

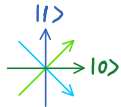
Квантови трансформации: примери и дискусија

Унитарни матрици и ортонормирани базиси

- пример 1.: гејт на Адамар / Hadamard gate

$$H := \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \left\{ \begin{array}{l} e_0 \equiv |0\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \\ e_1 \equiv |1\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} |0\rangle \\ |1\rangle \end{array} \right\} \text{---} \boxed{H} \text{---} \left\{ \begin{array}{l} 2^{-1/2} |0\rangle + 2^{-1/2} |1\rangle \\ 2^{-1/2} |0\rangle - 2^{-1/2} |1\rangle \end{array} \right.$$



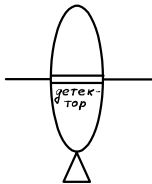
- пример 2.: Ротација на агол α : $R = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$

“Бомбен” тест на Елицур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

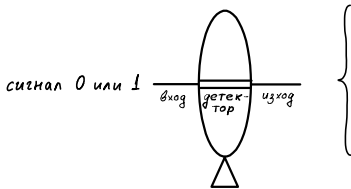
“Бомбен” тест на Елицур-Вайдман https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

а) Предположения: располагаме с бомби, задејствани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата – с повредени.



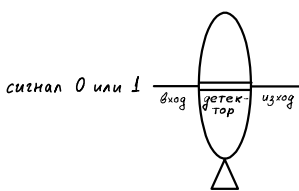
“Бомбен” тест на Елицур-Вайдман https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

а) Предположения: располагаме с бомби, задејствани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



“Бомбен” тест на Елицур-Вайдман https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

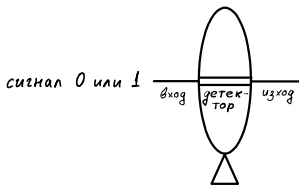


а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат \downarrow - задейства се

"Бомбен" тест на Елицур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.

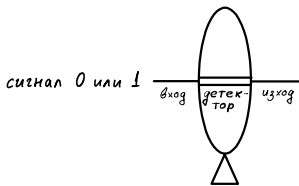


- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат \downarrow - задейства се
- б) при повредена бомба (детектор) ситгаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход \equiv изход).

"Бомбен" тест на Елицур-Вайдман

https://en.wikipedia.org/wiki/Elitzur-Vaidman_bomb_tester

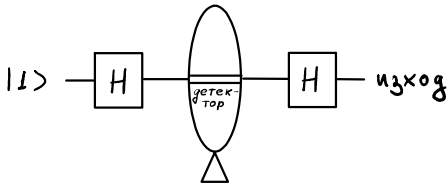
а) Предполагения: разполагаме с бомби, задействани с детектори. Една част са със здрави детектори, а другата - с повредени.



- а) при здрава бомба (детектор) се извършва измерване: при резултат \downarrow - задейства се
- б) при повредена бомба (детектор) считаме, че сигнала не се повлиява, т.е., все едно че няма детектор (вход \equiv изход).

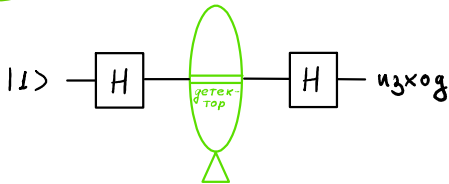
б) Задачата е да тестваме бомбите (детекторите) без да ги задействаме.

“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1



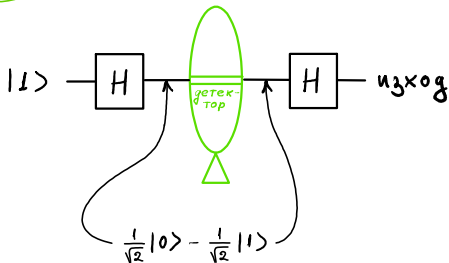
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



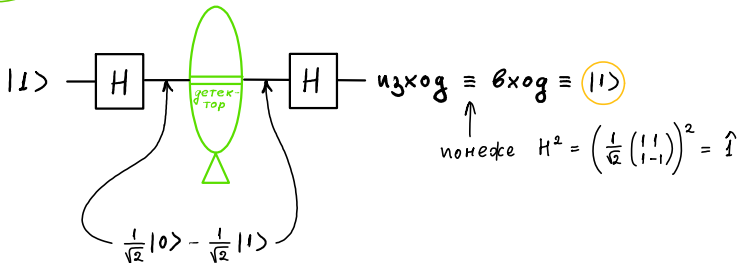
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



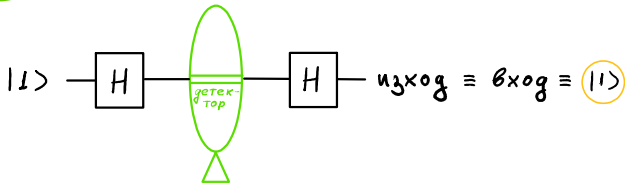
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



