

1. Декохерентност

Да разгледаме чистото, но сплетено състояние на 2 q -бита $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (виж слайдове 24 и 25). Тогава средната стойност на наблюдаема

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \text{ поставена за първия } q\text{-бит: } A \mapsto A_{(1)} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{12} & 0 \\ 0 & a_{11} & 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & a_{21} & 0 & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\text{става } \langle A_{(1)} \rangle_{\Theta} = \langle \Theta | A_{(1)} | \Theta \rangle = \frac{1}{2} (a_{11} + a_{22}) = \text{Tr} \left(\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \right)$$

Тоест, чистото състояние на сплитане на двата q -бита изглежда смесено от гледна точка на първия q -бит.

Това е математическото описание на процеса на декохерентност.

Наблюдение $\Theta = \frac{1}{\sqrt{2}} (|e_0\rangle \otimes |e_0\rangle + |e_1\rangle \otimes |e_1\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\langle A_{(1)} \rangle_{\Theta} = \frac{1}{2} (a_{11} + a_{22}) = \text{tr} \left(\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \right)$$

→ изглежда състояние вън системата "1" (или "A")

$\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ - матр. на изпитаване



това е математическото описание на "декохерентност" = изглежда не чисто

2. Към теоремата на Вигнер (слайд 66)

$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2 \in [0, 1]$ (вер. на К.-У.)

Ψ, Φ - единични

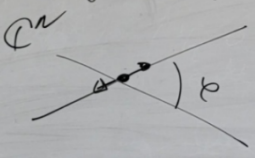
Търсим трансформации :

"единичен лъч" $\xrightarrow{\sim}$

$\{e^{i\varphi} \Psi\}_{\varphi \in [0, 2\pi]} \mapsto \{e^{i\varphi} \Psi'\}_{\varphi \in [0, 2\pi]}$

- трансформации на чисти състояния

$\{\Phi\} \mapsto \{\Phi'\}$



$|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2 = |\langle \Psi' | \Phi' \rangle|^2$

$\cos^2 \varphi$

Припомняме, че ако Ψ и Φ са вектори на чисти състояния, то вероятността за преход се определя като

$$P_{\Psi \rightarrow \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2 = \cos^2 \varphi (\text{направленията, определени от } \Psi \text{ и } \Phi)$$

"Направлението определено от Ψ " - това е съвкупността от всички единични вектори в $\mathbb{C}\Psi$, т.е., множеството $\{e^{i\varphi} \Psi\}_{\varphi \in [0, 2\pi]}$. То се нарича още "единичен лъч". Чистите състояния определят именно единични лъчи.

Така, квантова трансформация в картината на Шрьодингер е изображение на множеството на единичните лъчи от $\mathbb{C}^N$ в себе си, което запазва дължината.