КВАНТОВА ИНФОРМАТИКА

Николай М. Николов

Лекция 12 / 08.01.2024, версия 0

Теоретична
квантова
физика

Експериментална
и инженерна
квантова
физика

Алгебра

Квантова
информатика

Компютърни
науки

Вероятности
и статистика

Математическа логика
и теория на алгоритмите

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ)	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	
• Рекурсивни функции	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	
• Рекурсивни функции	
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	
• Рекурсивни функции	
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	
• Рекурсивни функции	
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог един от най-разпространените
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог един от най-разпространените
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	?
⋮	

Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог един от най-разпространените
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	?
⋮	⋮

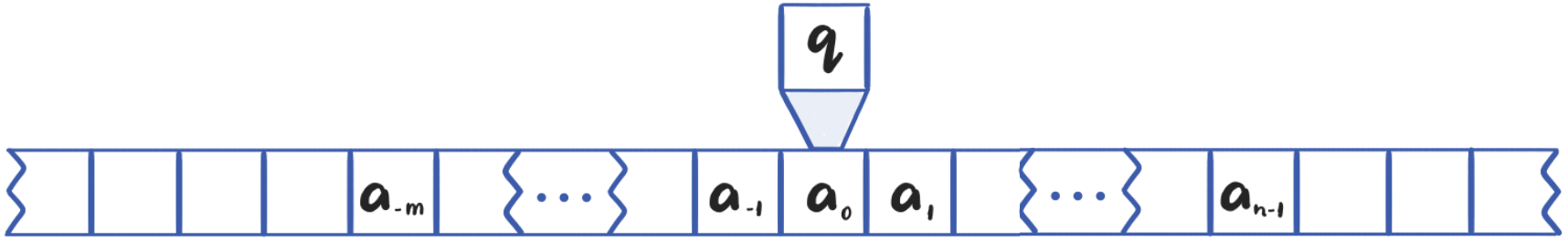
Понятие за алгоритъм

класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог един от най-разпространените
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	?
⋮ Еквивалентност – тезис на Чърч	⋮

Понятие за алгоритъм

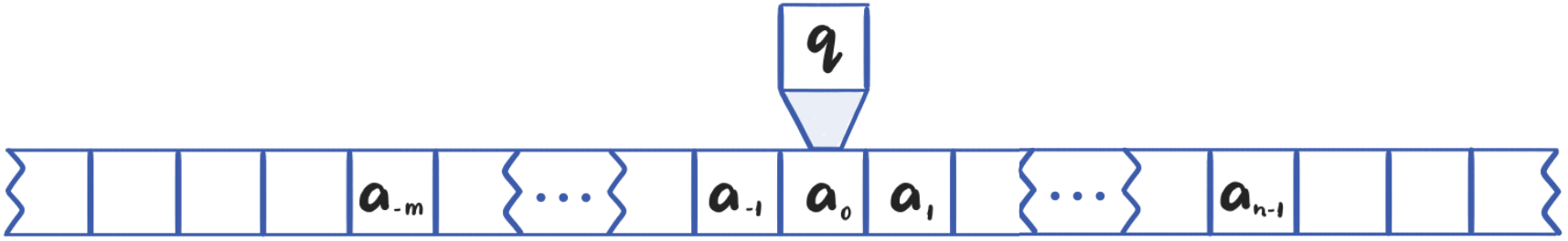
класическо	квантов аналог
• Машина на Тюринг (МТ) ▸ детерминистична МТ ▸ недетерминистична МТ ▸ вероятностна МТ	• Квантова МТ пряк аналог един от най-разпространените
• Фамилии от булеви вериги circuits мрежи схеми	• Фамилии от квантови вериги
• Рекурсивни функции	?
⋮ Еквивалентност – тезис на Чърч	⋮ ?

Машина на Тюринг



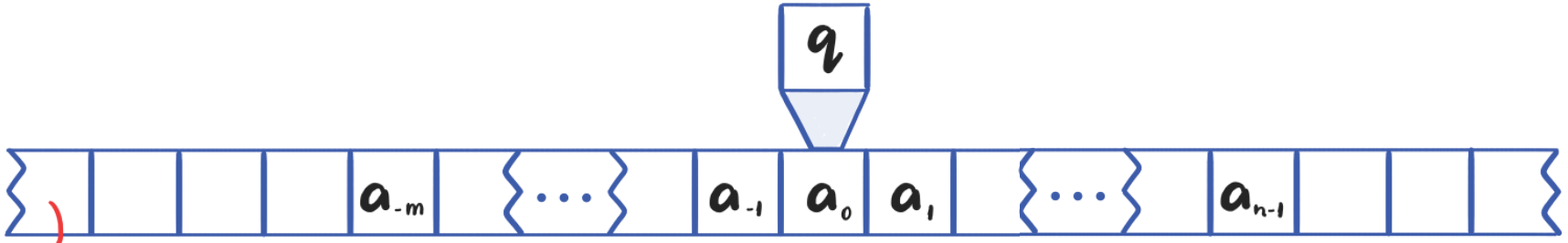
Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



Машина на Тюринг

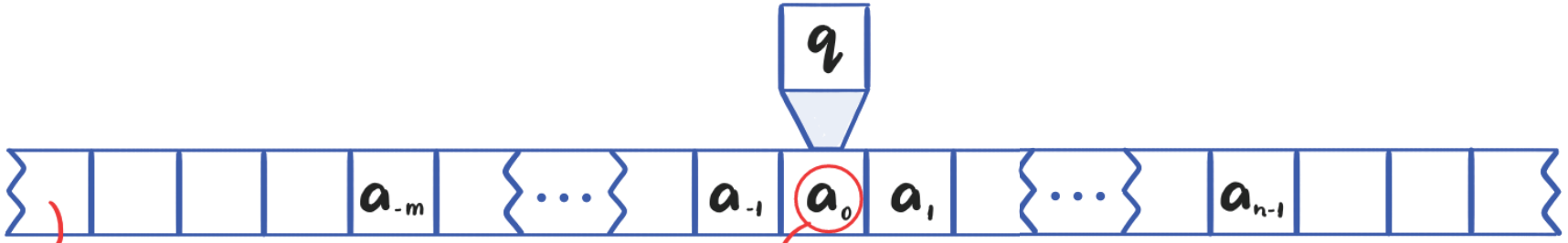
- класическа, детерминистична



Двустранно безкрайна лента,
в която всички клетки,
с изключение на краен брой,
са празни, т.е., съдържат
специалния символ "␣"

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

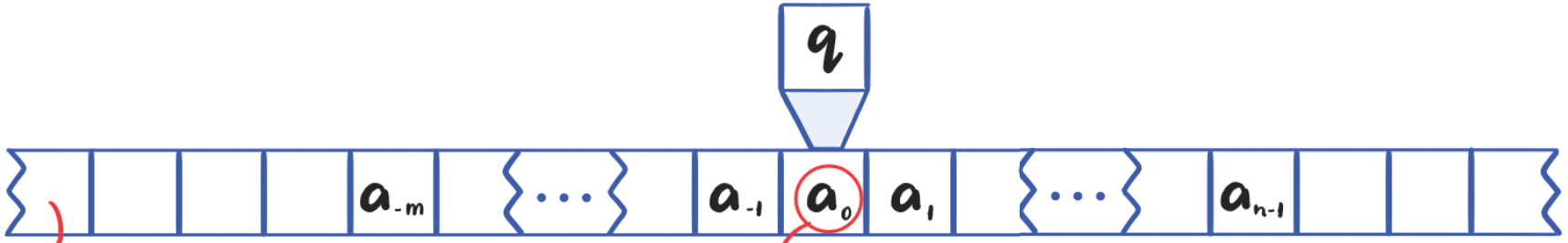


Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot{\cup}\, \{\sqcup\}$

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

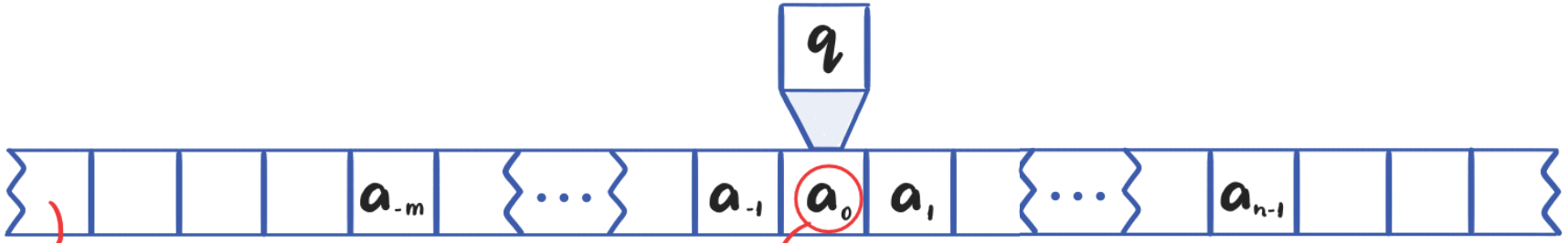


Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot\cup\, \{\sqcup\}$, крайно множество от символи

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

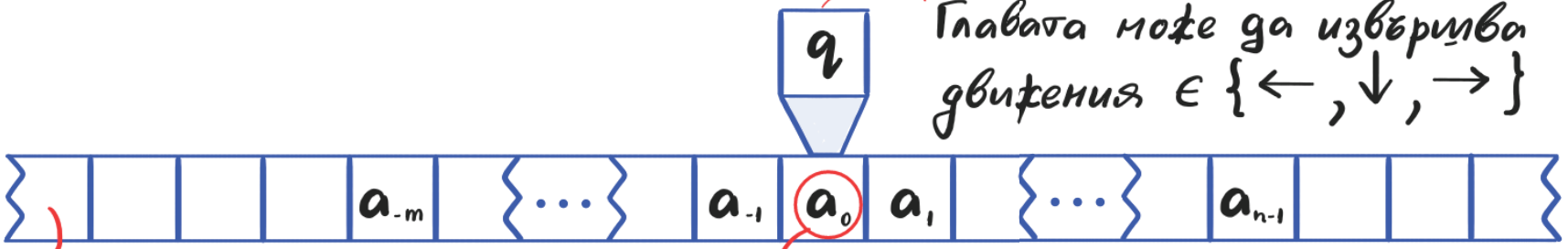


Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot{\cup}\, \{\sqcup\}$, крайно множество от символи, разширено с

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



Главата може да извършва движения $\in \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$

Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

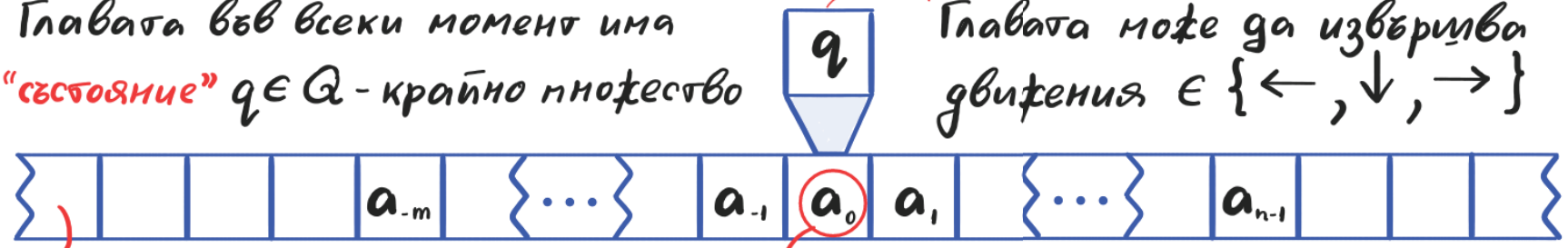
Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot{\cup}\, \{\sqcup\}$, крайно множество от символи, разширено с

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

Главата във всеки момент има "състояние" $q \in Q$ - крайно множество

Главата може да извършва движения $\in \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$



Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

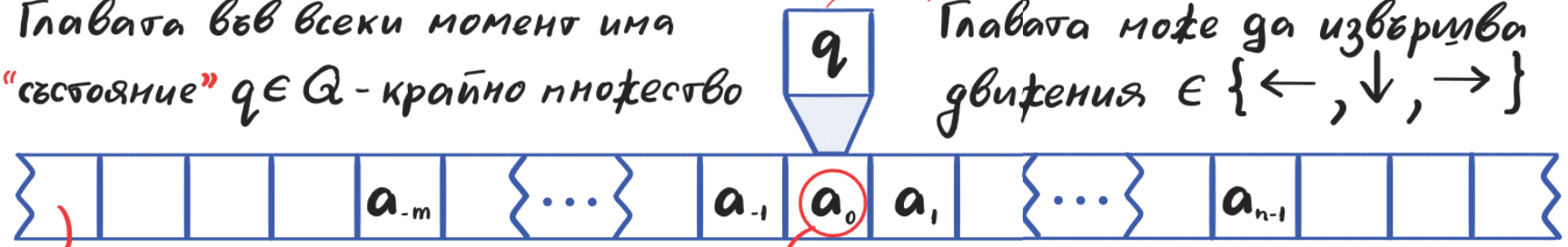
Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot\cup\, \{\sqcup\}$, крайно множество от символи, разширено с

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

Главата във всеки момент има "състояние" $q \in Q$ - крайно множество

Главата може да извършва движения $\in \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$



Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot\cup\, \{\sqcup\}$, крайно множество от символи, разширено с

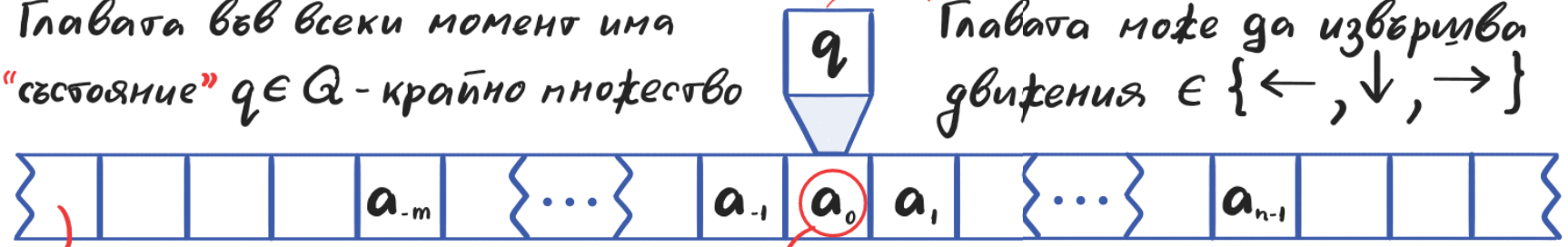
Работата на машината се определя от $\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

Главата във всеки момент има "състояние" $q \in Q$ - крайно множество

Главата може да извършва движения $\in \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$



Двустранно безкрайна лента, в която всички клетки, с изключение на краен брой, са празни, т.е., съдържат специалния символ "$\sqcup$"

Във всяка клетка има символ $a_j \in \Sigma' := \Sigma \,\dot\cup\, \{\sqcup\}$, крайно множество от символи, разширено с

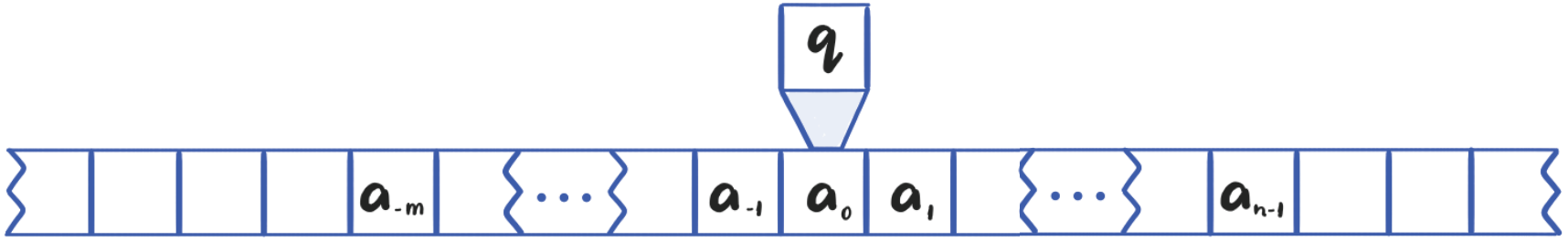
Работата на машината се определя от

$$\tau : \Sigma' \times Q \rightarrow \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

└ функция на прехода

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

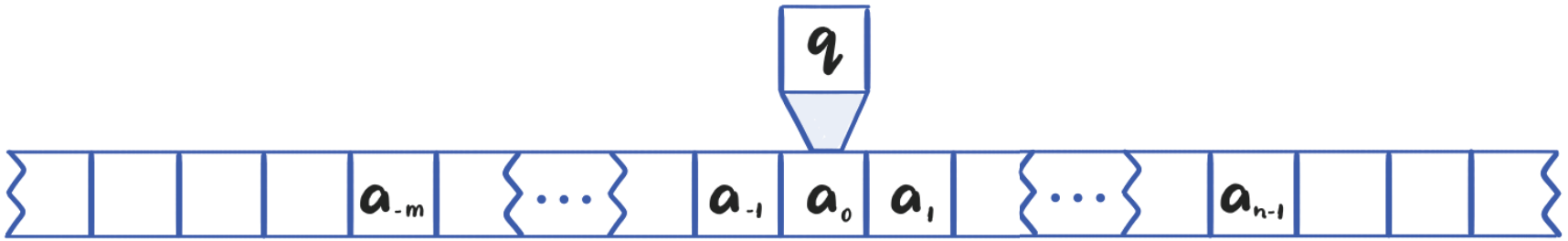


функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



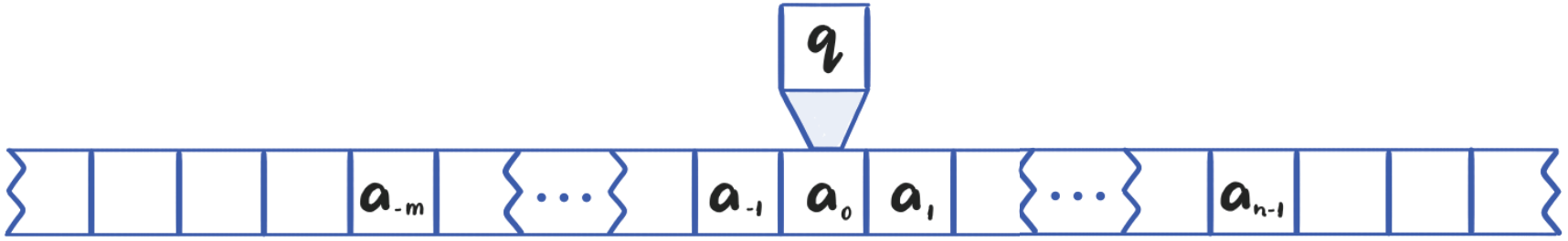
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

се явява и идентификатор на машината

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



Определя:

$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftarrow / \downarrow / \rightarrow)$$

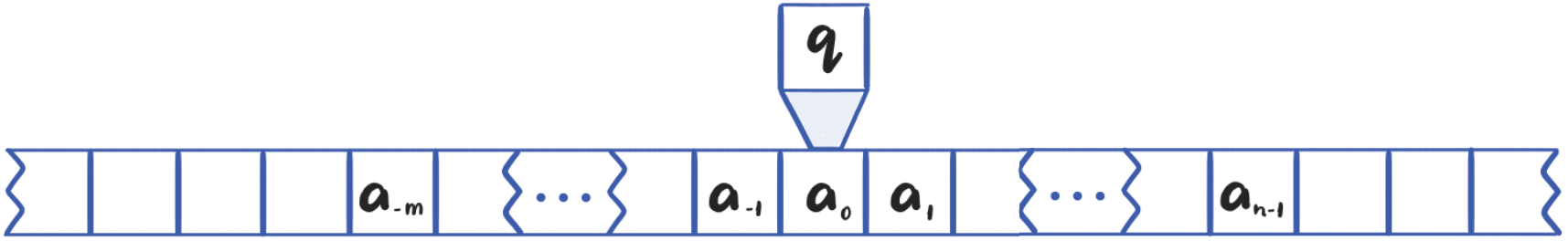
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

се явява и идентификатор на машината

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



ако главата чете символ a и е в състояние q

Определя:

$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftarrow, \downarrow, \rightarrow)$$

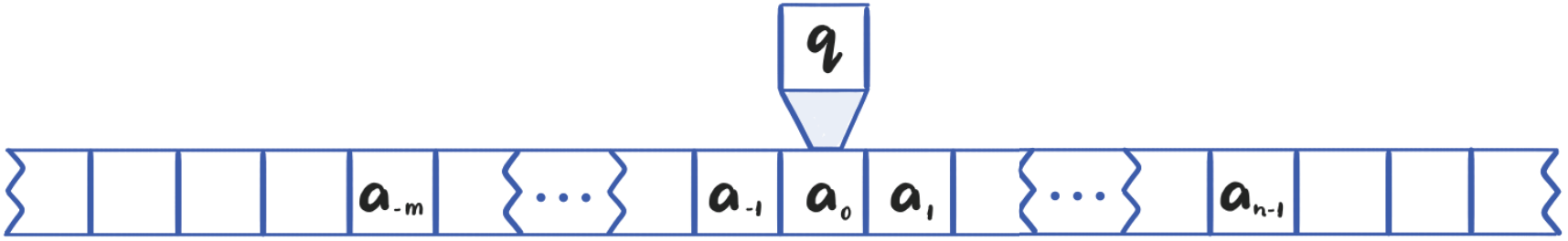
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

се явява и идентификатор на машината

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



ако главата чете символ a и е в състояние q, то променя a към a'

Определя:

$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftrightarrow)$$

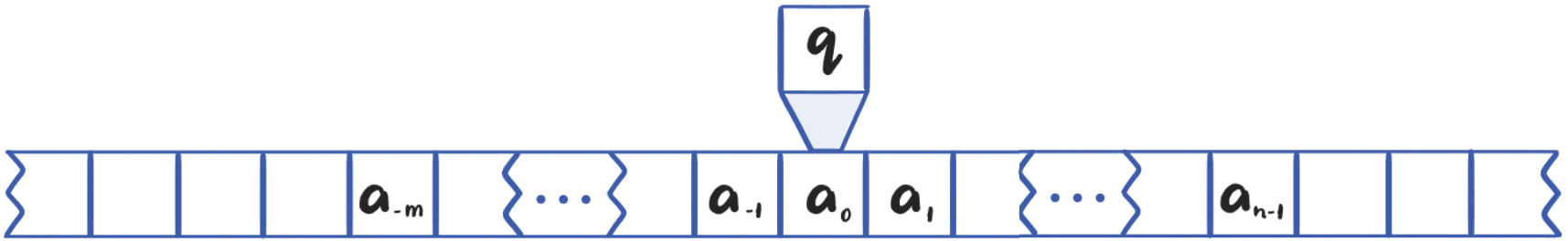
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

се явява и идентификатор на машината

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



ако главата чете символ a и е в състояние q, то променя a към a', q към q'

Определя:

$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftrightarrow)$$

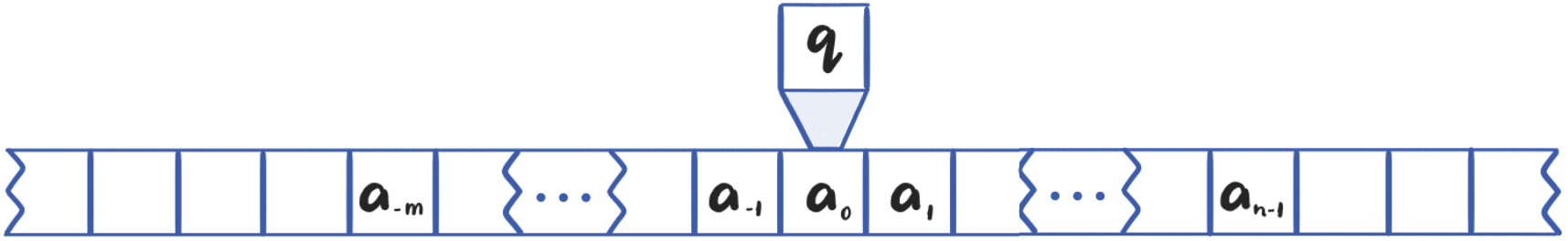
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

се явява и идентификатор на машината

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



Определя:

$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftarrow / \downarrow / \rightarrow)$$

ако главата чете символ a и е в състояние q, то променя a към a', q към q' и се премества по

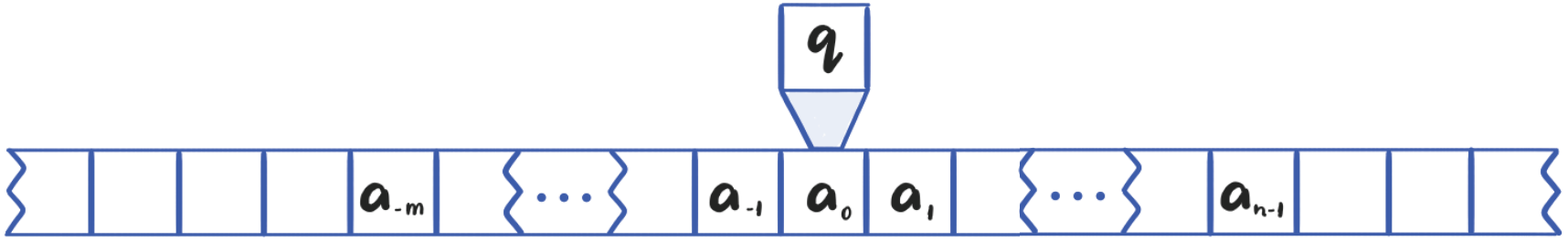
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

се явява и идентификатор на машината

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична



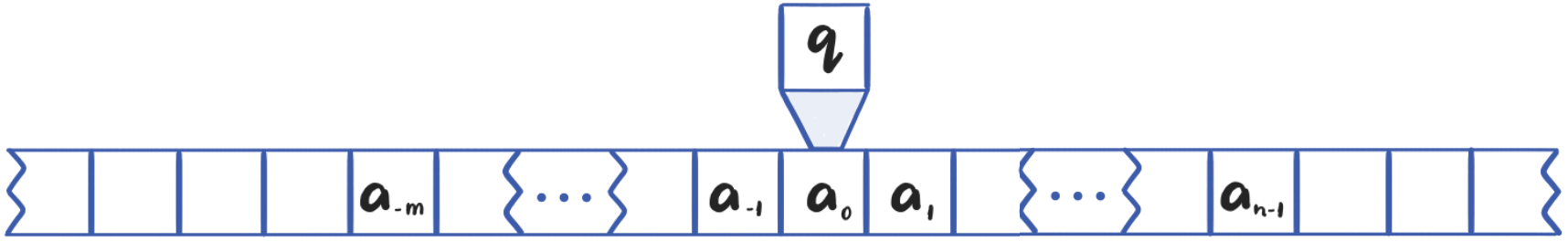
$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftarrow / \downarrow / \rightarrow)$$

функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

Машина на Тюринг

- класическа, вероятностна



(a, q)

$\downarrow \tau$

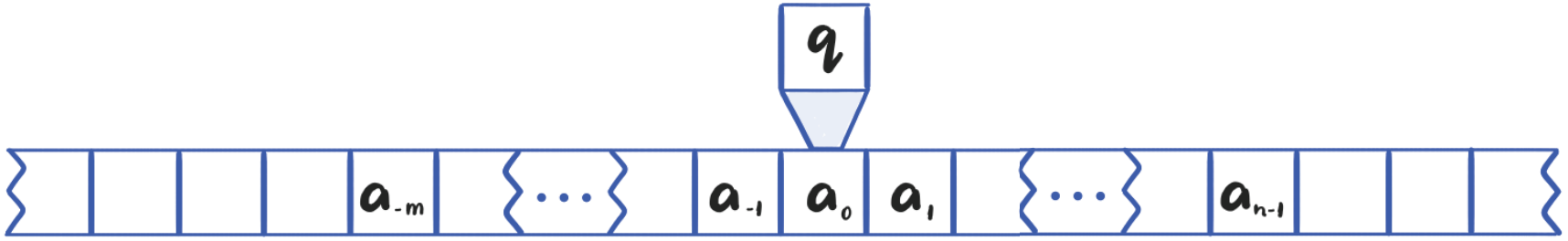
вероятност $(a', q', \leftarrow / \downarrow / \rightarrow)$

функцията на преход

$\tau : \Sigma' \times Q \longrightarrow$ Вероятностни разпределения над $\Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$

Машина на Тюринг

- класическа, вероятностна



$$(a, q) \xrightarrow{\tau} \text{вероятност } (a', q', \leftarrow\downarrow\rightarrow)$$

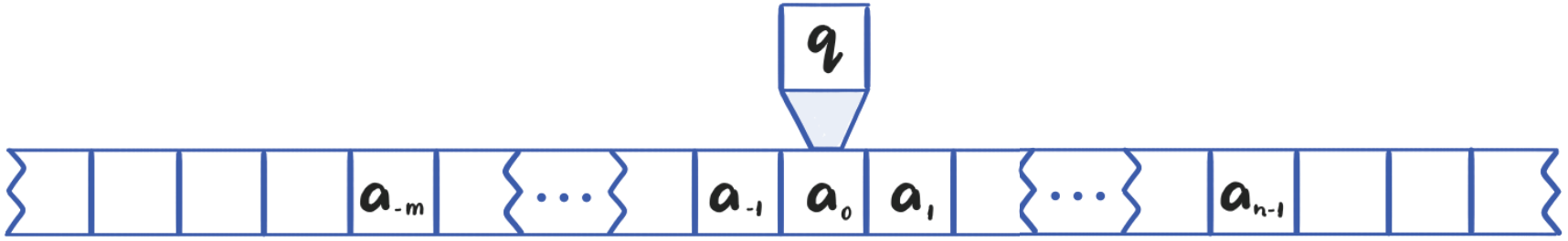
условие: $\sum_{(a', q', \leftarrow\downarrow\rightarrow)} = 1$

функцията на преход

$\tau : \Sigma' \times Q \longrightarrow$ Вероятностни разпределения над $\Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$

Машина на Тюринг

-квантова



(a, q)

$\downarrow \tau$

амплитуда $(a', q', \leftarrow\downarrow\rightarrow)$

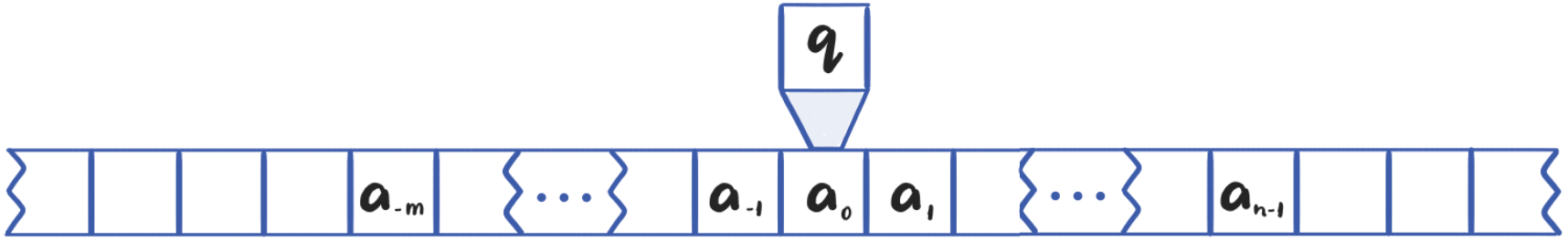
с условие: това да са координати на ортонормирана система

функцията на преход

$\tau : \Sigma' \times Q \longrightarrow$ Вероятностни амплитуди над $\Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$

Машина на Тюринг

- класическа, детерминистична

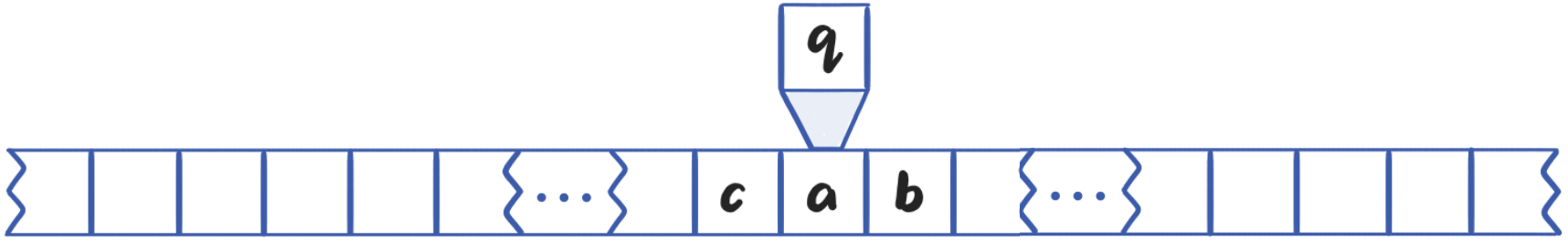


$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \leftarrow / \downarrow / \rightarrow)$$

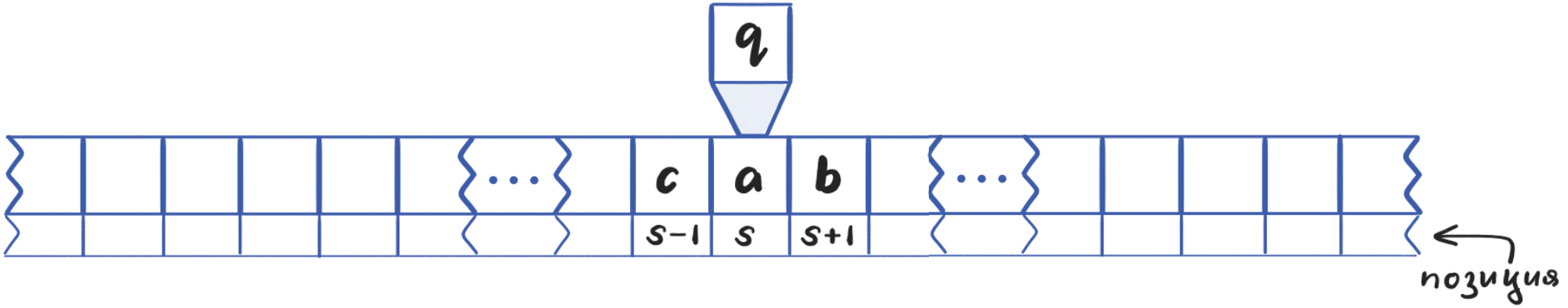
функцията на преход

$$\tau : \Sigma' \times Q \to \Sigma' \times Q \times \{\leftarrow, \downarrow, \rightarrow\}$$

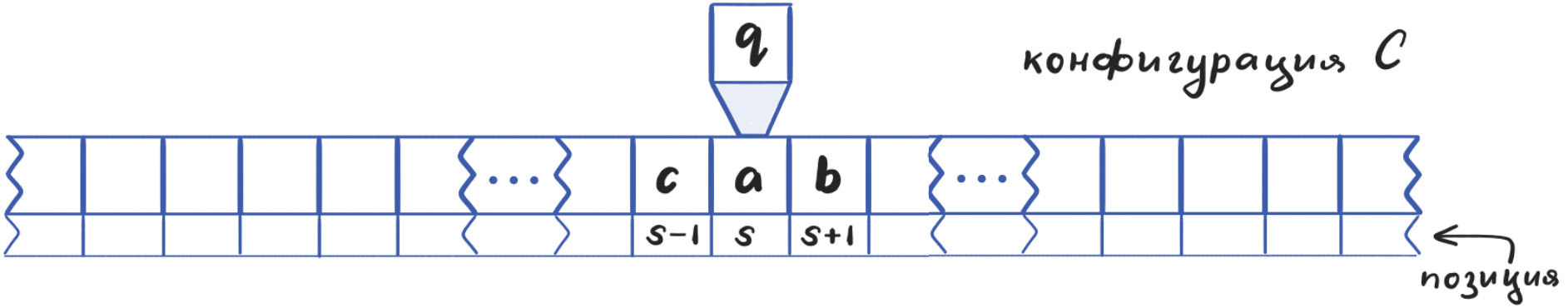
Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, детерминистична



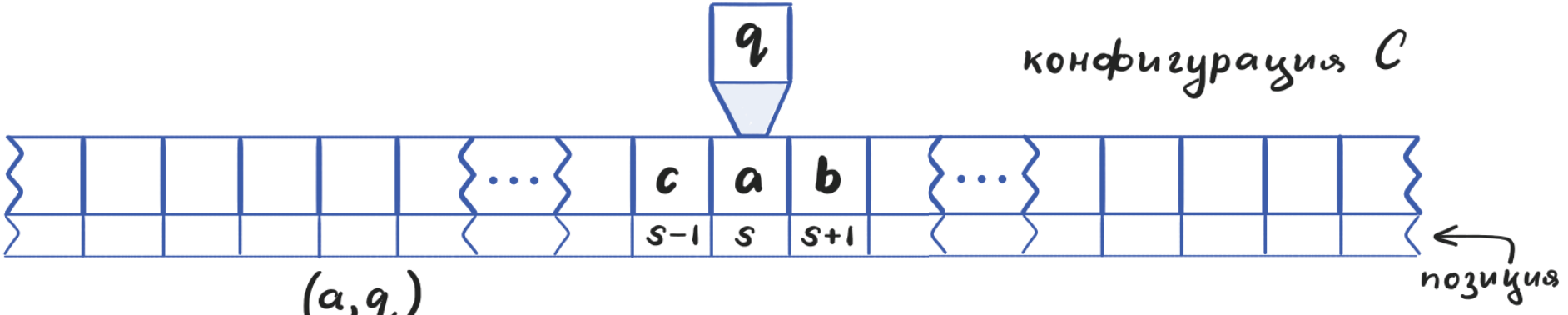
Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, детерминистична



Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, детерминистична

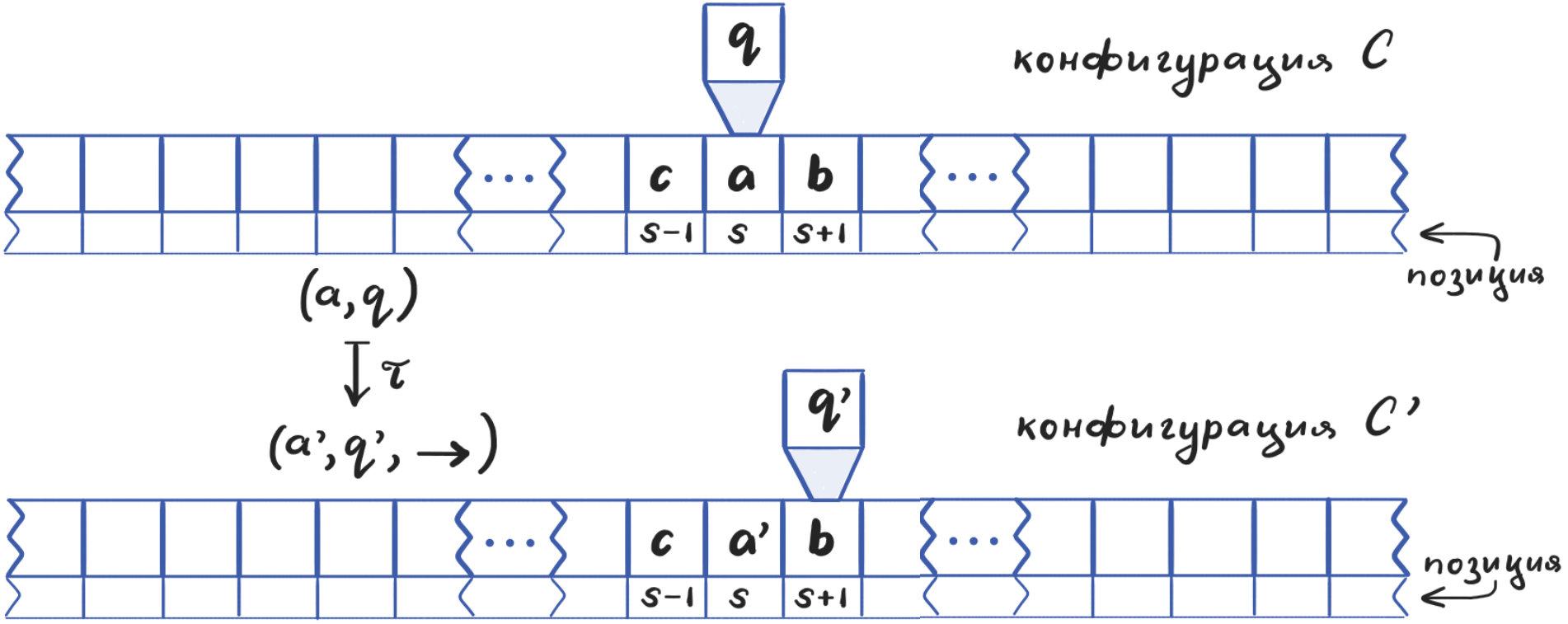


Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, детерминистична

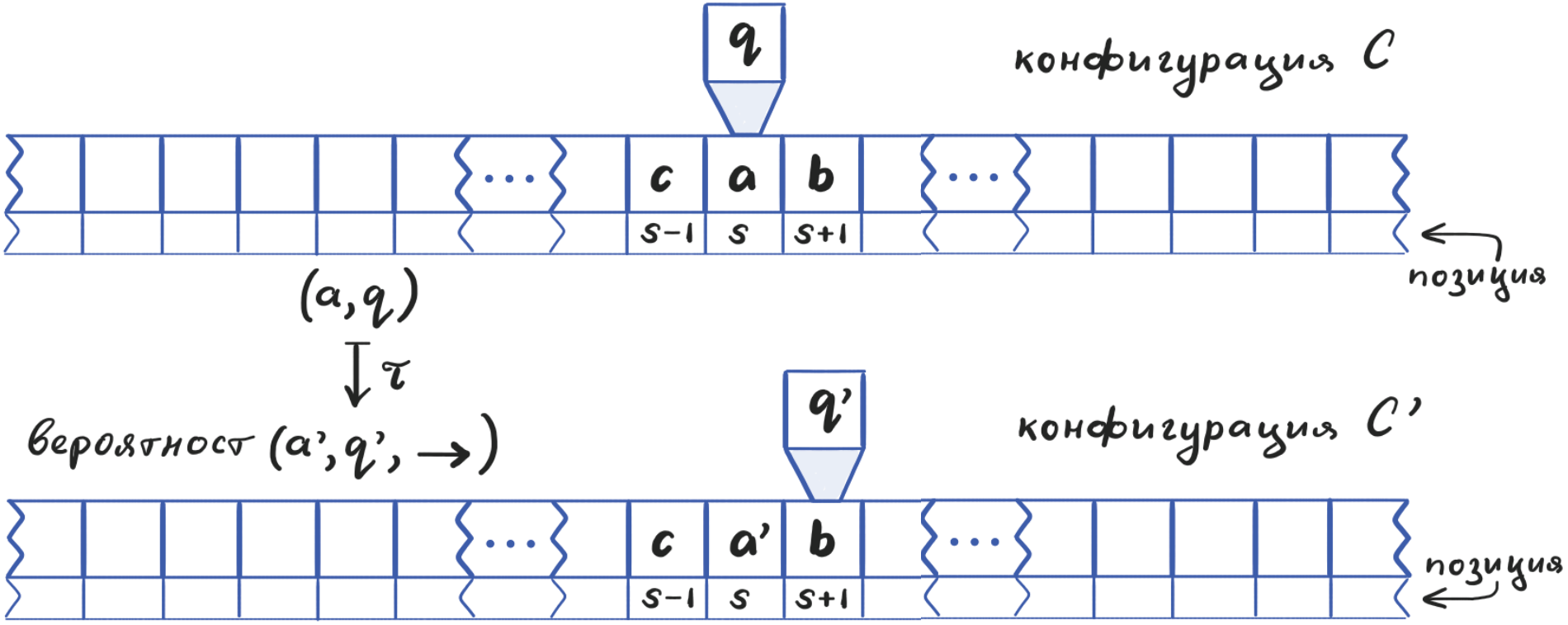


$$(a, q) \xrightarrow{\tau} (a', q', \rightarrow)$$

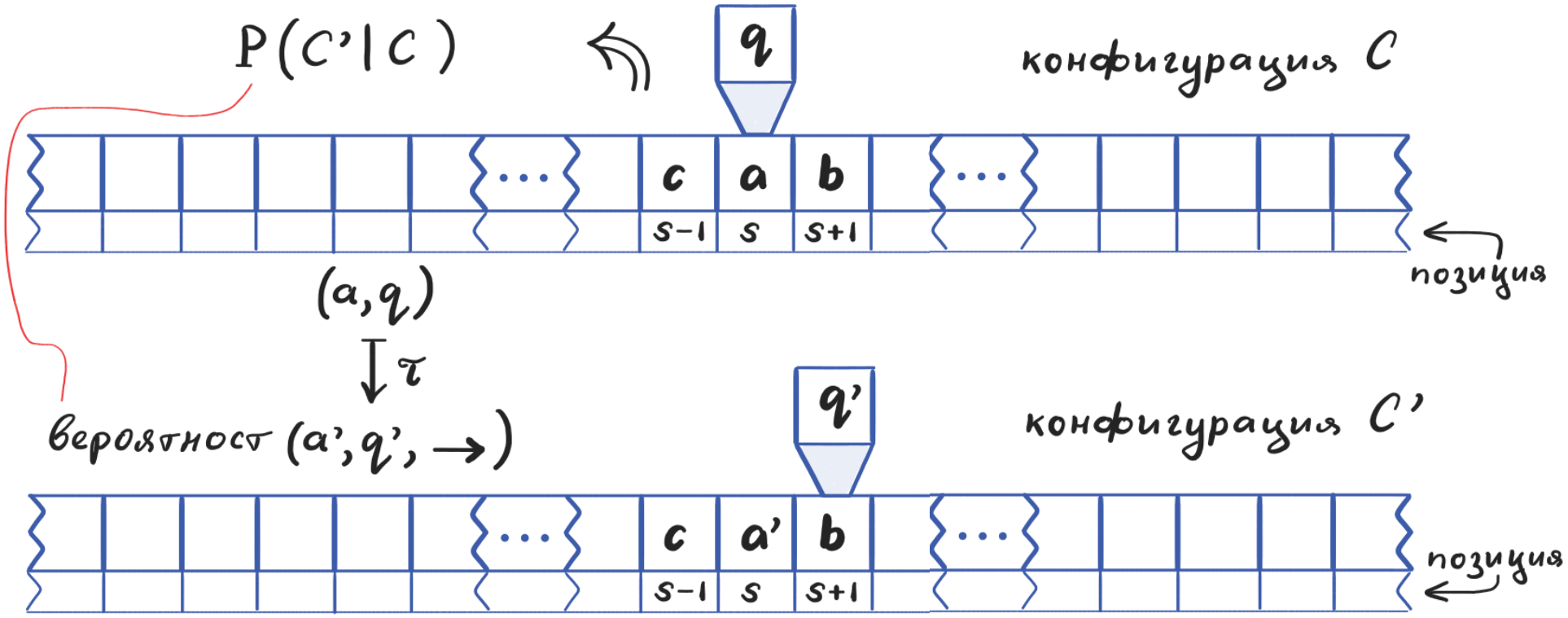
Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, детерминистична



Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, вероятностна

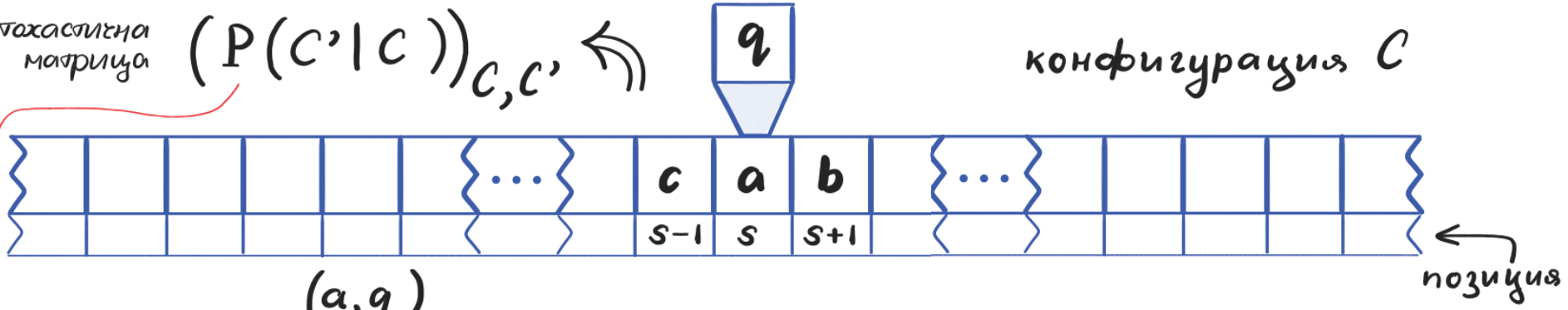


Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, вероятностна



Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	- класическа, вероятностна

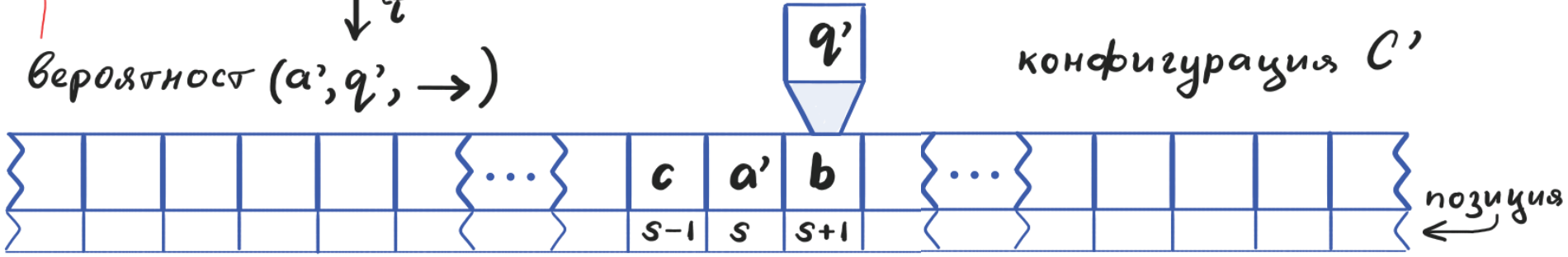
стохастична матрица $(P(C'|C))_{C,C'}$



(a,q)

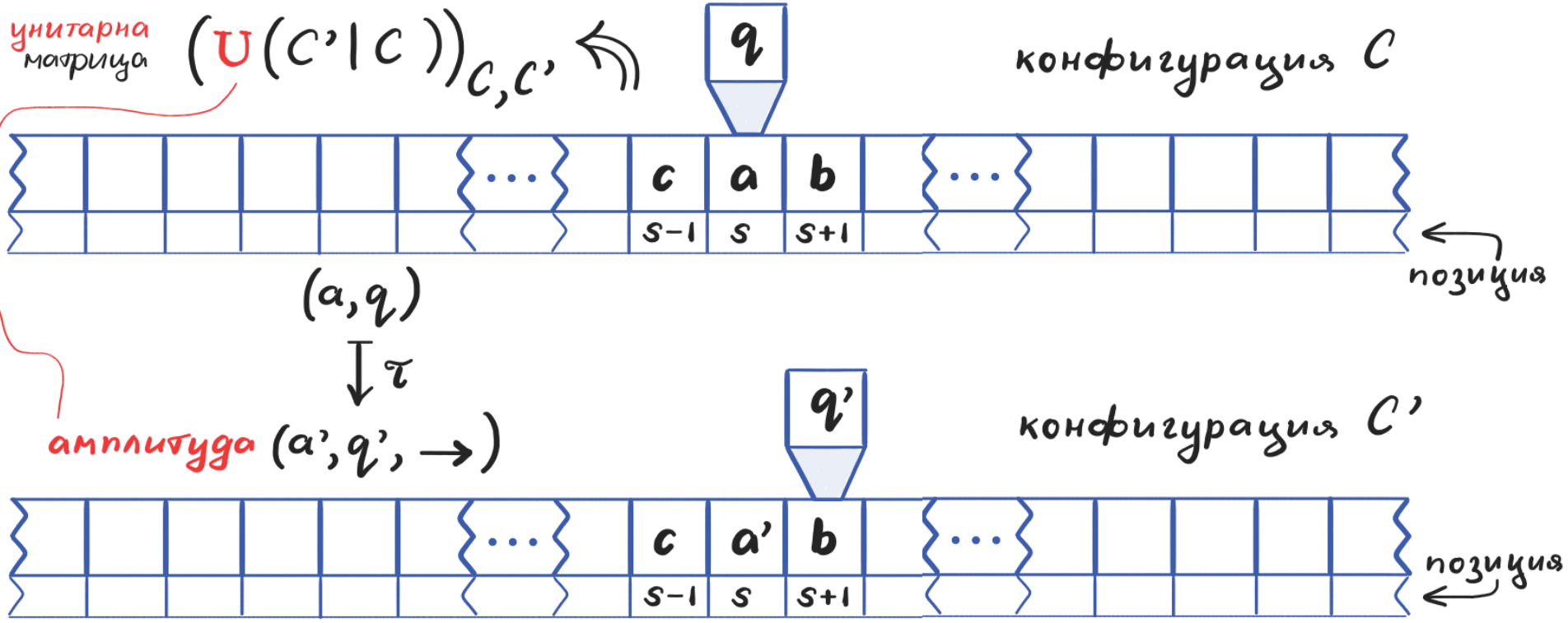
$\downarrow \tau$

вероятност $(a', q', \rightarrow)$



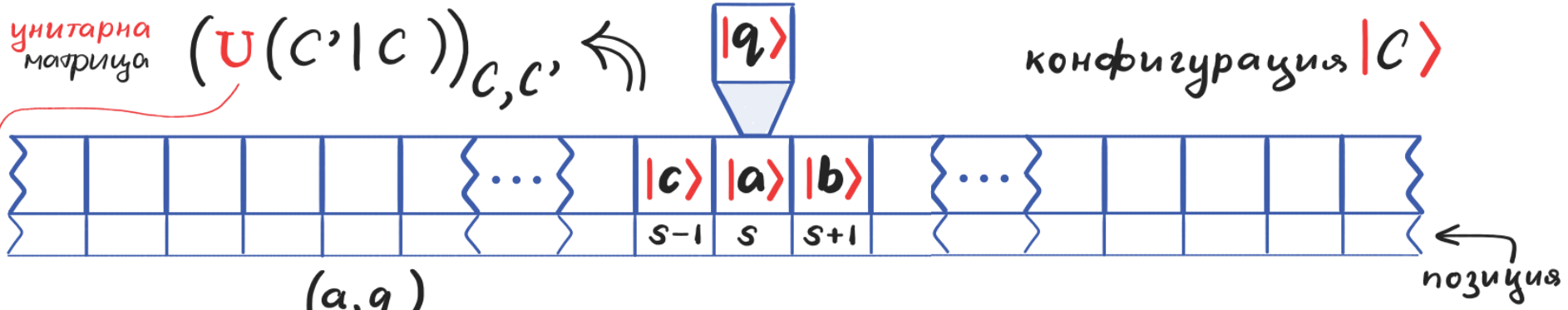
Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



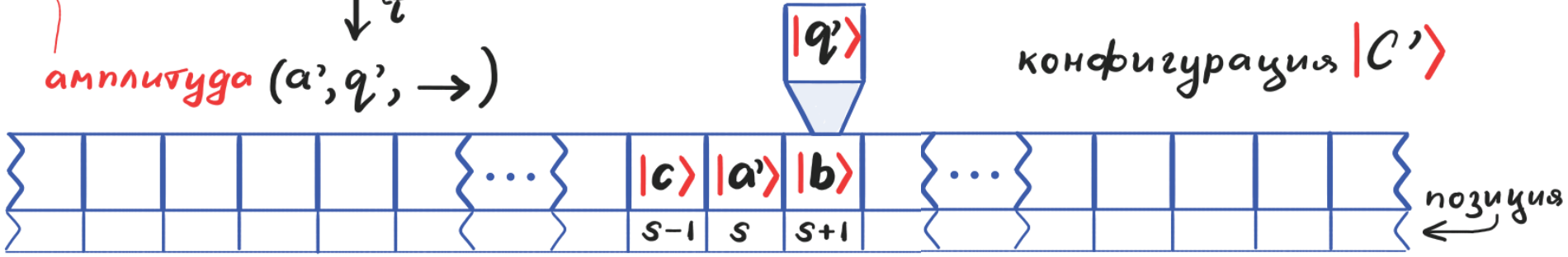
Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



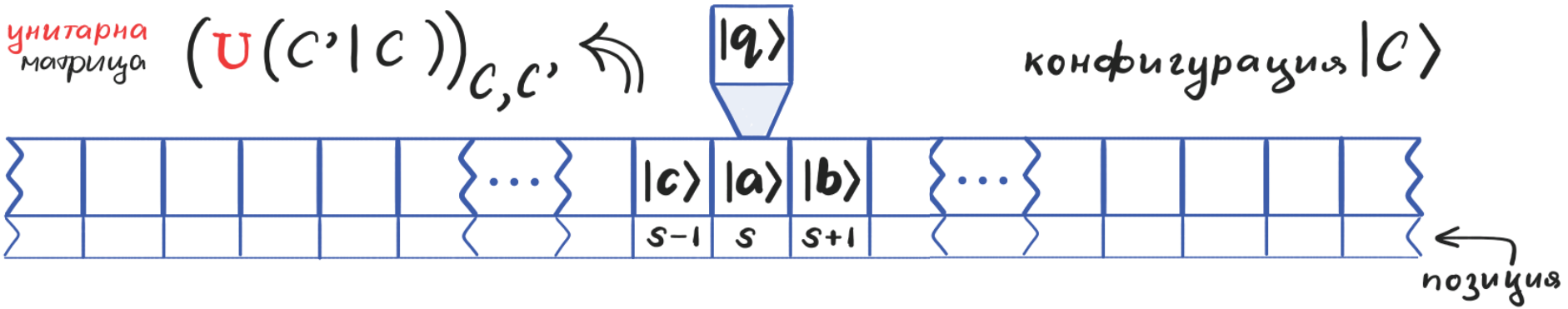
$(a,q) \xrightarrow{\tau}$

амплитуда $(a',q',\rightarrow)$

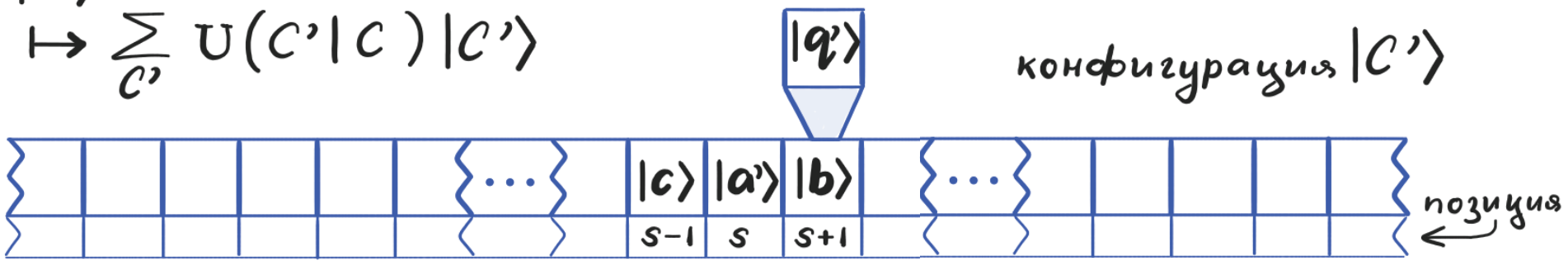


Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

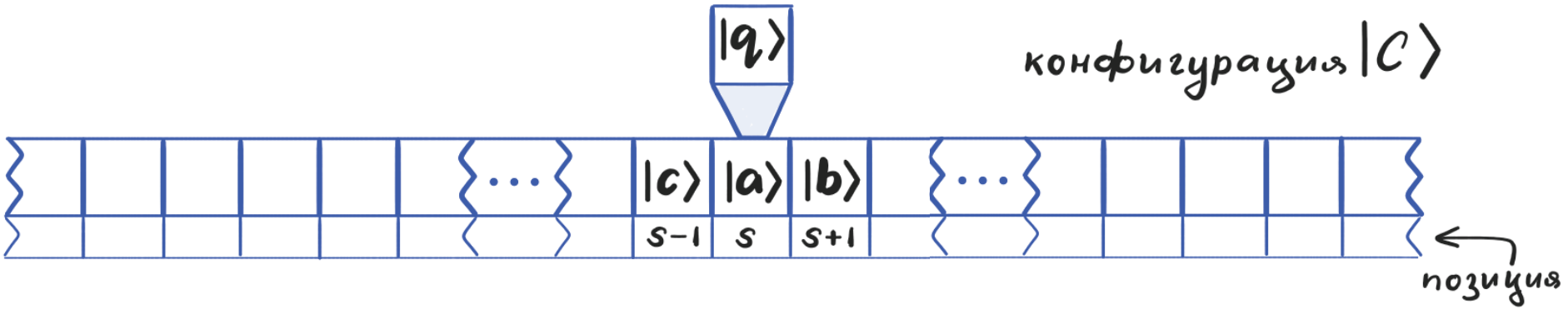
унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



$$|C\rangle \mapsto \sum_{C'} U(C'|C)\,|C'\rangle$$

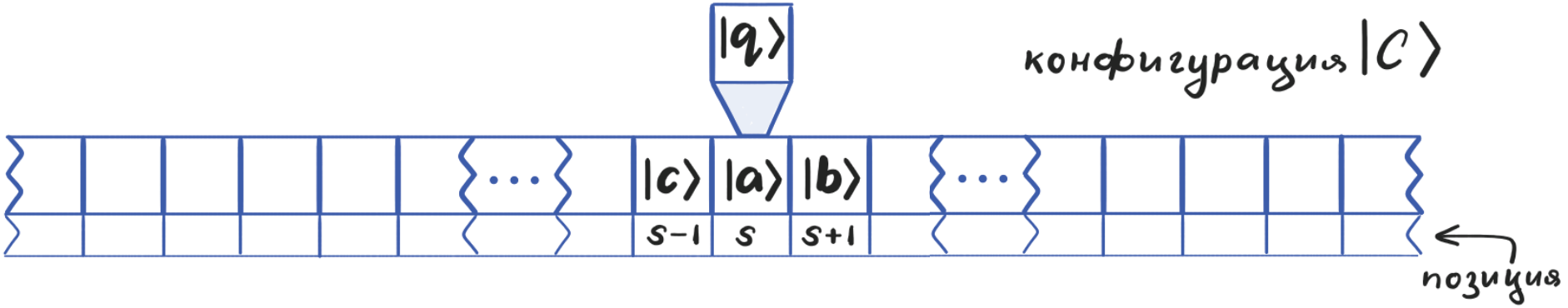


Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	-квантова



$$|C\rangle := |q\rangle \otimes |s\rangle \otimes (\cdots \otimes |c\rangle \otimes |a\rangle \otimes |b\rangle \otimes \cdots)$$

Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

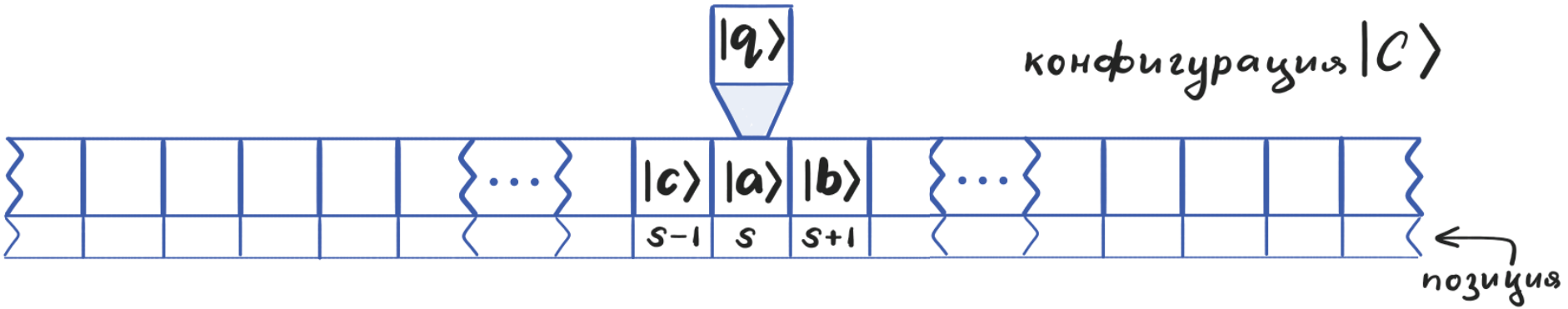


$$|C\rangle := |q\rangle \otimes |s\rangle \otimes (\cdots \otimes |c\rangle \otimes |a\rangle \otimes |b\rangle \otimes \cdots)$$

състояние и позиция на главата

символи в клетките

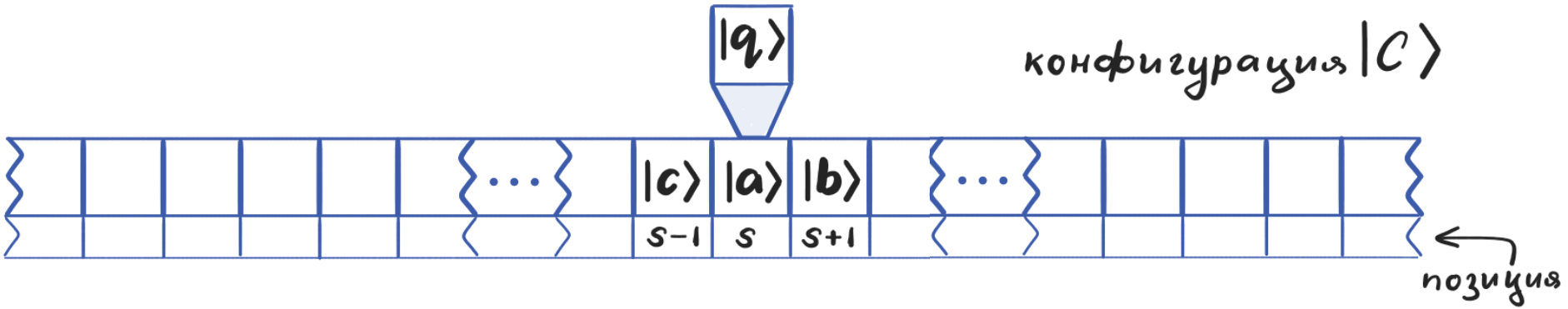
Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	-квантова



$$|C\rangle := |q\rangle \otimes |s\rangle \otimes (\cdots \otimes |c\rangle \otimes |a\rangle \otimes |b\rangle \otimes \cdots)$$

На всеки параметър в конфигурацията се съпоставя базисен вектор от изчислителния базис

Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	-квантова



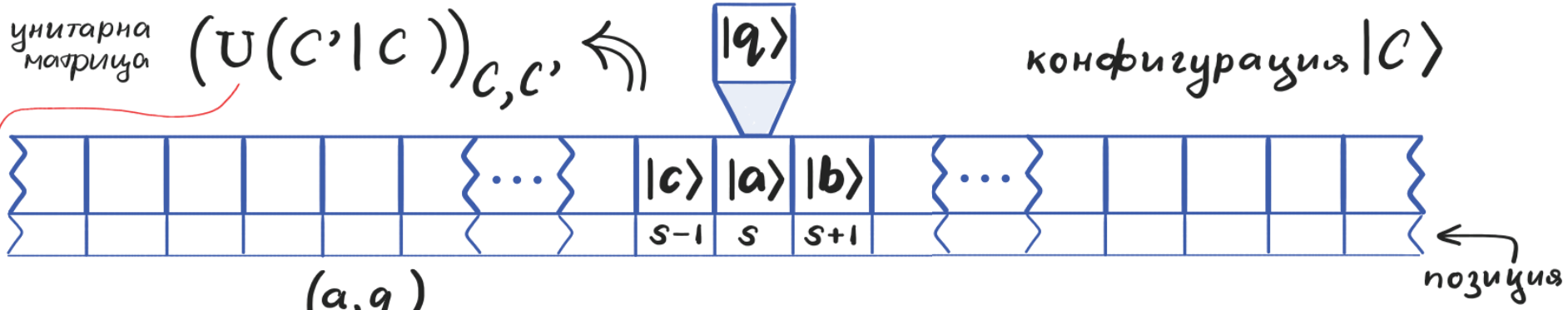
$$|C\rangle := |q\rangle \otimes |s\rangle \otimes (\cdots \otimes |c\rangle \otimes |a\rangle \otimes |b\rangle \otimes \cdots)$$

безкрайно тензорно произведение !!!
но с него се работи като с крайно защото почти всички множители са $|\sqcup\rangle$

На всеки параметър в конфигурацията се съпоставя базисен вектор от изчислителния базис

Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

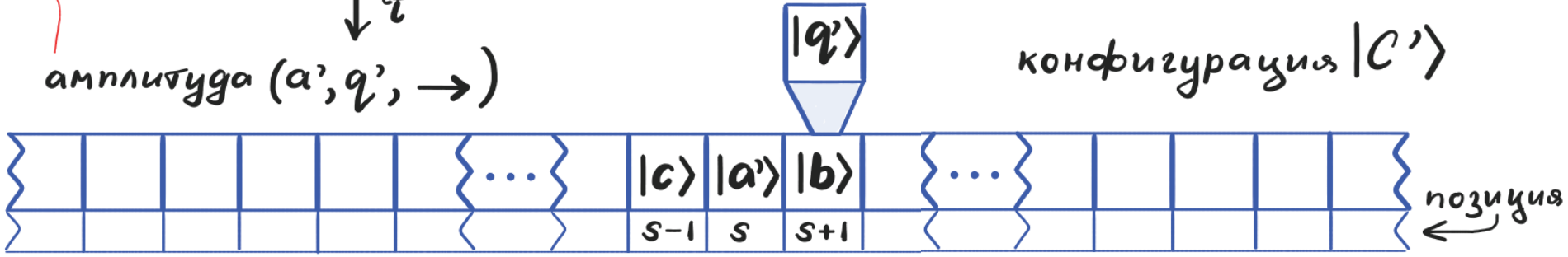
унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



(a,q)

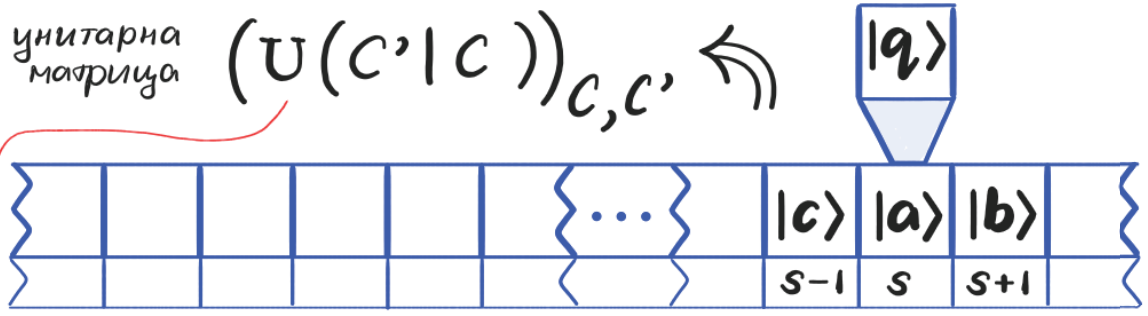
$\downarrow \tau$

амплитуда $(a',q',\rightarrow)$



Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

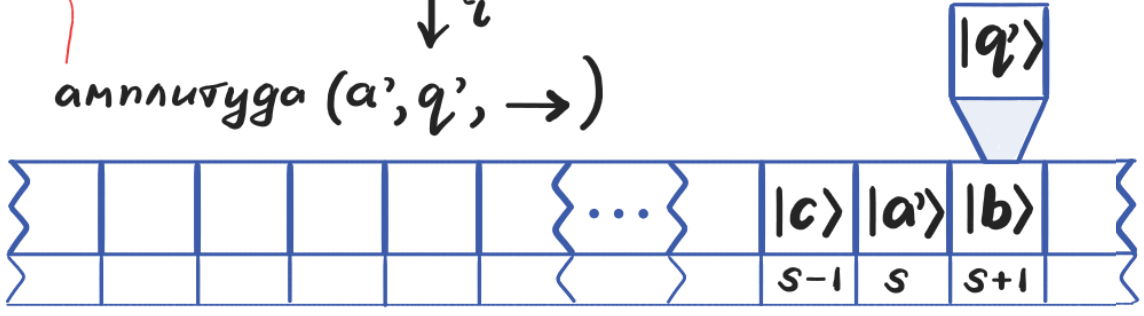
унитарна матрица $\left(U(c'|c)\right)_{c,c'}$



(a,q)

$\downarrow \tau$

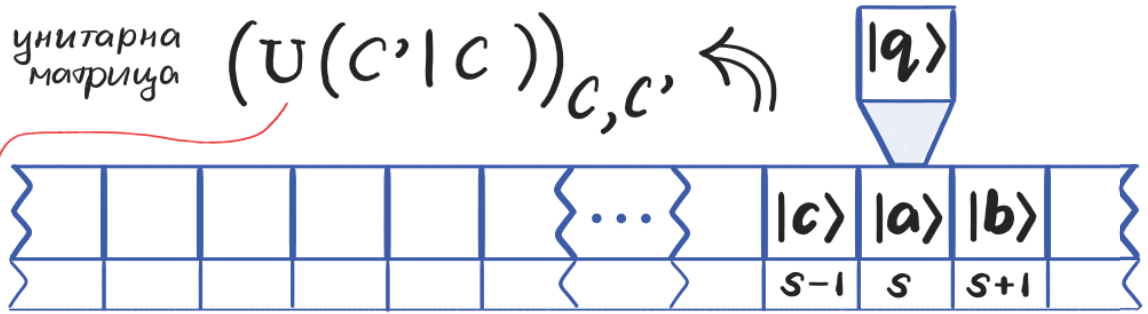
амплитуда $(a',q',\rightarrow)$



Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	-квантова

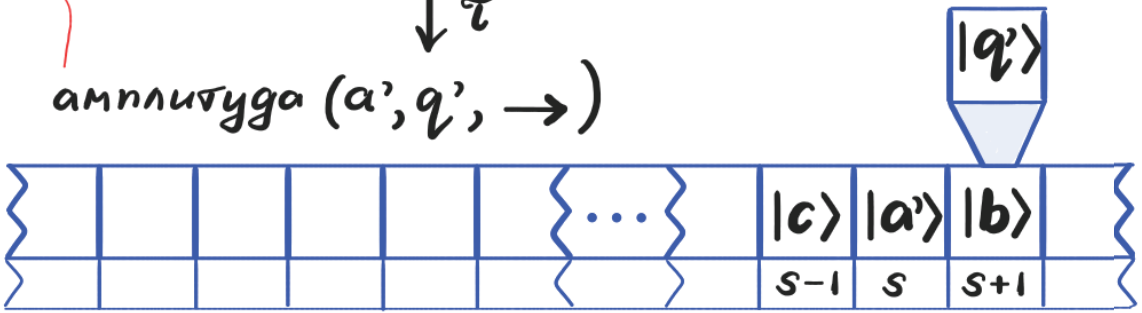
Първа особеност:

унитарна матрица $\left(U(c'|c)\right)_{c,c'}$



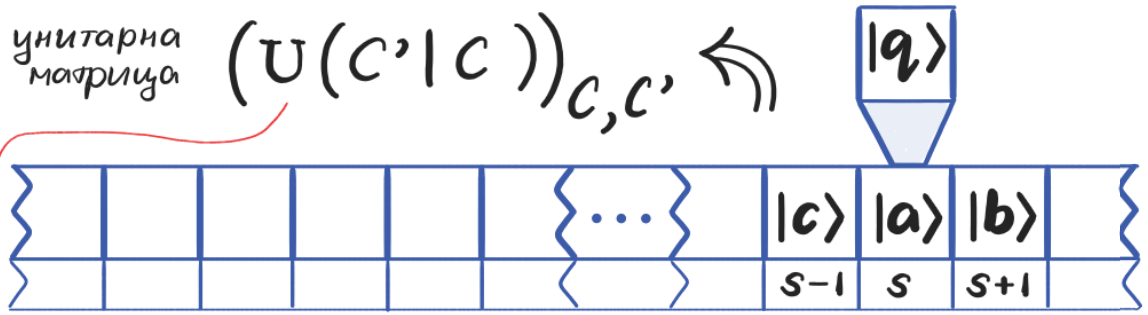
$(a,q) \xrightarrow{\tau}$

амплитуда $(a',q',\rightarrow)$



Машина на Тюринг	ДИНАМИКА	-квантова

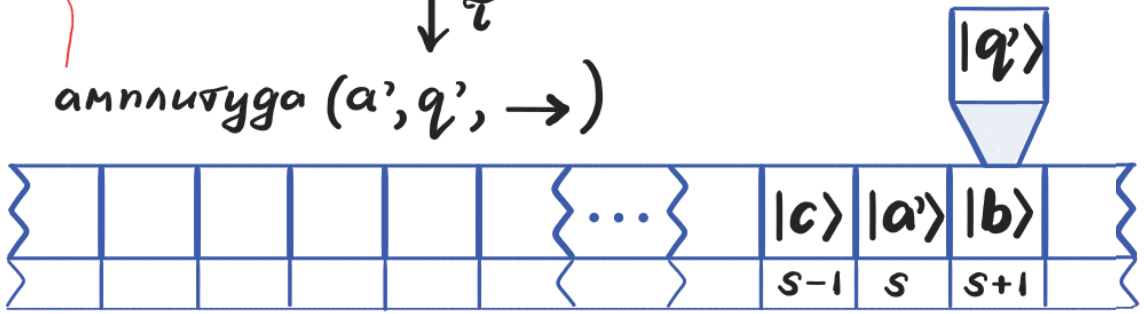
унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



(a,q)

$\downarrow \tau$

амплитуда $(a',q',\rightarrow)$

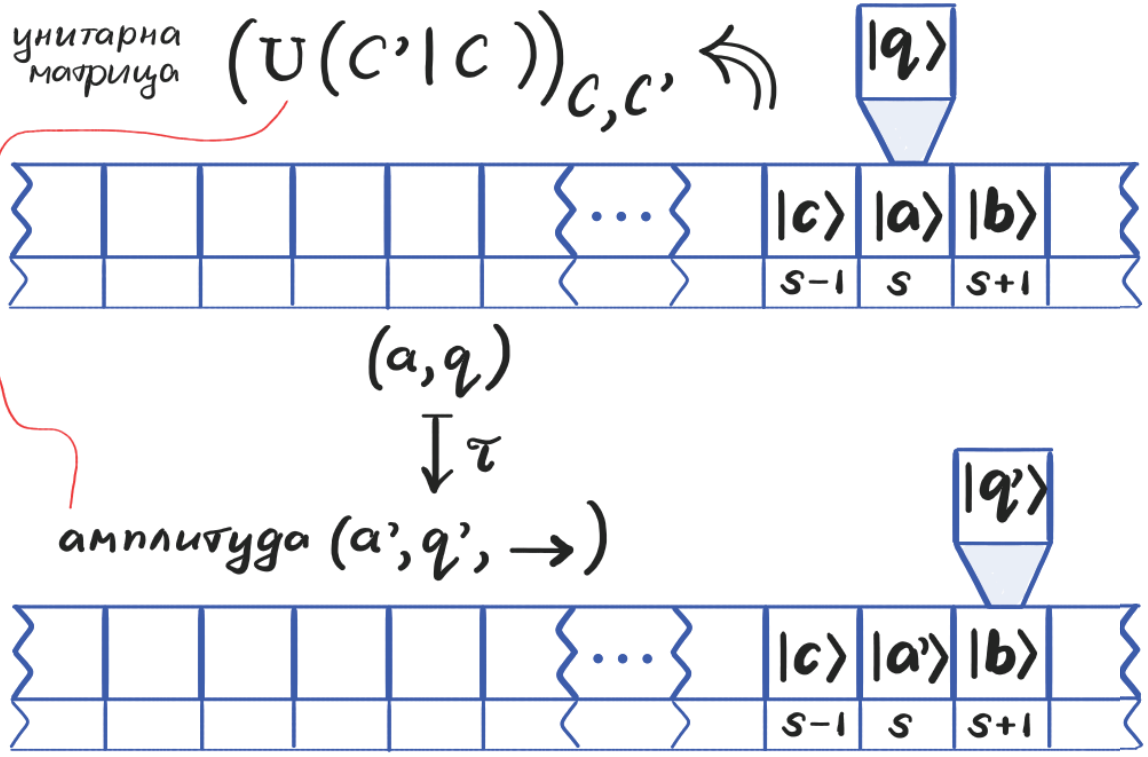


Първа особеност:

понеже $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$ е унитарна, то тя е и обратима.

Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



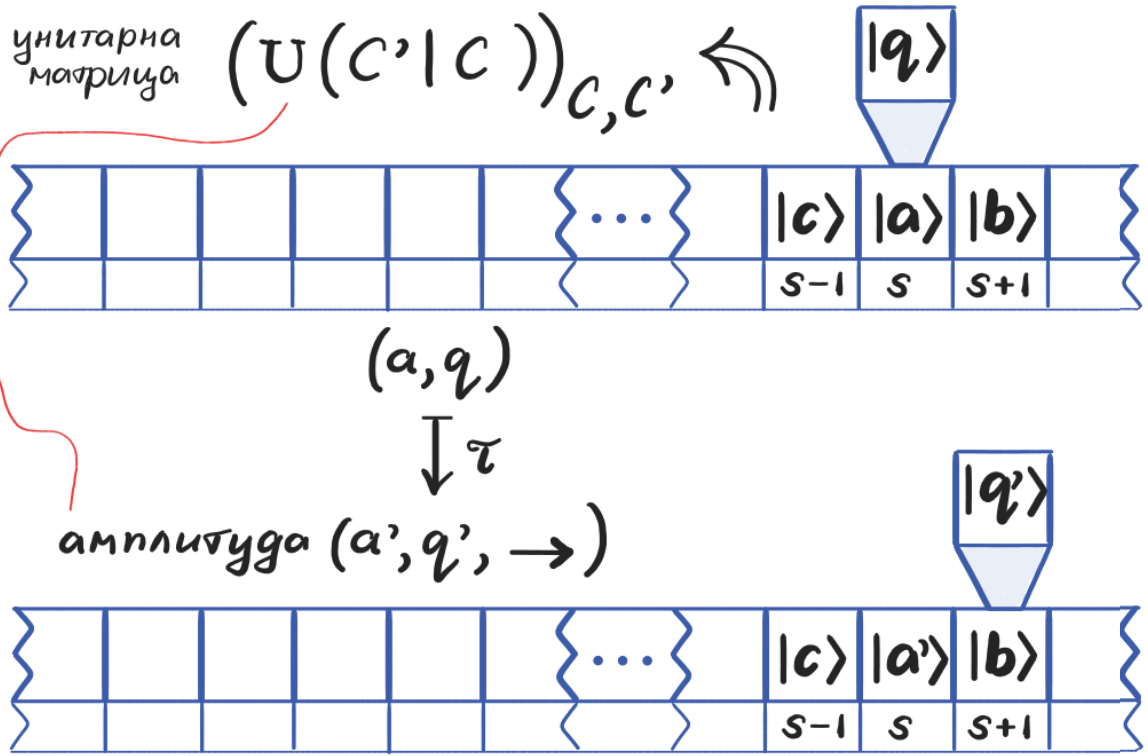
Първа особеност:

понеже $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$ е унитарна, то тя е и обратима.

Това ще е класическа МТ, ако амплитудите и $U(C'|C)$ са само 1 или 0.

Машина на Тюринг | ДИНАМИКА | -квантова

унитарна матрица $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$



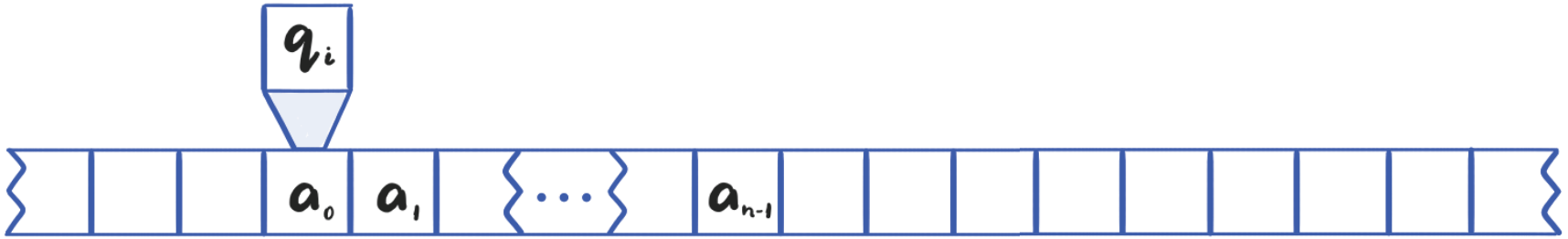
Първа особеност:

понеже $\left(U(C'|C)\right)_{C,C'}$ е унитарна, то тя е и обратима.

Това ще е класическа МТ, ако амплитудите и $U(C'|C)$ са само 1 или 0.

Но тогава τ трябва да е инективно.

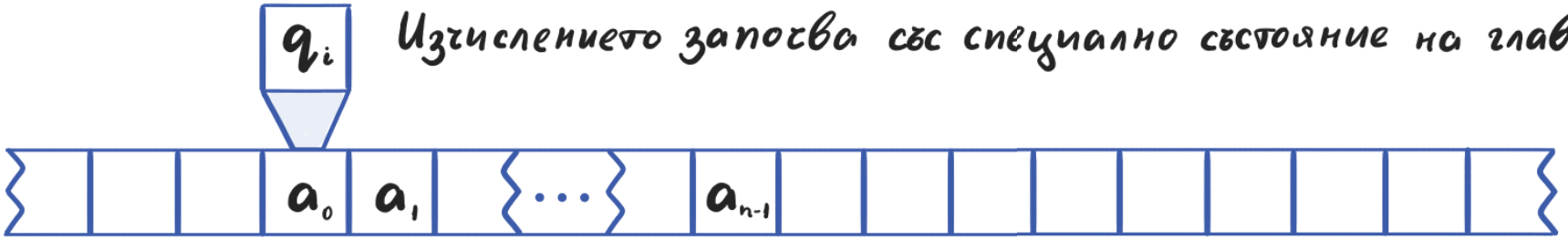
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична



i

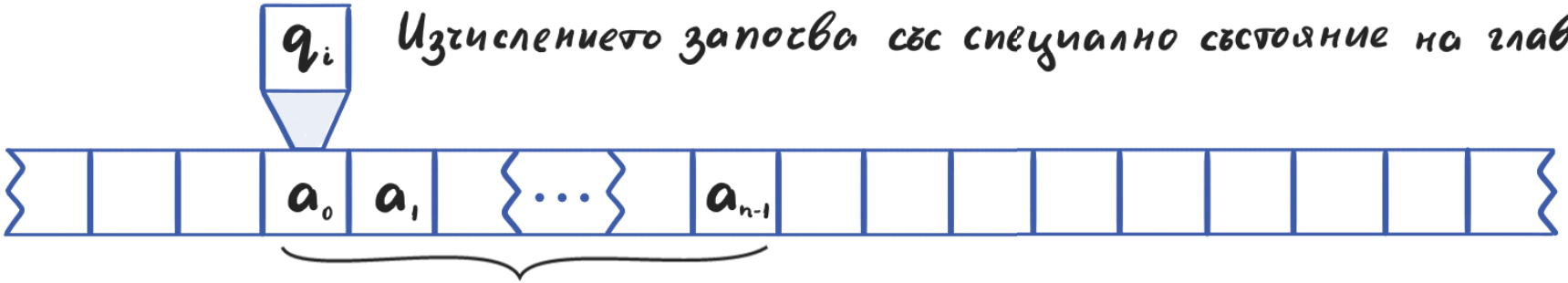
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

Изчислението започва със специално състояние на главата q_i



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

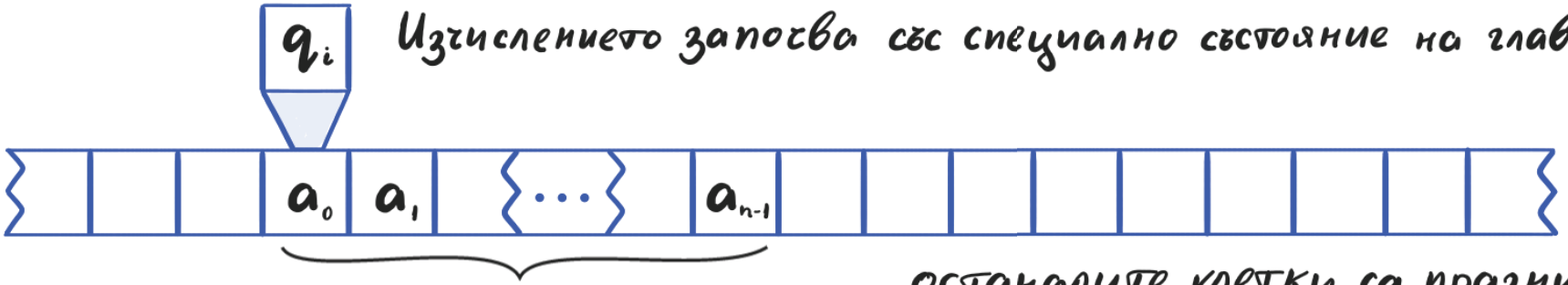
Изчислението започва със специално състояние на главата q_i



начални данни на изчислението

Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

Изчислението започва със специално състояние на главата q_i

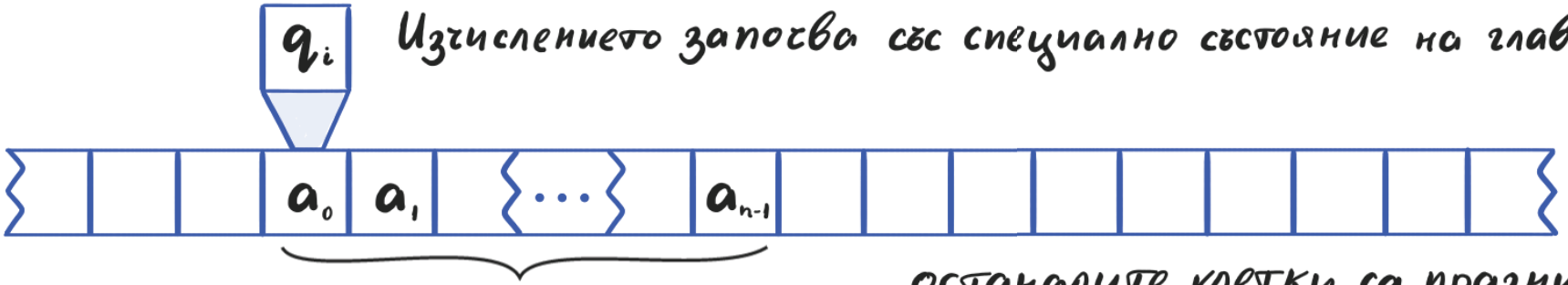


начални данни на изчислението

останалите клетки са празни

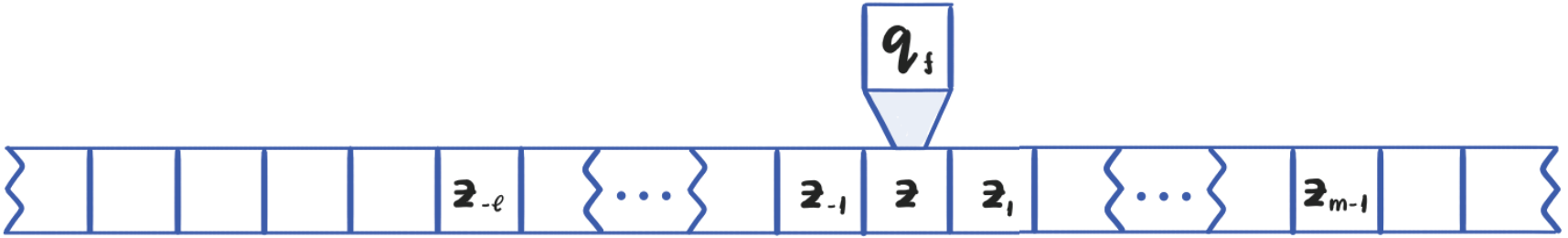
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

Изчислението започва със специално състояние на главата q_i



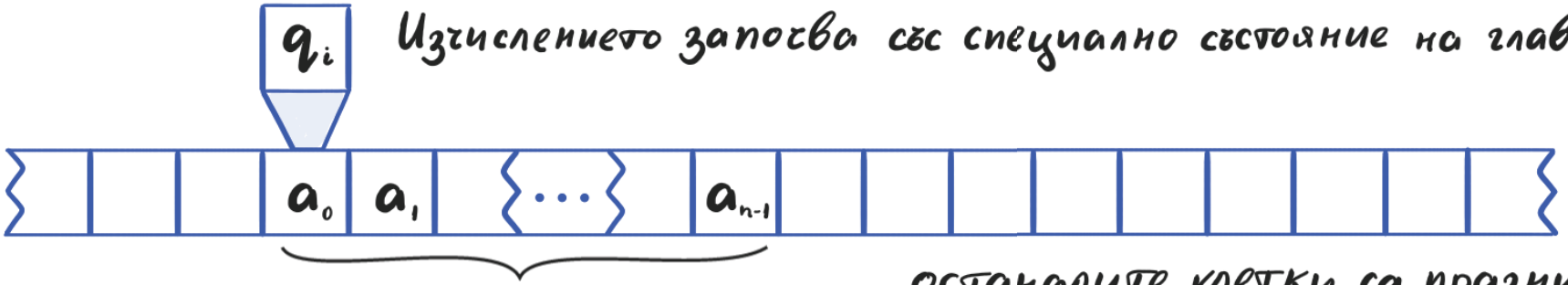
начални данни на изчислението

останалите клетки са празни



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

Изчислението започва със специално състояние на главата q_i

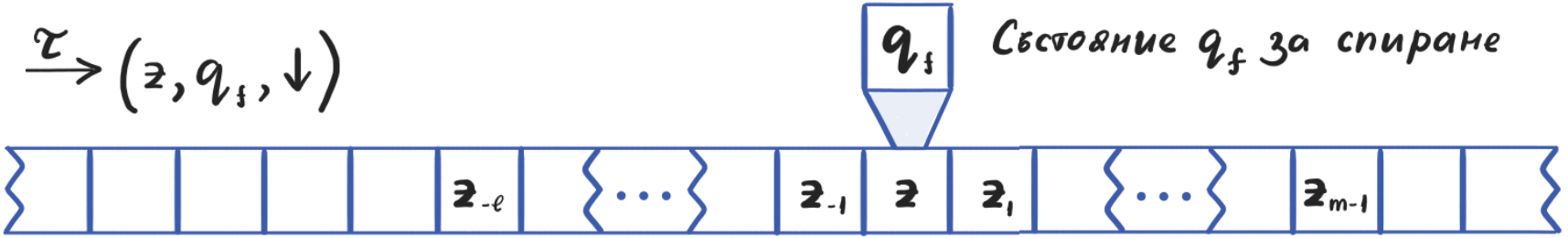


начални данни на изчислението

останалите клетки са празни

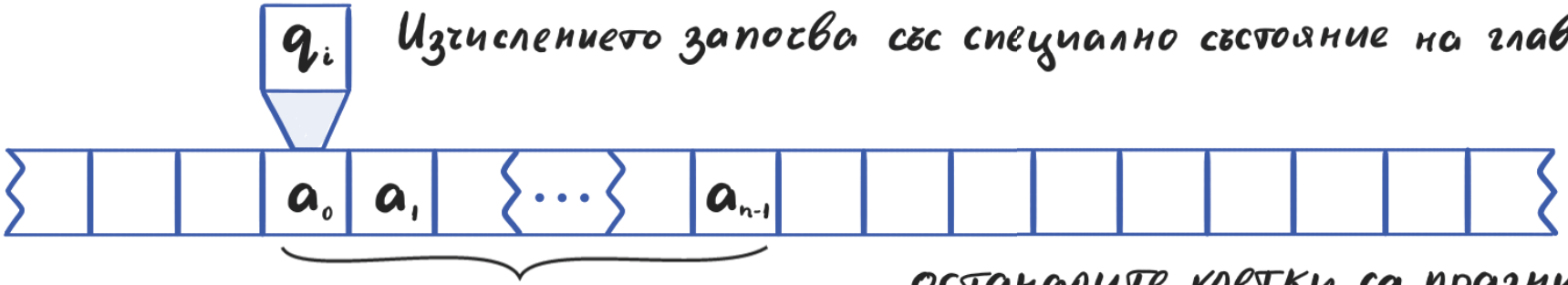
$\xrightarrow{\tau} (z, q_f, \downarrow)$

Състояние q_f за спиране



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

Изчислението започва със специално състояние на главата q_i

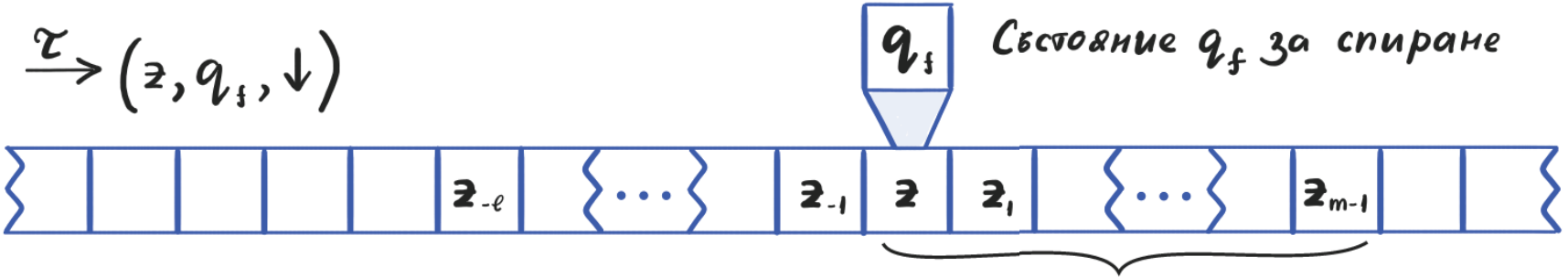


начални данни на изчислението

останалите клетки са празни

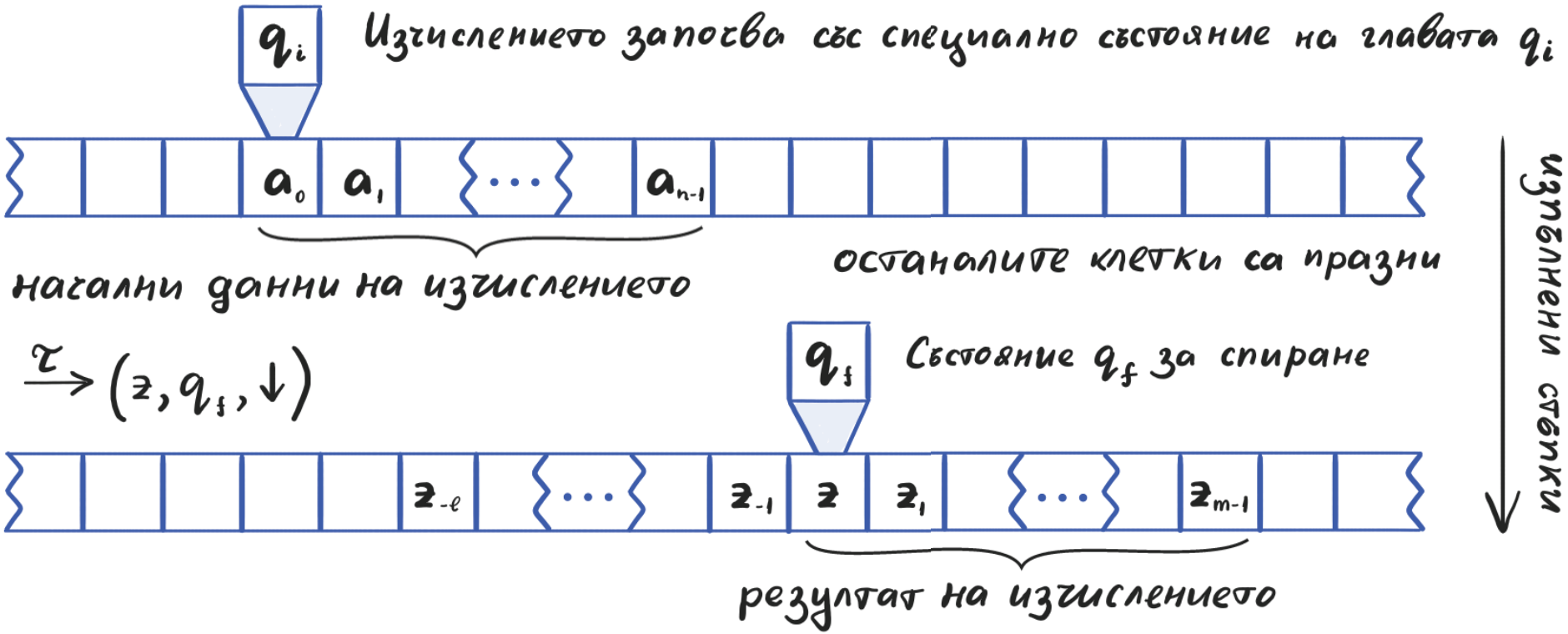
$\xrightarrow{\tau} (z, q_f, \downarrow)$

Състояние q_f за спиране

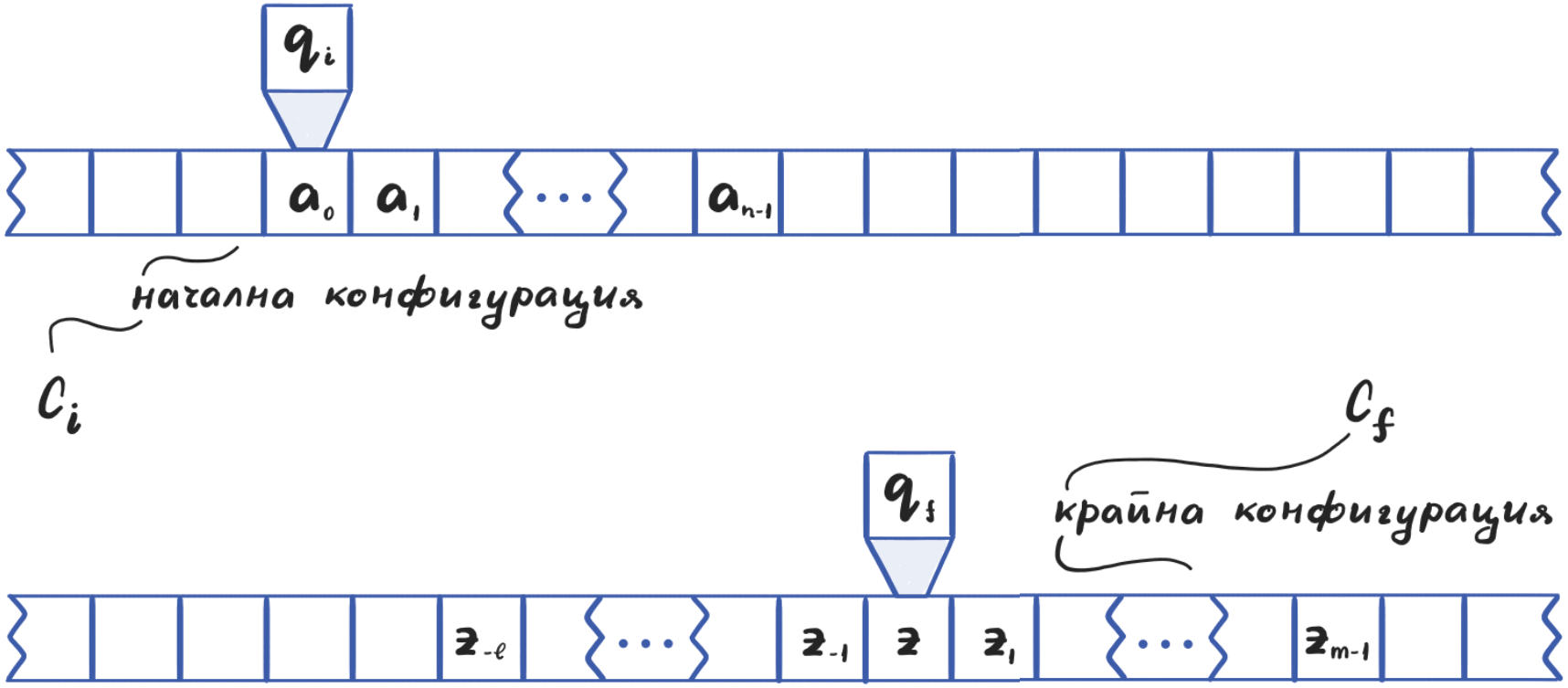


резултат на изчислението

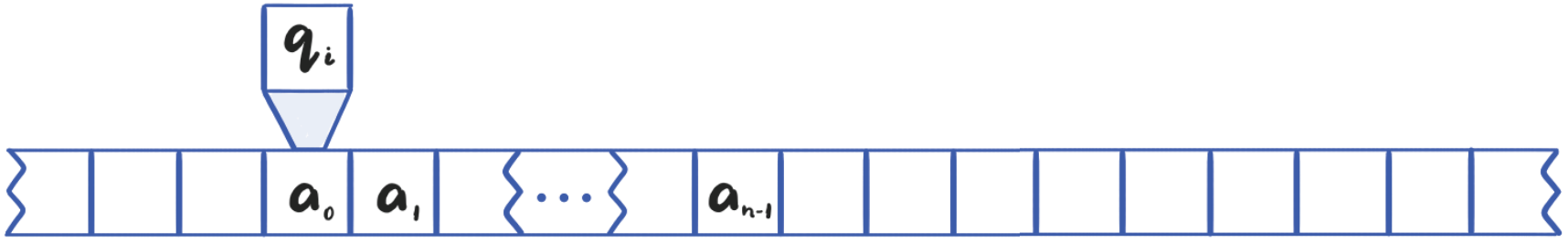
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична



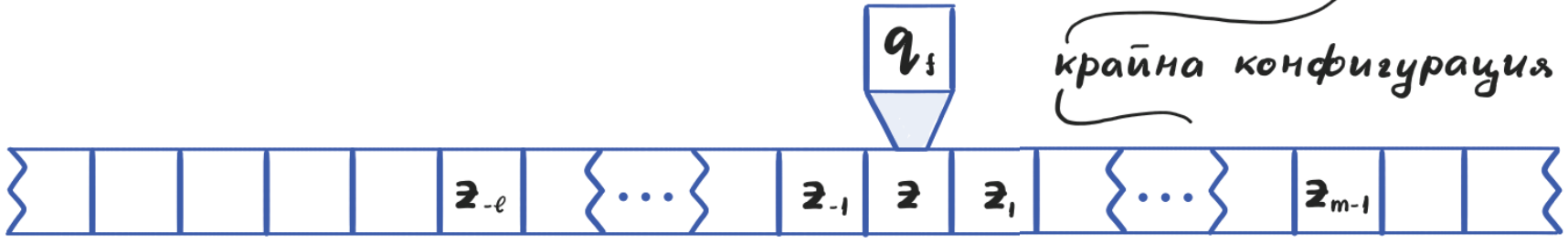
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична



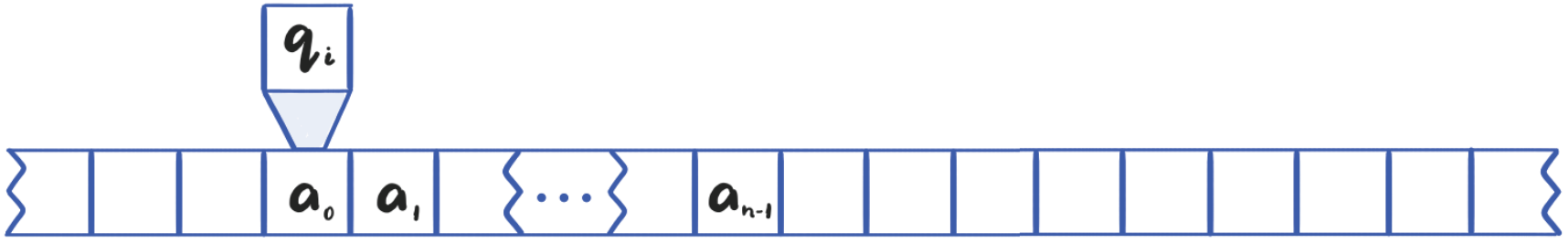
начална конфигурация

$$C_i =: C_0 \longrightarrow C_1 \longrightarrow C_2 \longrightarrow C_3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow C_t := C_f$$

крайна конфигурация



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

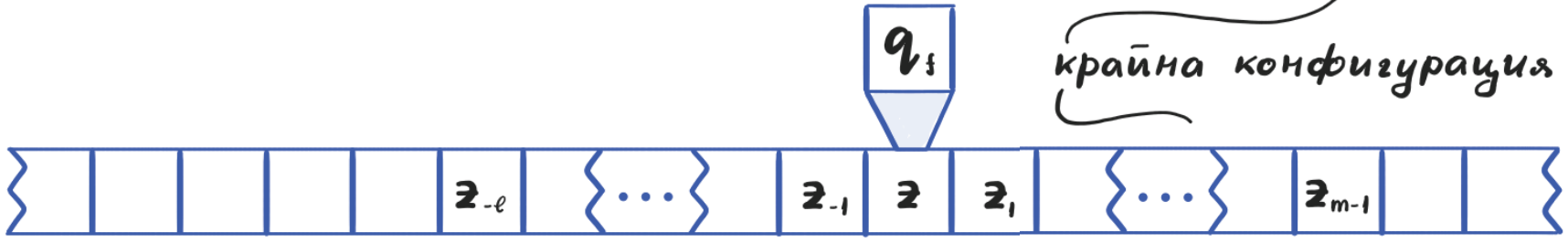


начална конфигурация

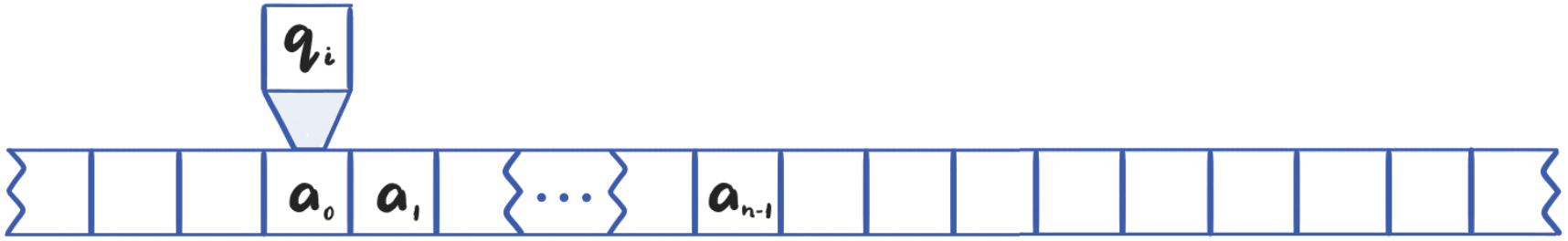
$$C_i =: C_0 \longrightarrow C_1 \longrightarrow C_2 \longrightarrow C_3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow C_t := C_f$$

верига на изчислението

крайна конфигурация



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, детерминистична

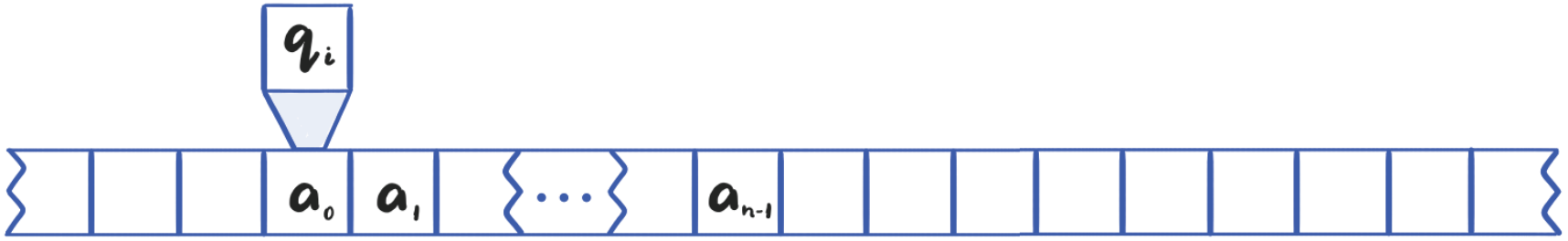


начална конфигурация

$$C_i =: C_0 \longrightarrow C_1 \longrightarrow C_2 \longrightarrow C_3 \longrightarrow \cdots \longrightarrow C_t := C_f$$

верига на изчислението

Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, вероятностна

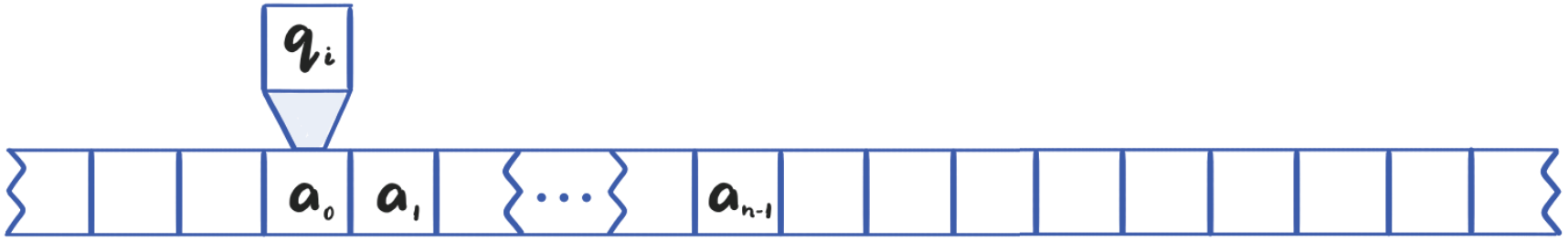


начална конфигурация

дърво на изчислението

$$
\begin{tikzcd}
C_i =: C_0 \arrow[r] \arrow[dr] & C_{1,1} \arrow[r] \arrow[dr] & C_{2,1} \arrow[r] \arrow[dr] & C_{3,1} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_1} := C_{a,1} \\
\vdots & C_{1,2} \arrow[dr] & \vdots & C_{3,2} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_2} := C_{r,1} \\
 & \vdots & C_{2,2} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_3} := C_{a,2} & \\
 & & C_{2,3} & & &
\end{tikzcd}
$$