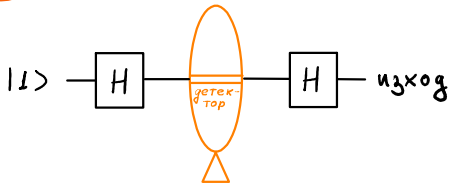
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



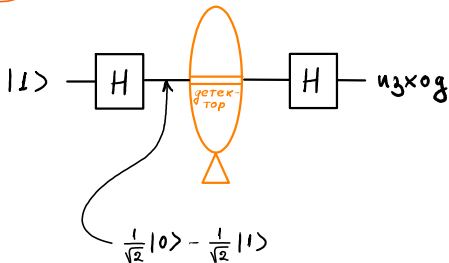
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



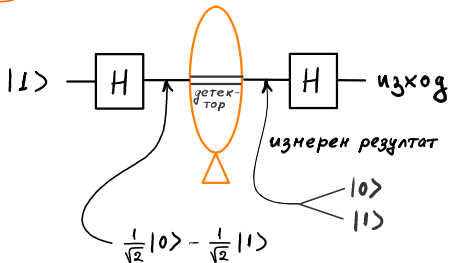
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



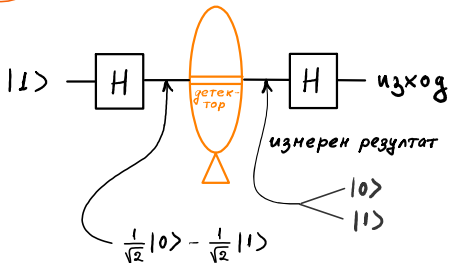
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



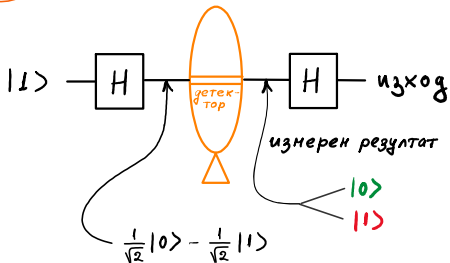
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



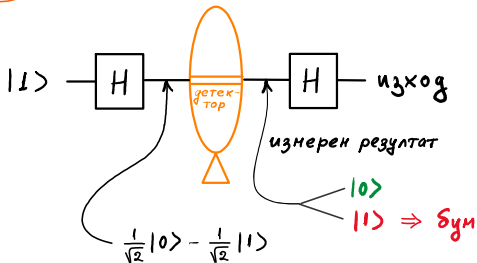
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



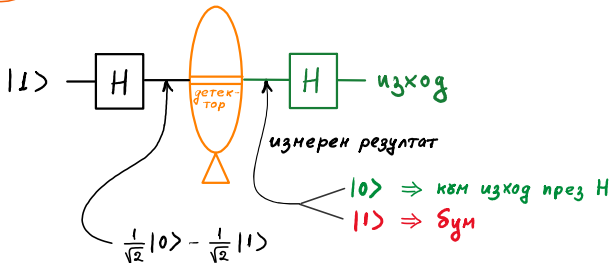
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



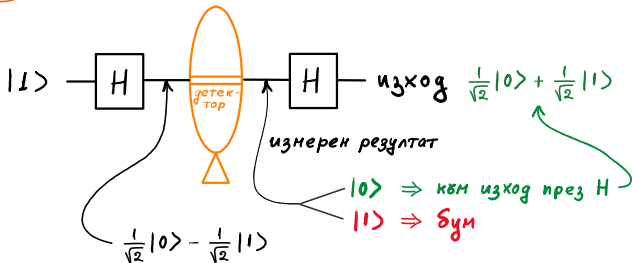
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



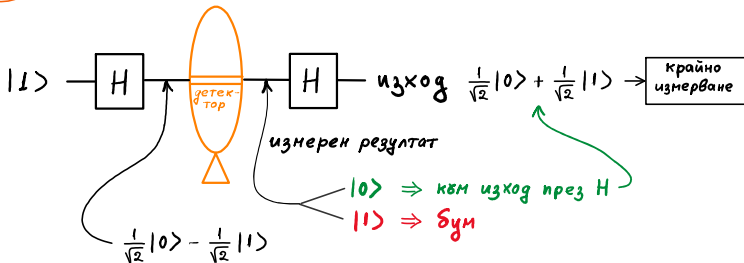
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



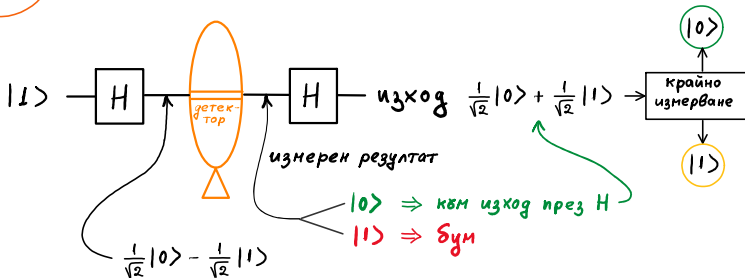
“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



