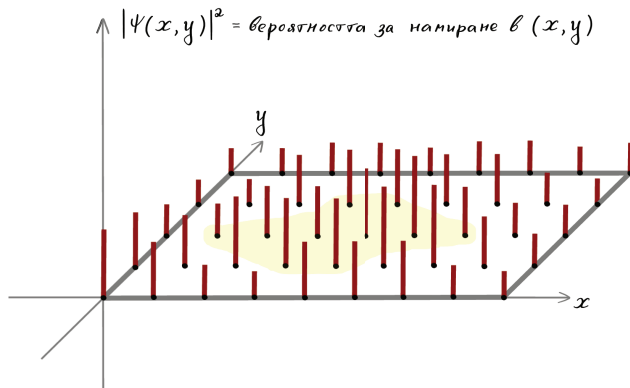
$$\frac{1}{\|\Pi\Psi\|} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Теория на измерването: **дискусия и парадокси**

Колапсът е къде: в нас или извън нас?

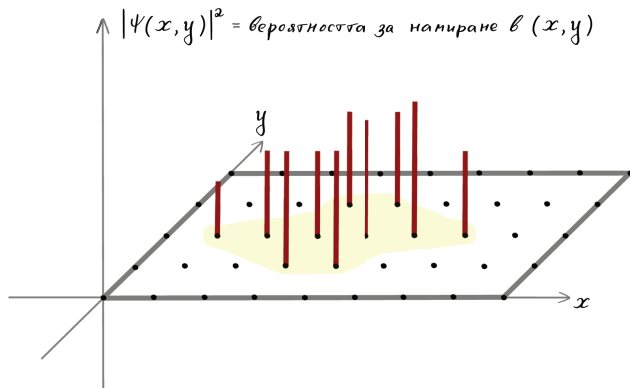


Колапсът е къде: в нас или извън нас?



Теория на измерването: **дискусия и парадокси**

Колапсът е къде: в нас или извън нас?



Измерване в сплетено състояние

Измерване в сплетено състояние

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Измерване в сплетено състояние Ψ в предходна презентация

$$\Theta \approx = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Измерване в сплетено състояние

Ψ в предходна презентация

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

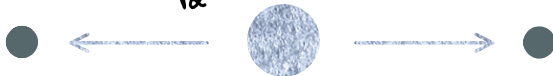
Измерване в сплетено състояние

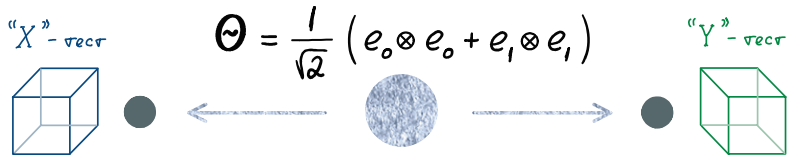
$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$



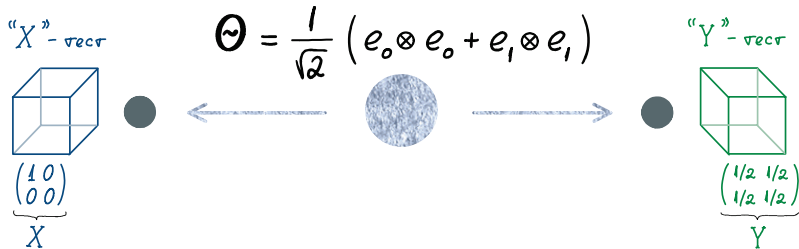
Измерване в сплетено състояние

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

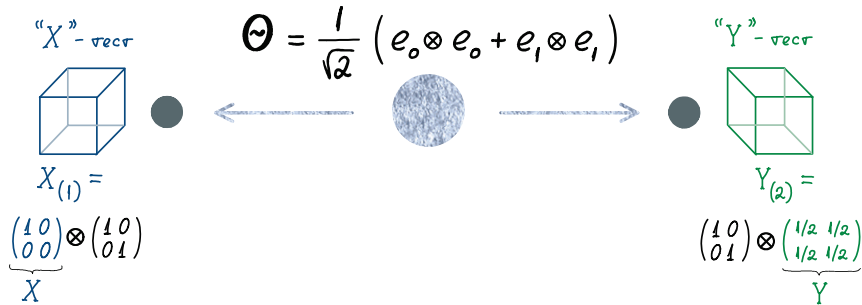


Измерване в сплетено състояние

Измерване в сплетено състояние



Измерване в сплетено състояние



Теория на измерването: **дискусия и парадокси****Измерване в сплетено състояние**

"X" - вектор

 $X_{(1)} =$
 $\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$

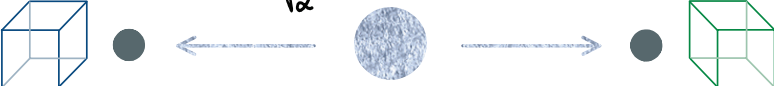


"Y" - вектор

 $Y_{(2)} =$
 $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

Измерване в сплетено състояние

"X" - вектор $\mathbb{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$ "Y" - вектор



$X_{(1)} =$ $Y_{(2)} =$

$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$
 $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

Измерване в сплетено състояние

"X" - вектор $\mathbb{C}^2$ $\leftarrow$ $\mathbb{C}^4$ $\rightarrow$ "Y" - вектор $\mathbb{C}^2$

$X_{(1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$Y_{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

$\mathbb{C}^4 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Измерване в сплетено състояние

Diagram illustrating a quantum measurement process on an entangled state.

Top row: A blue cube labeled "X" - вект (left) and a green cube labeled "Y" - вект (right) are connected by a central blue sphere. Above the sphere is the equation:

$$\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$$

Below the sphere is a vertical vector:

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

Bottom row: The blue cube is associated with the equation:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

The green cube is associated with the equation:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

Arrows indicate the flow of information from the central state to the measurement operators.

Bottom left: The equation:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Bottom right: The equation:

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$$

Измерване в сплетено състояние

Diagram illustrating a quantum measurement process on an entangled state.

Top row: "X" - вектор (blue cube) $\leftarrow$ $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$ $\rightarrow$ "Y" - вектор (green cube)

Middle row: $X_{(1)} =$ (blue cube) $\leftarrow$ (blue sphere) $\rightarrow$ (green cube) $Y_{(2)} =$

Bottom row: $\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ $\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

Bottom row (continued): $\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\rightarrow$ $\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$ $\rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Измерване в сплетено състояние

"X" - вектор $\mathbb{C}^2$  $X_{(1)} =$

$\mathbb{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} (e_0 \otimes e_0 + e_1 \otimes e_1)$

"Y" - вектор $\mathbb{C}^2$  $Y_{(2)} =$

$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_X \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0 = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

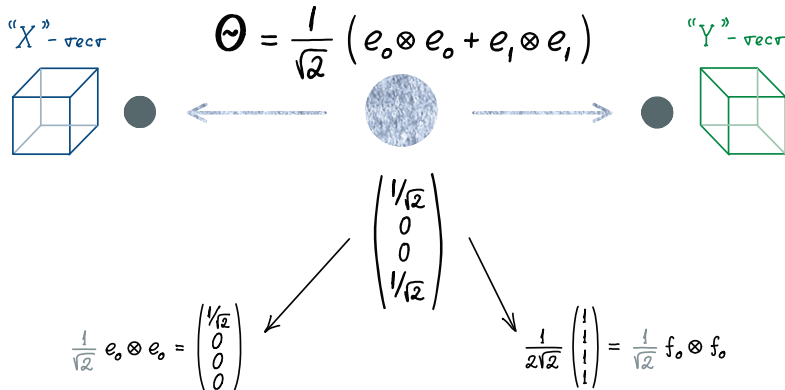
$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes \underbrace{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}}_Y$

$\frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Но: $e_0 \neq f_0$

Измерване в сплетено състояние

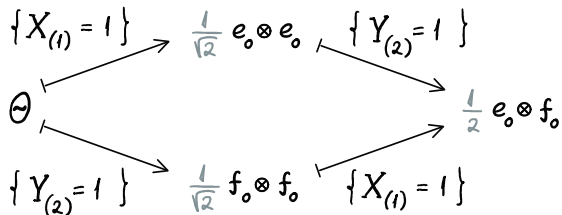
Измерване в сплетено състояние

$$\{X_{(1)} = 1\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} e_0 \otimes e_0$$

 Θ

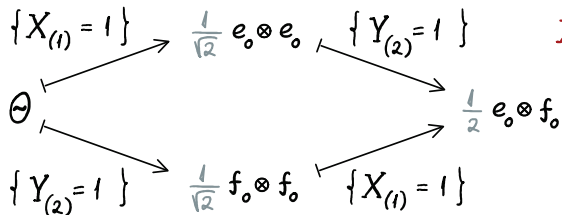
$$\{Y_{(2)} = 1\} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} f_0 \otimes f_0$$

Измерване в сплетено състояние



Теория на измерването: дискусия и парадокси

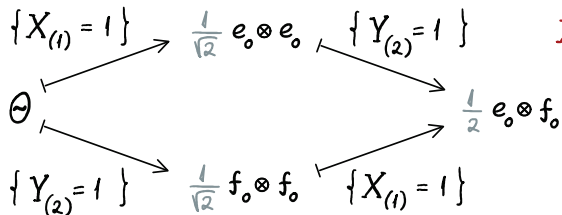
Измерване в сплетено състояние



Понеже:

$$\begin{aligned}
 X_{(1)} Y_{(2)} &= Y_{(2)} X_{(1)} \\
 &= X \otimes Y
 \end{aligned}$$

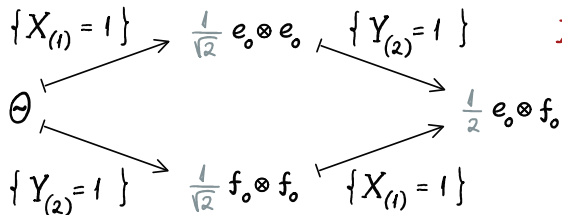
Измерване в сплетено състояние



Понеже:

$$\begin{aligned}
 X_{(1)} Y_{(2)} &= Y_{(2)} X_{(1)} \\
 &= X \otimes Y \\
 &\text{(въпреки, че } XY \neq YX \text{)}
 \end{aligned}$$