Машина на Тюринг | **ИЗЧИСЛЕНИЕ** | - класическа, вероятностна

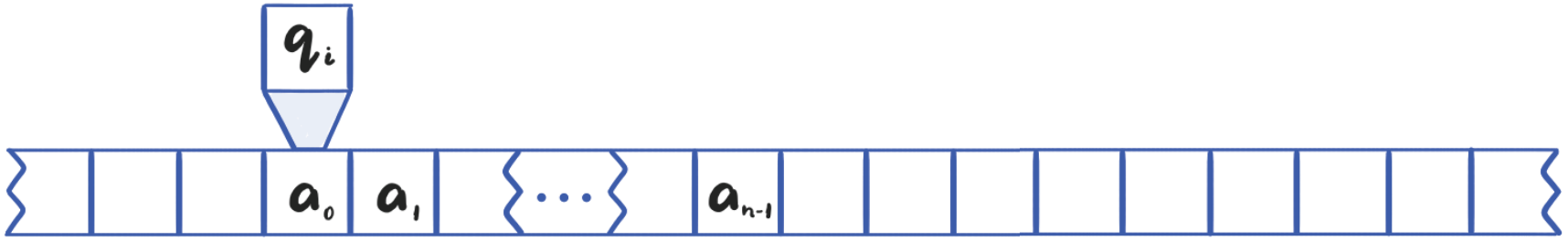


начална конфигурация

$$
\begin{tikzcd}
C_i =: C_0 \arrow[r] \arrow[dr] & C_{1,1} \arrow[r] \arrow[dr] & C_{2,1} \arrow[r] \arrow[dr] & C_{3,1} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_1} := C_{a,1} \\
\vdots & C_{1,2} \arrow[dr] & \vdots & C_{2,2} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_2} := C_{r,1} \\
 & \vdots & C_{2,3} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_3} := C_{a,2} &
\end{tikzcd}
$$

дърво на изчислението в хода на което някои конфигурации се приемат

Машина на Тюринг | **ИЗЧИСЛЕНИЕ** | - класическа, вероятностна



начална конфигурация

$$
\begin{tikzcd}
C_i =: C_0 \arrow[r] \arrow[dr] & C_{1,1} \arrow[r] \arrow[dr] & C_{2,1} \arrow[r] \arrow[dr] & C_{3,1} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_1} := \boxed{C_{a,1}} \\
\vdots & C_{1,2} \arrow[dr] & \vdots & C_{3,2} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_2} := \boxed{C_{r,1}} \\
 & \vdots & C_{2,2} \arrow[dr] & \vdots & & \\
 & & \vdots & C_{2,3} \arrow[r] & \cdots \arrow[r] & C_{t_3} := \boxed{C_{a,2}}
\end{tikzcd}
$$

дърво на изчислението в хода на което някои конфигурации се приемат, други се отхвърлят

Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, вероятностна

изброим лист на всички конфигурации

C_1
C_2
C_3
C_5
C_6
C_7
C_8
$\vdots$

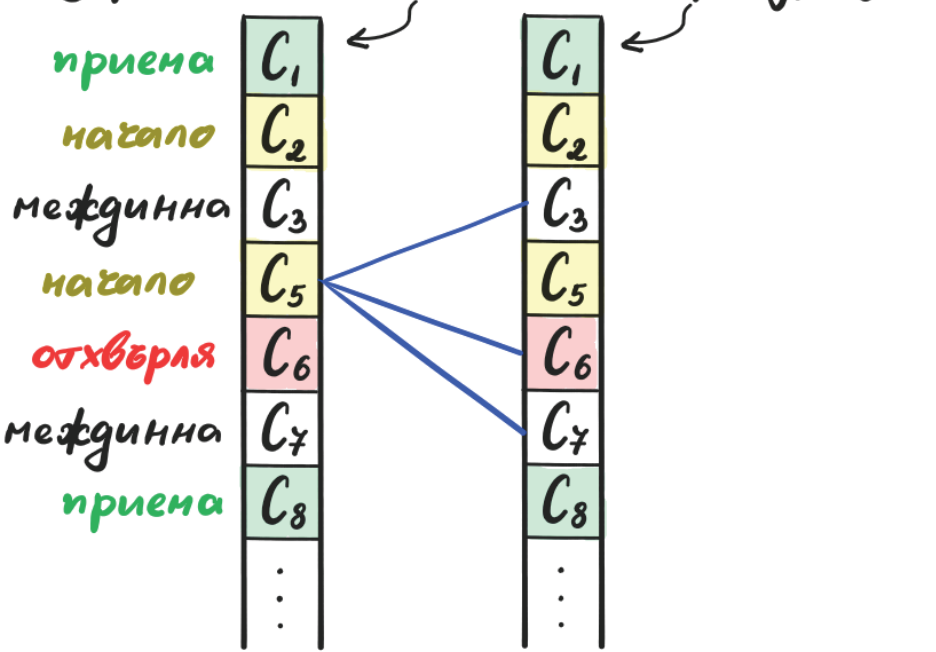
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, вероятностна

изброим лист на всички конфигурации

приема	C_1
начало	C_2
междинна	C_3
начало	C_5
отхвърля	C_6
междинна	C_7
приема	C_8
	⋮

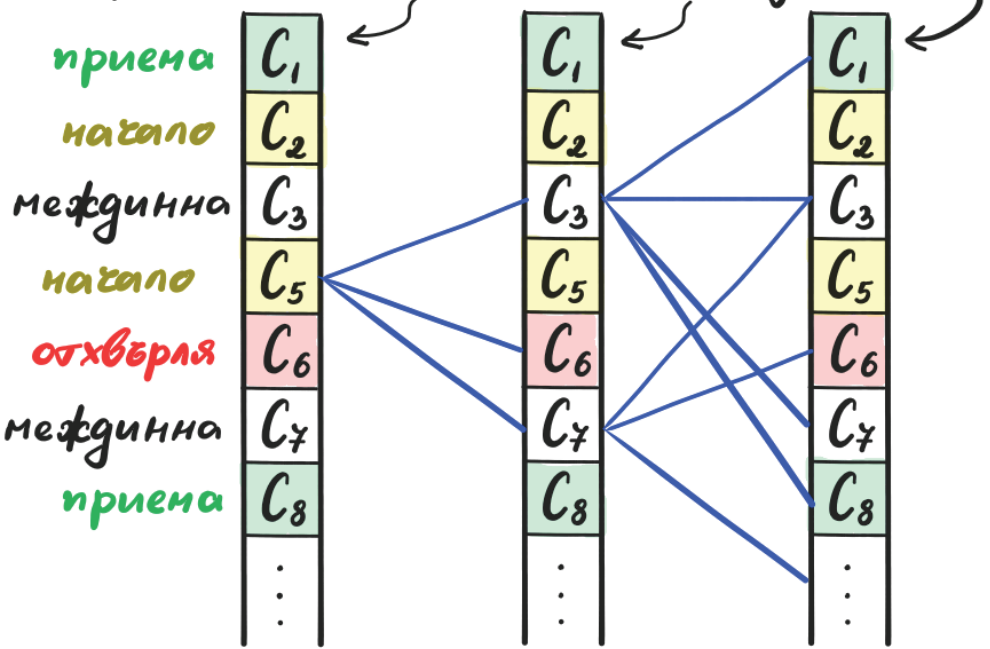
Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, вероятностна

изброим лист на всички конфигурации

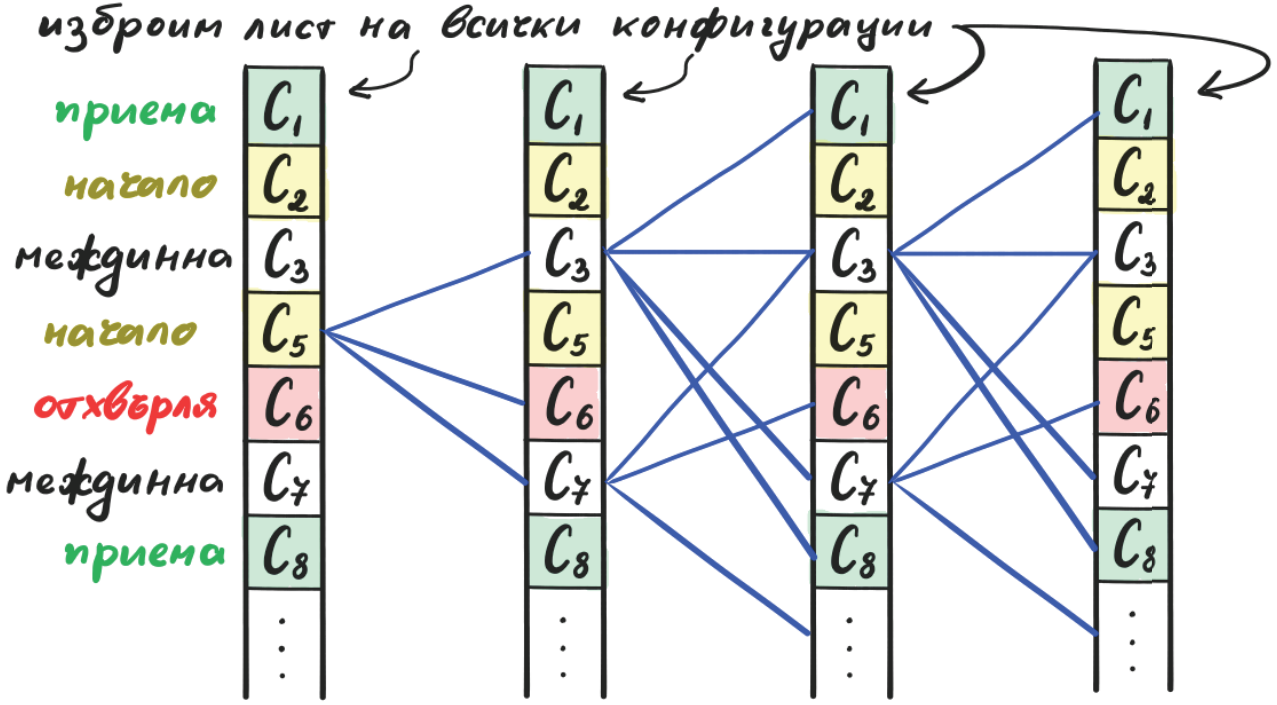


Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	- класическа, вероятностна

изброим лист на всички конфигурации

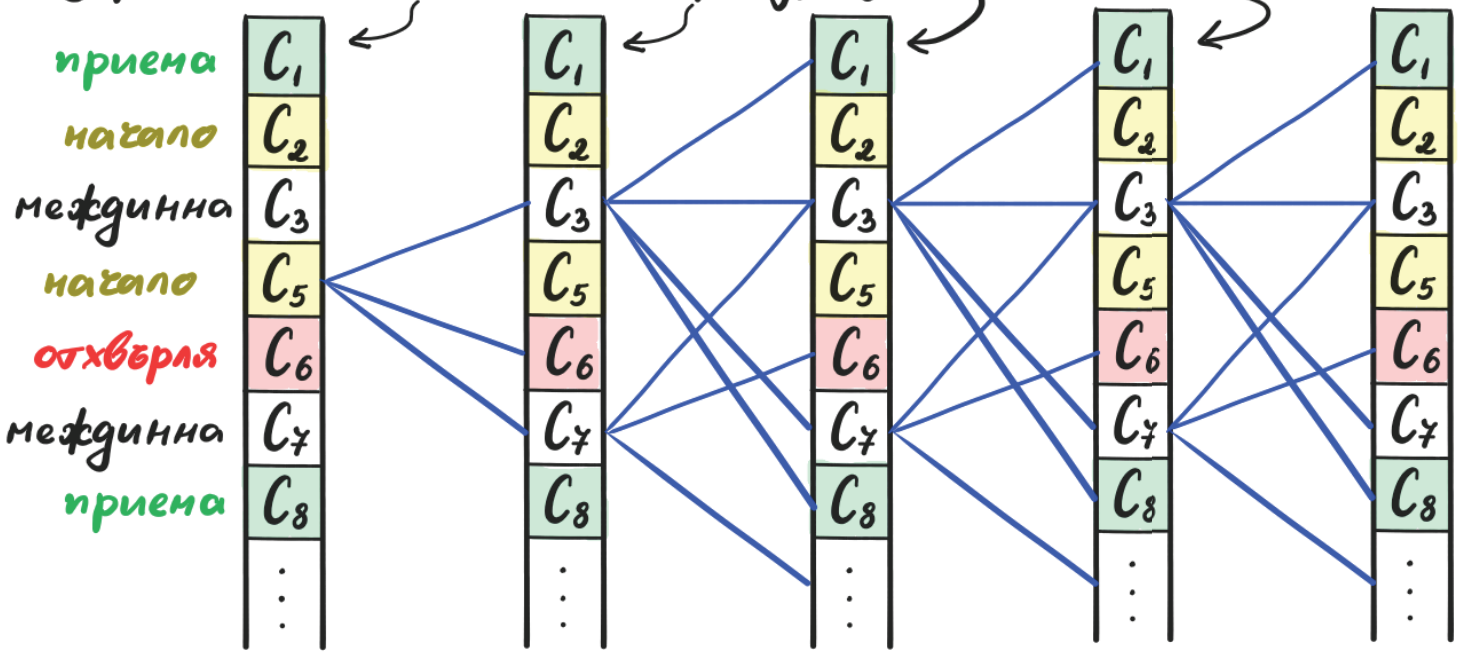


Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | - класическа, вероятностна

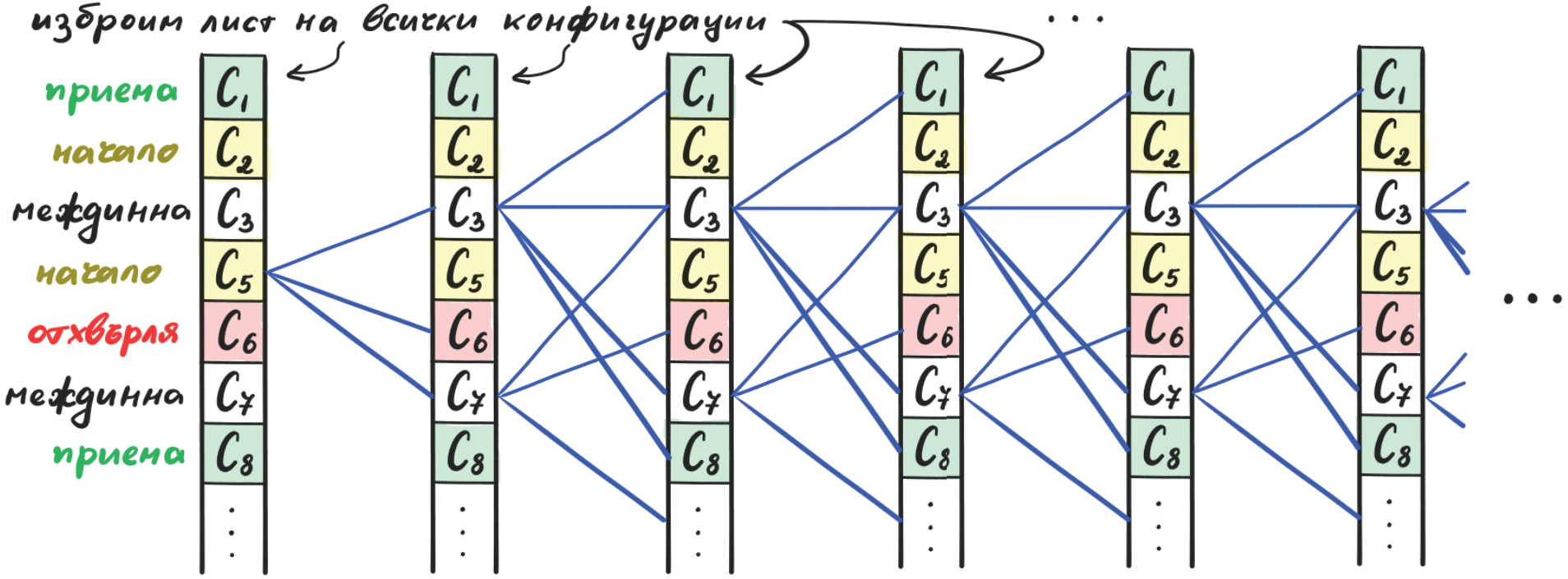


Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | - класическа, вероятностна

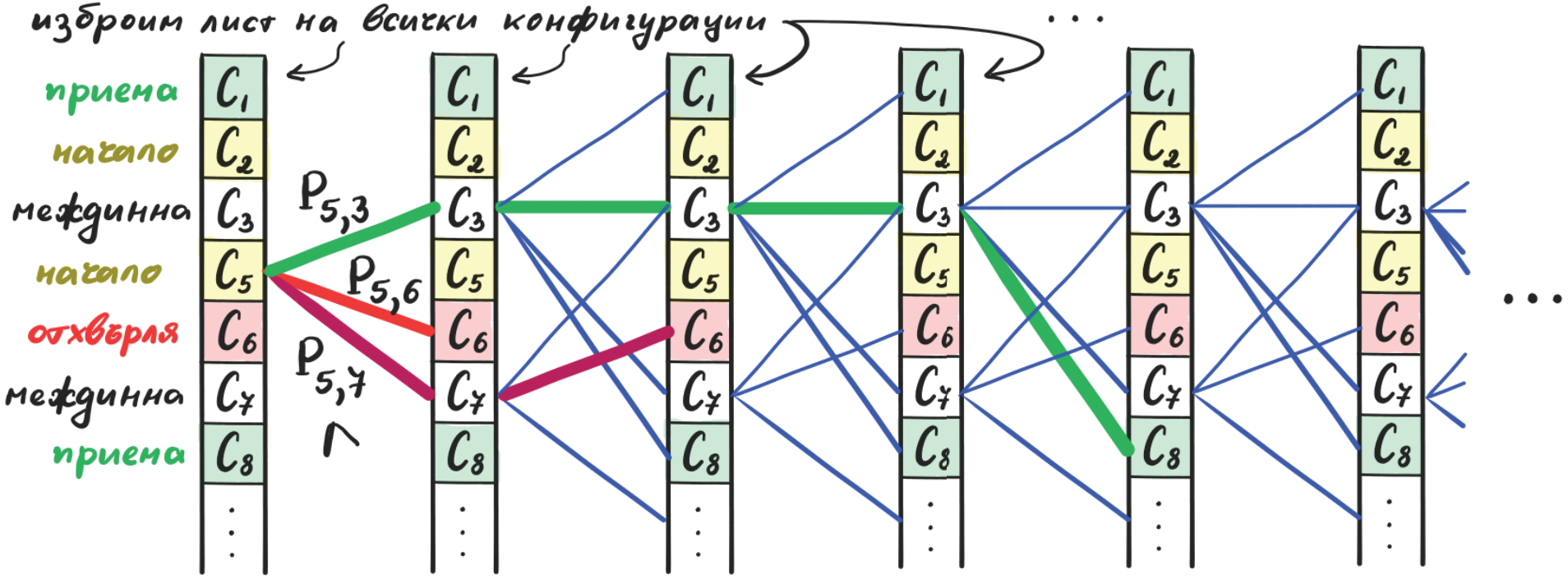
изброим лист на всички конфигурации



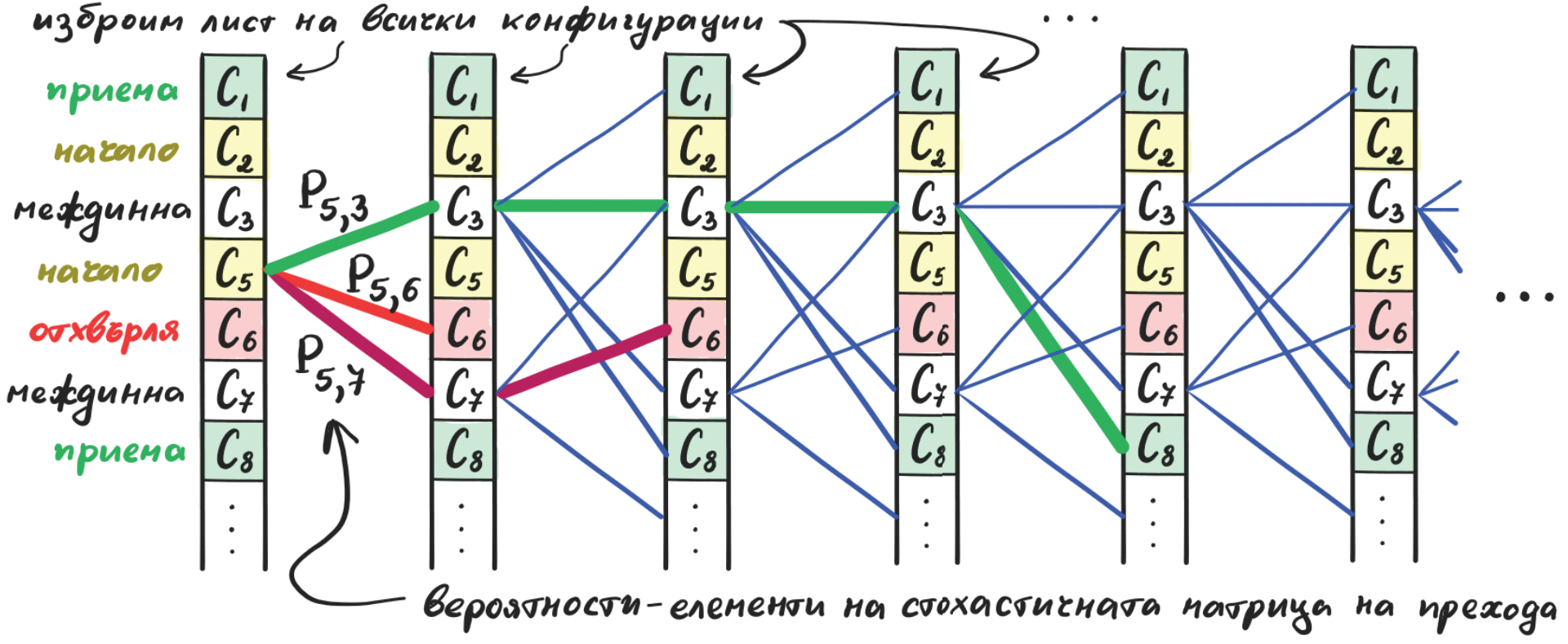
Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | - класическа, вероятностна



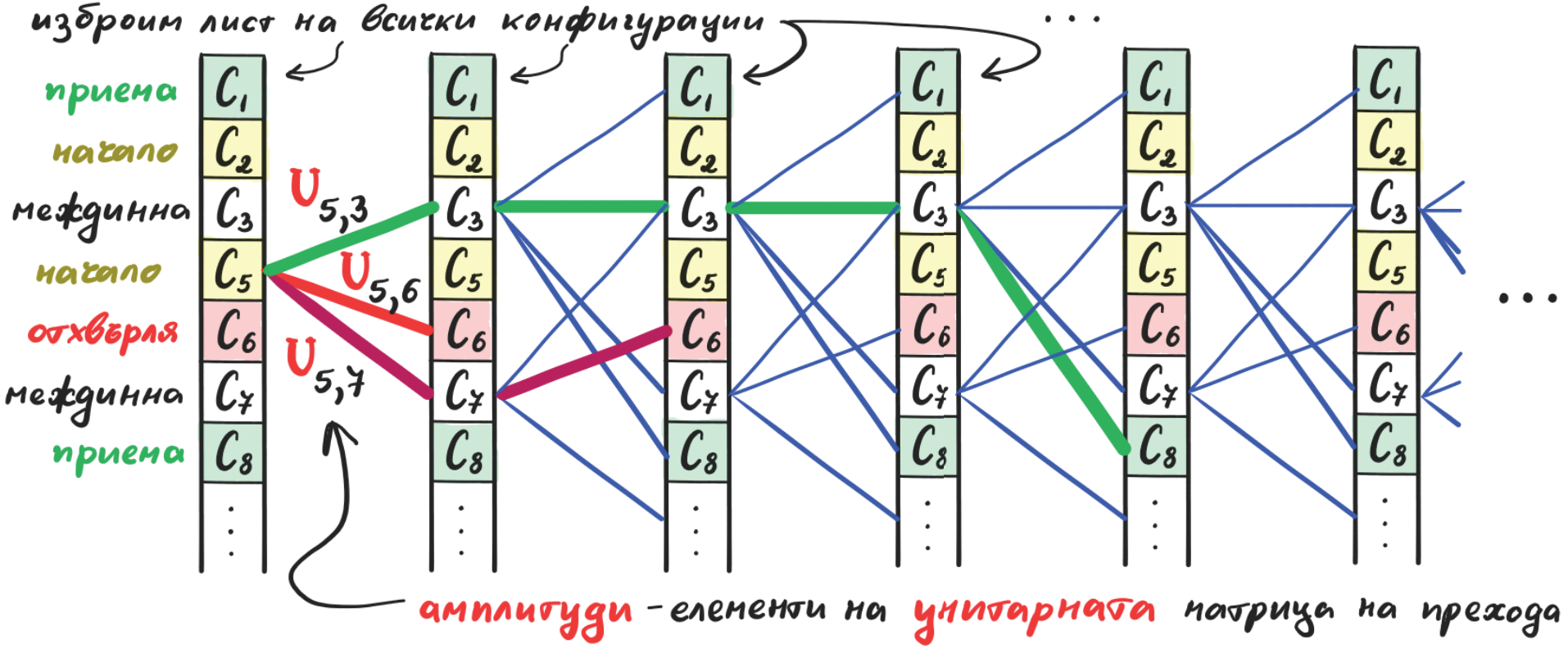
Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | - класическа, вероятностна



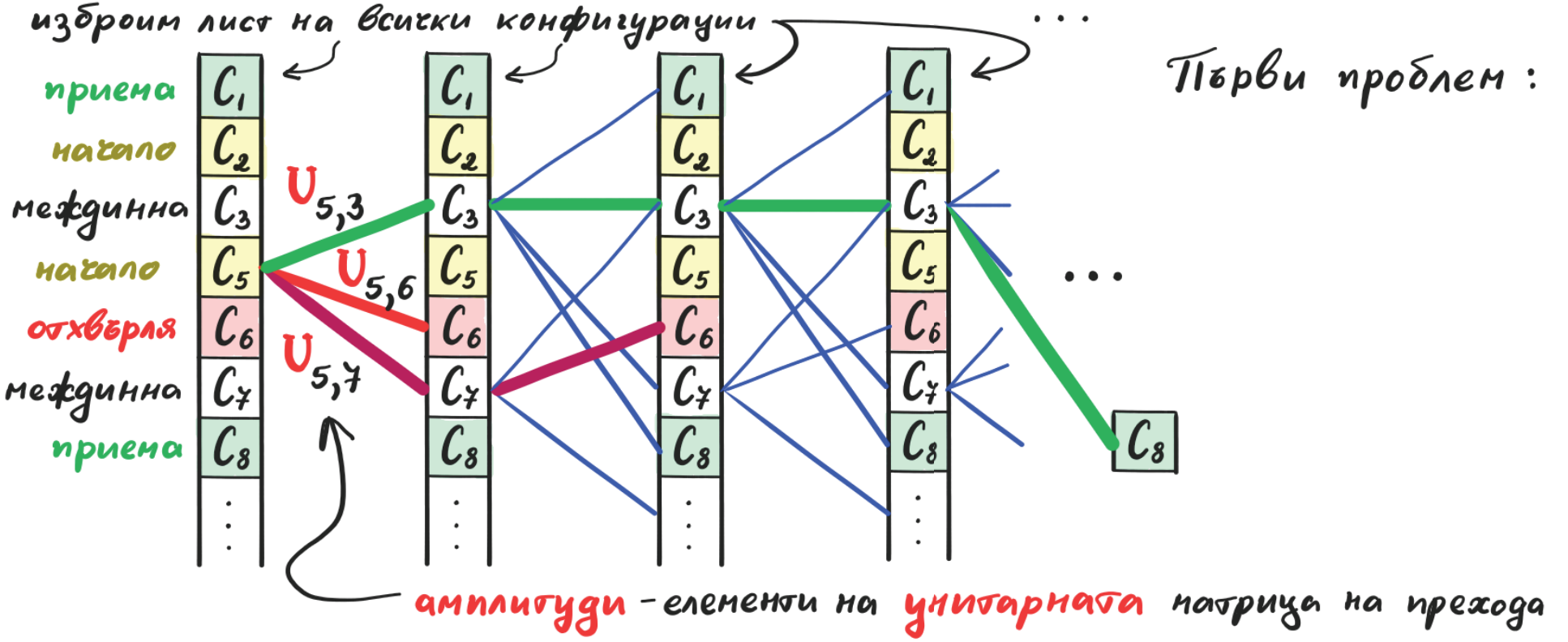
Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | - класическа, вероятностна



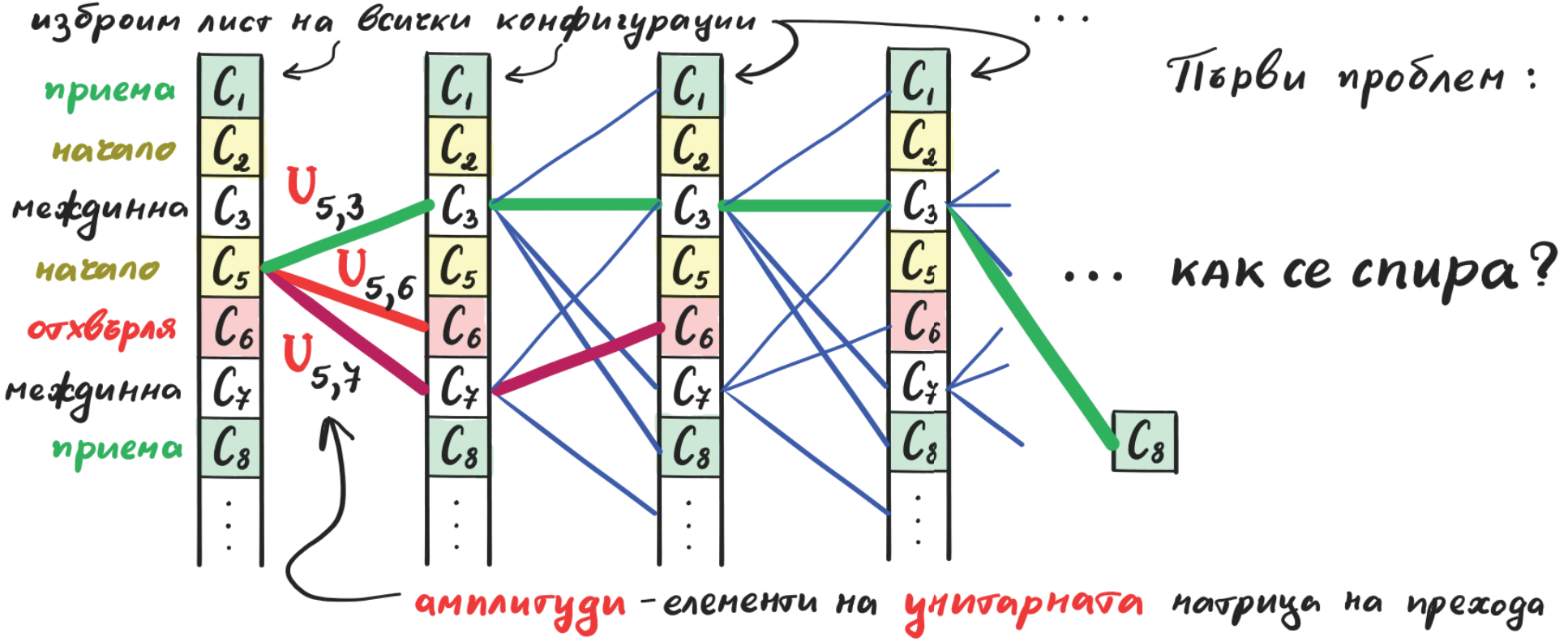
Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | -квантова



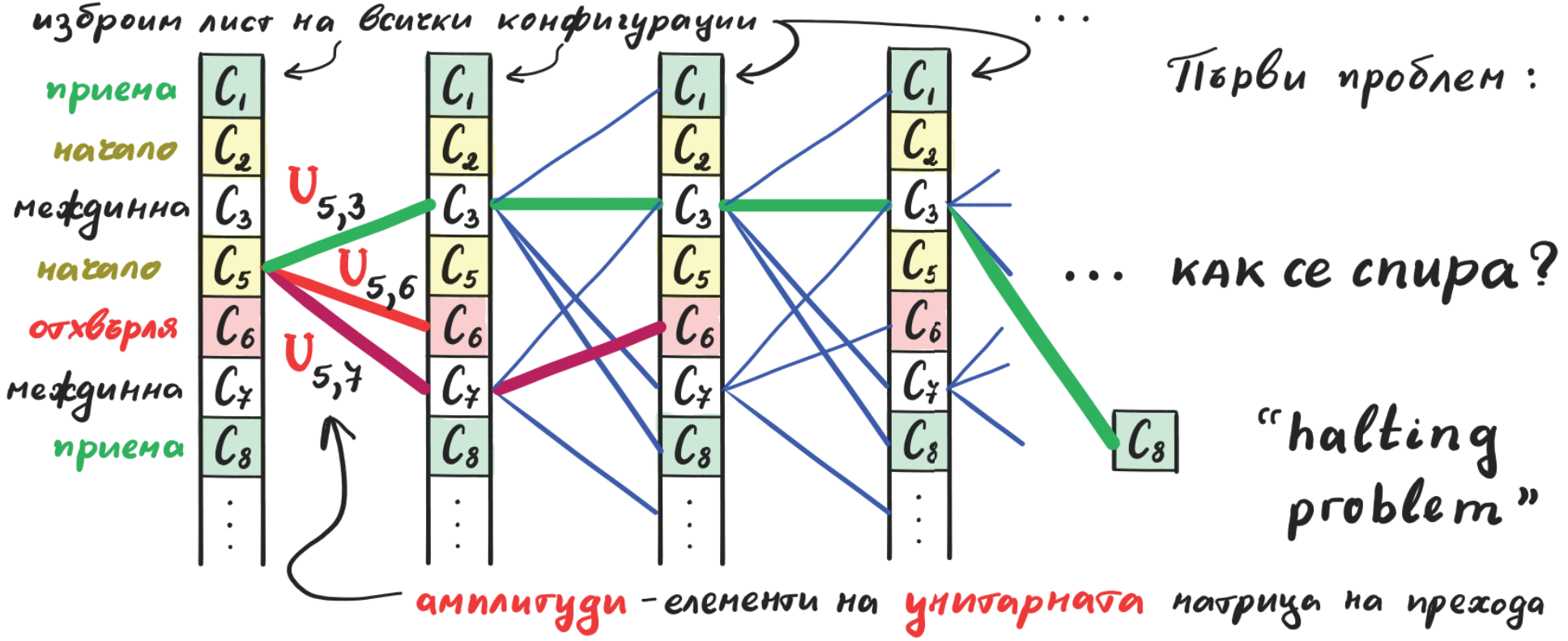
Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | -квантова



Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | -квантова



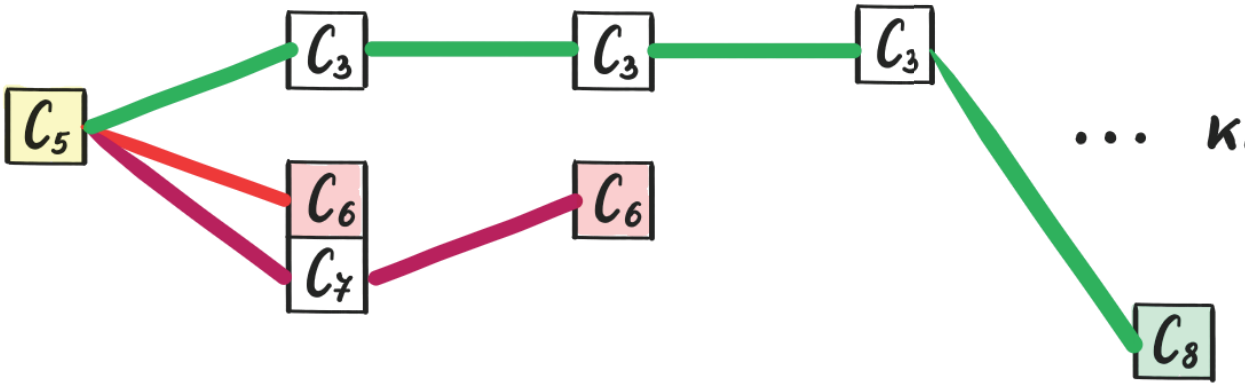
Машина на Тюринг | ИЗЧИСЛЕНИЕ | -квантова



Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	-квантова

Част от проблема идва от това, че изчислителните пътища са с различна дължина.

Първи проблем:



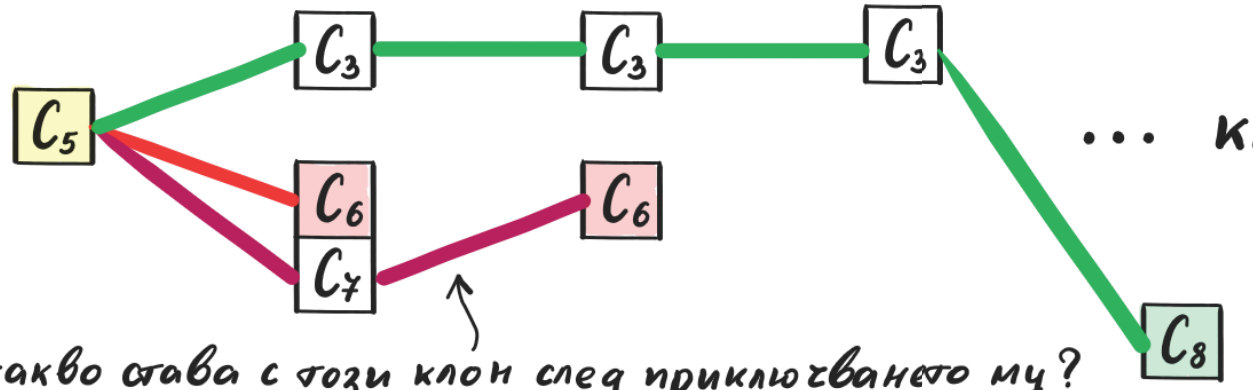
... как се спира?

"halting problem"

Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	-квантова

Част от проблема идва от това, че изчислителните пътища са с различна дължина.

Първи проблем:



... как се спира?