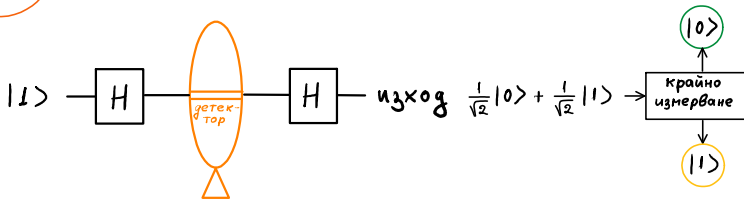
“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



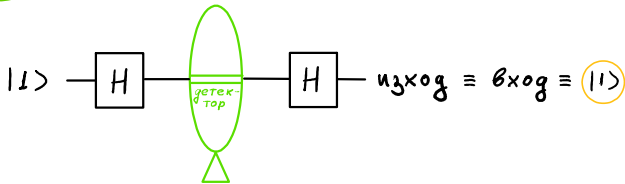
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба



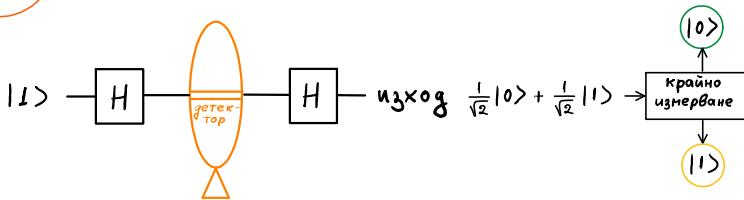
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

повредена
бомба



“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1

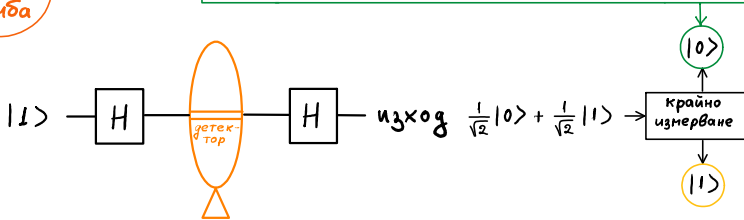
здрава
бомба



“Бомбен” тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

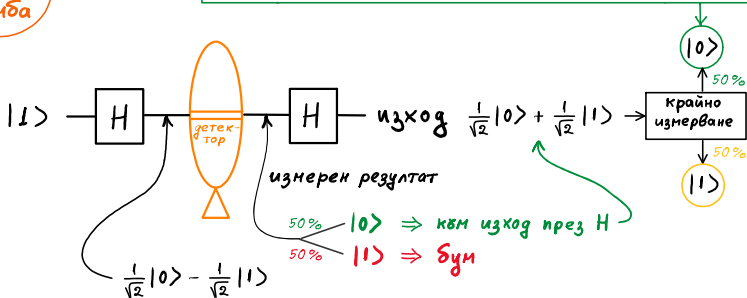
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуър-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

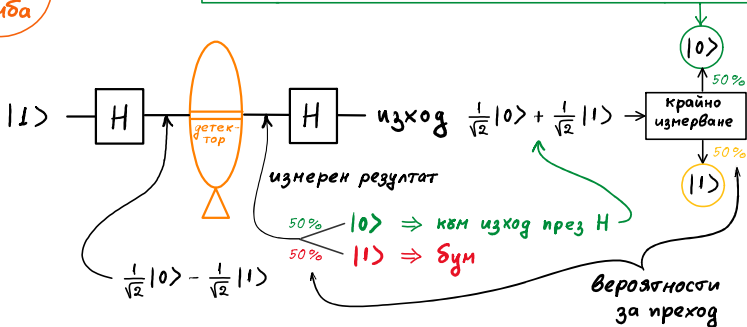
успешен тест: бомбата е здрава и незадействана