Измерване в сплетено състояние

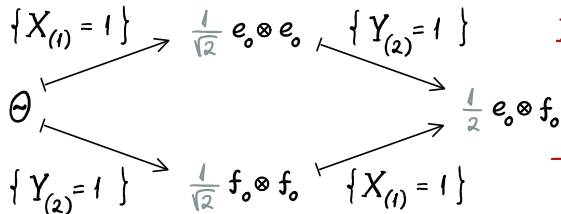


Понеже:

$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)

Измерване в сплетено състояние



Понеже:

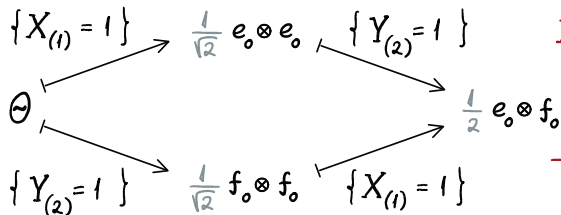
$$\begin{aligned}
 X_{(1)} Y_{(2)} &= Y_{(2)} X_{(1)} \\
 &= X \otimes Y
 \end{aligned}$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)

→ възстановява се
"противоречието"

Теория на измерването: дискусия и парадокси

Измерване в сплетено състояние



Понеже:

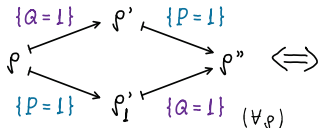
$$X_{(1)} Y_{(2)} = Y_{(2)} X_{(1)} \\ (= X \otimes Y)$$

(въпреки, че $XY \neq YX$)→ възстановява се
"противоречието"

припомняне

Теорема.

$$PQ = QP \Leftrightarrow$$



$$\text{Prob}_{\rho}(Q) \cdot \text{Prob}_{\rho}(P|Q) \\ = \text{Prob}_{\rho}(P) \cdot \text{Prob}_{\rho}(Q|P) \quad (\forall \rho)$$

Котката на Шрьодингер

Теория на измерването: дискусия и парадокси

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

Теория на измерването: **дискусия и парадокси**

Котката на Шрödinger https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

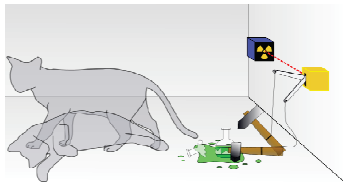


Erwin Schrödinger
1887 – 1961

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



Erwin Schrödinger
1887 – 1961

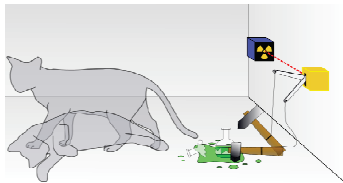


Теория на измерването: **дискусия и парадокси**

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

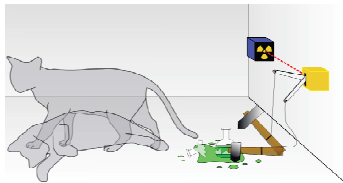


Erwin Schrödinger
1887 – 1961



Теория на измерването: **дискусия и парадокси****Котката на Шрьодингер** https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat

Erwin Schrödinger
1887 – 1961

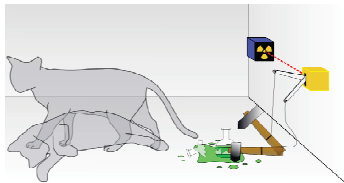


$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

Котката на Шрьодингер https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat



Erwin Schrödinger
1887 – 1961



$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

– сплитане между микро и макро-системи ?

Теория на измерването: дискусия и парадокси “бомбен тест”

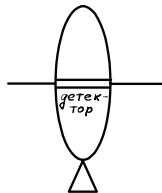
“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

"Бомбен" тест на Елизур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

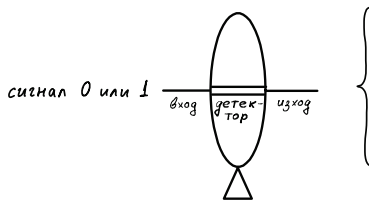
а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



"Бомбен" тест на Елицур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

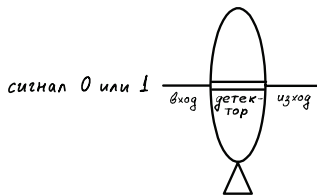
а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



"Бомбен" тест на Елизур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

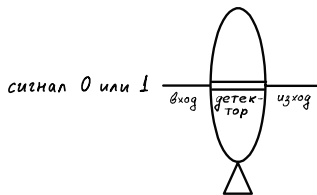


а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - задейства се

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

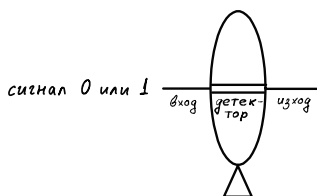


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - задейства се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход $\equiv$ изход).

"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

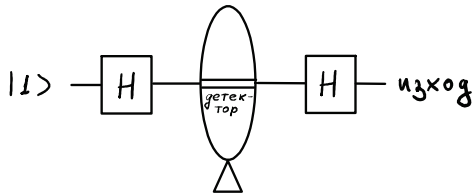
- а) Предполагения: разполагаме с бомби, взаимодейни с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат 1 - задейства се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход $\equiv$ изход).

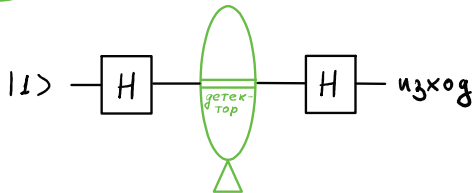
- б) Задачата е да тестваме бомбите (детекторите) без да ги задействаме.

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1



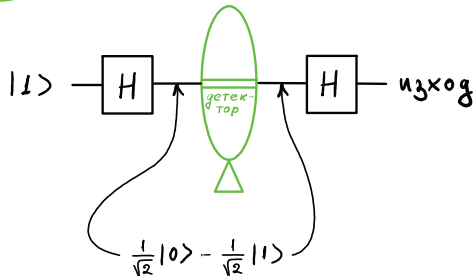
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба

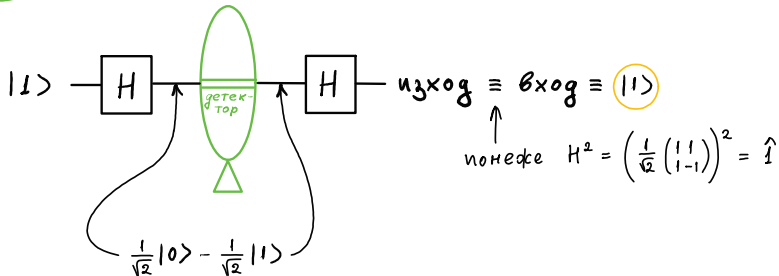


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба

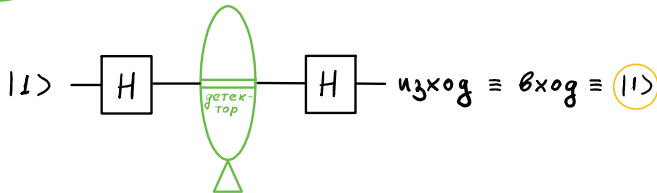


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба

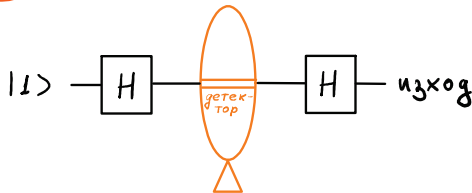
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



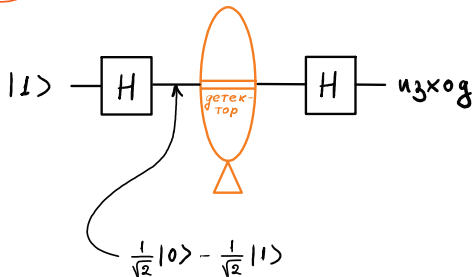
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



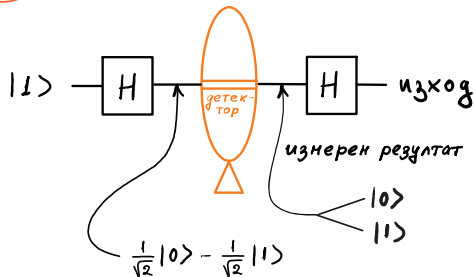
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



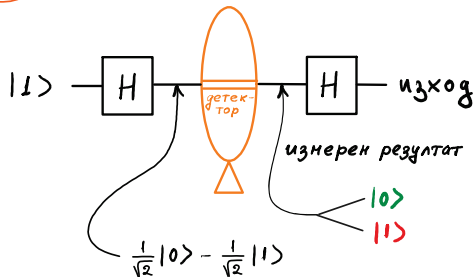
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



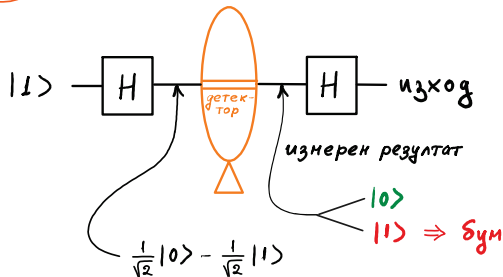
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



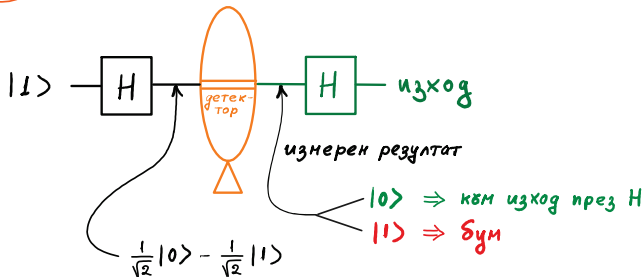
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