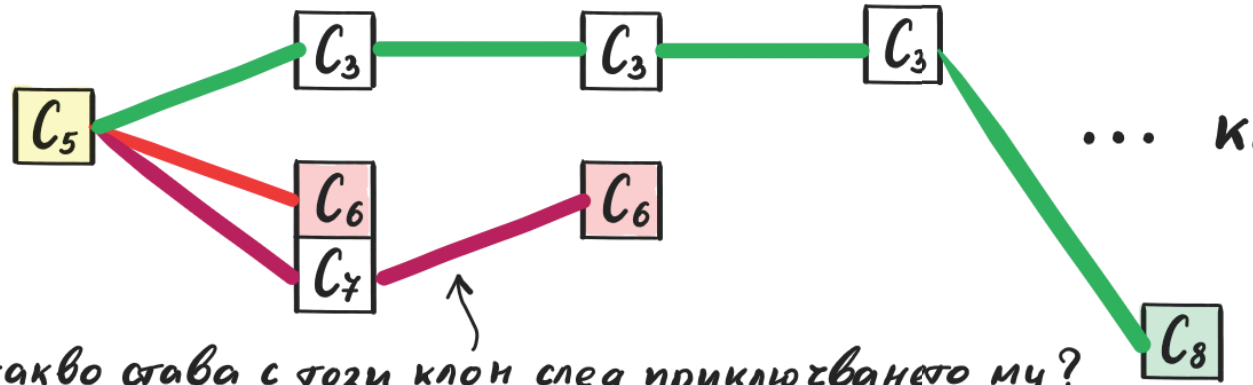
Тогава какво става с този клон след приключването му?

"halting problem"

Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	-квантова

Част от проблема идва от това, че изчислителните пътища са с различна дължина.

Първи проблем:



... как се спира?

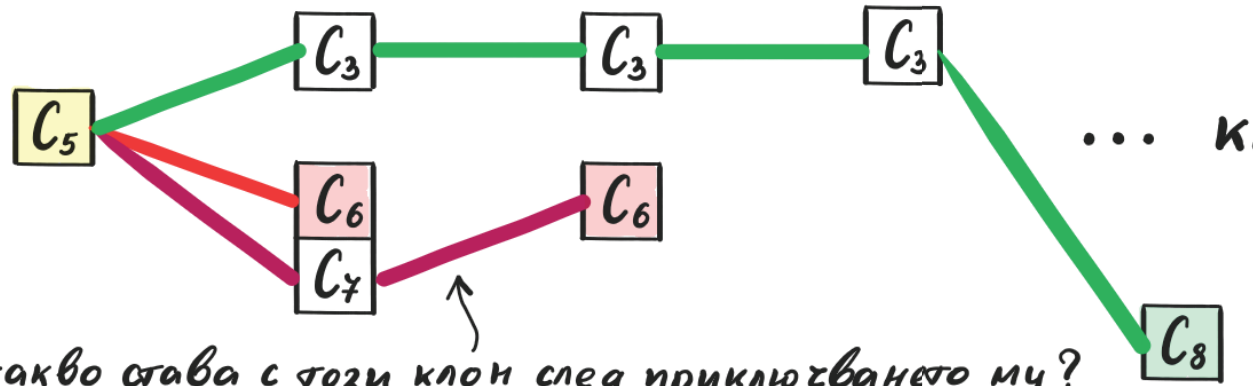
"halting problem"

Тогава какво става с този клон след приключването му?
Квантовите трансформации са обратими.

Машина на Тюринг	ИЗЧИСЛЕНИЕ	-квантова

Част от проблема идва от това, че изчислителните пътища са с различна дължина.

Първи проблем:



... как се спира?

"halting problem"

Тогава какво става с този клон след приключването му?
Квантовите трансформации са обратими.
$\Rightarrow$ еволюцията на приключилия клон трябва да продължи.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] David Deutsch, *Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer*, Proc. R. Soc. Lond. A 400, 97 (1985). https://doi.org/10.1098/rspa.1985.0070

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] David Deutsch, *Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer*, Proc. R. Soc. Lond. A 400, 97 (1985). https://doi.org/10.1098/rspa.1985.0070

[1980-B] Paul Benioff, *The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines*, J. Stat. Phys. 22, 563 (1980). https://doi.org/10.1007/BF01011339

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] David Deutsch, *Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer*, Proc. R. Soc. Lond. A 400, 97 (1985). https://doi.org/10.1098/rspa.1985.0070

[1980-B] Paul Benioff, *The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines*, J. Stat. Phys. 22, 563 (1980). https://doi.org/10.1007/BF01011339

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

Осъзнава проблема със спирането: в края се извършва измерване, но ако резултата още не е получен, то измерването разрушава извършеното до момента изчисление.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

Осъзнава проблема със спирането: в края се извършва измерване, но ако резултата още не е получен, то измерването разрушава извършеното до момента изчисление.

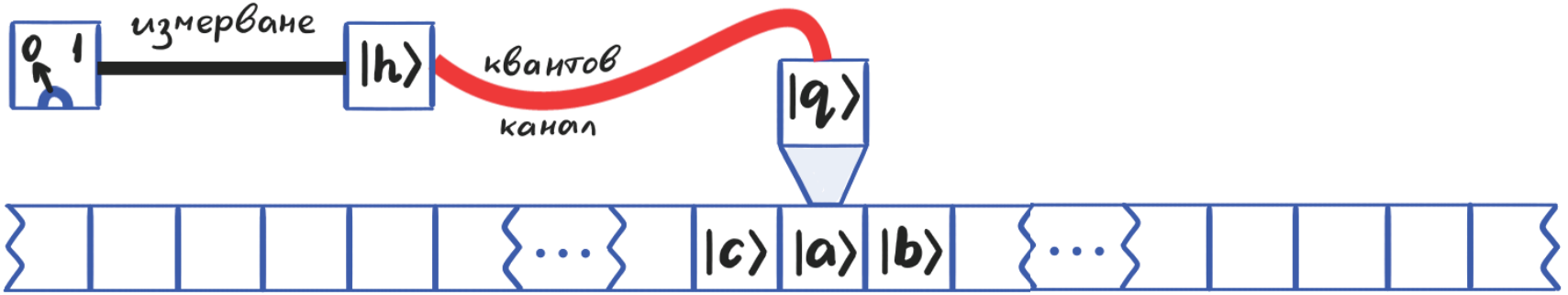
Предлага към системата да се добави още един кубит, $|h\rangle$, който да стане 1 при приключване на резултата и за това трябва да се мери периодично.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

Схематично:

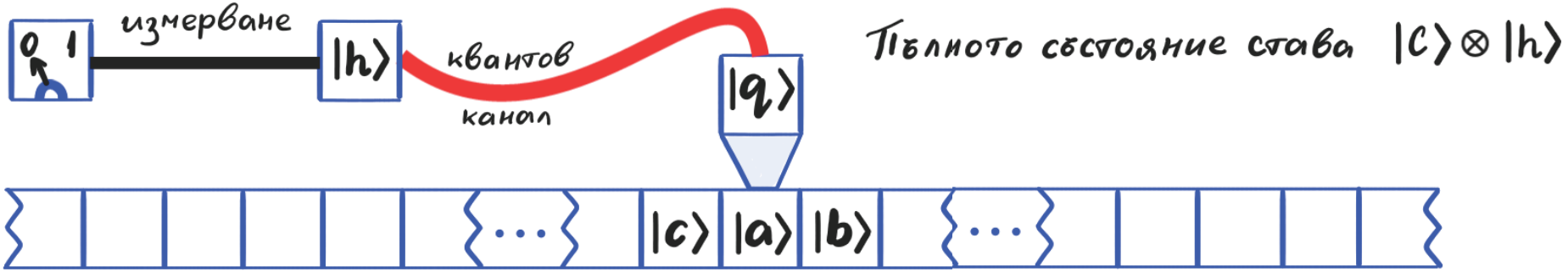


Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

Схематично:

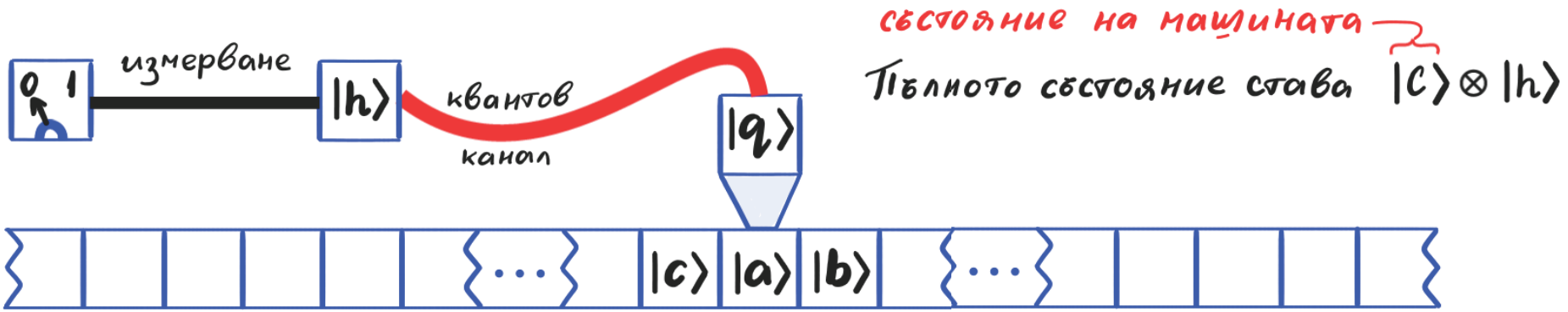


Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

Схематично:

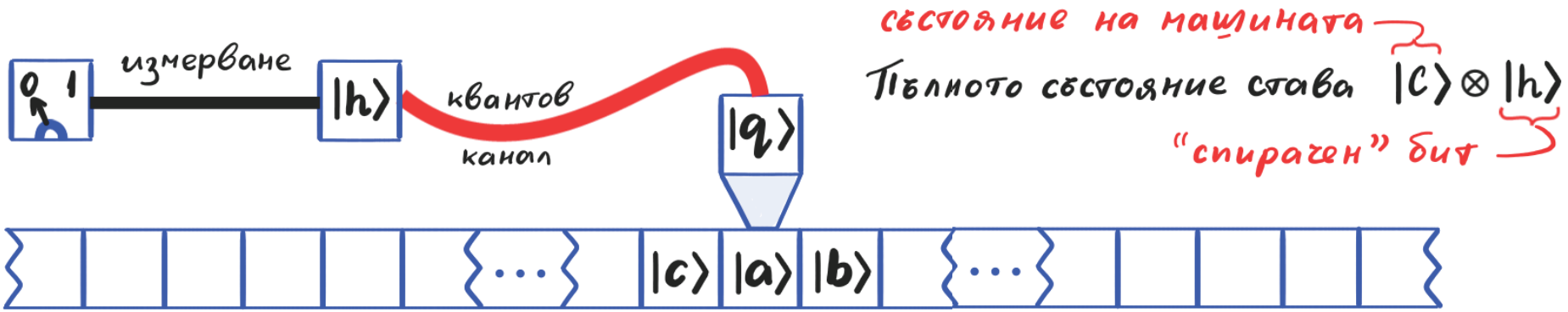


Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

Схематично:

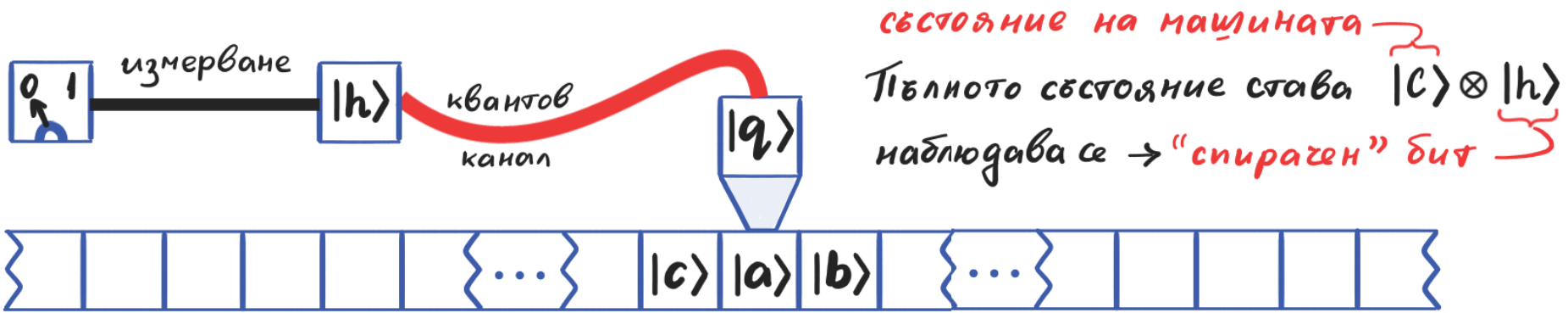


Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първи работи:

[1985-D] D. Deutsch

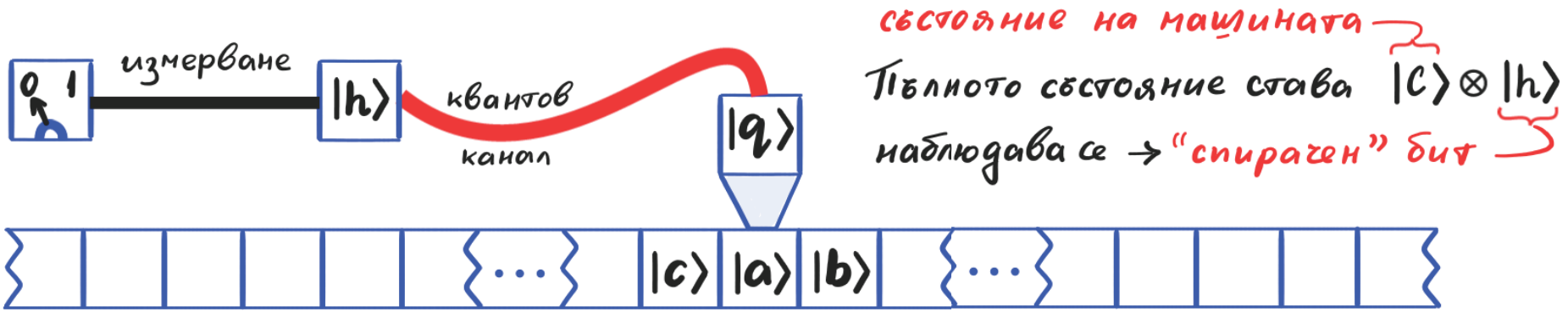
Схематично:



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първо оспорване:

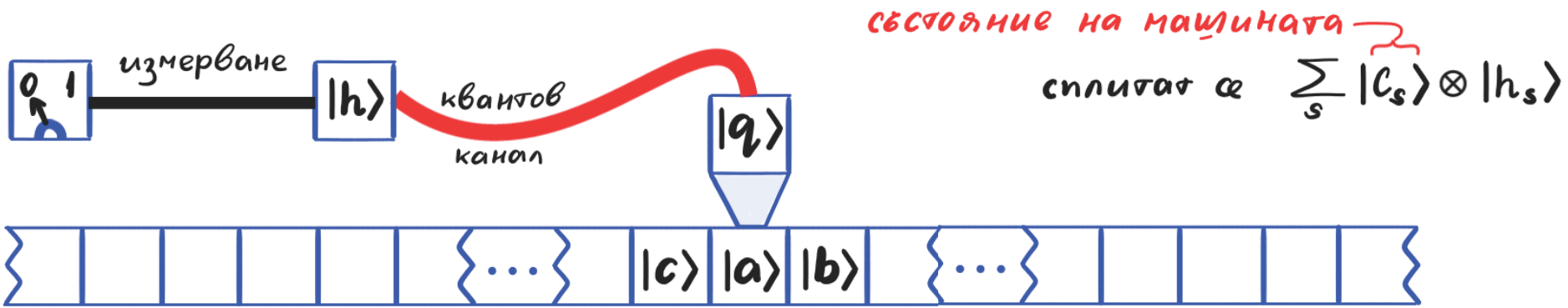
[1997-M] John M. Myers, *Can a Universal Quantum Computer Be Fully Quantum?* Phys. Rev. Lett. 78, 1823 (1997).
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.1823



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първо оспорване:

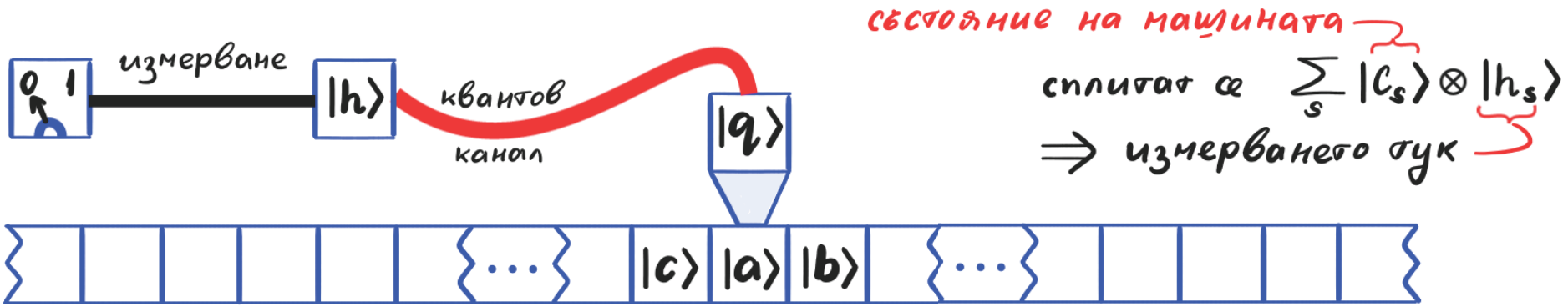
[1997-M] John M. Myers, *Can a Universal Quantum Computer Be Fully Quantum?* Phys. Rev. Lett. 78, 1823 (1997).
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.1823



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първо оспорване:

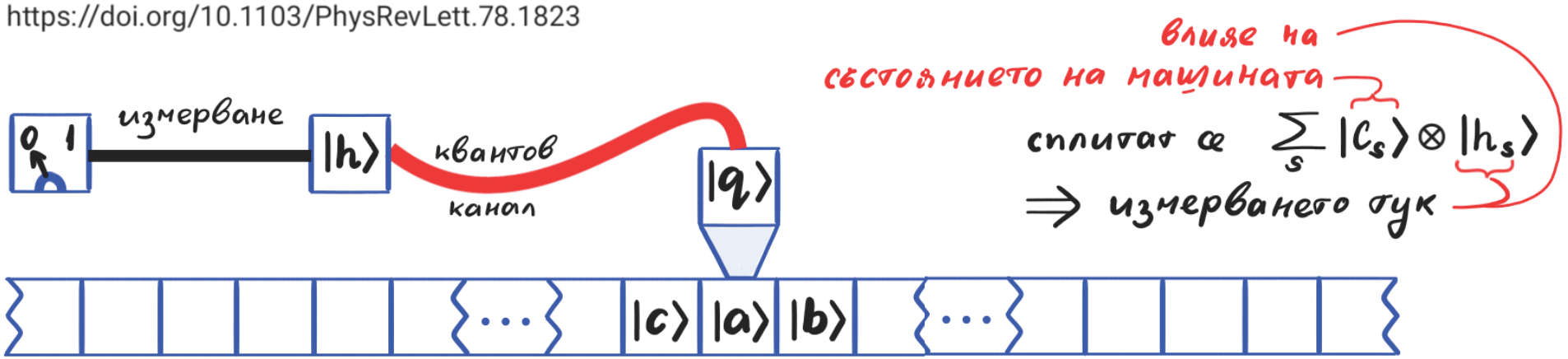
[1997-M] John M. Myers, *Can a Universal Quantum Computer Be Fully Quantum?* Phys. Rev. Lett. 78, 1823 (1997).
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.1823



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първо оспорване:

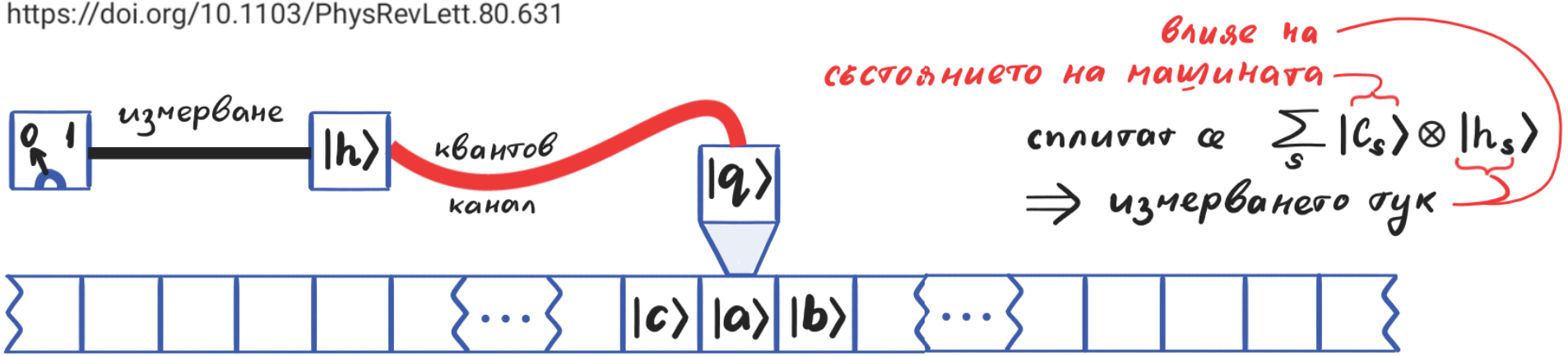
[1997-M] John M. Myers, *Can a Universal Quantum Computer Be Fully Quantum?* Phys. Rev. Lett. 78, 1823 (1997).
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.78.1823



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първа реабилитация:

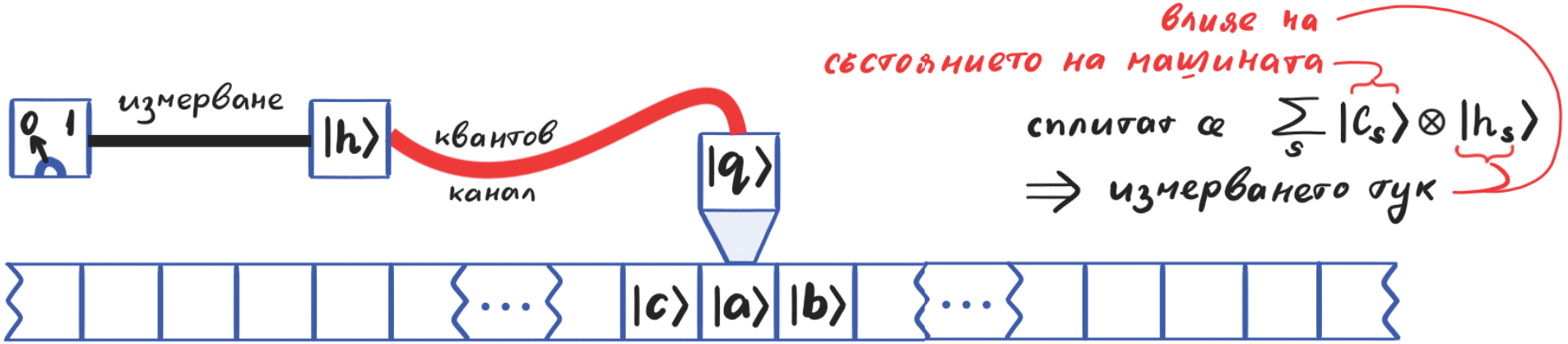
[1998-O] Masanao Ozawa, *Quantum Nondemolition Monitoring of Universal Quantum Computers,* Phys. Rev. Lett. 80, 631 (1998).
https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.631



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първа реабилитация:

[1998-O] M. Ozawa,
Quantum Nondemolition Monitoring ...

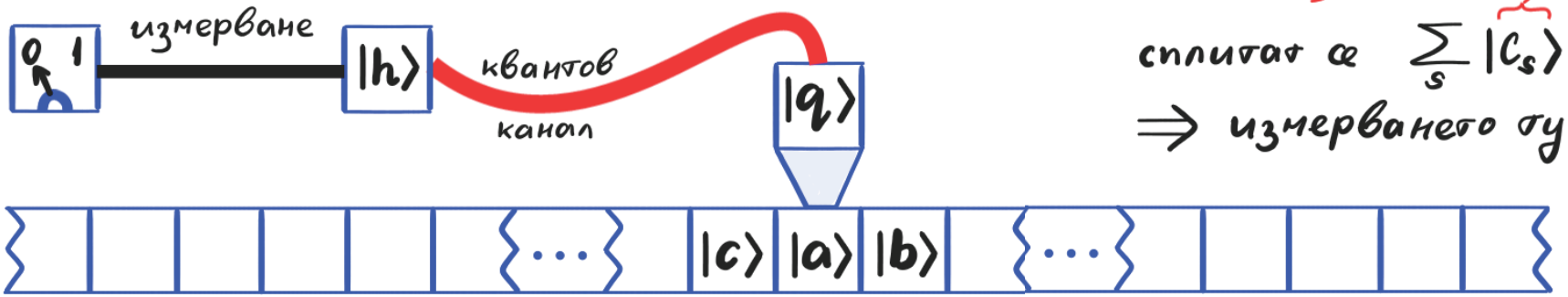


Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първа реабилитация:

[1998-O] M. Ozawa,
*Quantum **Nondemolition Monitoring** ...*

Установява, че вероятността при крайного измерване не зависи от мониторинга,



влияе на състоянието на машината

сплитат се $\sum_s |c_s\rangle \otimes |h_s\rangle$

$\Rightarrow$ измерванего тук

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Първа реабилитация:

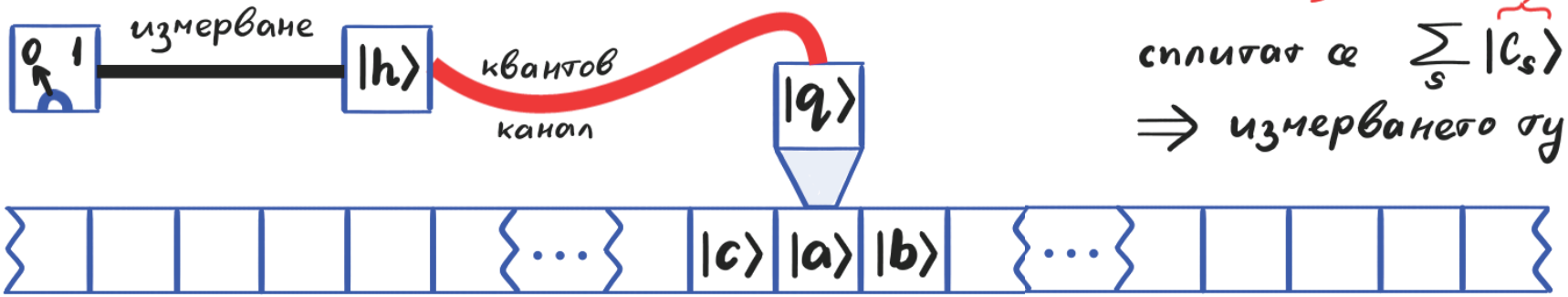
[1998-O] M. Ozawa,
*Quantum **Nondemolition Monitoring** ...*

Установява, че вероятността при крайного измерване не зависи от мониторинга, независимо от

влияе на състоянието на машината

сплитат се $\sum_s |c_s\rangle \otimes |h_s\rangle$

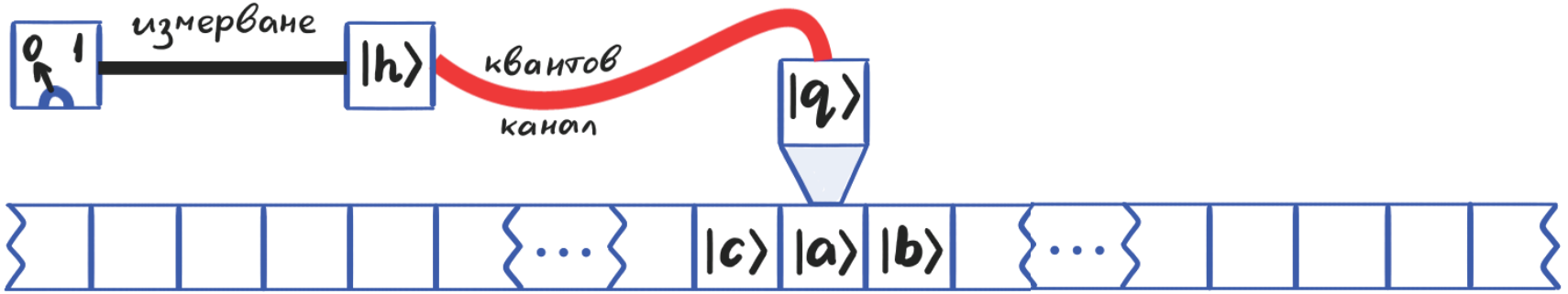
$\Rightarrow$ измерванего тук



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

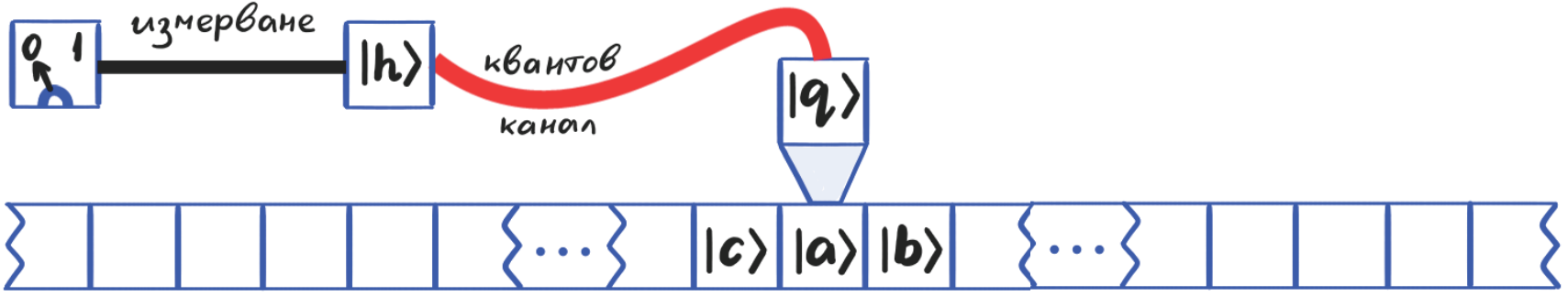
[1998-LP] Noah Linden, Sandu Popescu, *The Halting Problem for Quantum Computers,* LANL Eprint: quant-ph/9806054.
https://doi.org/10.48550/arXiv.quant-ph/9806054



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

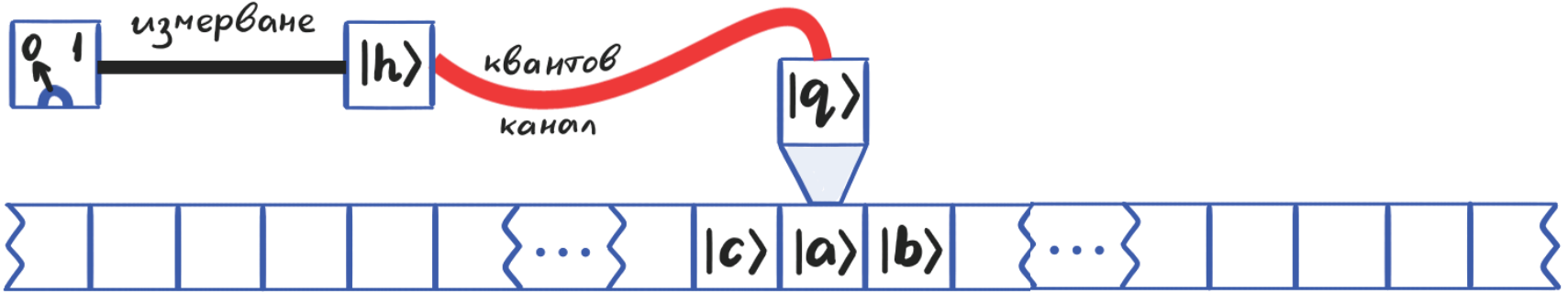


Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

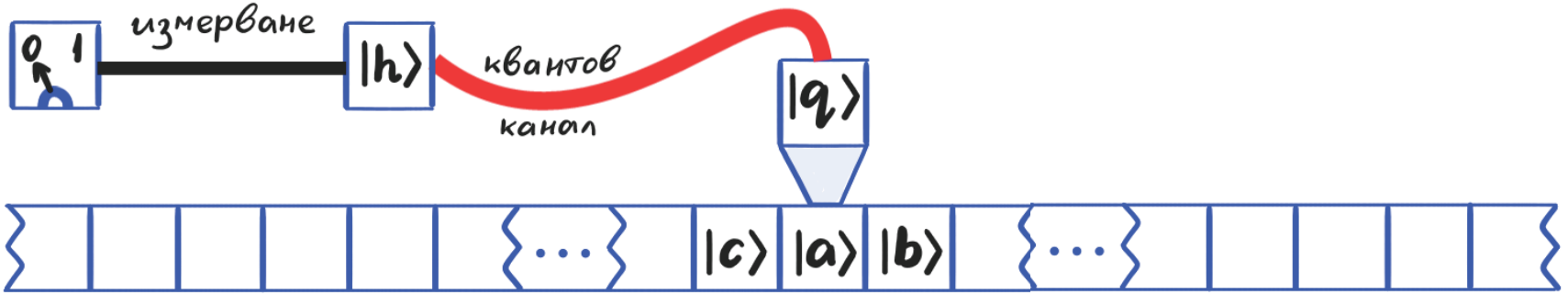
Ново оспорване:

От унитарността на динамиката $\Rightarrow$ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Не може: $\Psi \overset{U}{\longmapsto} \Phi$

и $\Phi \overset{U}{\longmapsto} e^{i\varphi}\Phi$ (не се променя състоянието)



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

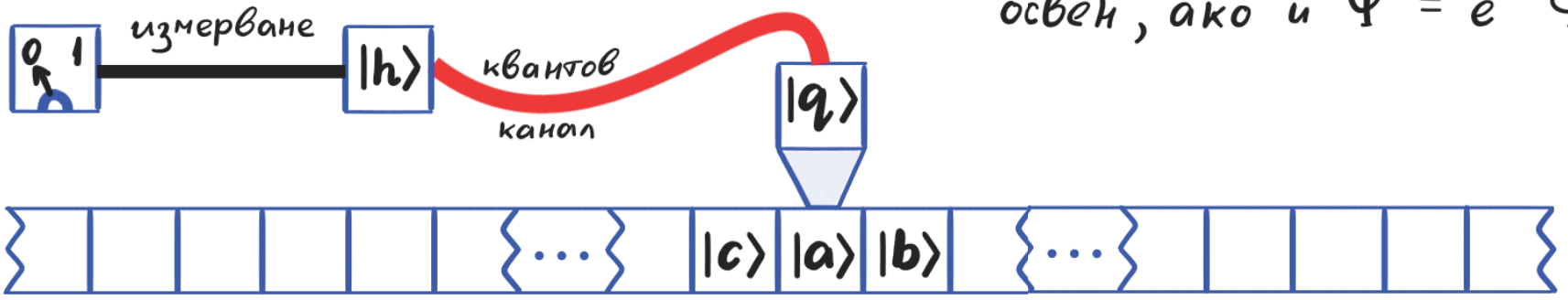
От унитарността на динамиката $\Rightarrow$ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Не може: $\Psi \overset{U}{\longmapsto} \Phi$

и $\Phi \overset{U}{\longmapsto} e^{i\varphi}\Phi$ (не се променя състоянието)

освен, ако и $\Psi = e^{i\theta}\Phi$



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката $\Rightarrow$ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

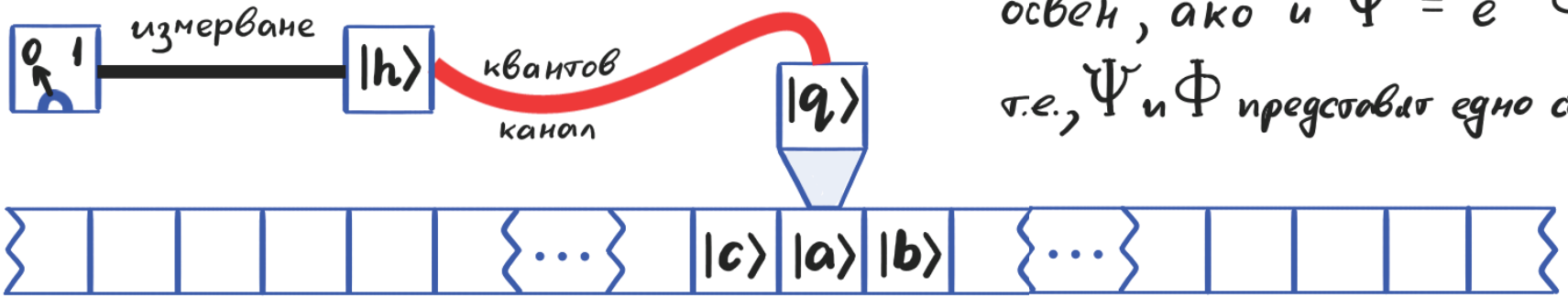
[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Не може: $\Psi \overset{U}{\longmapsto} \Phi$

и $\Phi \overset{U}{\longmapsto} e^{i\varphi}\Phi$ (не се променя състоянието)

освен, ако и $\Psi = e^{i\theta}\Phi$

т.е., Ψ и Φ представят едно състояние.