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

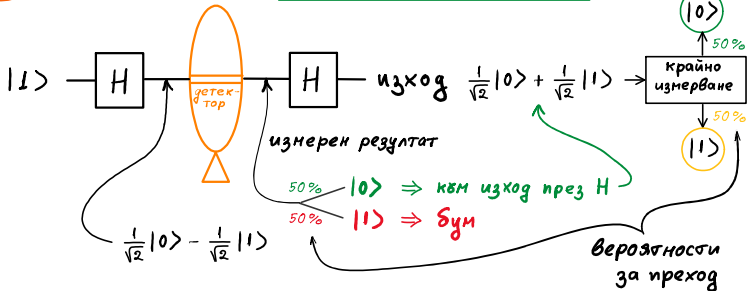


"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 1

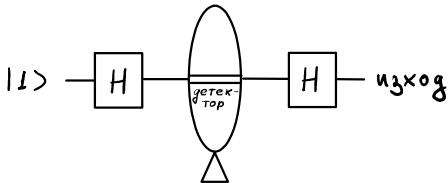
здрава
бомба

успешен тест: бомбата е здрава и незадействана

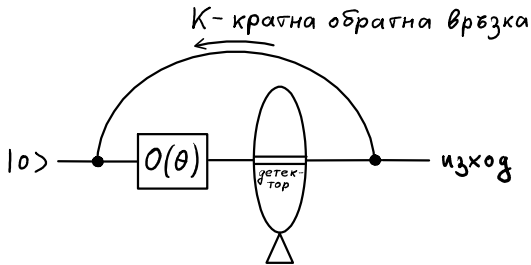
успех: $50\% \times 50\% = 25\%$



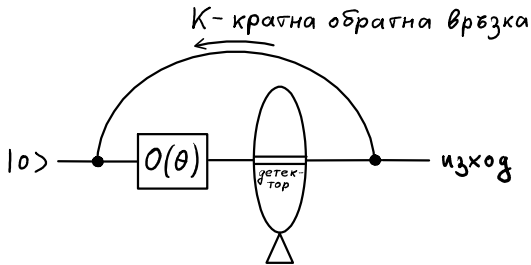
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 1



“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2

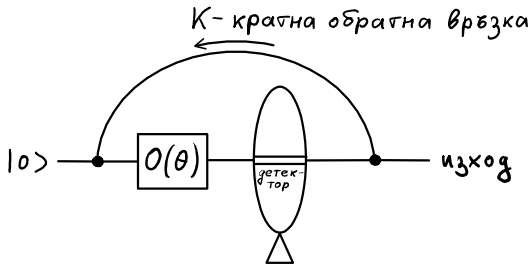


“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2

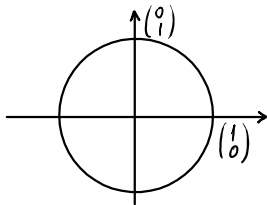


$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

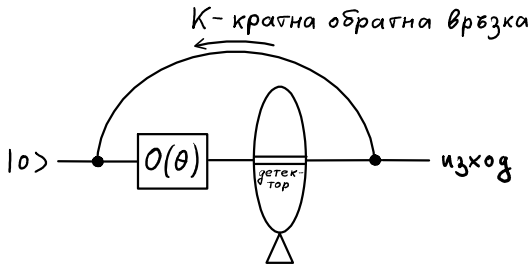
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



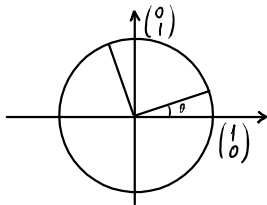
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



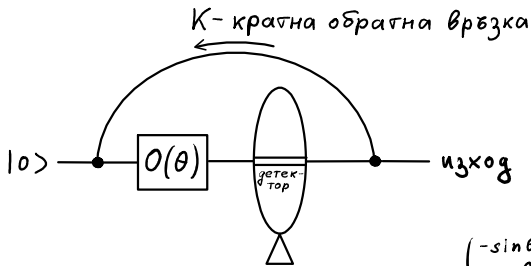
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



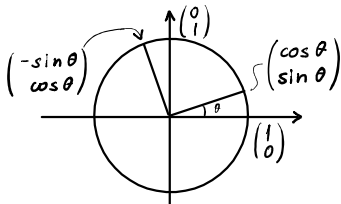
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



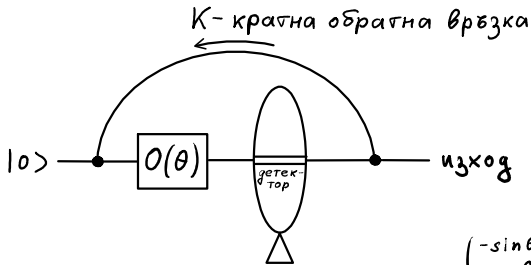
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



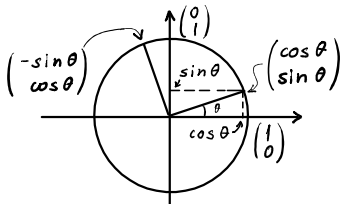
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



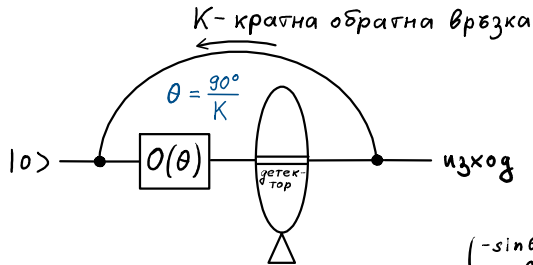
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



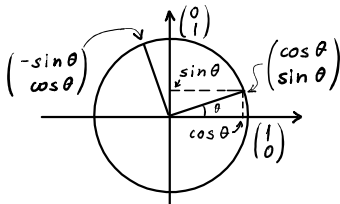
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