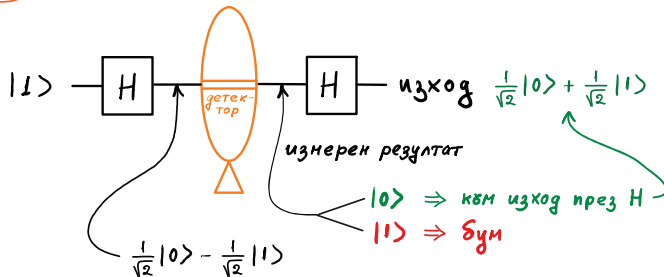
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



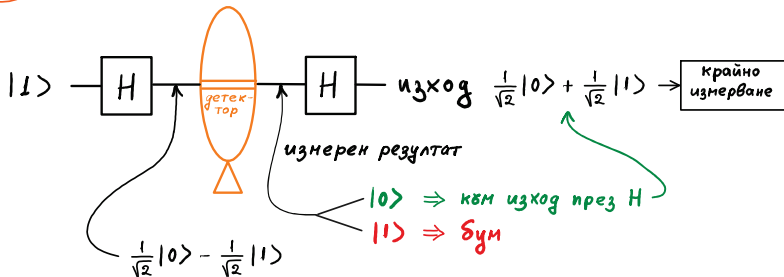
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



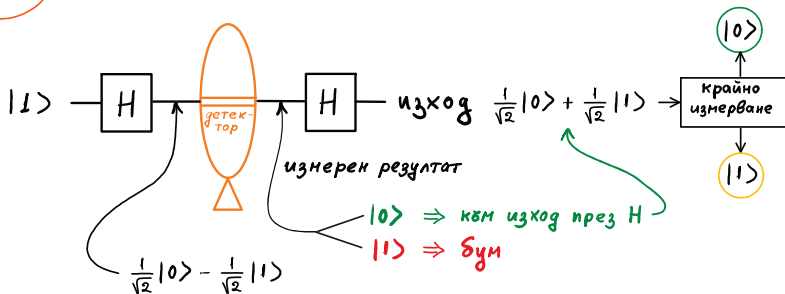
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



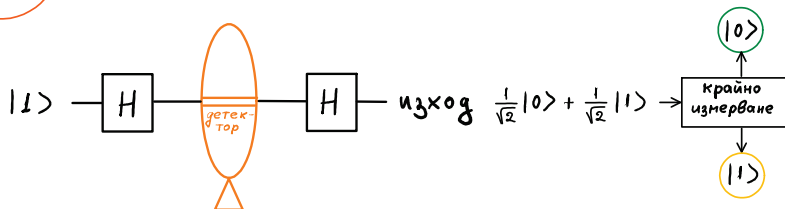
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



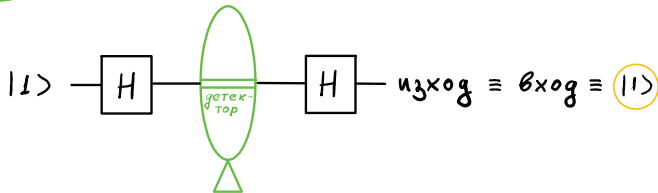
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



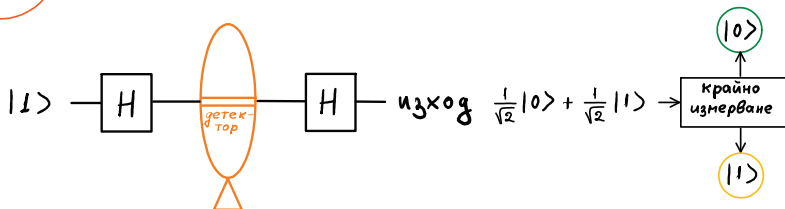
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

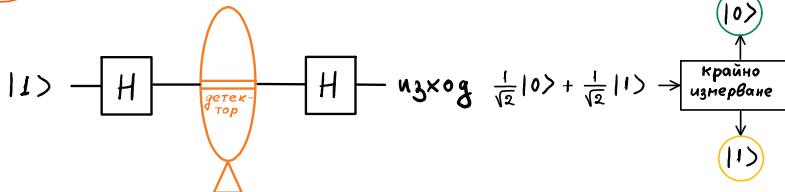
здрава
бомба



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

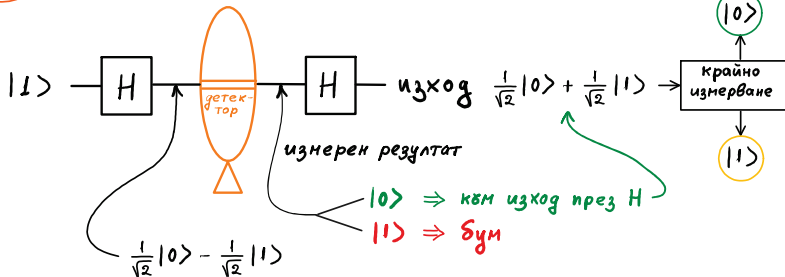
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

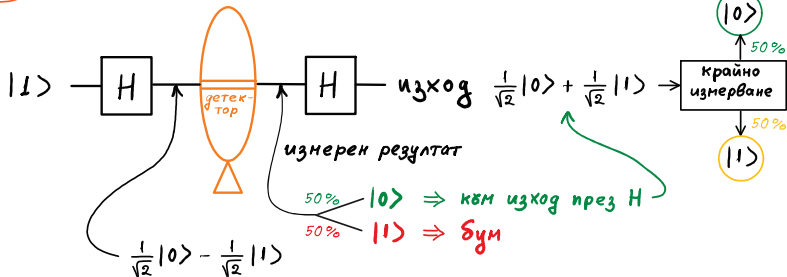
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

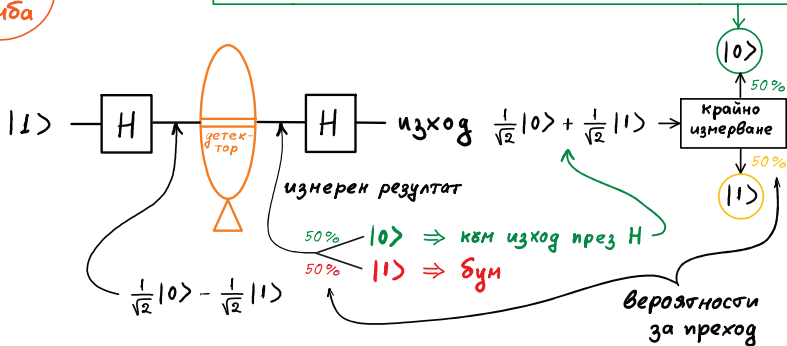
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

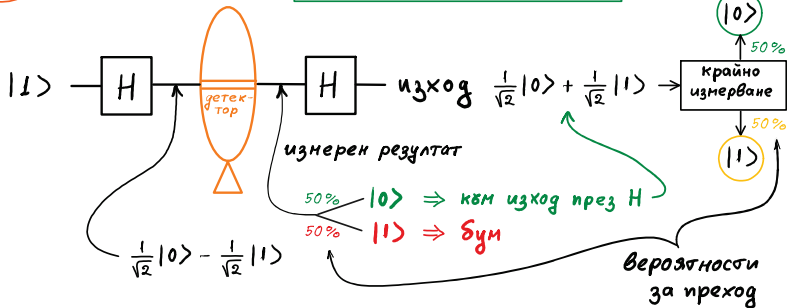


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

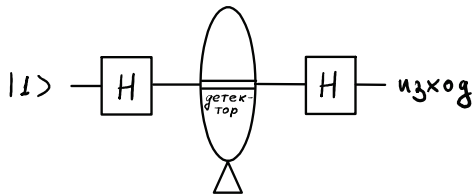
здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

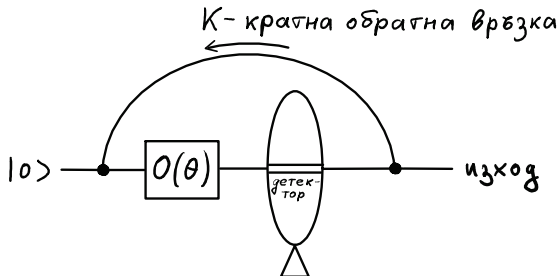
успех: $50\% \times 50\% = 25\%$



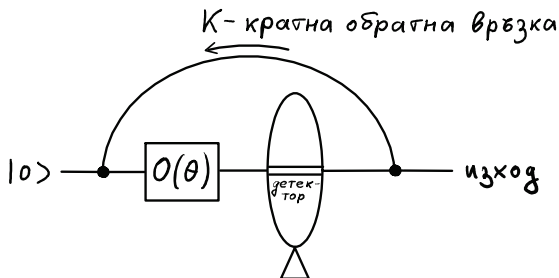
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



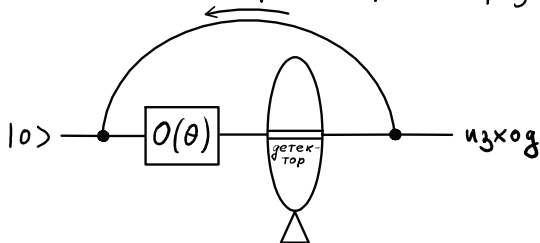
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



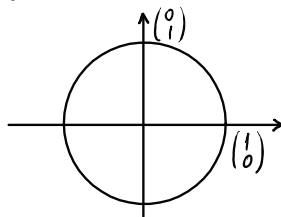
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