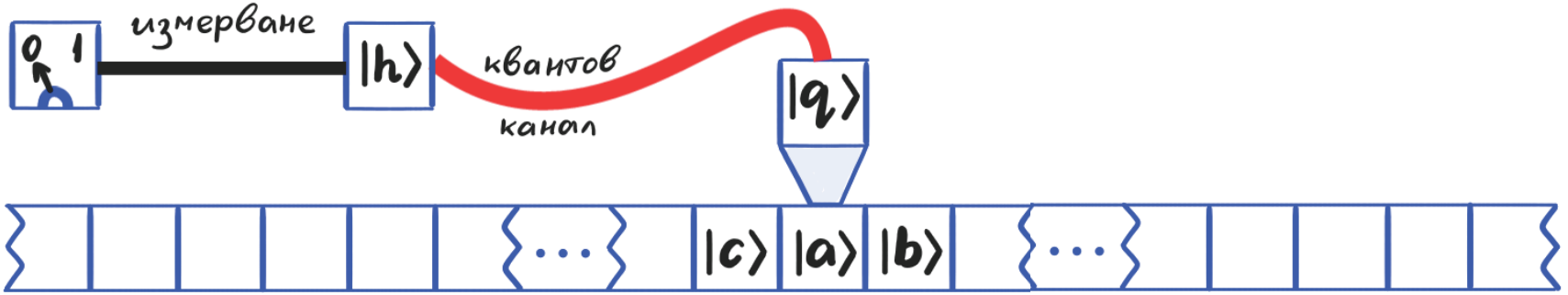
Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на машината да спре да се променя след като $h = 1$ и $q = q_f$



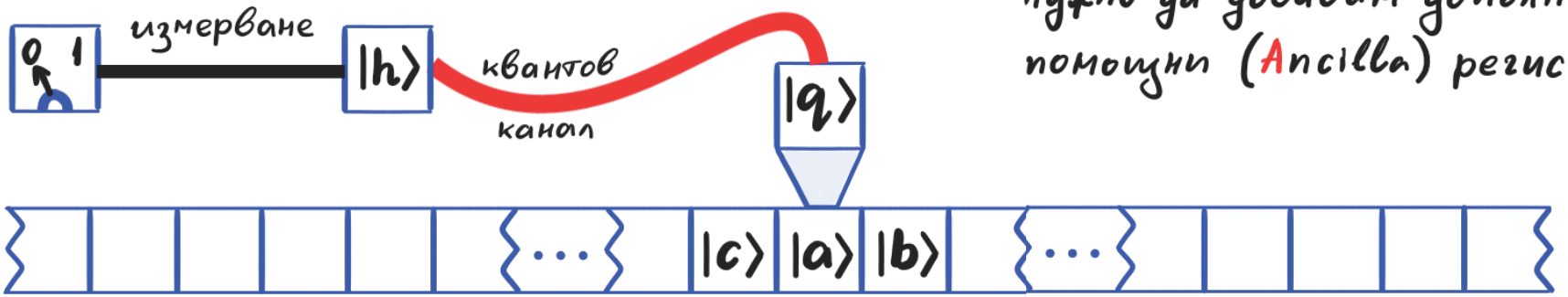
Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на машината да спре да се променя след като $h = 1$ и $q = q_f$, то е нужно да добавим допълнителни помощни (Ancilla) регистри



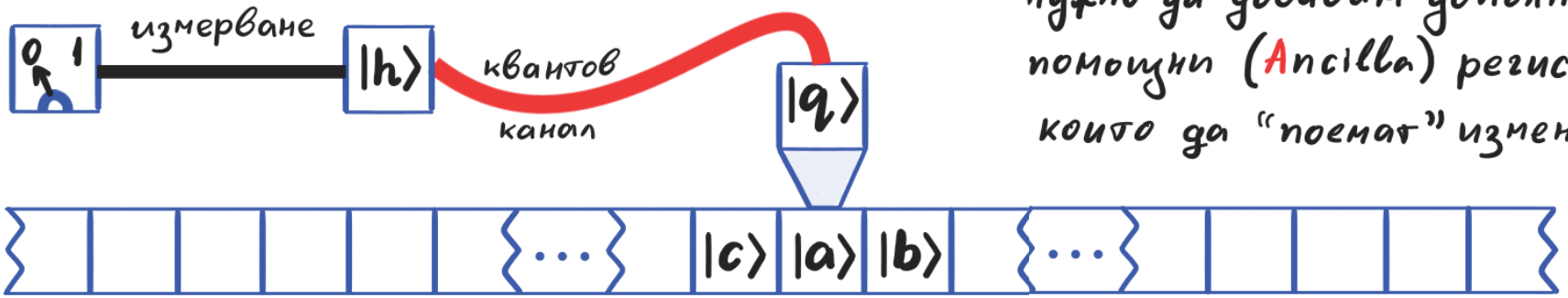
Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на машината да спре да се променя след като $h = 1$ и $q = q_f$, то е нужно да добавим допълнителни помощни (Ancilla) регистри, които да "поемат" изменението



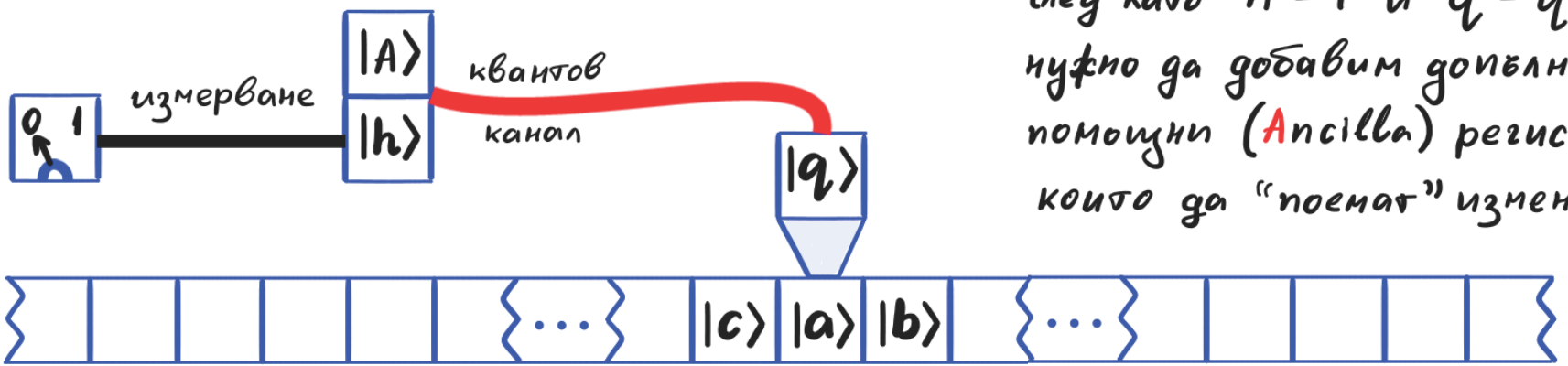
Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на машината да спре да се променя след като $h = 1$ и $q = q_f$, то е нужно да добавим допълнителни помощни (Ancilla) регистри, които да "поемат" изменението



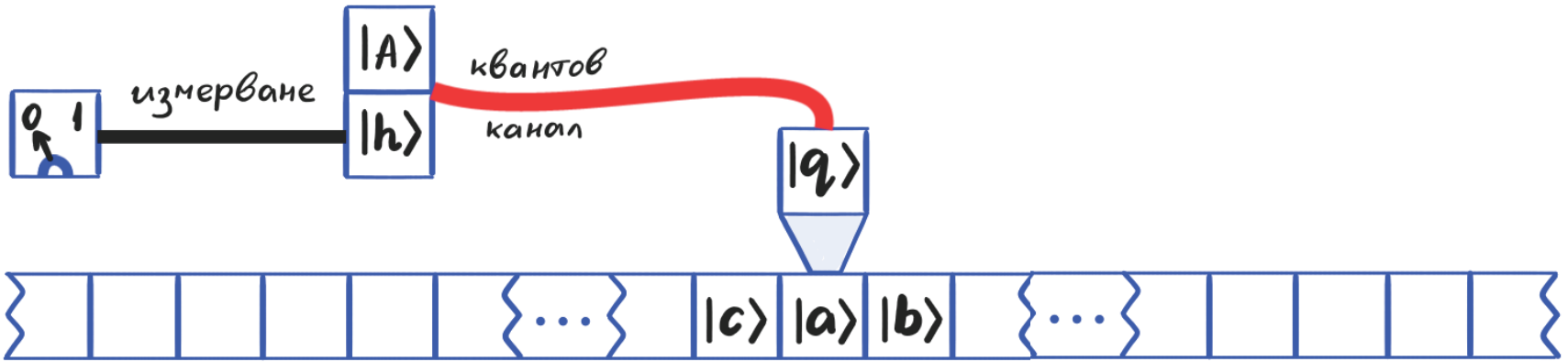
Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на помощни (Ancilla) регистри, които да "поемат" изменението



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

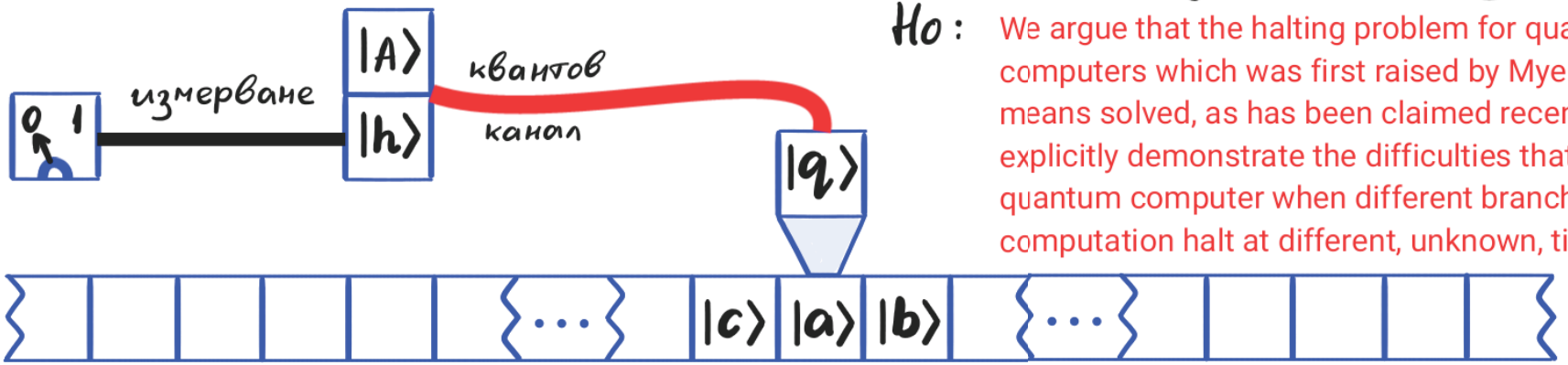
Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на помощни (Ancilla) регистри, които да "поемат" изменението

Но: We argue that the halting problem for quantum computers which was first raised by Myers, is by no means solved, as has been claimed recently. We explicitly demonstrate the difficulties that arise in a quantum computer when different branches of the computation halt at different, unknown, times.



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

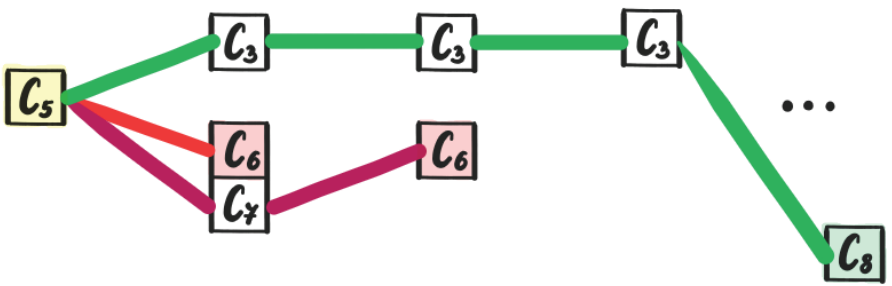
Ново оспорване:

От унитарността на динамиката ⇒ ако едно състояние се променя, то това ще продължи "вечно":

[1998-LP] N. Linden, S. Popescu

Изход: ако искаме конфигурацията C на помощни (Ancilla) регистри, които да "поемат" изменението

Виж по-горе:

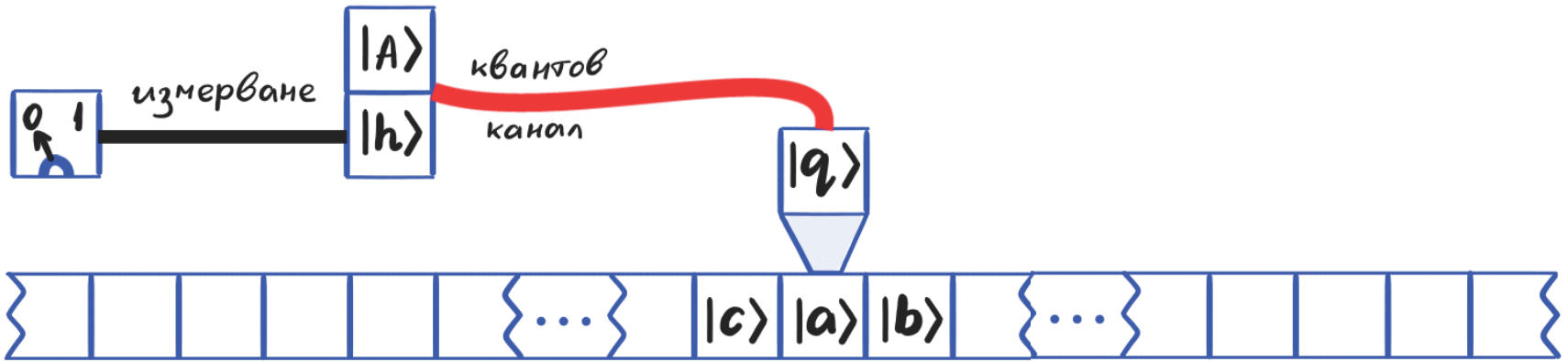


Но: We argue that the halting problem for quantum computers which was first raised by Myers, is by no means solved, as has been claimed recently. We explicitly demonstrate the difficulties that arise in a quantum computer when different branches of the computation halt at different, unknown, times.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Нова реабилитация:

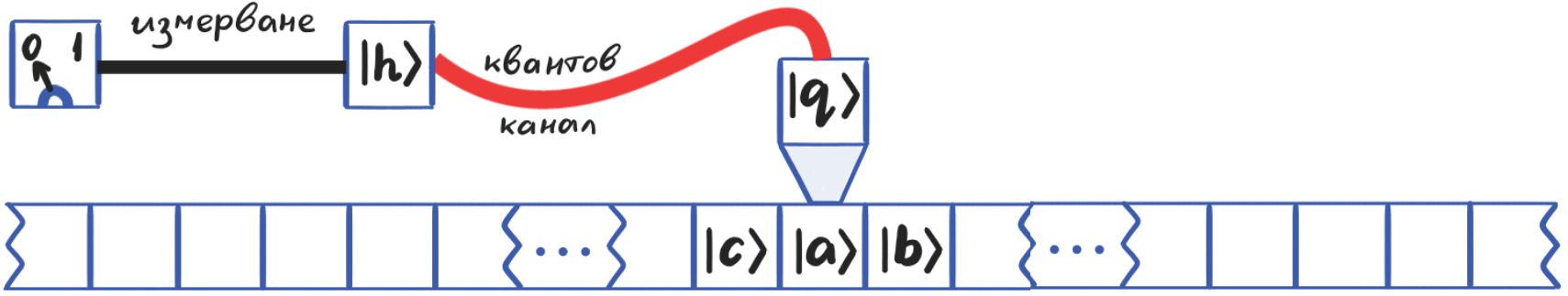
[1998-2002-O] M. Ozawa



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Нова реабилитация:

[1998-2002-O] Masanao Ozawa



Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Нова реабилитация:

[1998-2002-O] Masanao Ozawa, *On the Halting Problem for Quantum Turing Machines*, 数理解析研究所講究録 1066 巻 1998 年 174-183
https://www.researchgate.net/publication/32165644_On_the_Halting_Problem_for_Quantum_Turing_Machines
Halting of Quantum Turing Machines. In: Unconventional Models of Computation. UMC 2002. Lecture Notes in Computer Science, vol 2509. Springer, Berlin, Heidelberg (2002). https://doi.org/10.1007/3-540-45833-6_6

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

До тук разгледахме
следния цикъл:

[1985-D] Deutsch
[1997-M] Myers
[1998-O] Ozawa
[1998-LP] Linden, Popescu
[1998-2002-O] Ozawa

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

До тук разгледахме следния цикъл:

[1985-D] Deutsch
[1997-M] Myers
[1998-O] Ozawa
[1998-LP] Linden, Popescu
[1998-2002-O] Ozawa

Друга сюжетна линия: модела на квантови вериги

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

До тук разгледахме следния цикъл:

[1985-D] Deutsch
[1997-M] Myers
[1998-O] Ozawa
[1998-LP] Linden, Popescu
[1998-2002-O] Ozawa

Друга сюжетна линия: модела на квантови вериги

[1989-D] Deutsch, *Quantum computational networks*
[1993-Y] Yao, *Quantum circuit complexity*
[1997-BV] Bernstein, Vazirani, *Quantum Complexity Theory,*
[2002-NO] Nishimura, Ozawa, *Computational complexity of uniform quantum circuit families and quantum Turing machines*

.....

[2019-MW] Molina and Watrous, *Revisiting the simulation of quantum Turing machines by quantum circuits*

[1989-D] David Deutsch, *Quantum computational networks,* Proc. R. Soc. Lond. A 425, 73 (1989). https://doi.org/10.1098/rspa.1989.0099

[1997-BV] Ethan Bernstein and Umesh Vazirani, *Quantum Complexity Theory*, SIAM J. Comput. 26, 1411 (1997), https://doi.org/10.1137/S0097539796300921

[1993-Y] Andrew Yao, *Quantum circuit complexity*, in Proceedings of the 34th Annual Symposium on Foundations of Computer Science, S. Goldwasser (ed.), p.352 (1993). https://doi.org/10.1109/SFCS.1993.366852

[2002-NO] Harumichi Nishimura and Masanao Ozawa, *Computational complexity of uniform quantum circuit families and quantum Turing machines*, Theoret. Computer Sci., **276**, pp.147-181 (2002). https://doi.org/10.1016/S0304-3975(01)00111-6

[2019-MW] Abel Molina and John Watrous, *Revisiting the simulation of quantum Turing machines by quantum circuits*, Proc. R. Soc. A**475**: 20180767. http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2018.0767

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

В крайна сметка, моделите на квантови изчисления, посредством квантови вериги, доминират над моделите с квантови машини на Тюринг.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

В крайна сметка, моделите на квантови изчисления, посредством квантови вериги, доминират над моделите с квантови машини на Тюринг.
Макар и в горния цикъл от работи да се твърди, че е установена пълна изчислителна еквивалентност между двата модела на квантови изчисления, но при досега известните квантови алгоритми, като тези на Шор (за намиране на периоди и за факторизация на цели числа) или на Гровер (за търсене), не стои проблема за спиране.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

В крайна сметка, моделите на квантови изчисления, посредством квантови вериги, доминират над моделите с квантови машини на Тюринг.
Макар и в горния цикъл от работи да се твърди, че е установена пълна изчислителна еквивалентност между двата модела на квантови изчисления, но при досега известните квантови алгоритми, като тези на Шор (за намиране на периоди и за факторизация на цели числа) или на Гровер (за търсене), не стои проблема за спиране.
При тези алгоритми, времето за изпълнение се знае от напред.
Ние знаем предварително, кога да спрем изчислението.

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

В крайна сметка, моделите на квантови изчисления, посредством квантови вериги, доминират над моделите с квантови машини на Тюринг.
Макар и в горния цикъл от работи да се твърди, че е установена пълна изчислителна еквивалентност между двата модела на квантови изчисления, но при досега известните квантови алгоритми, като тези на Шор (за намиране на периоди и за факторизация на цели числа) или на Гровер (за търсене), не стои проблема за спиране.
При тези алгоритми, времето за изпълнение се знае от напред.
Ние знаем предварително, кога да спрем изчислението.
От теоретична гледна точка обаче, а също и за достигане на пълна равнопоставеност с класическите алгоритми, трябва да има и възможност за квантови алгоритми, които никога не спират: квантови "бъгове".

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

В крайна сметка, моделите на квантови изчисления, посредством квантови вериги, доминират над моделите с квантови машини на Тюринг.
Макар и в горния цикъл от работи да се твърди, че е установена пълна изчислителна еквивалентност между двата модела на квантови изчисления, но при досега известните квантови алгоритми, като тези на Шор (за намиране на периоди и за факторизация на цели числа) или на Гровер (за търсене), не стои проблема за спиране.
При тези алгоритми, времето за изпълнение се знае от напред.
Ние знаем предварително, кога да спрем изчислението.
От теоретична гледна точка обаче, а също и за достигане на пълна равнопоставеност с класическите алгоритми, трябва да има и възможност за квантови алгоритми, които никога не спират: квантови "бъгове".
Те са нещо като "гаранция", че сме достигнали до предела на понятието за изчисление (поне е така в класическия случай).

Квантовата машина на Тюринг: исторически бележки и литература

Преди да преминем по-нататък, ще се още малко на проблема за спирането в квантовите изчисления, а също и отражението на класическия проблем за спирането.

Проблемът за спирането: класически и квантов

Проблемът за спирането: класически и квантов

[2015-CPGW] Toby S. Cubitt, David Perez-Garcia, Michael M. Wolf
Undecidability of the spectral gap, Nature 528, 207–211 (2015).
https://doi.org/10.1038/nature16059
The Un(solv)able Problem, Scientific American, 319 (4) pp. 29-37.
https://doi.org/10.1038/scientificamerican1018-28
Undecidability of the Spectral Gap, Forum of Mathematics, Pi (2022), Vol. 10:e14 1–102
https://doi.org/10.1017/fmp.2021.15
preprint: https://doi.org/10.48550/arXiv.1502.04573

Проблемът за спирането: класически и квантов

[2015-CPGW] Toby S. Cubitt, David Perez-Garcia, Michael M. Wolf
Undecidability of the spectral gap, Nature 528, 207–211 (2015).
https://doi.org/10.1038/nature16059
The Un(solv)able Problem, Scientific American, 319 (4) pp. 29-37.
https://doi.org/10.1038/scientificamerican1018-28
Undecidability of the Spectral Gap, Forum of Mathematics, Pi (2022), Vol. 10:e14 1–102
https://doi.org/10.1017/fmp.2021.15
preprint: https://doi.org/10.48550/arXiv.1502.04573

Има (?) "физически оракул", една квантова система, която може да реши алгоритмично нерешимата задача за спиране на класически алгоритъм.

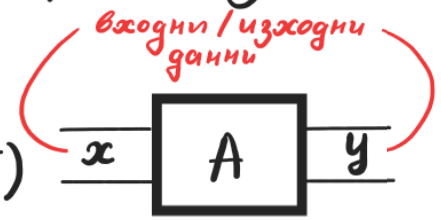
Проблемът за спирането: класически и квантов

Да припомним класическия проблем за спиране и неговата алгоритмична нерешимост (схематично):

Проблемът за спирането: класически и квантов

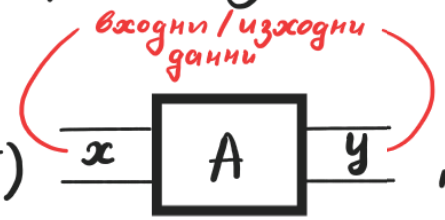
Да припомним класическия проблем за спиране и неговата алгоритмична нерешимост (схематично):

- Всяка машина на Тюринг (МТ)



Проблемът за спирането: класически и квантов

Да припомним класическия проблем за спиране и неговата алгоритмична нерешимост (схематично):

- Всяка машина на Тюринг (МТ) 

може алгоритмично да се закодира с код $\ulcorner A \urcorner$ ($\in \mathbb{N}$), както и входните данни – $\ulcorner x \urcorner$.

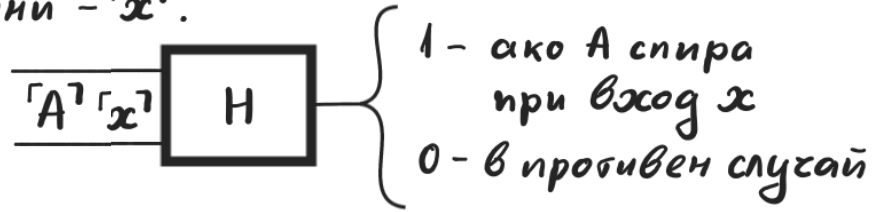
Проблемът за спирането: класически и квантов

Да припомним класическия проблем за спиране и неговата алгоритмична нерешимост (схематично):

- Всяка машина на Тюринг (МТ)

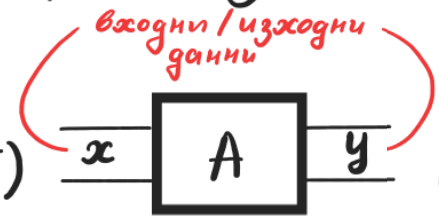
може алгоритмично да се закодира с код $\ulcorner A \urcorner$ ($\in \mathbb{N}$), както и входните данни – $\ulcorner x \urcorner$.

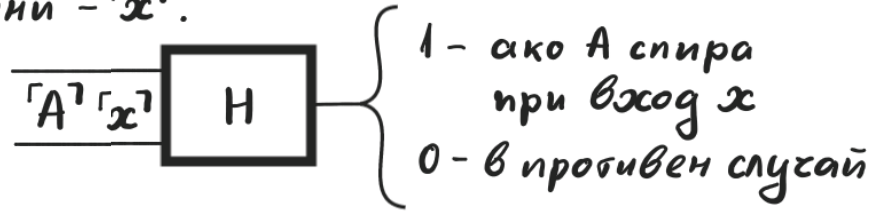
- Проблемът за спиране е дали ина МТ



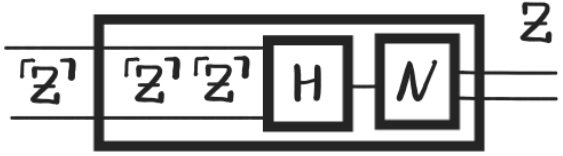
Проблемът за спирането: класически и квантов

Да припомним класическия проблем за спиране и неговата алгоритмична нерешимост (схематично):

- Всяка машина на Тюринг (МТ) 

може алгоритмично да се закодира с код $\ulcorner A \urcorner$ ($\in \mathbb{N}$), както и входните данни – $\ulcorner x \urcorner$.
- Проблемът за спиране е дали ина МТ 

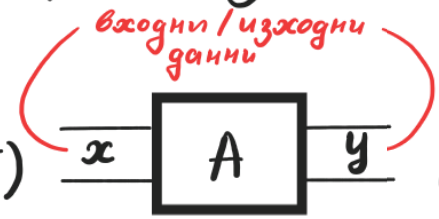
- Допускането, че H съществува води до противоречие

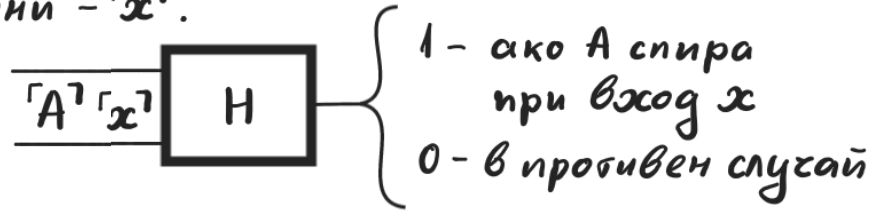


Z – нова машина

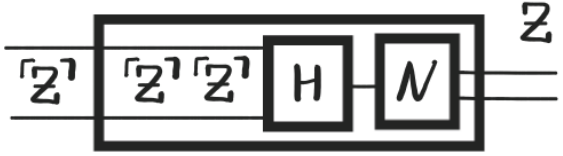
Проблемът за спирането: класически и квантов

Да припомним класическия проблем за спиране и неговата алгоритмична нерешимост (схематично):

- Всяка машина на Тюринг (МТ) 

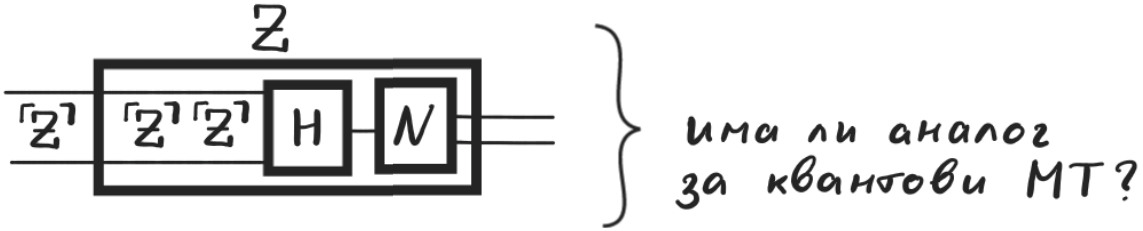
може алгоритмично да се закодира с код $\ulcorner A \urcorner$ ($\in \mathbb{N}$), както и входните данни – $\ulcorner x \urcorner$.
- Проблемът за спиране е дали ина МТ 

- Допускането, че H съществува води до противоречие

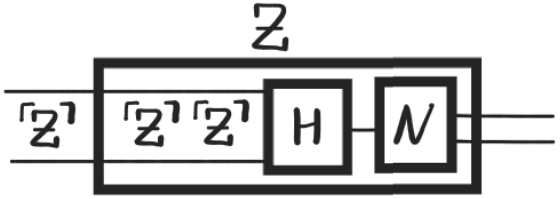


Z – нова машина, в която N функционира, така че при вход 0 спира, а при вход 1 – не

Проблемът за спирането: класически и квантов



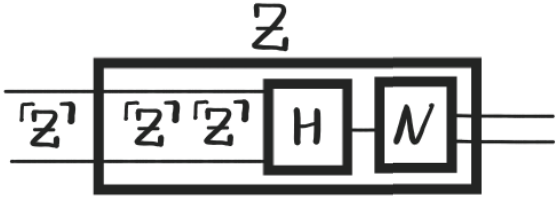
Проблемът за спирането: класически и квантов



има ли аналог за квантови МТ?

Квантовата теория не е само-затворена: класическия свят не е част от квантовия и това прави трудни "само-референциите".

Проблемът за спирането: класически и квантов

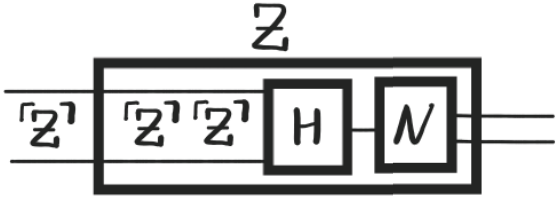


има ли аналог за квантови МТ?

Квантовата теория не е само-затворена: класическия свят не е част от квантовия и това прави трудни "само-референциите". В тази връзка:

[2023-YVC] C. Yuan, A. Villanyi, M. Carbin, *Quantum Control Machine: The Limits of Control Flow in Quantum Programming*, arXiv:2304.15000 (cs). https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.15000

Проблемът за спирането: класически и квантов



има ли аналог за квантови МТ?

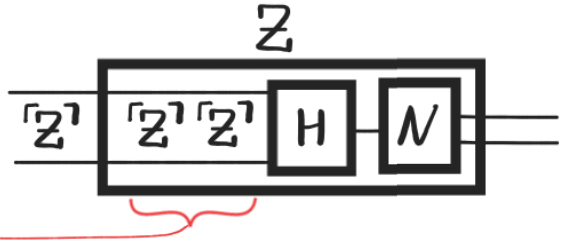
Квантовата теория не е само-затворена: класическия свят не е част от квантовия и това прави трудни "само-референциите". В тази връзка:

[2023-YVC] C. Yuan, A. Villanyi, M. Carbin, *Quantum Control Machine: The Limits of Control Flow in Quantum Programming*, arXiv:2304.15000 (cs). https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.15000

... A hurdle to this goal is the difficulty of expressing control flow, such as branching and iteration, that depends on the value of data in quantum superposition. ... the typical architecture of a quantum computer does not provide a program counter that can depend on data in superposition

Проблемът за спирането: класически и квантов

дублирането на данни също е проблем в квантовия свят - NO CLONING THEOREM



има ли аналог за квантови МТ?

Квантовата теория не е само-затворена: класическия свят не е част от квантовия и това прави трудни "само-референциите". В тази връзка:

[2023-YVC] C. Yuan, A. Villanyi, M. Carbin, *Quantum Control Machine: The Limits of Control Flow in Quantum Programming*, arXiv:2304.15000 (cs). https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.15000

... A hurdle to this goal is the difficulty of expressing control flow, such as branching and iteration, that depends on the value of data in quantum superposition. ... the typical architecture of a quantum computer does not provide a program counter that can depend on data in superposition

Проблемът за спирането: класически и квантов

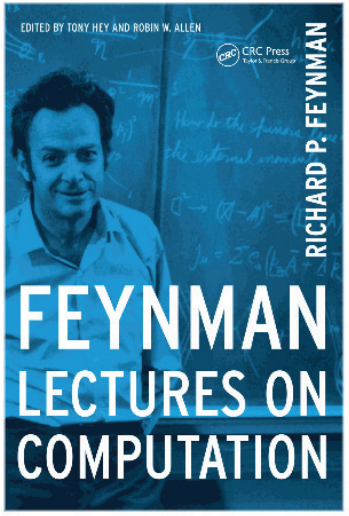
[2021-JNVWY] Zhengfeng Ji, Anand Natarajan, Thomas Vidick, John Wright, and Henry Yuen
MIP = RE*, Communications of the ACM, Volume 64 Issue 11pp 131–138 (2021).
https://doi.org/10.1145/3485628

ще една перспектива за квантови физични "оракули".

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\begin{cases} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{cases}$

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

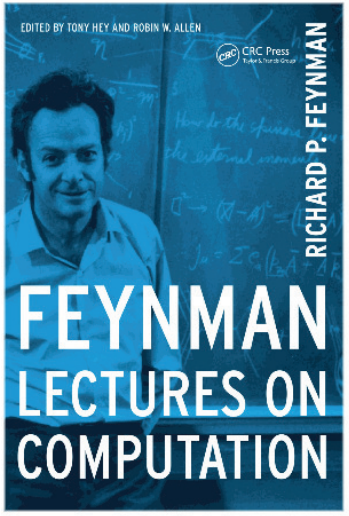
Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



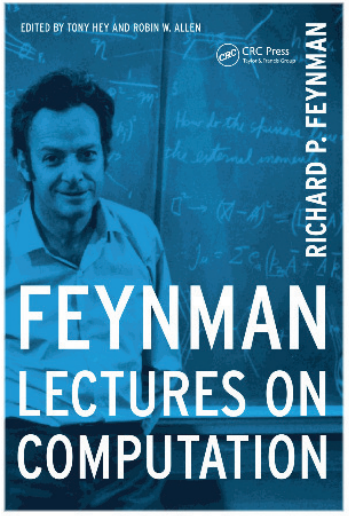
Издания:
1996 - 2018

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Table 2.1 A "Truth Table" for Binary Addition

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

$S := A + B \bmod 2$

$C := A + B - S$ в $\mathbb{Z}$

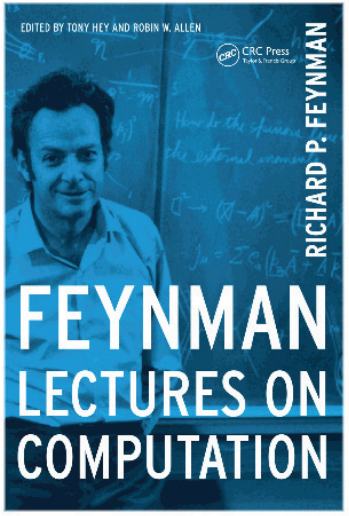
– "carry" ("на ум")

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Table 2.1 A "Truth Table" for Binary Addition

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

$S := A + B \bmod 2$

$C := A + B - S$ в $\mathbb{Z}$

– "carry" ("на ум")

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Table 2.1 A "Truth Table" for Binary Addition

логически гейт (преходник ?)

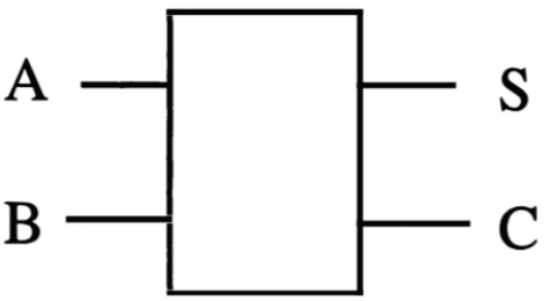
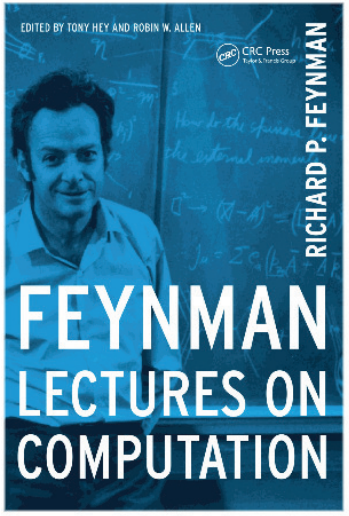


Fig. 2.2 A Black Box Adder

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

$S := A + B \bmod 2$

$C := A + B - S$ в $\mathbb{Z}$

– "carry" ("на ум")

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Table 2.1 A "Truth Table" for Binary Addition

логически гейт (преходник ?)