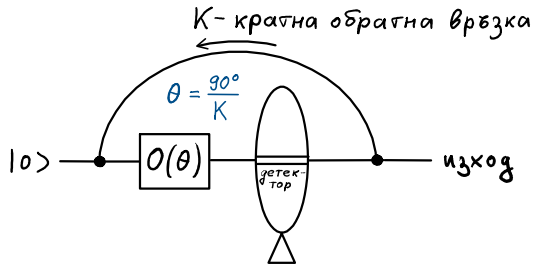
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



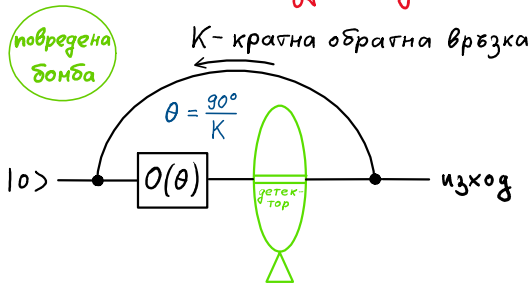
$$O(\theta) := \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$



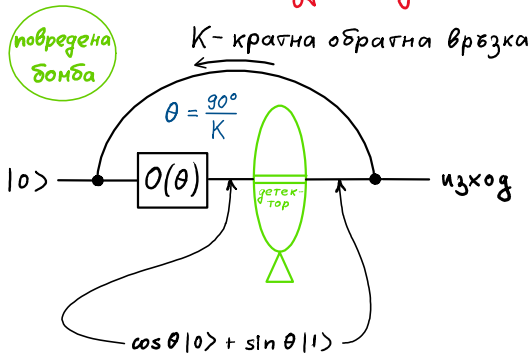
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



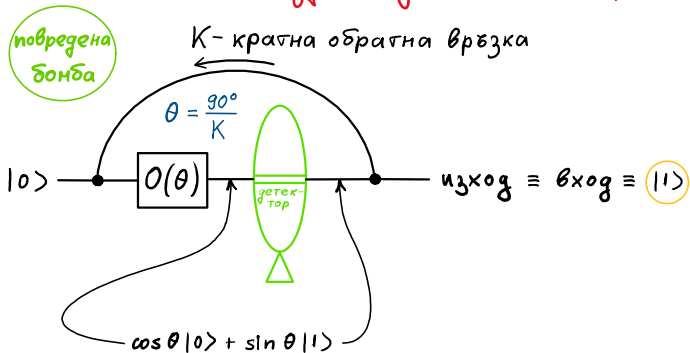
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



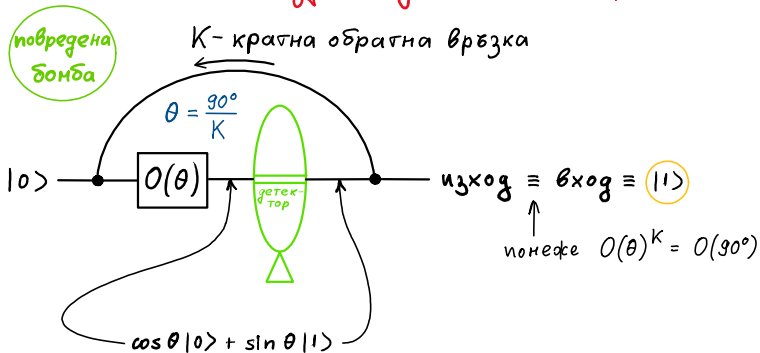
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



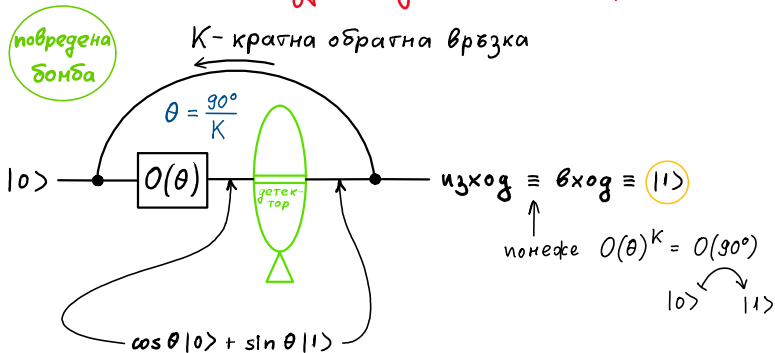
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



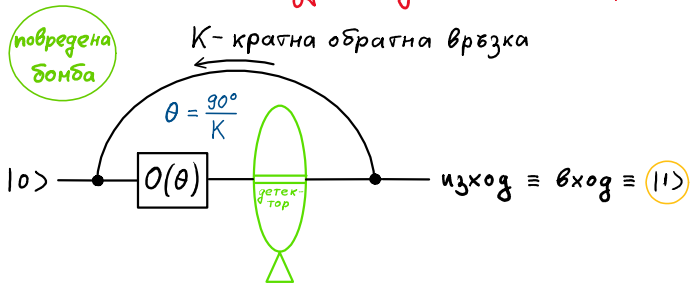
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