К- кратна обратна връзка

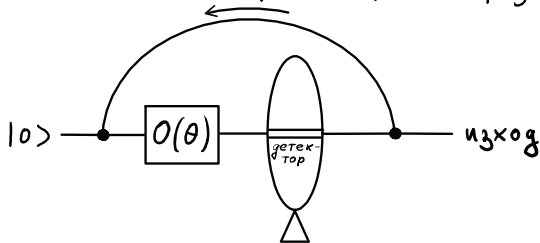


$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

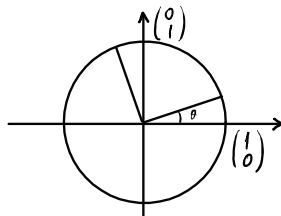


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

К- кратна обратна връзка

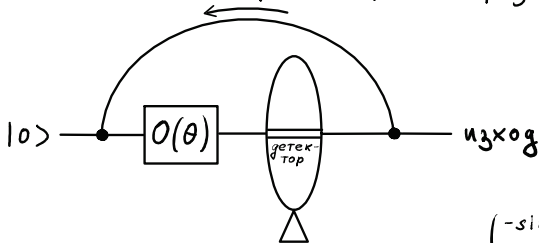


$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

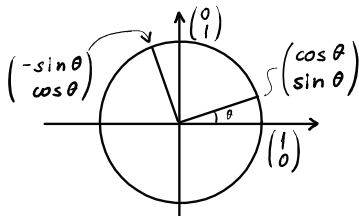


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

К- кратна обратна връзка

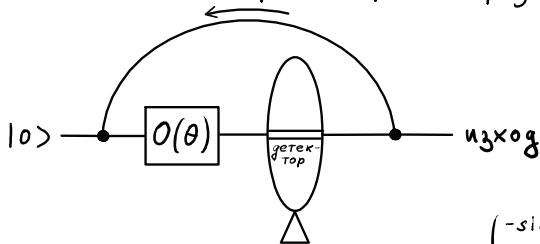


$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

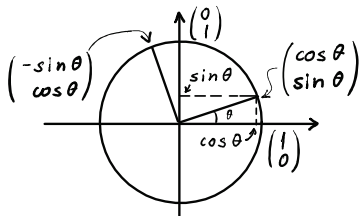


"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

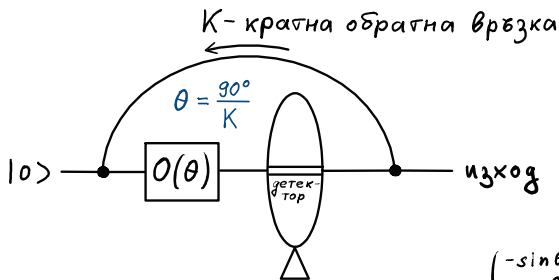
К - кратна обратна връзка



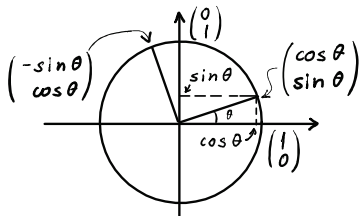
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



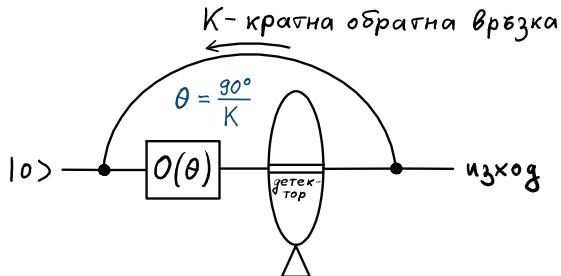
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



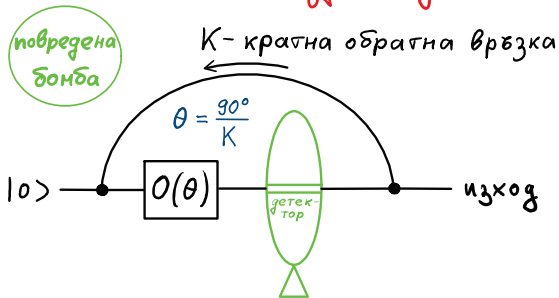
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



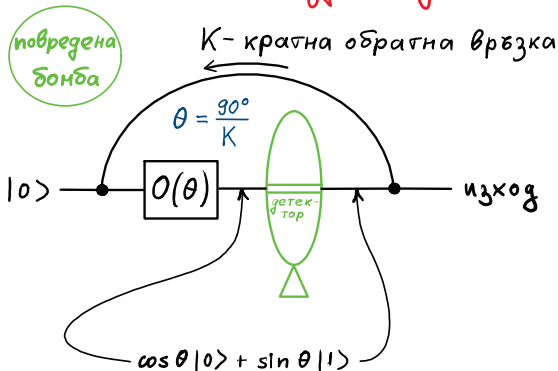
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



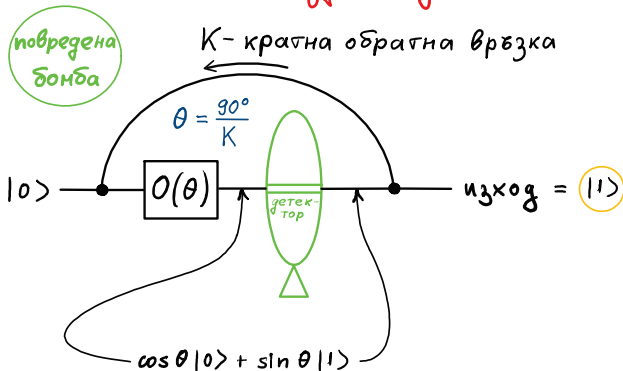
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



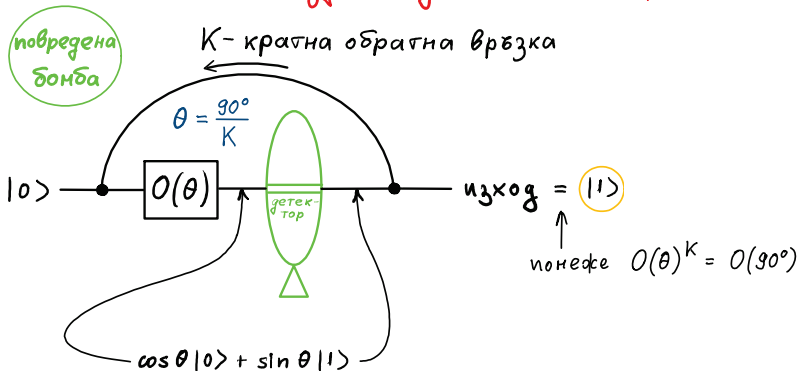
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



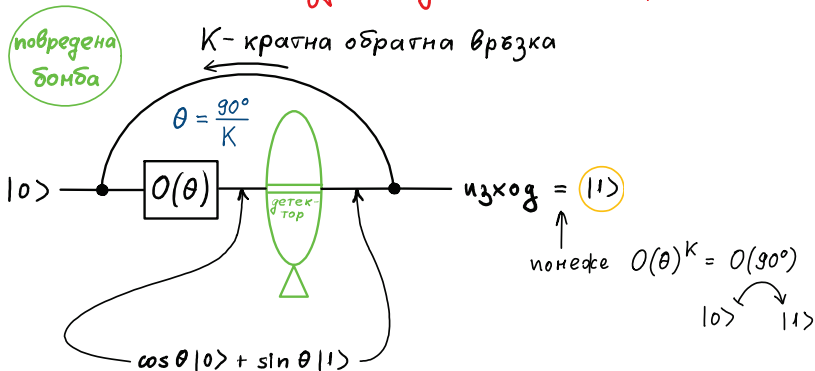
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



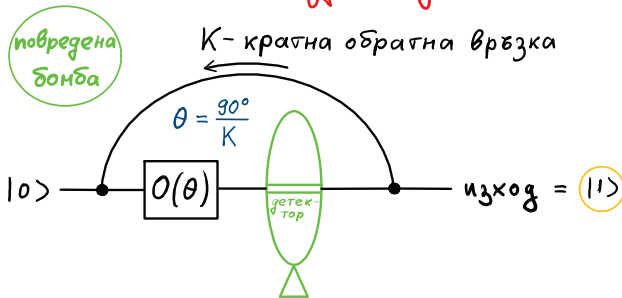
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



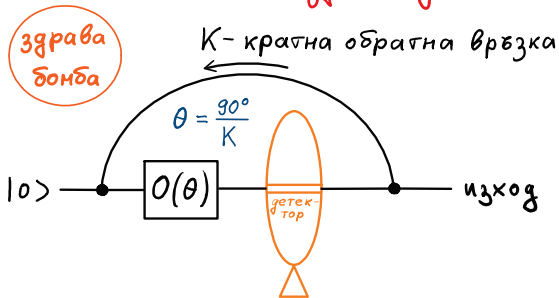
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



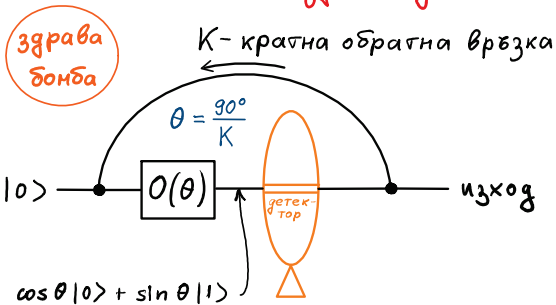
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



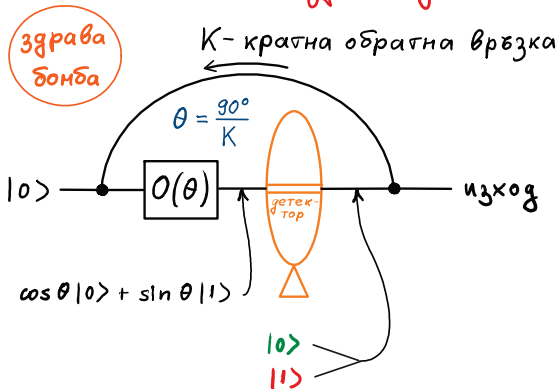
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



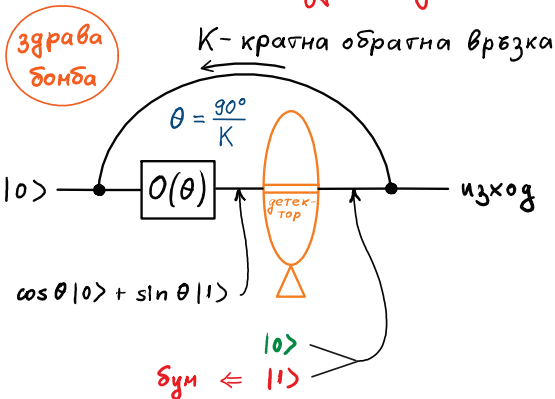
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