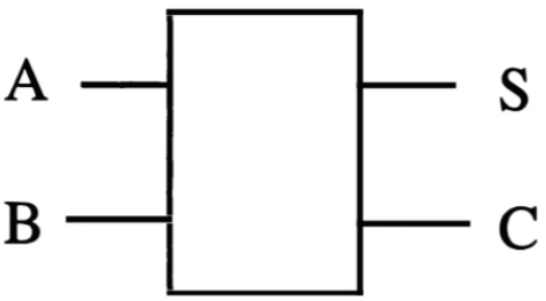
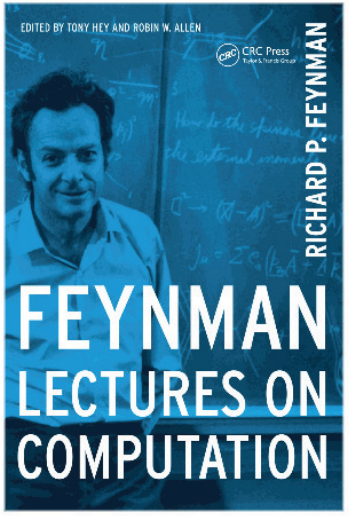


Fig. 2.2 A Black Box Adder

Забележка: горното съответствие $(A, B) \mapsto (S, C)$ не е биекция

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:

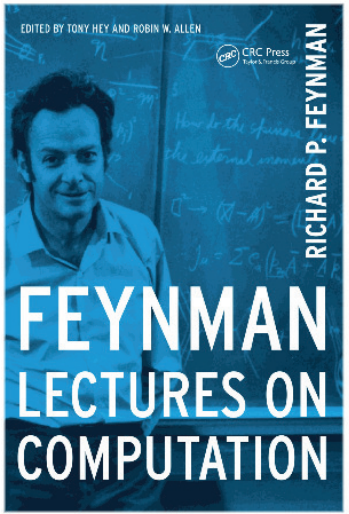


Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

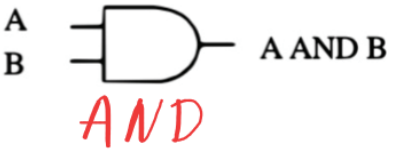
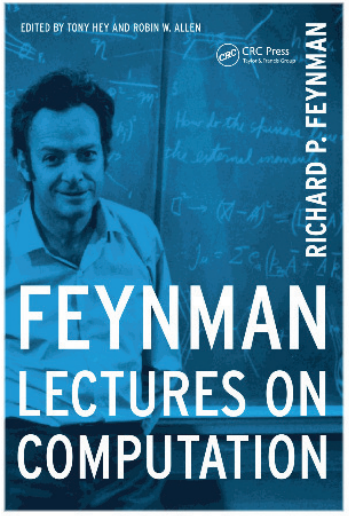


Fig. 2.3 The AND Gate

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Fig. 2.3 The AND Gate

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

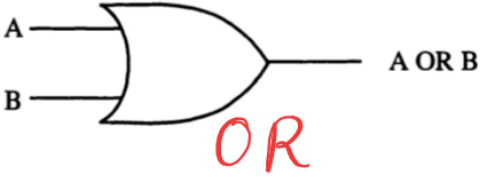
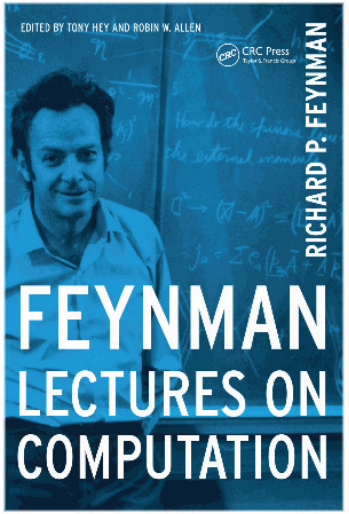


Fig. 2.5 The OR Gate

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

изключващо или
= събиране mod 2 (=: ⊕)

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

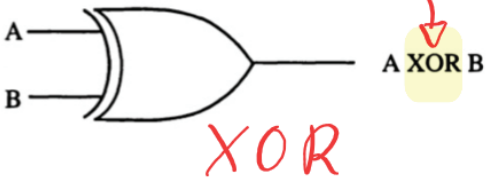
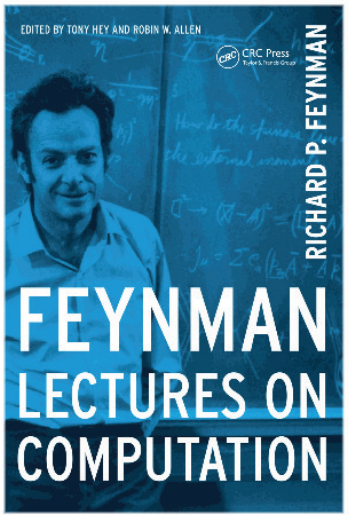


Fig. 2.4 The XOR Gate

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

изключващо или
= събиране mod 2 (=: ⊕)

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

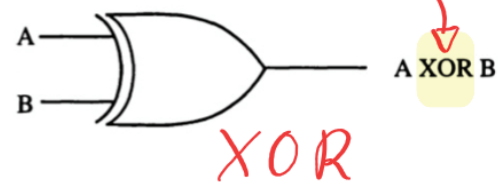


Fig. 2.4 The XOR Gate

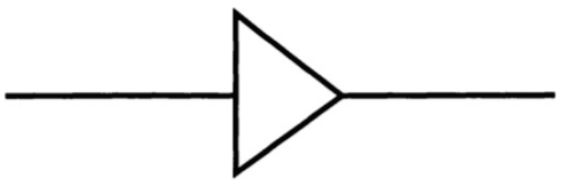
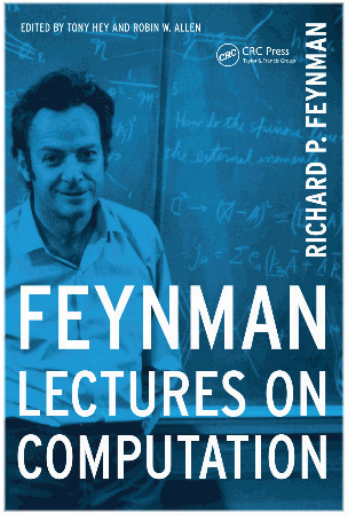


Fig. 2.6 The Identity

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

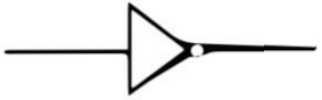
Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

A	NOT A
0	1
1	0

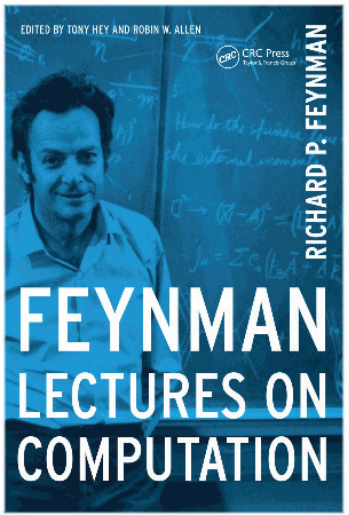


NOT

Fig. 2.7 The NOT Gate

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

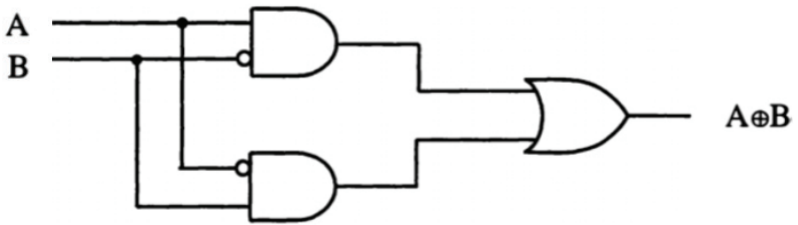
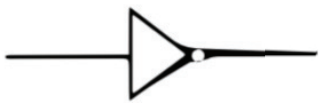


Fig. 2.9 XOR expressed in ANDs and ORs

A	NOT A
0	1
1	0

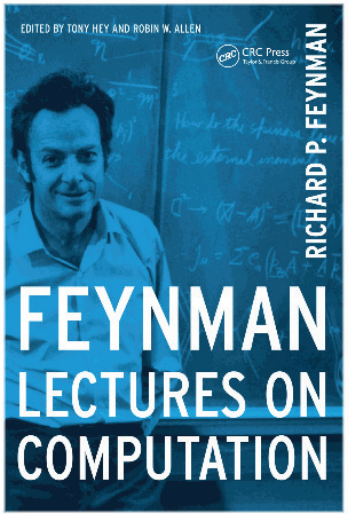


NOT

Fig. 2.7 The NOT Gate

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

Някои означения от курсовете по "цифрова електроника" ("digital electronics")

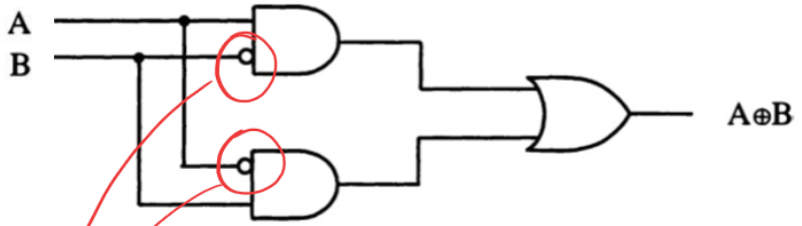


Fig. 2.9 XOR expressed in ANDs and ORs

A	NOT A
0	1
1	0

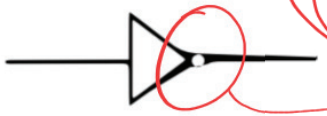


Fig. 2.7 The NOT Gate

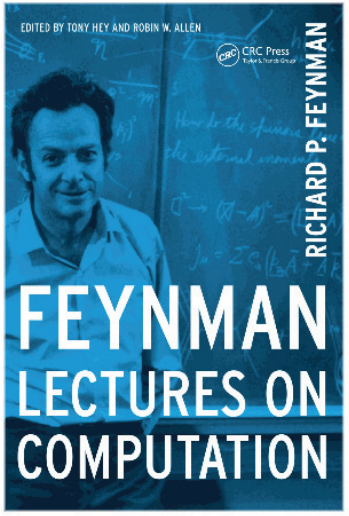
NOT

"o" - указва NOT

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Физическа (инженерна) реализация:

Източник на фигурите:



Издания:
1996 - 2018

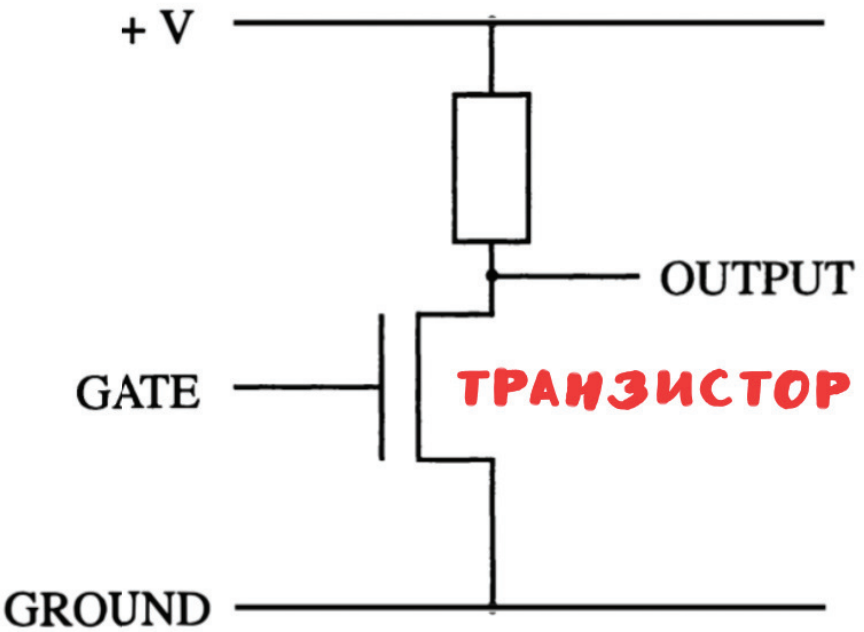


Fig. 2.12 The Transistor Inverter, or NOT Gate

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне)

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически / и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

Във физиката се предлага т.нар. принцип на Ландауер / Landauer

- за изтриване на 1 бит информация има минимална необходима енергия $\sim 10^{-21}$ J

$kT\ln 2$

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

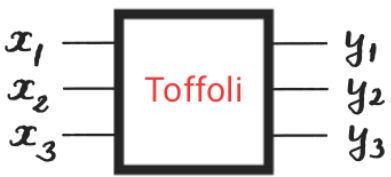
↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

Във физиката се предлага т.нар. принцип на Ландауер / Landauer

- за изтриване на 1 бит информация има минимална необходима енергия $\sim 10^{-21}$ J ($kT\ln 2$)

Пример за обратим гейт

- гейт на Тофоли / Toffoli



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

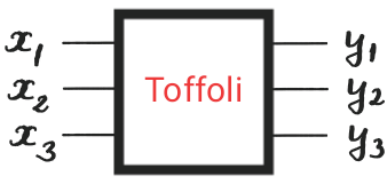
Във физиката се предлага т.нар. принцип на Ландауер / Landauer

- за изтриване на 1 бит информация има минимална необходима енергия $\sim 10^{-21}$ J

$kT\ln 2$

Пример за обратим гейт

- гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$ ← остатъци при деление на 2

$$y_2 = x_2$$

$$y_3 = x_3$$

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

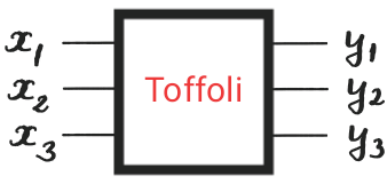
Във физиката се предлага т.нар. принцип на Ландауер / Landauer

- за изтриване на 1 бит информация има минимална необходима енергия $\sim 10^{-21}$ J

$kT\ln 2$

Пример за обратим гейт

- гейт на Тофоли / Toffoli



$$\left| \begin{array}{l} y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = x_3 \end{array} \right. \quad \Longleftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = y_1 + y_2 y_3 \pmod 2 \\ x_2 = y_2 \\ x_3 = y_3 \end{array} \right.$$

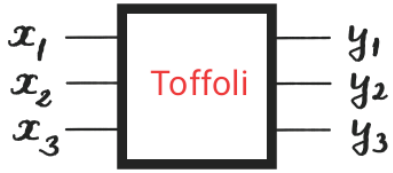
← остатъци при деление на 2

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

Пример за обратим гейт – гейт на Тофоли / Toffoli



вз. еднозн. и обр.

$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

← остатъци при деление на 2

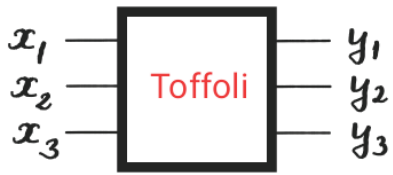
$$x_1 = y_1 + y_2 y_3 \pmod 2$$
$$x_2 = y_2$$
$$x_3 = y_3$$

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

Пример за обратим гейт – гейт на Тофоли / Toffoli



вз. еднозн. и обр.

$$\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}{}^{\times 3}$$

$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + x_2 x_3 \pmod 2 \\ y_2 &= x_2 \\ y_3 &= x_3 \end{aligned}$$

← остатъци при деление на 2

$$\Longleftrightarrow$$

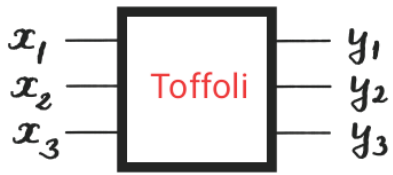
$$\begin{aligned} x_1 &= y_1 + y_2 y_3 \pmod 2 \\ x_2 &= y_2 \\ x_3 &= y_3 \end{aligned}$$

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта (и борбата с глобалното затопляне): целим да използваме само обратими логически вериги, в които се използват само обратими гейтове.

↳ Обратими изчисления (Reversible computing)

Пример за обратим гейт – гейт на Тофоли / Toffoli



вз. еднозн. и обр.

$$\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}{}^{\times 3}$$

$$\left| \begin{array}{l} y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = x_3 \end{array} \right. \quad \Longleftrightarrow \quad \left| \begin{array}{l} x_1 = y_1 + y_2 y_3 \pmod 2 \\ x_2 = y_2 \\ x_3 = y_3 \end{array} \right.$$

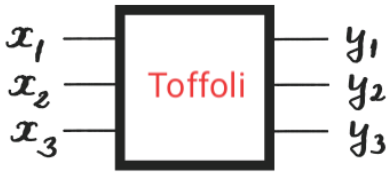
← остатъци при деление на 2

Забележка: оказва се, че всички обратими $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^{\times 2}$ ↺ са линейни, а гейта на Тофоли не е. Затова бинарните не стигат.

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

Гейт на Тофоли / Toffoli



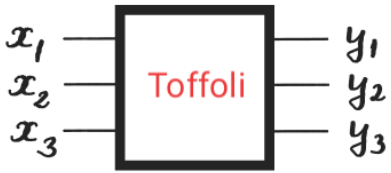
$$\begin{aligned} y_1 &= x_1 + x_2 x_3 \pmod 2 \\ y_2 &= x_2 \\ y_3 &= x_3 \end{aligned}$$

вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}{}^{\times 3}$

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

Гейт на Тофоли / Toffoli



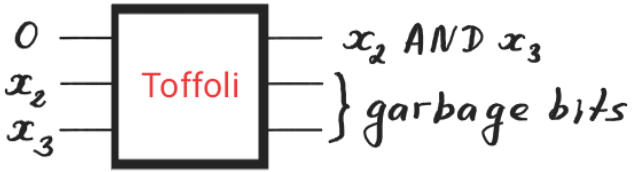
$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

вз. еднозн. и обр.

$$\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}{}^{\times 3}$$

Значение:

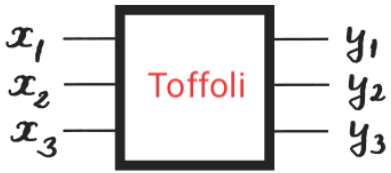
control bit:



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта

Гейт на Тофоли / Toffoli



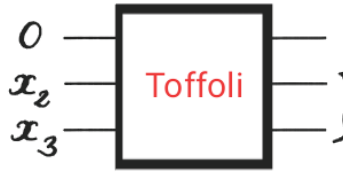
$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр.

$$\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}{}^{\times 3}$$

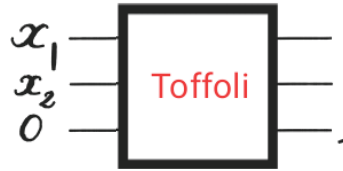
Значение:

control bit: 0



x_2 AND x_3

} garbage bits



control bit: 0

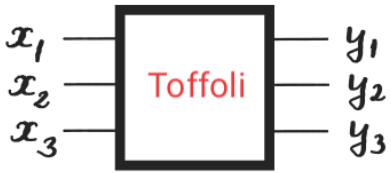
x_2 XOR x_3

} garbage bits

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта

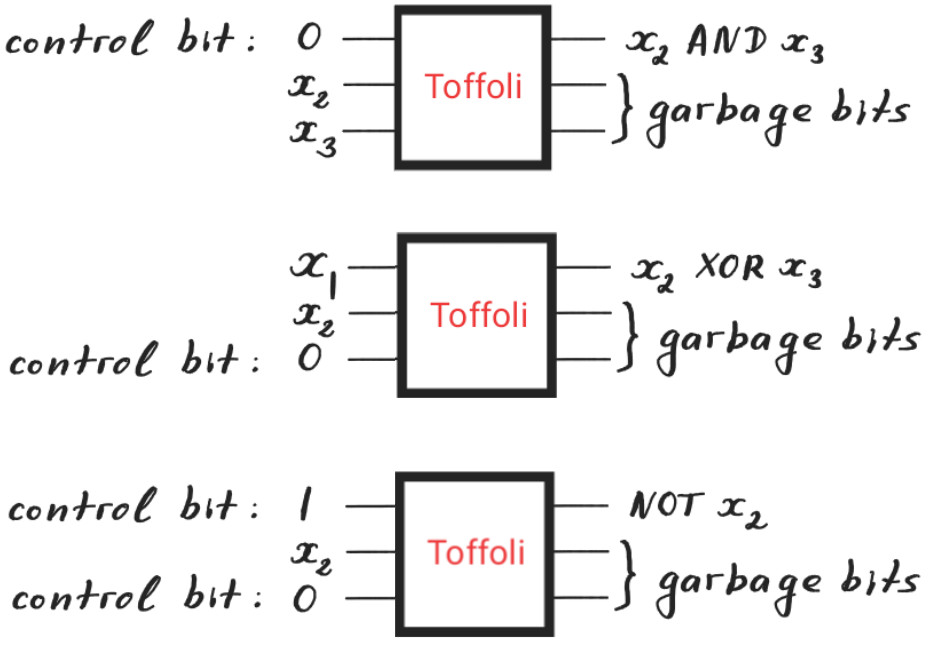
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

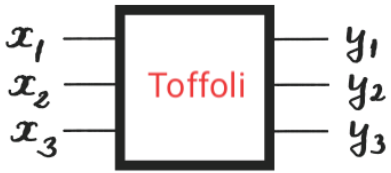
Значение:



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратимостта

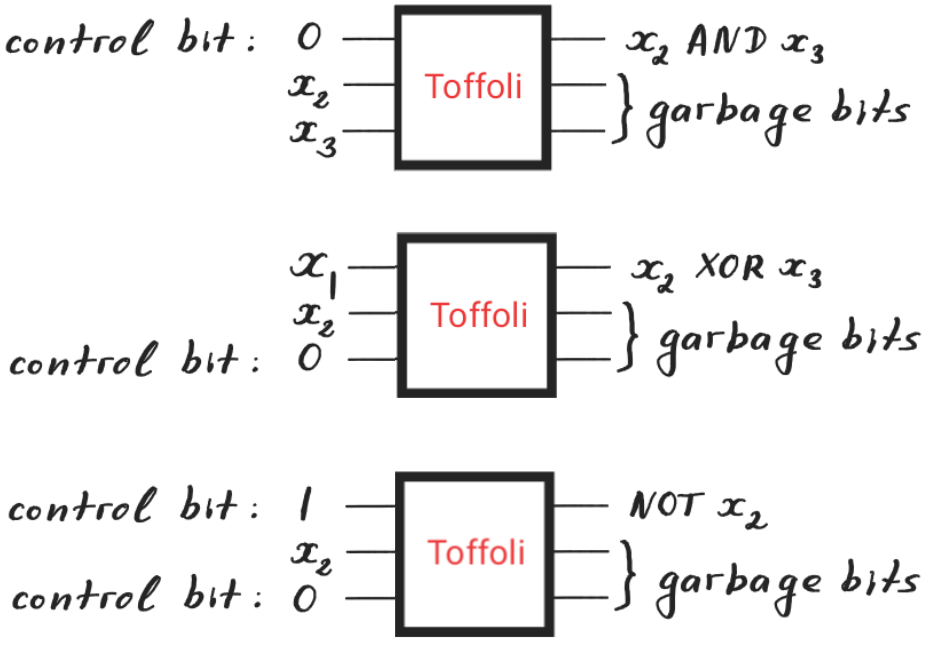
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $(\underbrace{\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}}_{\{0,1\}})^{\times 3}$

Значение:

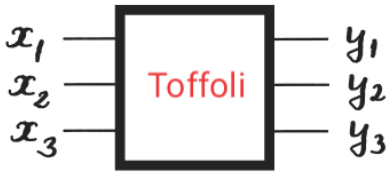


възпроизвежда базисните логически гейтове

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

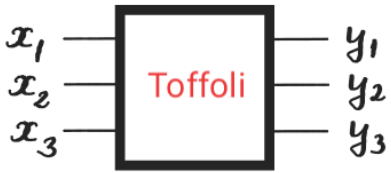
↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

Теорема на Тофоли

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

Гейт на Тофоли / Toffoli

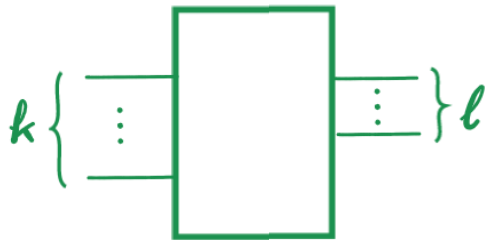


$$\left| \begin{array}{l} y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2 \\ y_2 = x_2 \\ y_3 = x_3 \end{array} \right.$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

Теорема на Тофоли

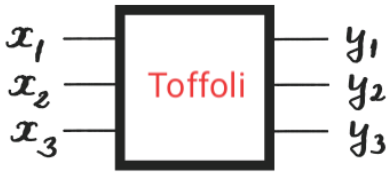
За всяка класическа логическа (Булева) схема



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

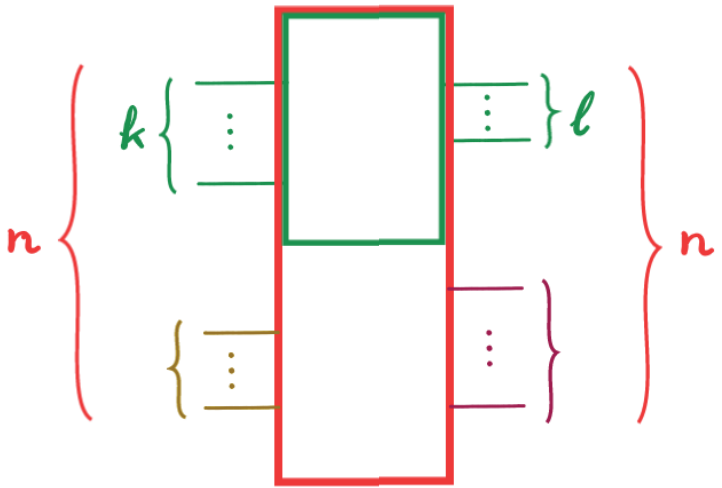
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

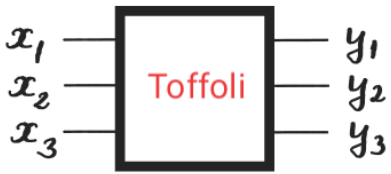
Теорема на Тофоли За всяка класическа логическа (Булева) схема съществува продължение до обратима



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\begin{cases} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{cases}$

Обратимостта

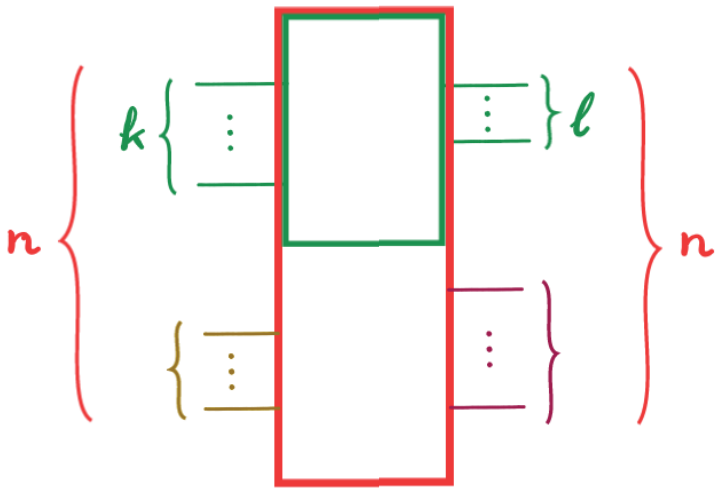
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

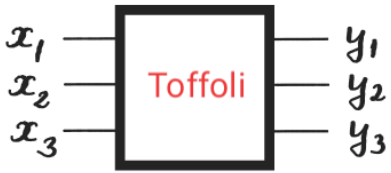
Теорема на Тофоли За всяка класическа логическа (Булева) схема съществува продължение до обратима, в която са добавени контролни и "отпадъчни" (garbage) битове.



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

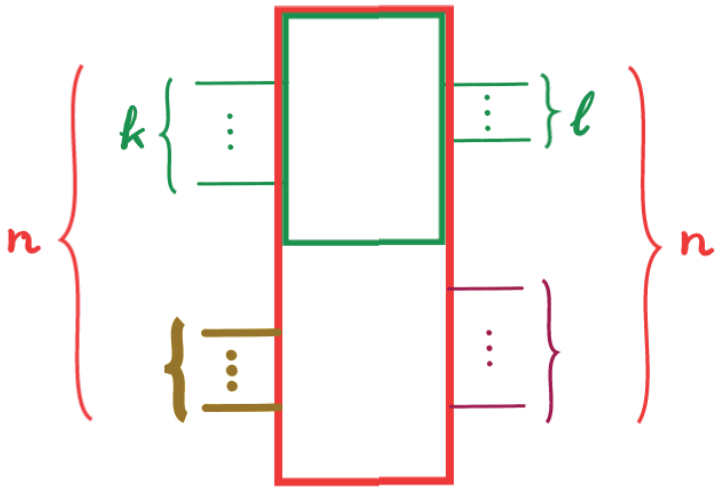
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

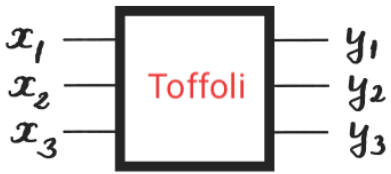
Теорема на Тофоли За всяка класическа логическа (Булева) схема съществува продължение до обратима, в която са добавени контролни и "отпадъчни" (garbage) битове.



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

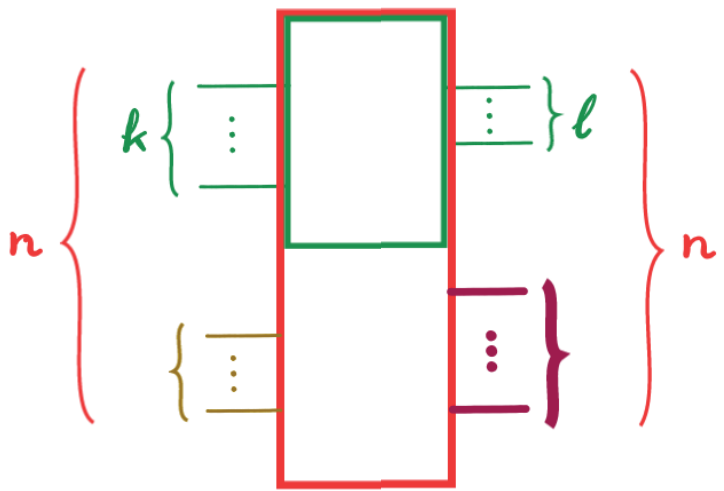
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}{}^{\times 3}$

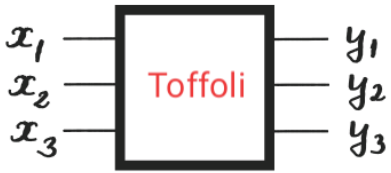
Теорема на Тофоли За всяка класическа логическа (Булева) схема съществува продължение до обратима, в която са добавени контролни и "отпадъчни" (garbage) битове.



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Обратимостта

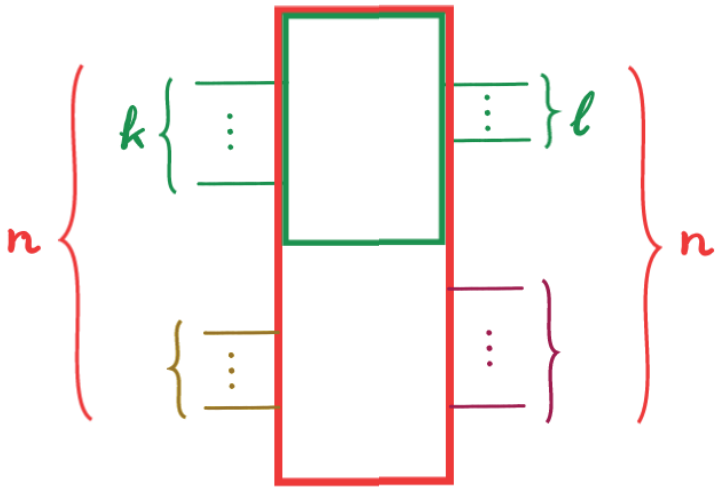
Гейт на Тофоли / Toffoli



$$y_1 = x_1 + x_2 x_3 \pmod 2$$
$$y_2 = x_2$$
$$y_3 = x_3$$

↳ вз. еднозн. и обр. $\underbrace{(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})}_{\{0,1\}}^{\times 3}$

Теорема на Тофоли За всяка класическа логическа (Булева) схема съществува продължение до обратима, в която са добавени контролни и "отпадъчни" (garbage) битове. Новата схема може да се построи само с гейтовете на Тофоли



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Обратими изчисления (Revesible computing) : литература

https://en.wikipedia.org/wiki/Reversible_computing

[2017-Mo] *Theory of reversible computing*, by Juraj Morita

[2010-dV] *Reversible Computing Fundamentals, Quantum Computing,and Applications*, by Alexis De Vos

[20..-2023-Pr] *Reversible Computation* (RC) International Conference

12th: RC 2020, Oslo, Norway, July 9-10
11th: RC 2019, Lausanne, Switzerland, June 24–25
10th: RC 2018, Leicester, UK, September 12-14
9th: International Conference, RC 2017, Kolkata, India, July 6-7
8th: RC 2016, Bologna, Italy, July 7-8
7th: RC 2015, Grenoble, France, July 16-17
6th: RC 2014, Kyoto, Japan, July 10-11
5th: RC 2013, Victoria, BC, Canada, July 4-5
4th: RC 2012, Copenhagen, Denmark, July 2-3
3d: RC 2011, Gent, Belgium, July 4-5

2023-LPU] *An Axiomatic Theory for Reversible Computation*, by Ivan Lanese, Iain Phillips, Irek Ulidowski, arXiv:2307.13360 (cs)

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

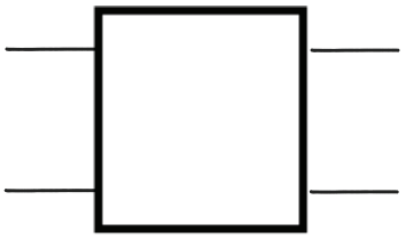
Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$

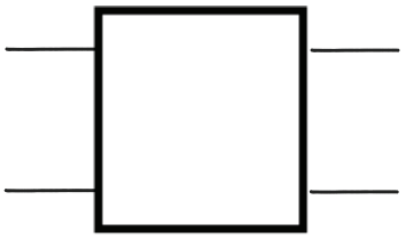


Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



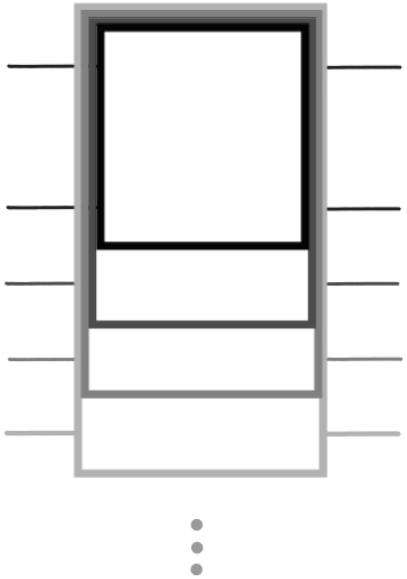
Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



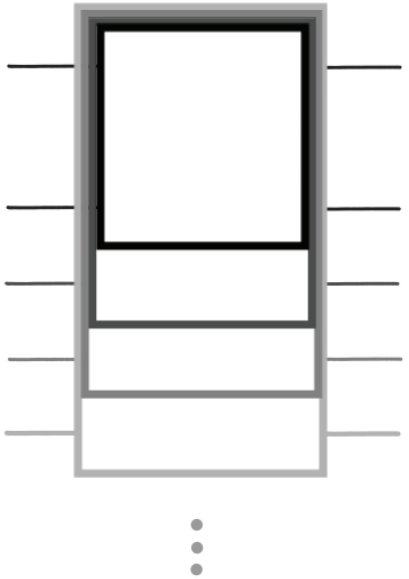
Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

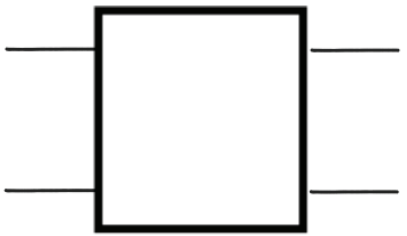
- Трябва да има "приемственост" при разширението:
  - резултатите трябва да са съгласувани.

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

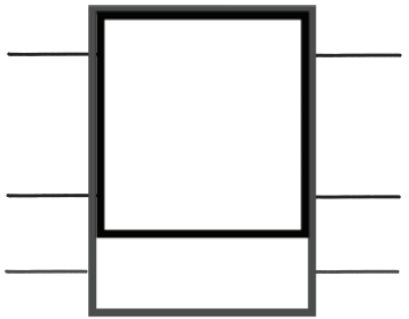
- Трябва да има "приемственост" при разширението:
  - резултатите трябва да са съгласувани.

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

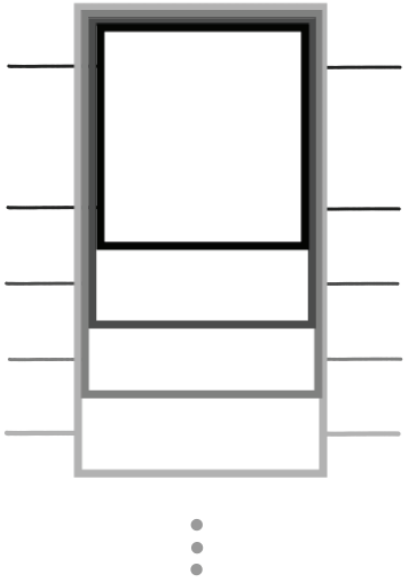
- Трябва да има "приемственост" при разширението:
  - резултатите трябва да са съгласувани.

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

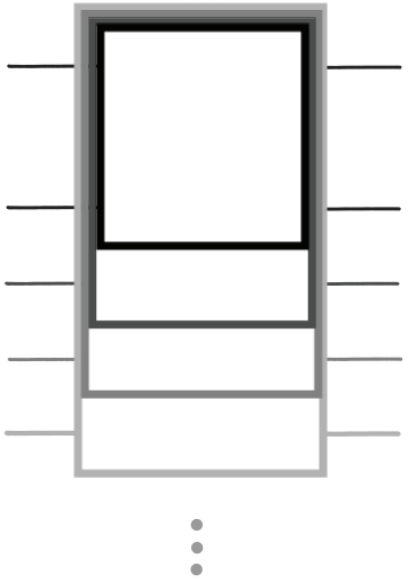
- Трябва да има "приемственост" при разширението:
  - резултатите трябва да са съгласувани.

Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

Една схема представя (изчислява) крайна функция

$$f : \{0, 1, \ldots, 2^k - 1\} \longrightarrow \{0, 1, \ldots, 2^l - 1\}$$



Ако трябва моделираме изчисление на функция $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N}$ равномерни фамили от схеми:

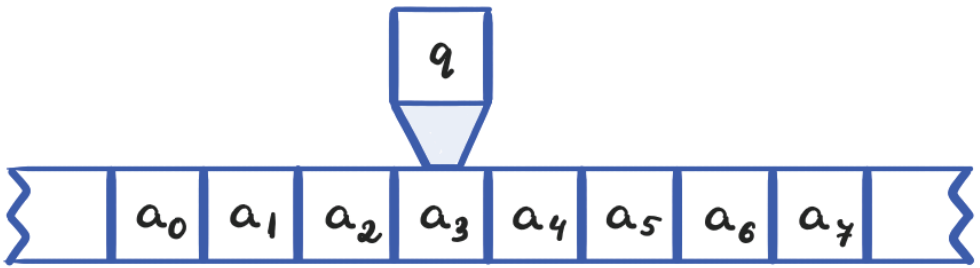
- Трябва да има "приемственост" при разширението:
  - резултатите трябва да са съгласувани.
- Фамилията трябва да има алгоритмично пораждане.