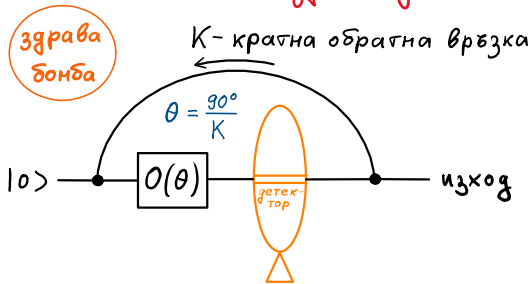
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



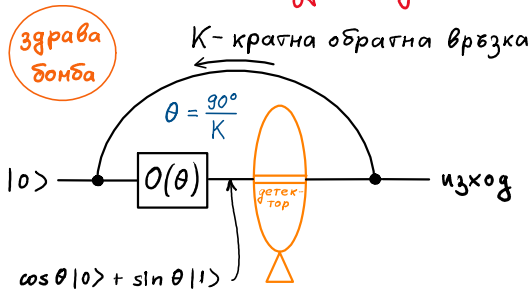
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



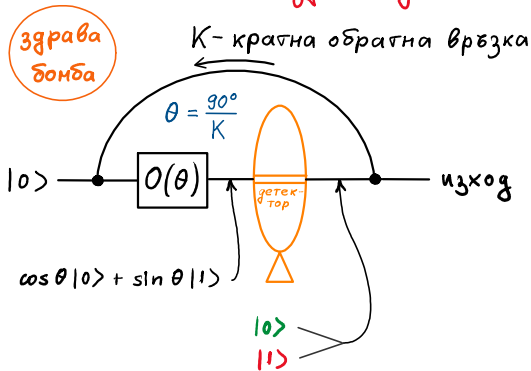
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



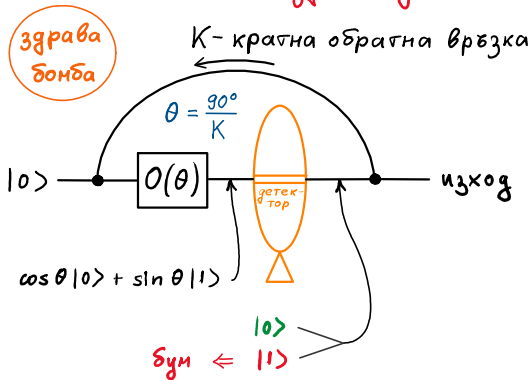
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



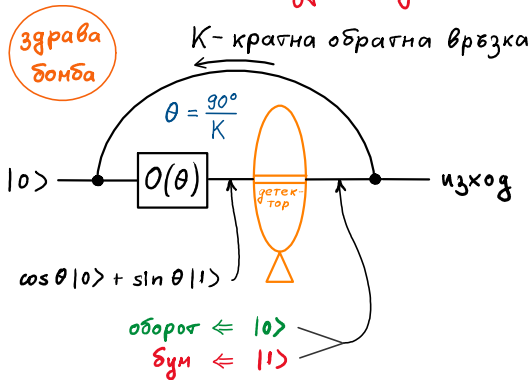
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



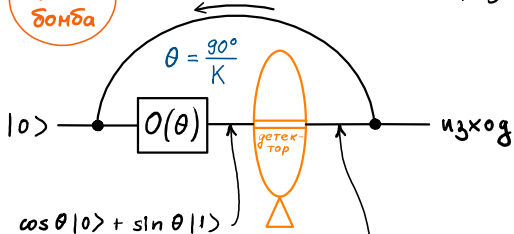
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2

здрава
бомба

К- кратна обратна врска



Верига на собитията:

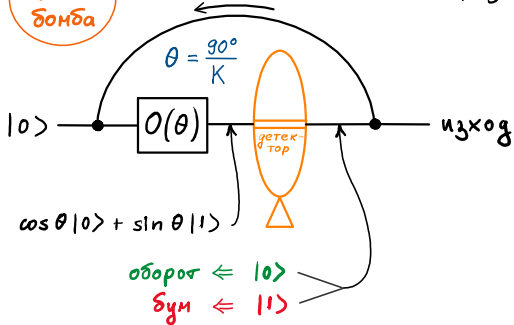
оборот $\leftarrow |0\rangle$

бум $\leftarrow |1\rangle$

"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2

здрава
бомба

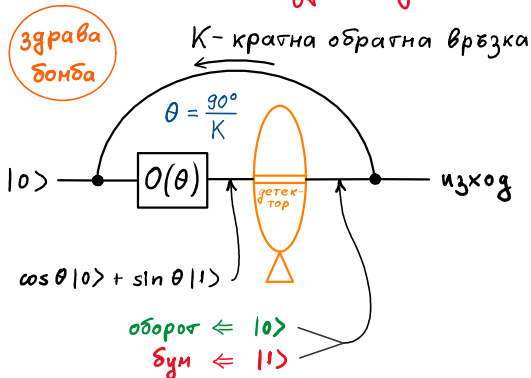
K- кратна обратна врска



Верига на собитията:

● стена!