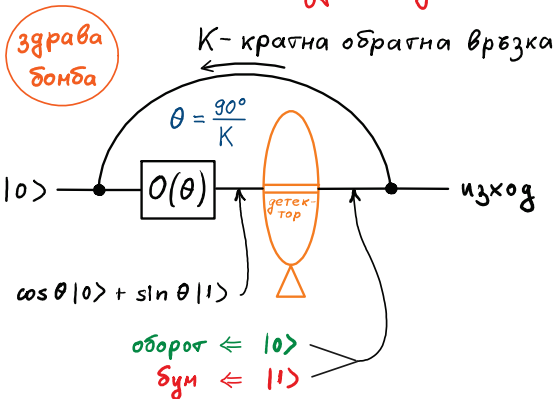
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



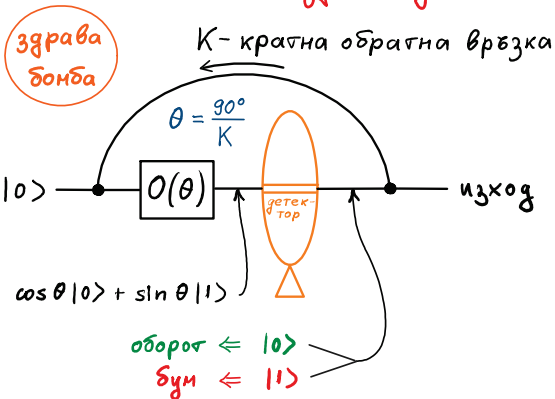
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

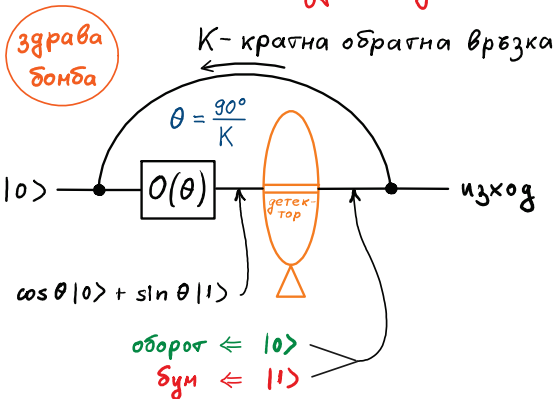


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:

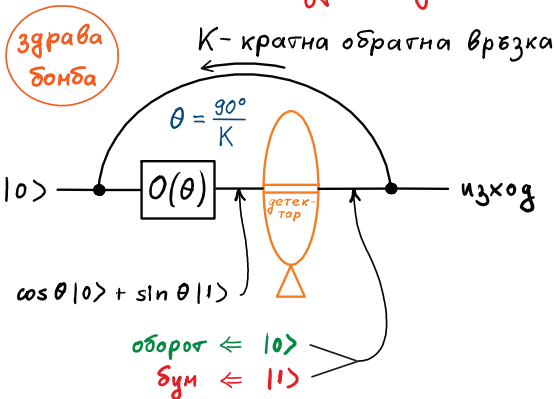
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:

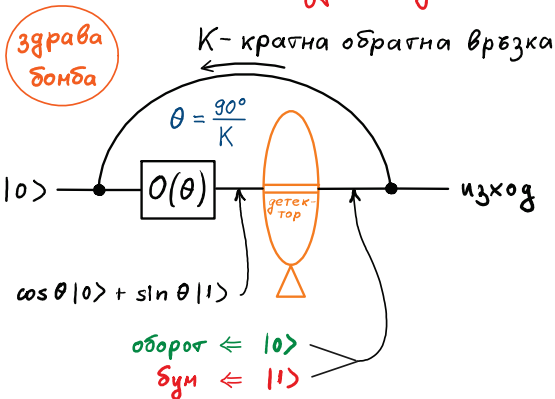
● стенка 1

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:
детекция • стена!

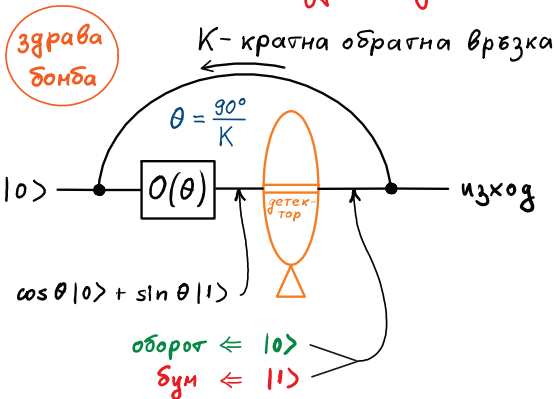
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



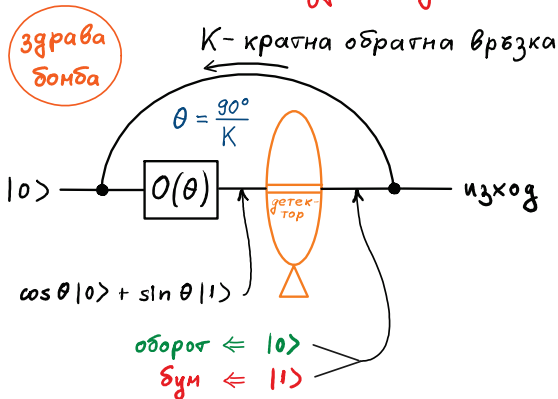
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



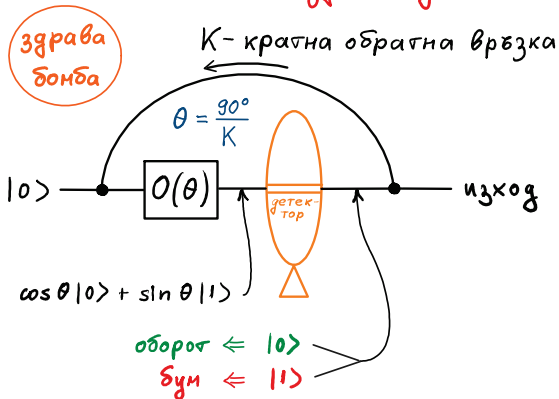
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



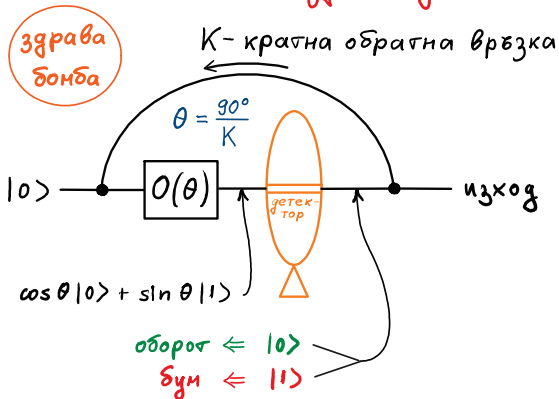
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



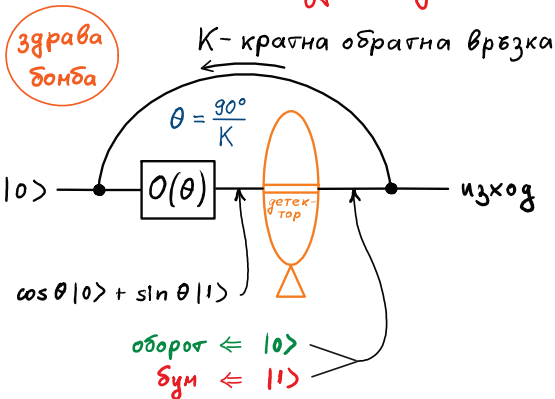
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



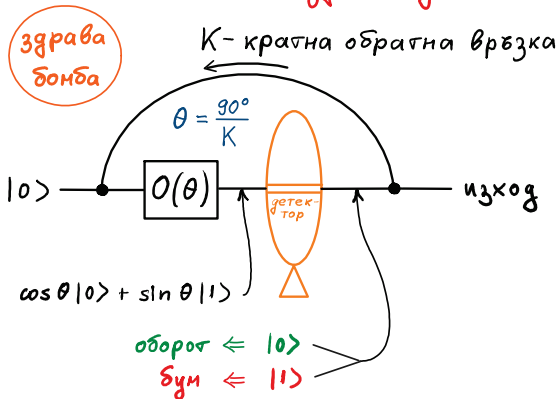
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на събитията:



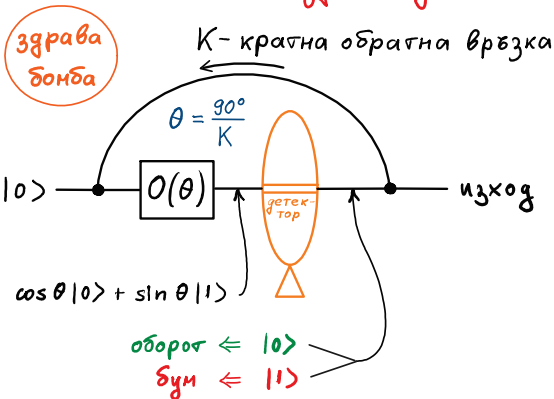
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



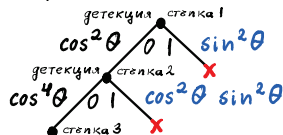
Верига на събитията:



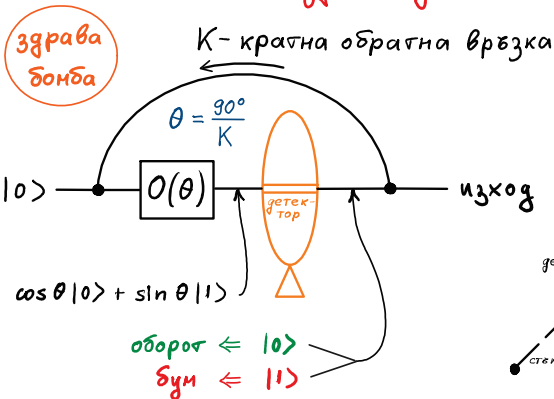
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



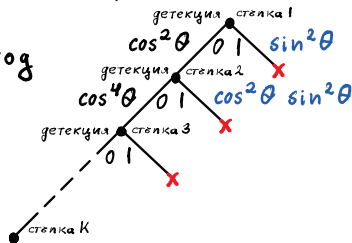
Верига на събитията:



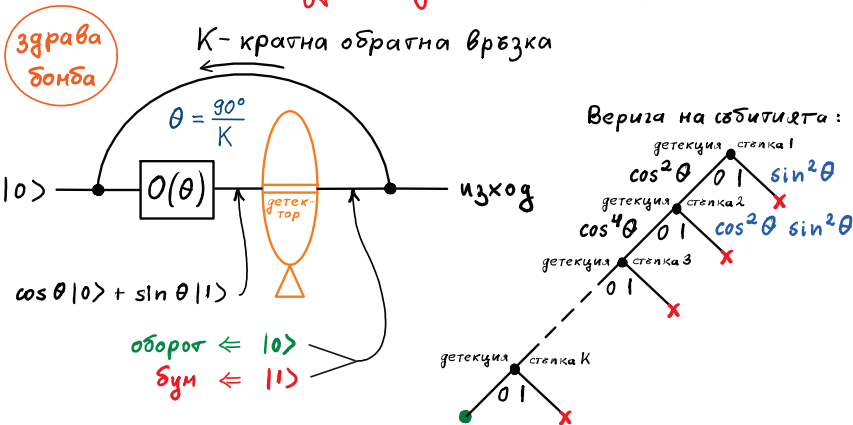
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



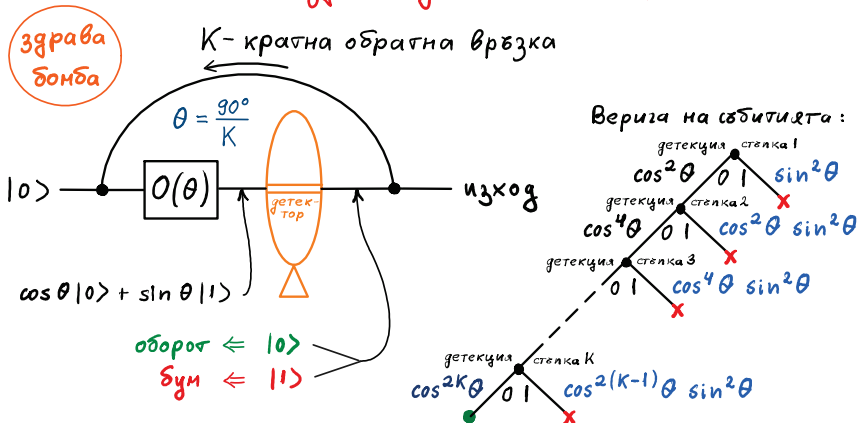
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



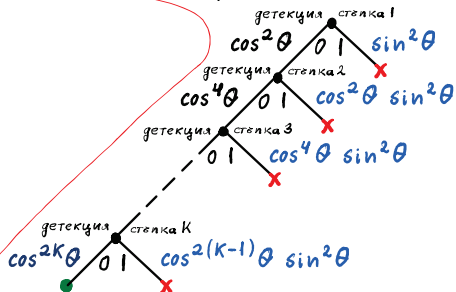
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

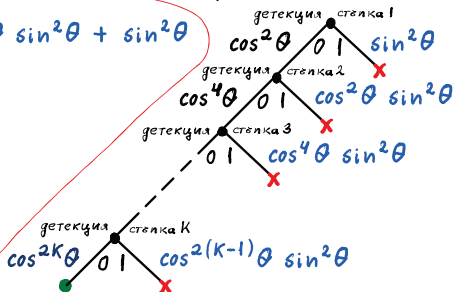
Разпределение на вероятностите

$$\cos^2 K \theta$$

$$+ \cos^2(K-1) \theta \sin^2 \theta + \dots + \cos^4 \theta \sin^2 \theta + \sin^2 \theta$$

$$= 1$$

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$$

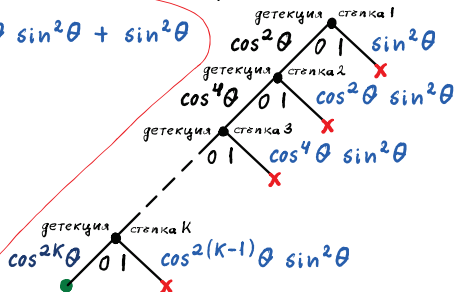
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$$

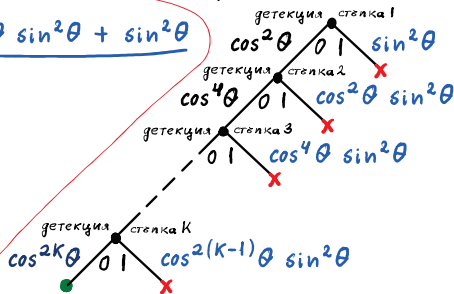
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се}}$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

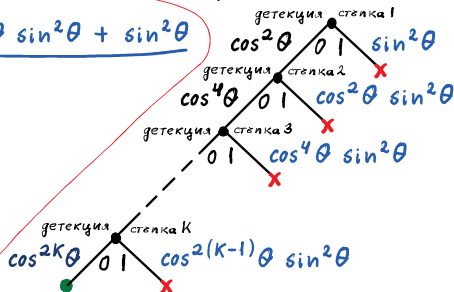
$$= 1$$

задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= 1$$

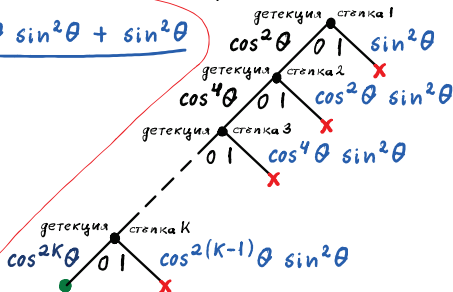
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= 1$$

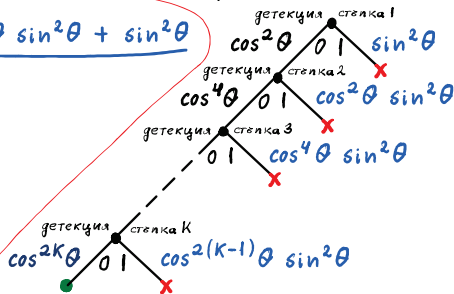
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K}\frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta}$$

не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= 1$$

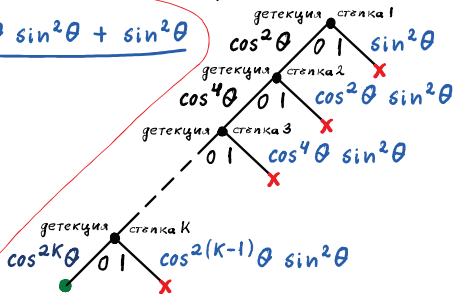
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

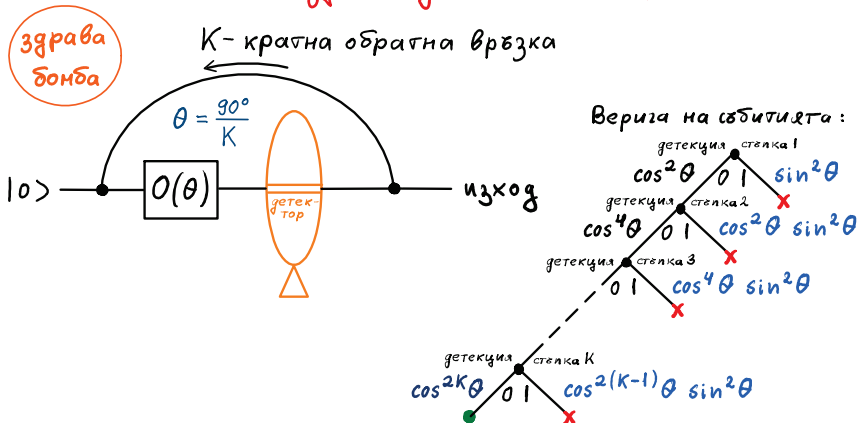
$$\equiv 1 - \cos^{2K}\frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0 \quad \text{при } K \rightarrow \infty$$

Разпределение на вероятностите

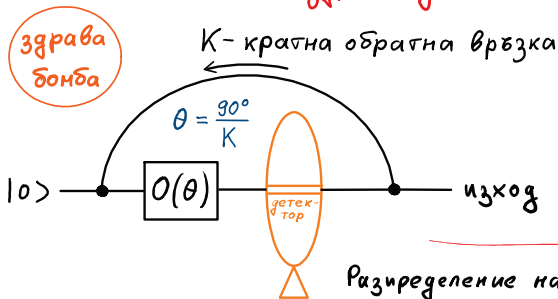
Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



Разпределение на вероятностите:

$$\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

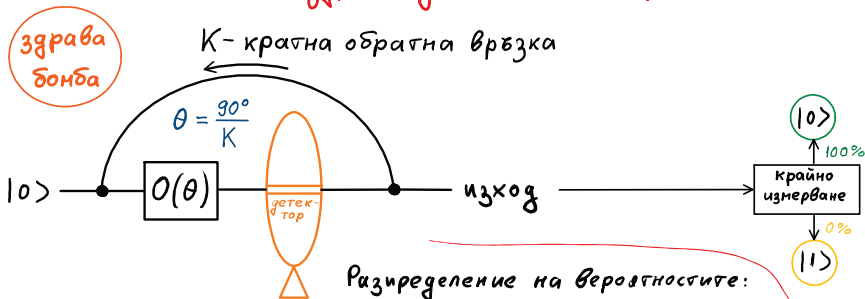
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$

"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



$$\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

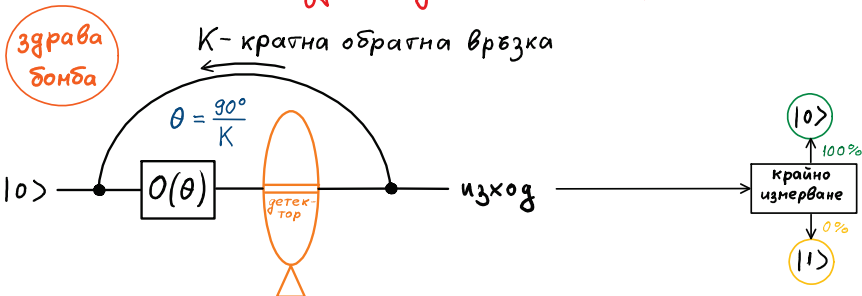
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