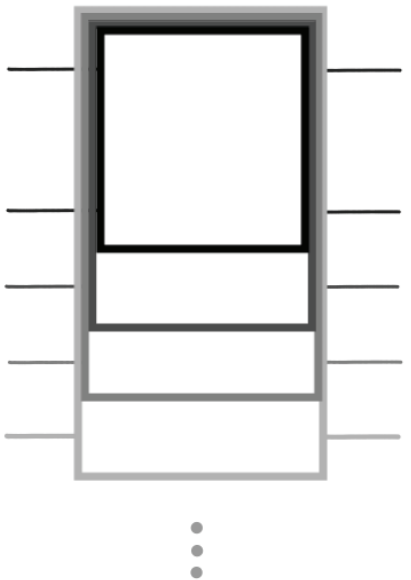
Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

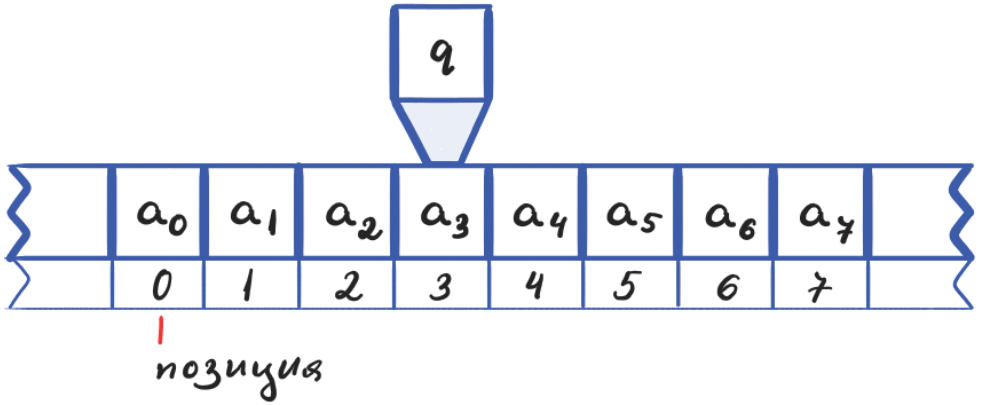
$\Updownarrow$

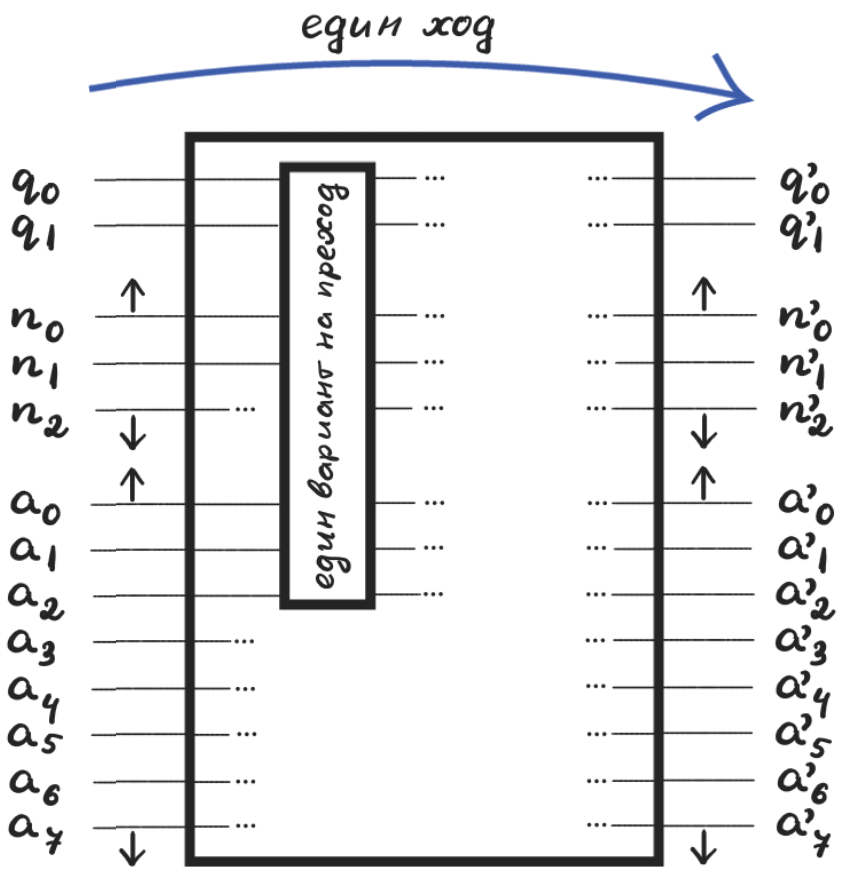
Машини на Тюринг



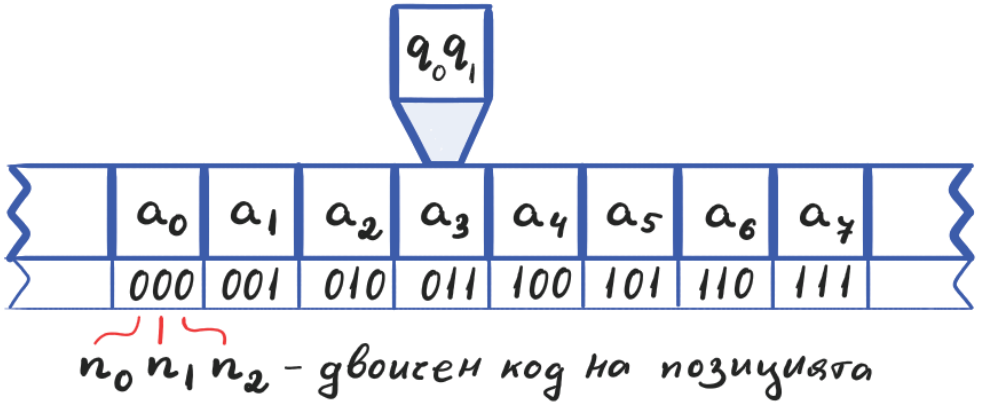


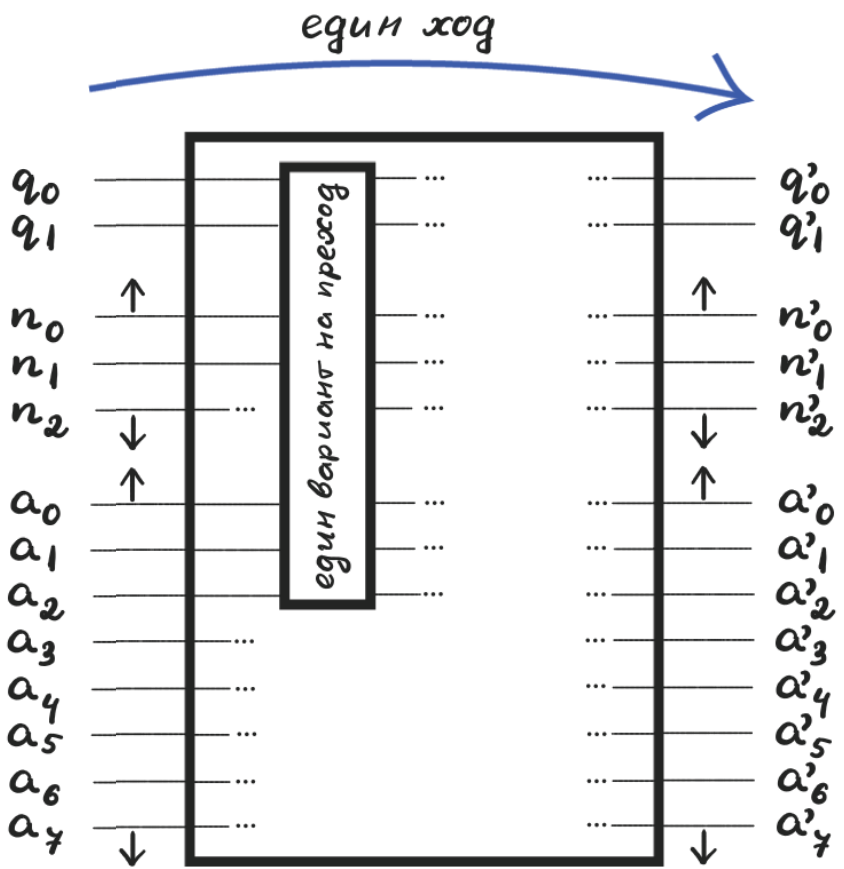
Един път за построяване на съответствие машина на Тюринг → булева верига:





Един път за построяване на съответствие машина на Тюринг → булева верига:





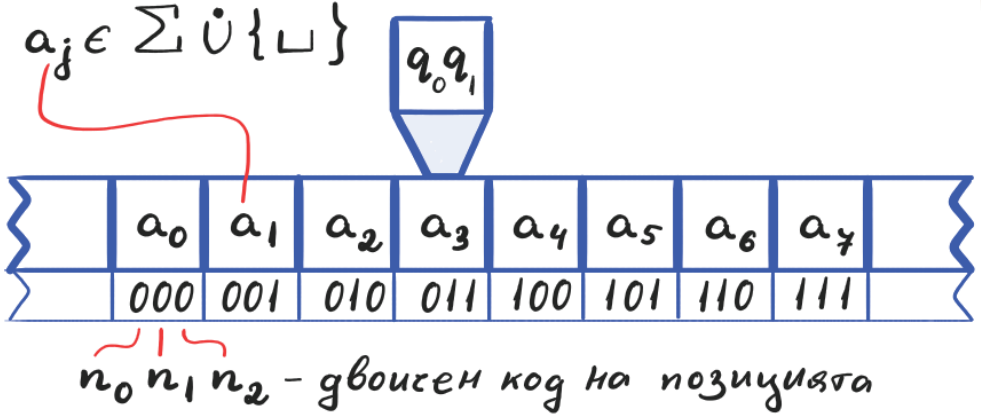
Един път за построяване на съответствие машина на Тюринг → булева верига:

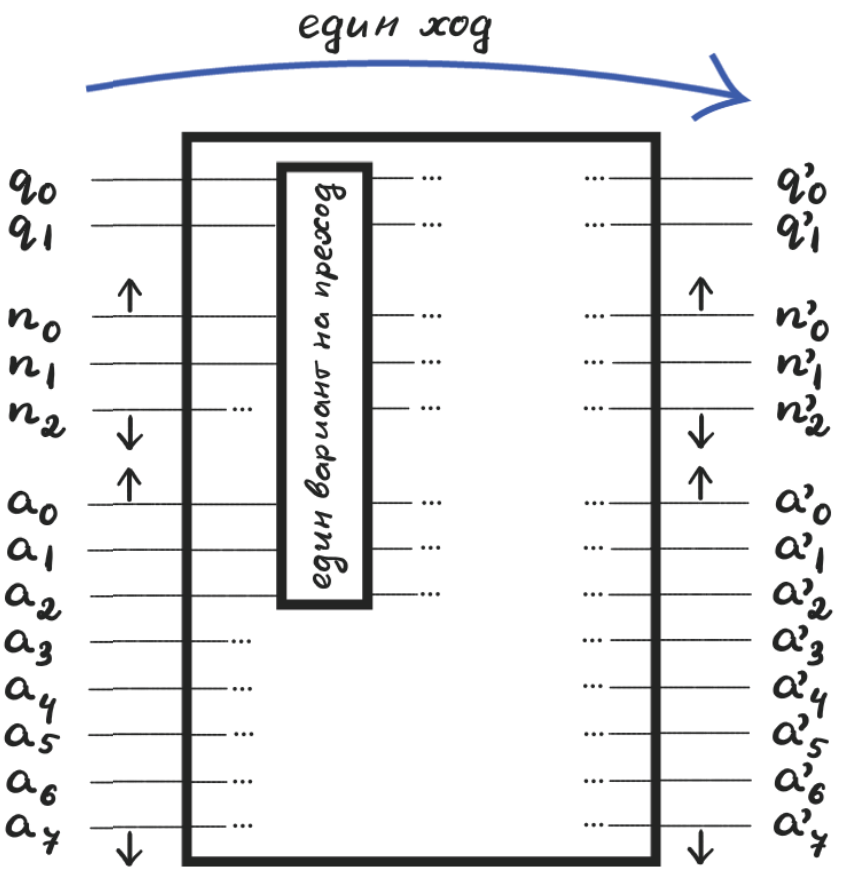
За простота:

$\{1\} \quad 0$

$\parallel \quad \updownarrow$

$a_j \in \Sigma \dot{\cup} \{\sqcup\}$





Един път за построяване на съответствие машина на Тюринг → булева верига:

За простота:

$\{1\} \quad 0$

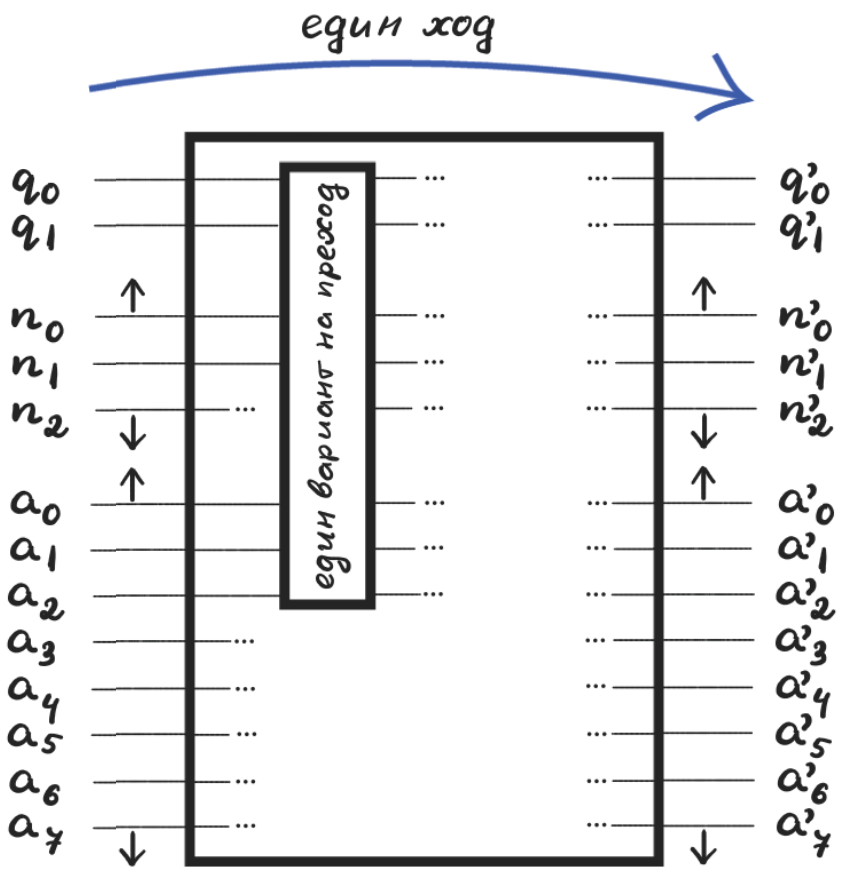
$\| \quad \updownarrow$

$a_j \in \Sigma \dot{\cup} \{\sqcup\}$

$q_0 q_1 \in Q = \{00, 01, 10, 11\}$

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	
	000	001	010	011	100	101	110	111	

$n_0 n_1 n_2$ – двоичен код на позицията



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Равномерни фамили от схеми (Uniform Circuit Families)

$\Updownarrow$ Установено е и в квантовия случай

Машини на Тюринг

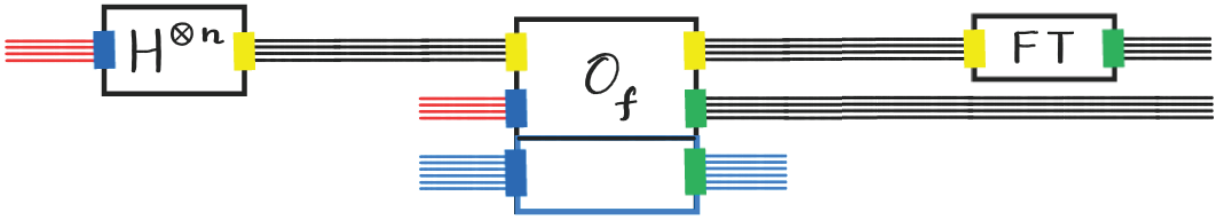
Литература (от по-горе):

...

2019-MW] Abel Molina and John Watrous, *Revisiting the simulation of quantum Turing machines by quantum circuits*, Proc. R. Soc. A**475**: 20180767. http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2018.0767

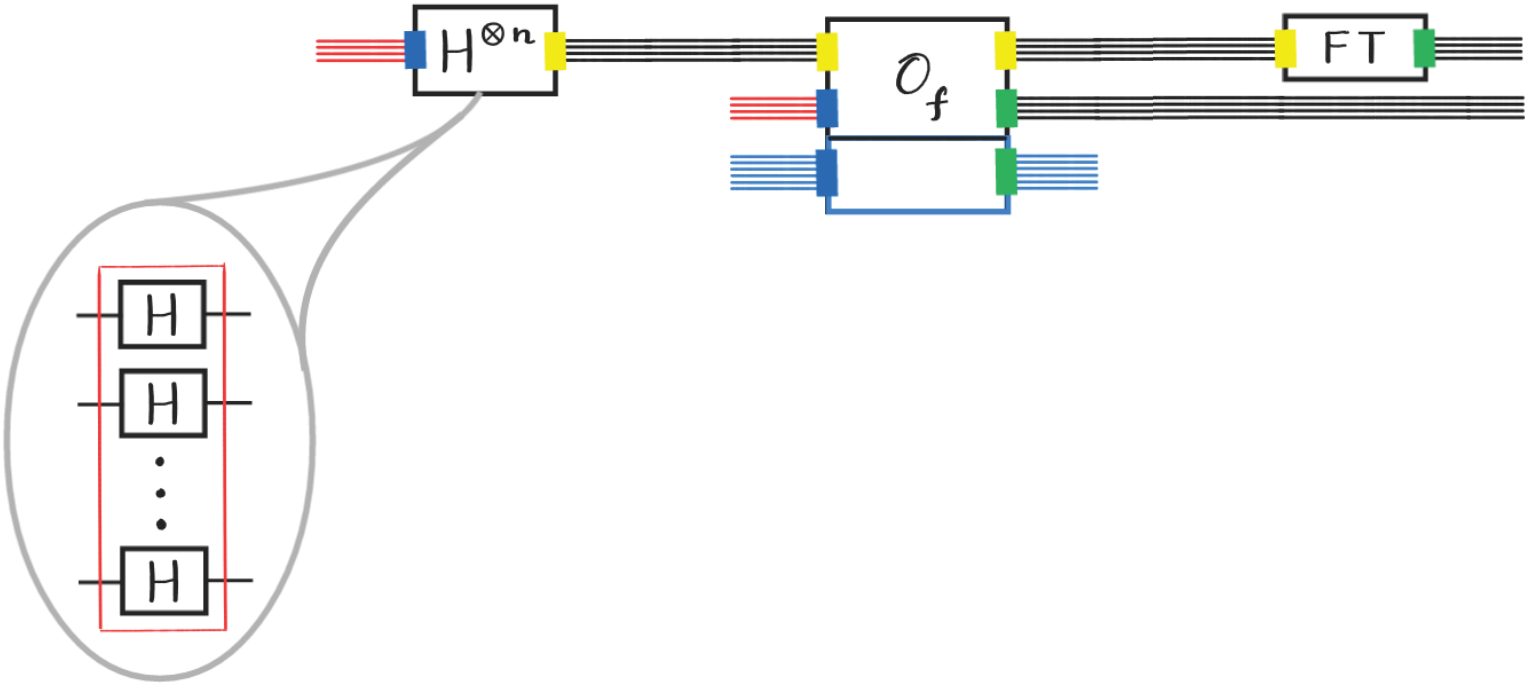
Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) $\left\{ \begin{array}{l} \text{класически} \\ \text{и квантов} \end{array} \right.$

В миналата лекция изследвахме следния пример на квантова схема:



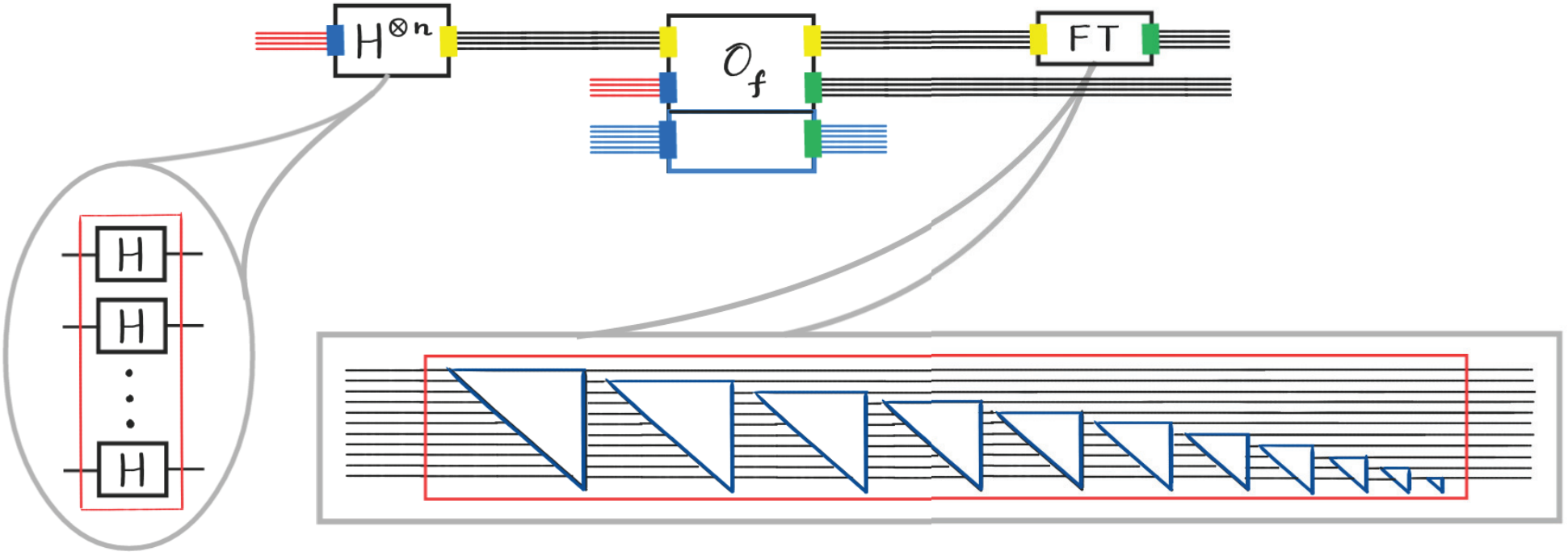
Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

В миналата лекция изследвахме следния пример на квантова схема:



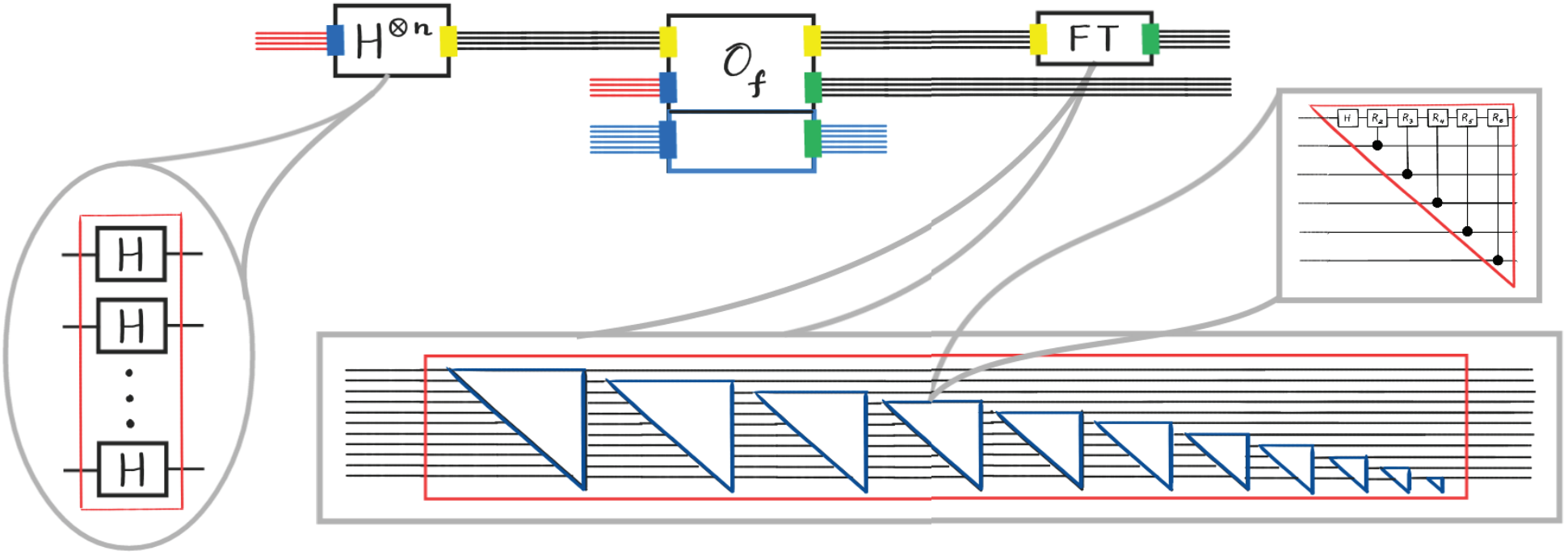
Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

В миналата лекция изследвахме следния пример на квантова схема:



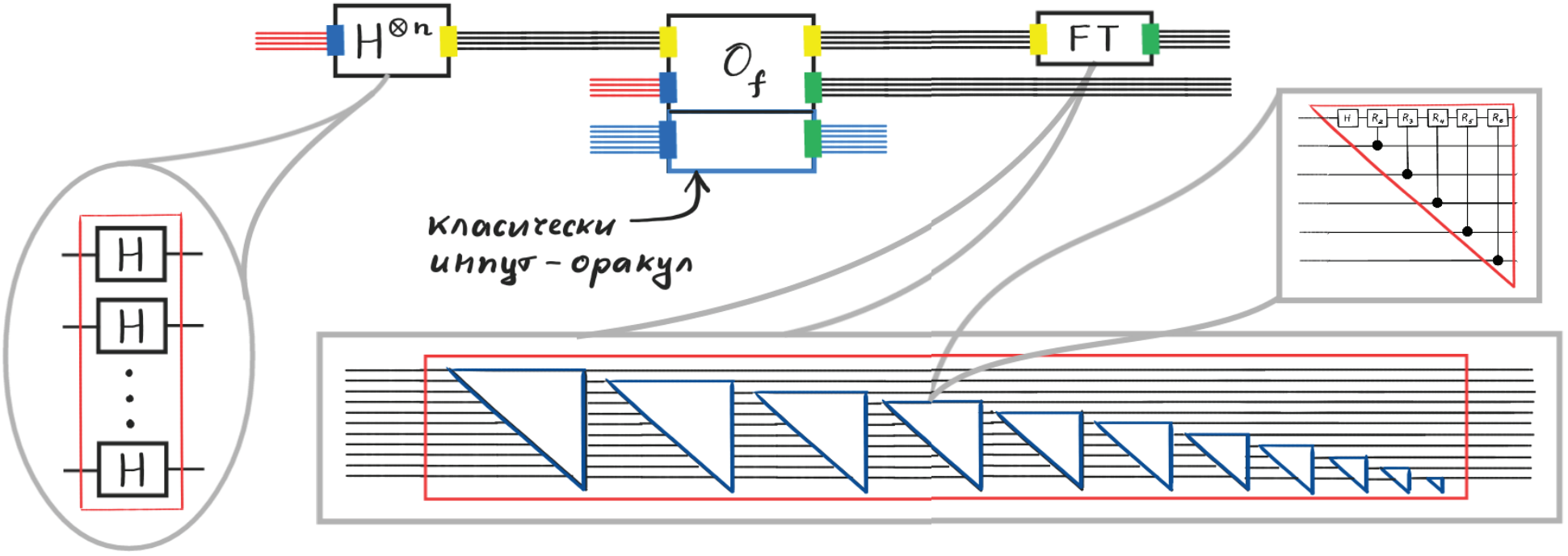
Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

В миналата лекция изследвахме следния пример на квантова схема:



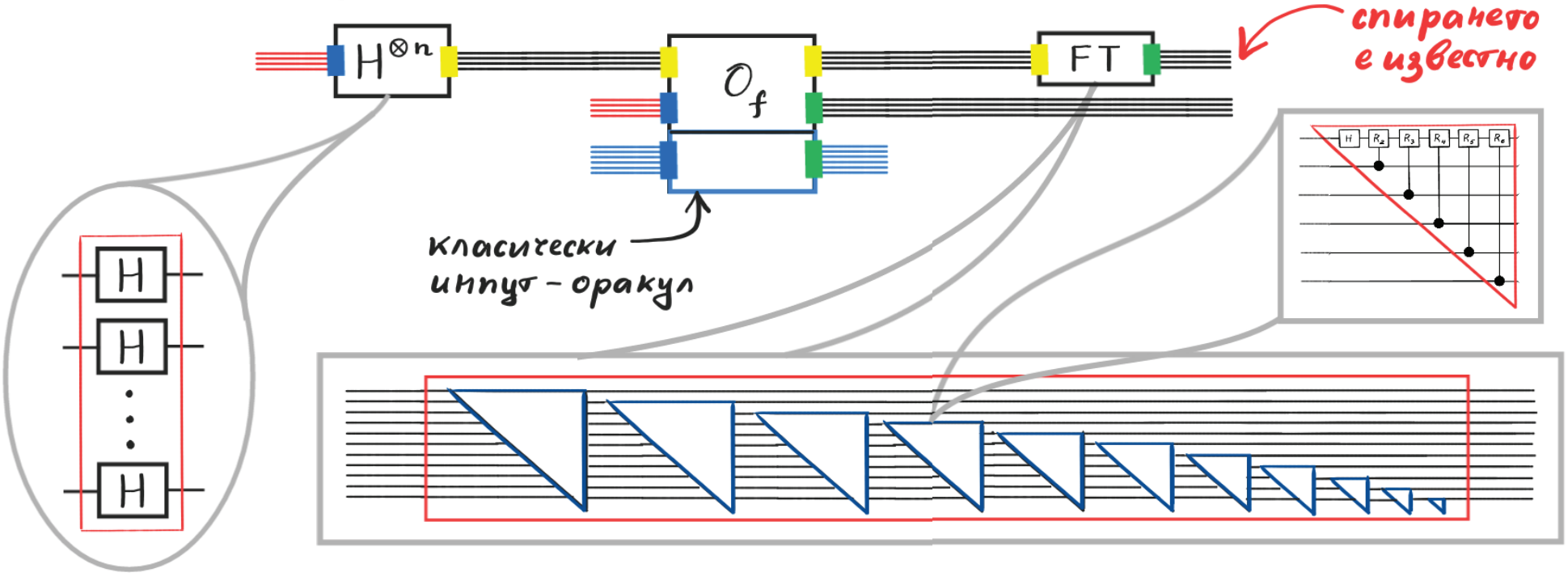
Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

В миналата лекция изследвахме следния пример на квантова схема:



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

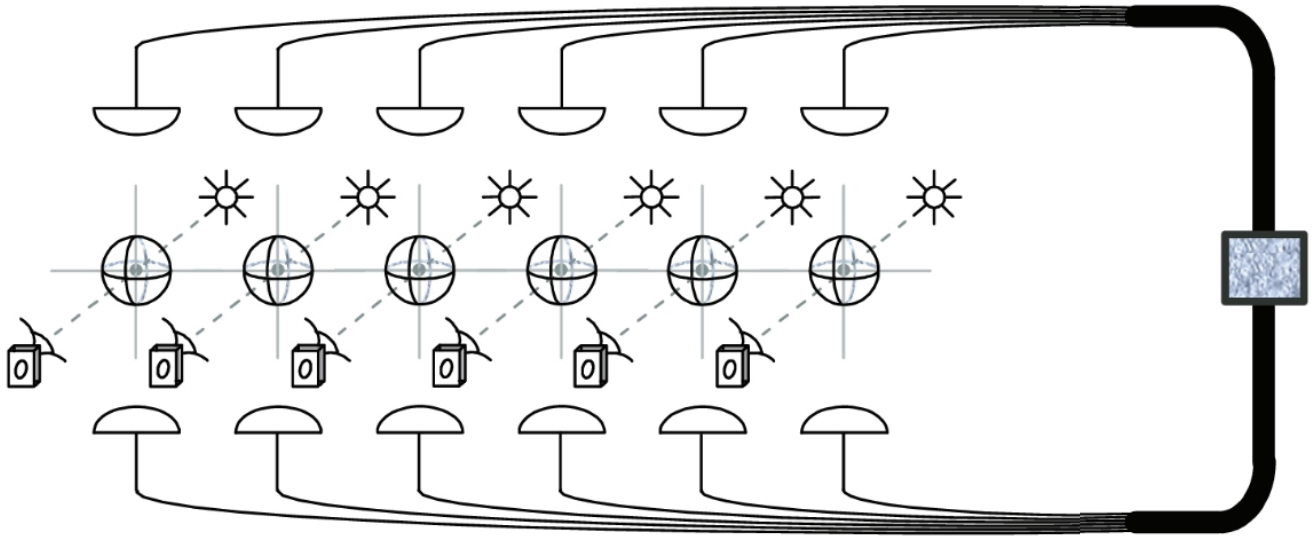
В миналата лекция изследвахме следния пример на квантова схема:



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Примерно изпълнение на квантов алгоритъм по квантова схема:

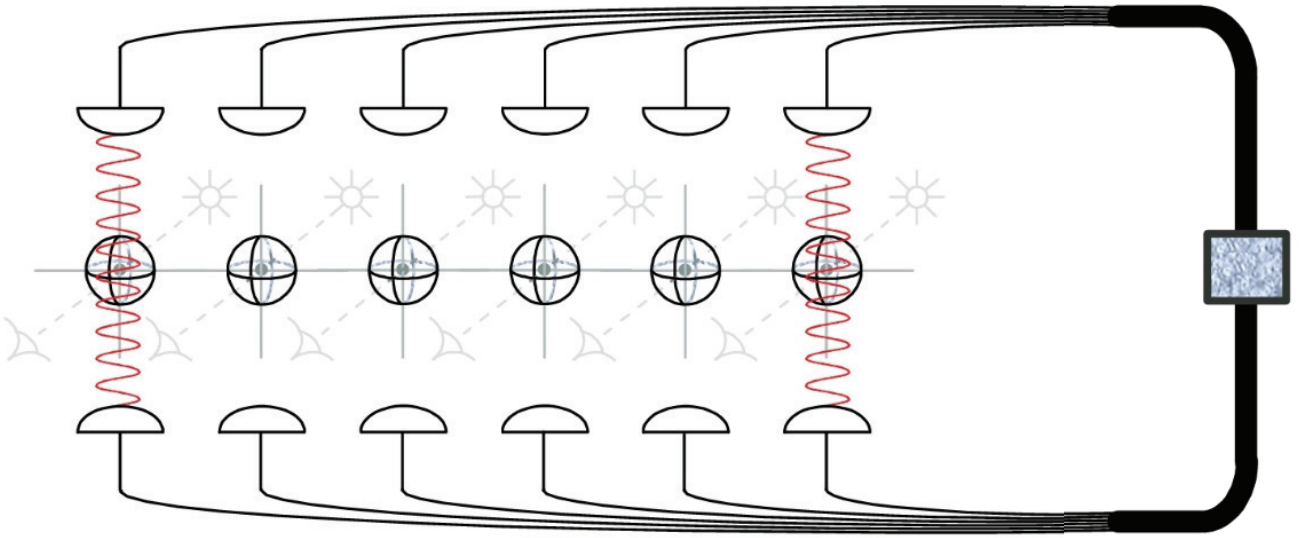
1) Инициализация



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Примерно изпълнение на квантов алгоритъм по квантова схема:

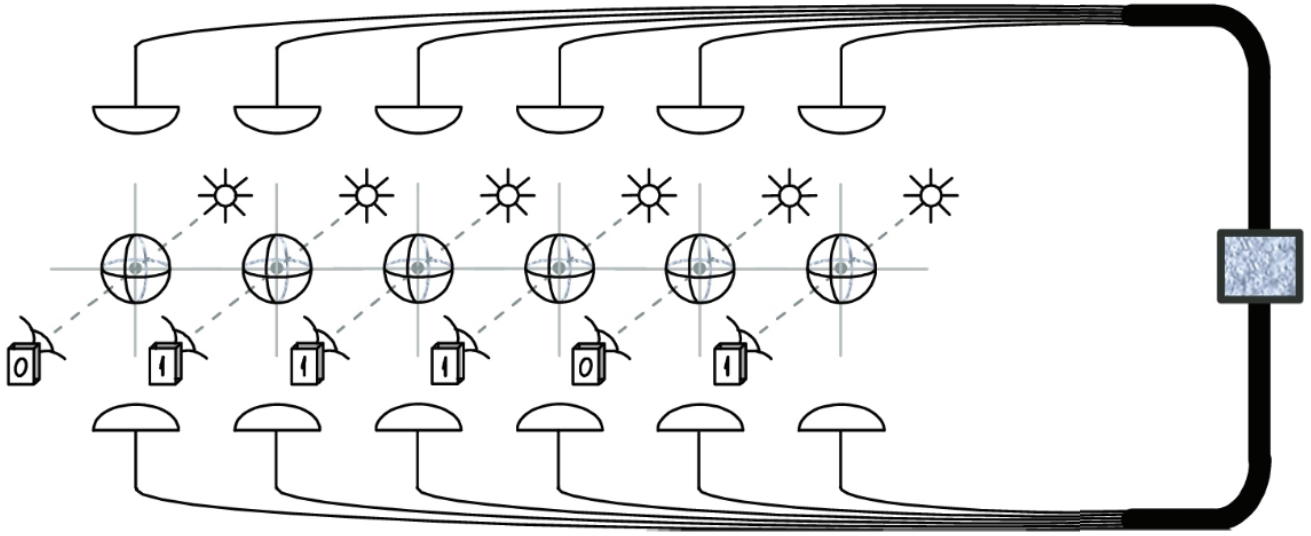
2) Квантово изчисление



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

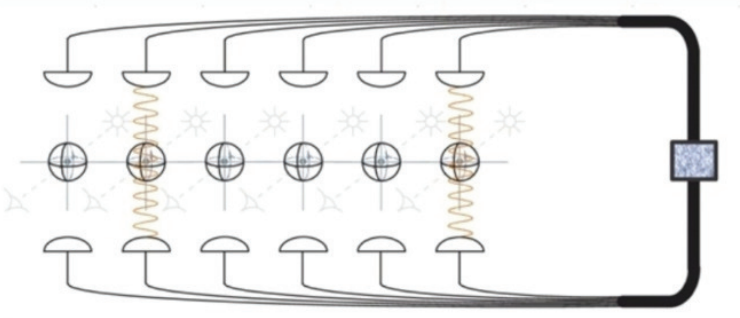
Примерно изпълнение на квантов алгоритъм по квантова схема:

3) Измерване на резултата



Изчислителен модел на логическите вериги / схеми (circuits) { класически и квантов

Примерно изпълнение на квантов алгоритъм по квантова схема:



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).