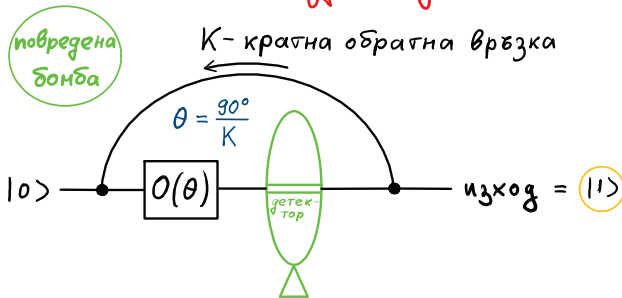
$$\equiv 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$

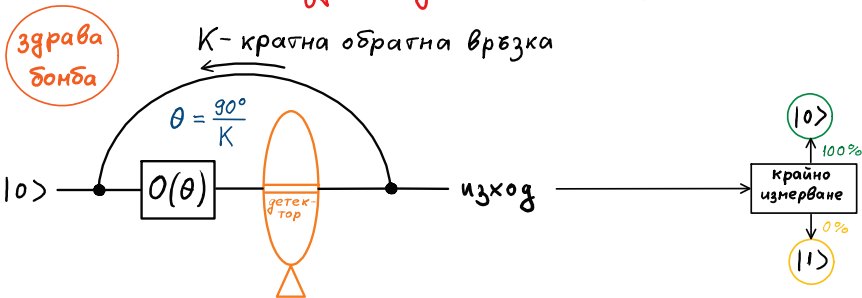
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



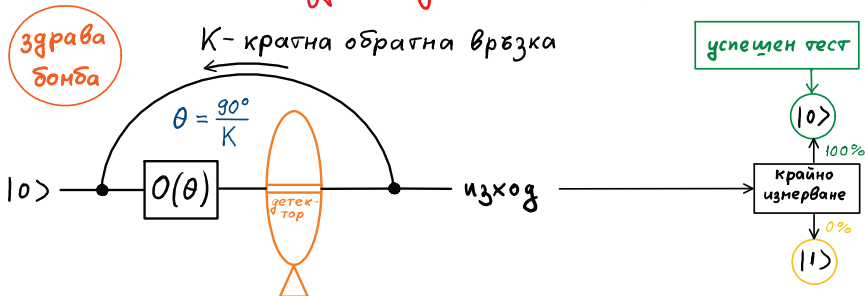
"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2



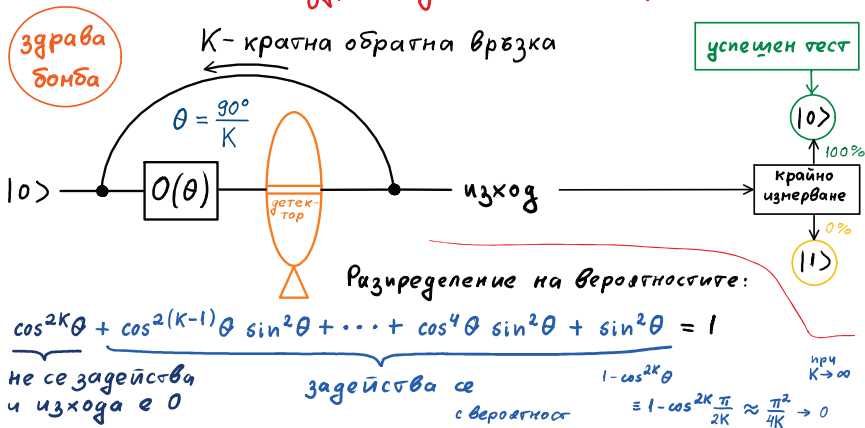
"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

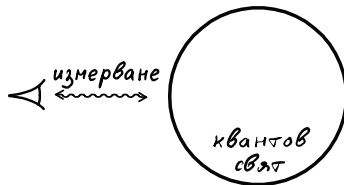


"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Теория на измерването: дискусия и парадокси

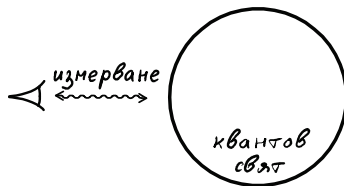
"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

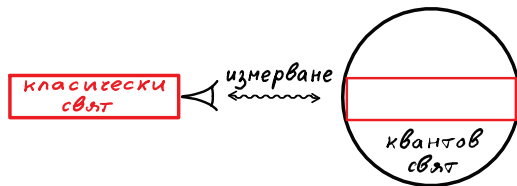
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Това става посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проеекционния постулат).

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

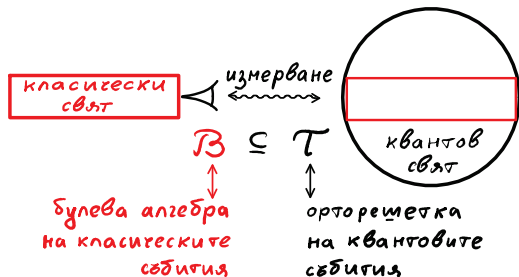
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Това става посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

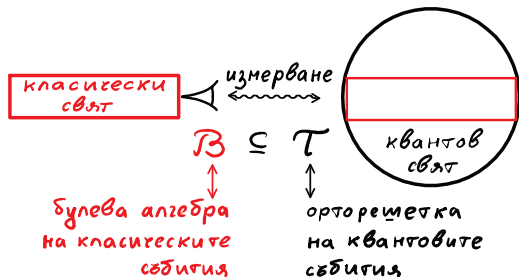
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Това става посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

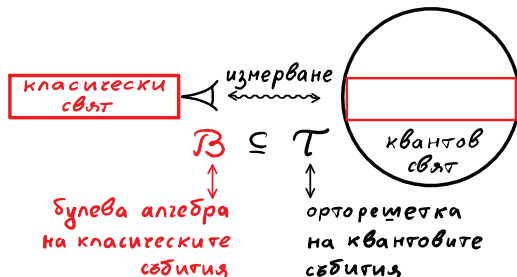


Това става посредством понятието "наблюдаема" и аксиомата за измерването на наблюдаеми (проекционния постулат).

В класическата физика измерването е "безобидно".

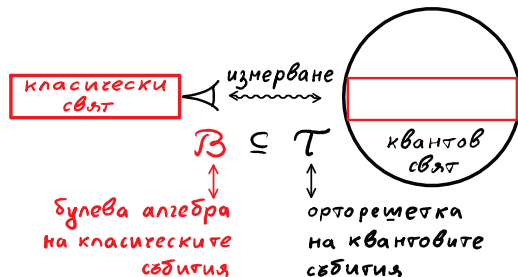
"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

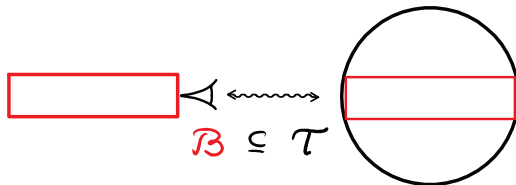
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

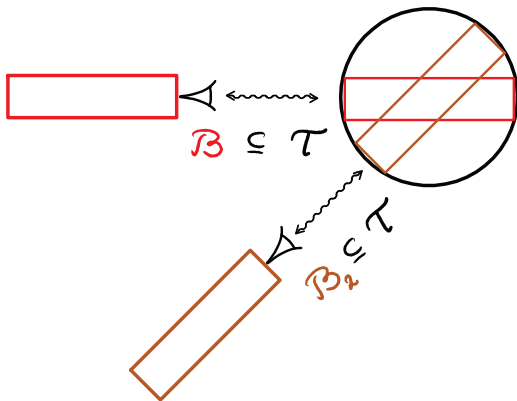
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

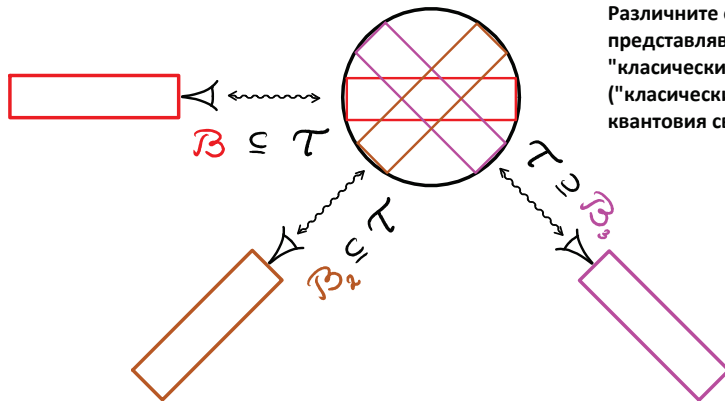
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

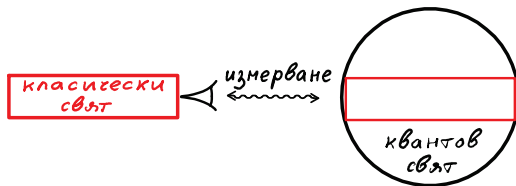
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

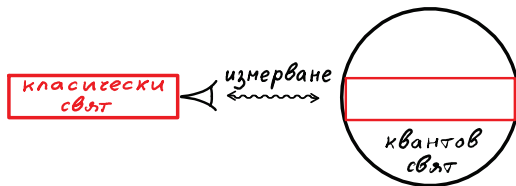
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Различните експерименти представляват различни "класически гледни точки" ("класически рамки") към квантовия свят.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

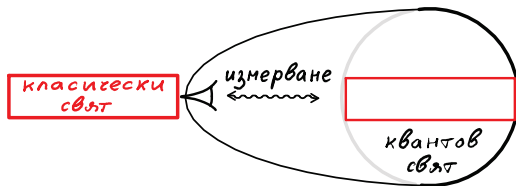
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда **"наблюдател"**



Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

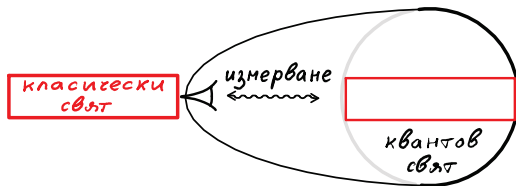
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда **"наблюдател"**

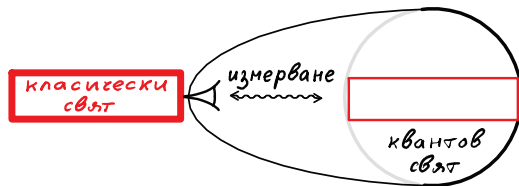


Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

Винаги обаче ще остане класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда **"наблюдател"**

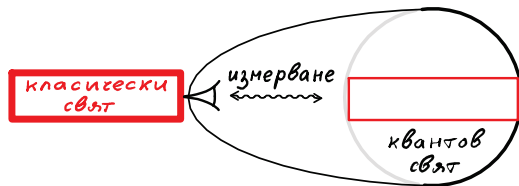


Можем да присъединим към квантовото описание и измервателния прибор, както и самия измервателен процес.

Винаги обаче ще остане класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

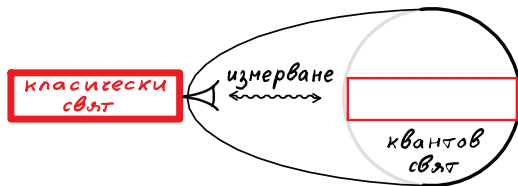
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



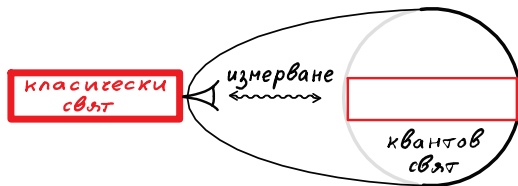
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

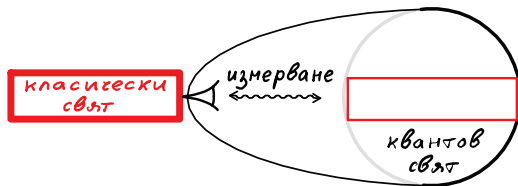
Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Въпрос:

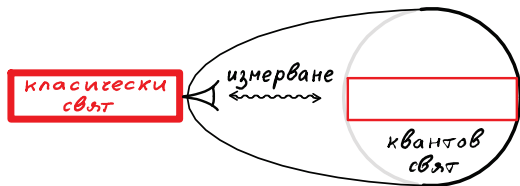
а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

Ако го няма обаче получаваме парадокси, като този с котката на Шрьодингер", която е в чисто състояние на суперпозиция на "жива" и "умряла".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

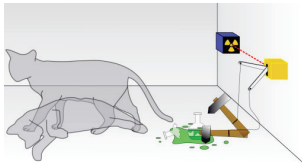
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Въпрос:

а нужно ли е въобще да се въвежда "измерване"?

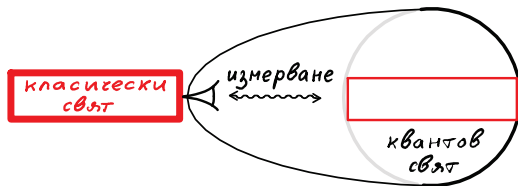


По принцип, това е финален етап в квантово-теоретичното описание, след което то се "рестартира" съгласно проекционния постулат.

Ако го няма обаче получаваме парадокси, като този с котката на Шрьодингер", която е в чисто състояние на суперпозиция на "жива" и "умряла".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

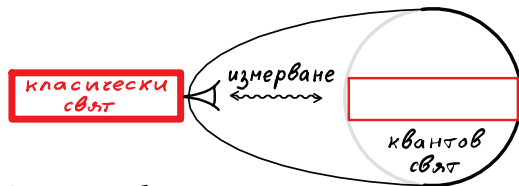
Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"

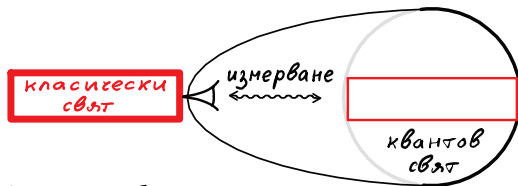


Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



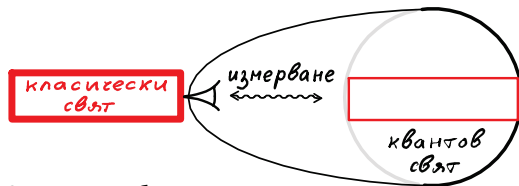
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

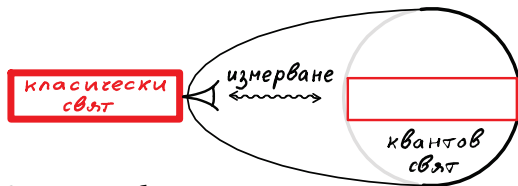
Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



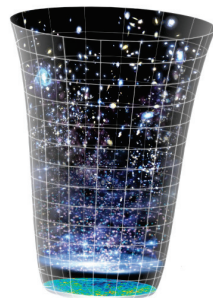
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

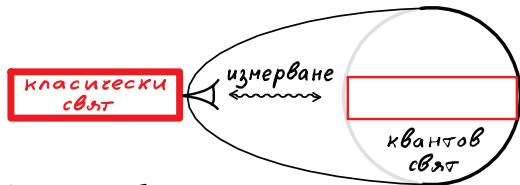
Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.

Как е станала "проекцията"?



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



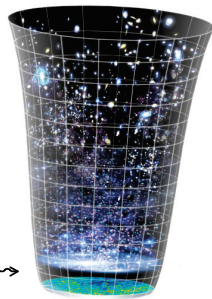
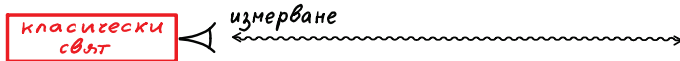
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

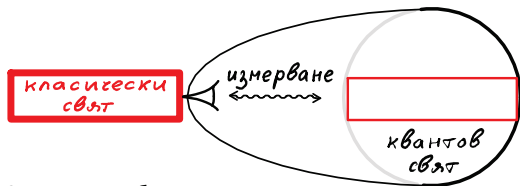
Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.

Как е станала "проекцията"?



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



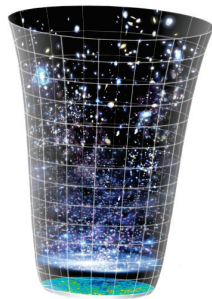
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

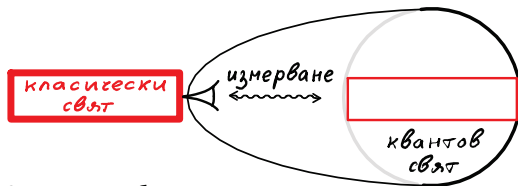
Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.

Как е станала "проекцията"?



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

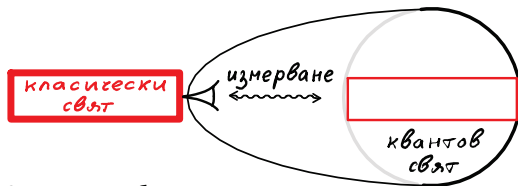
Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.
Как е станала "проекцията"?

В случая, цялата вселена се оказва в положението на "котката на Шрьодингер"



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

1. В "квантовата космология": в затворените системи, като вселената - като цяло, няма външен наблюдател.

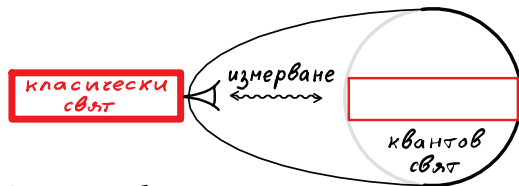
Днес обаче наблюдаваме класически макро-обекти.
Как е станала "проекцията"?

В случая, цялата вселена се оказва в положението на "котката на Шрьодингер"



"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



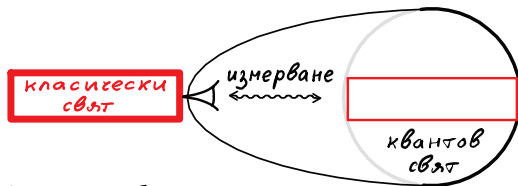
Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

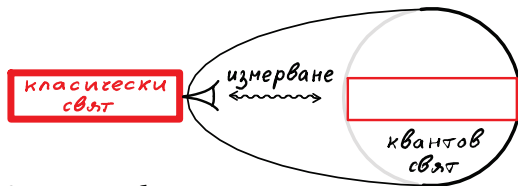
Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:

постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

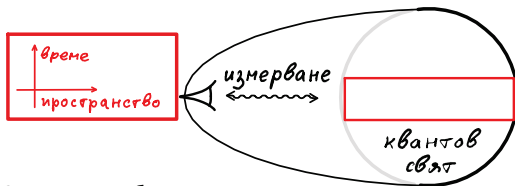
2. Квантовата гравитация:

постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

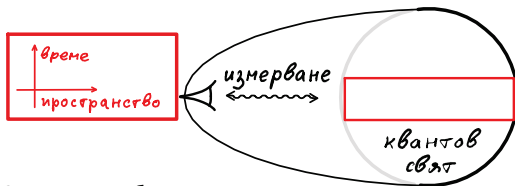
2. Квантовата гравитация:

постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

"КВАНТОВ РЕАЛИЗЪМ" срещу "КЛАСИЧЕСКИ РЕАЛИЗЪМ"

Основната отличителна черта на квантовата теория е, че въвежда "наблюдател"



Класическата "проекция", в която отчитаме резултата от измерването винаги остава.

Свързани проблеми:

2. Квантовата гравитация:

постигането на такава теория изисква пространството и времето да се потопят в "квантовия свят".

Времето и пространството обаче са неотменна част и на "класическия свят".

И все пак, за да стигнем до условията на "квантова гравитация" ние трябва да постигнем енергии от порядъка на около 10^{15} пъти по-големи от най-високите енергии достъпни на човека.