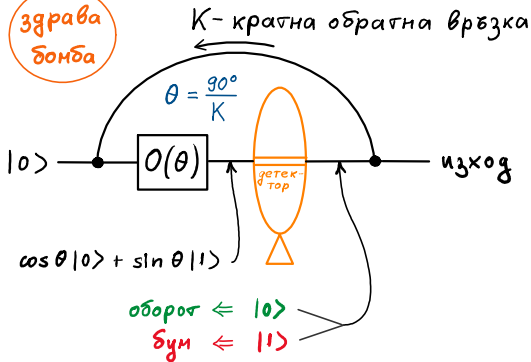
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на собитията:
детекција • стапка!

"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2

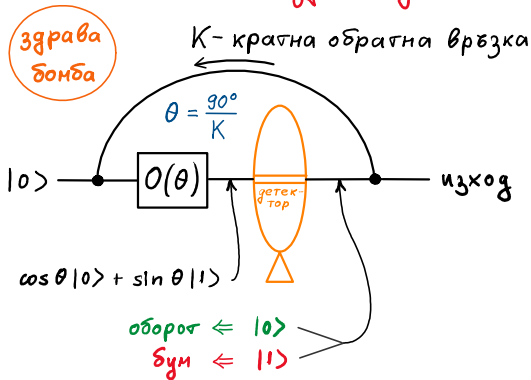
здрава
бомба



Верига на собитиета:



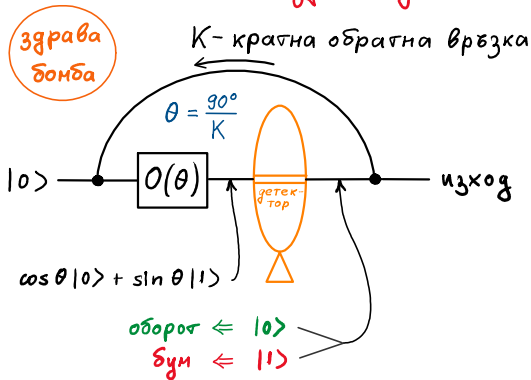
"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



Верижа на собитиета:



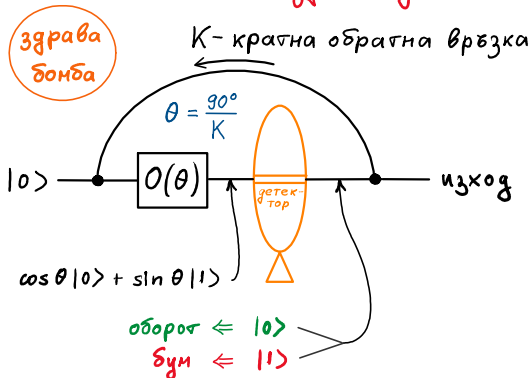
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



Верига на собитията:



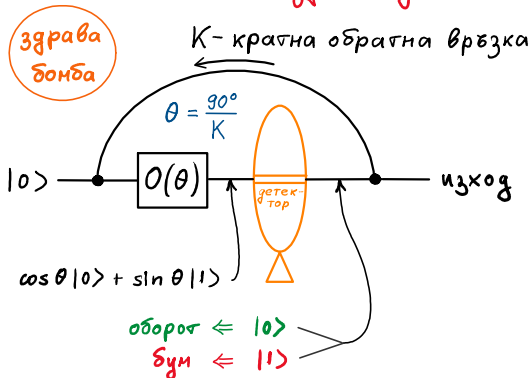
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



Верига на собитията:



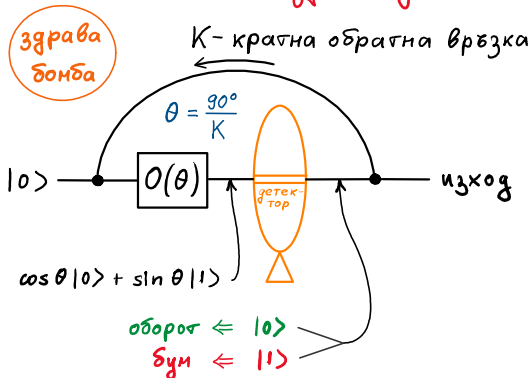
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



Верига на собитията:



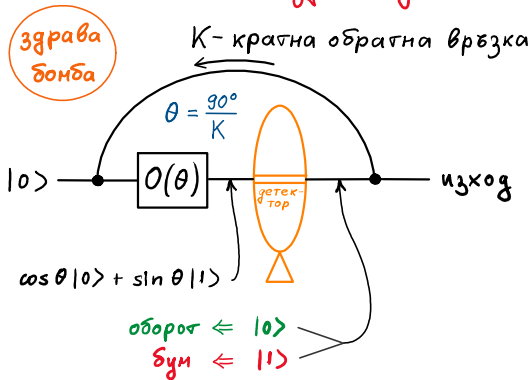
"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



Верига на собитията:



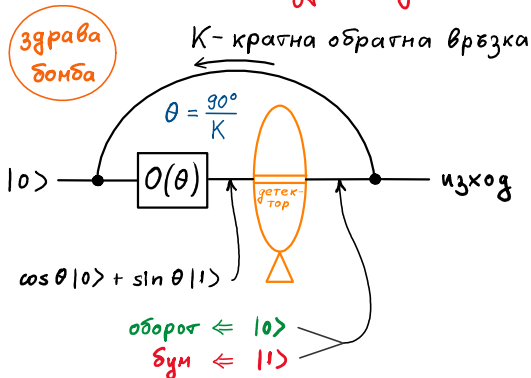
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2



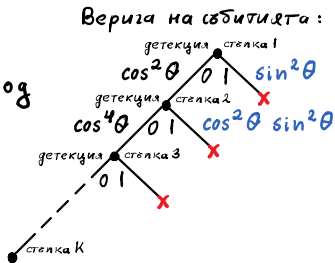
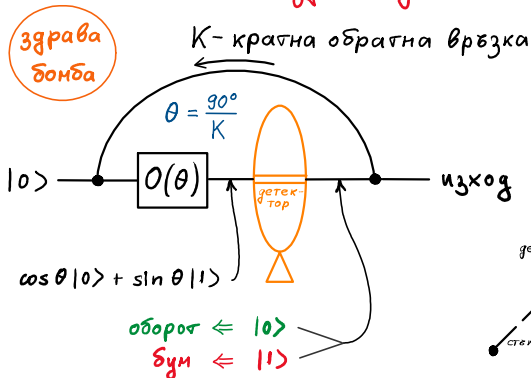
Верига на собитията:



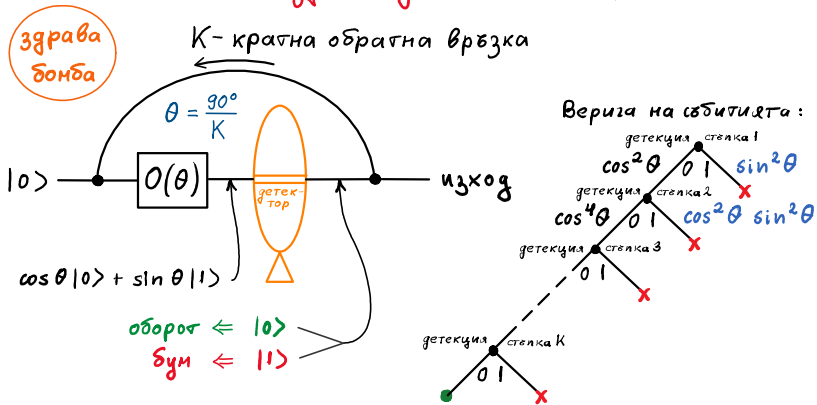
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



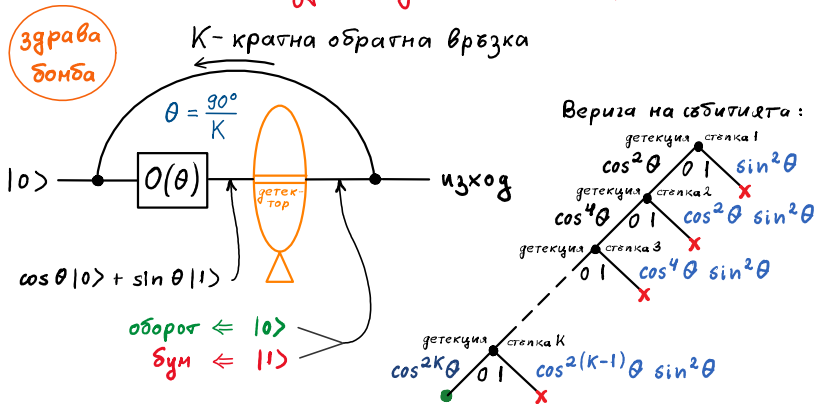
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман – квантово решение 2

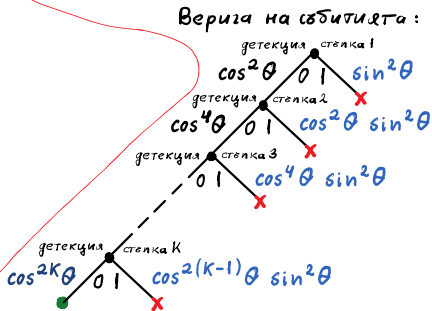


“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

Разпределение на вероятностите



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

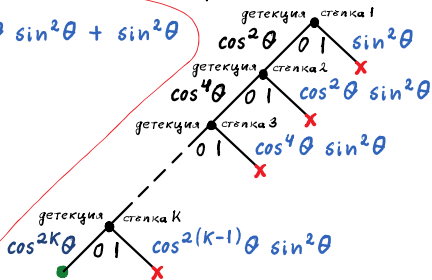
Разпределение на вероятностите

$$\cos^{2k}\theta$$

$$+ \cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

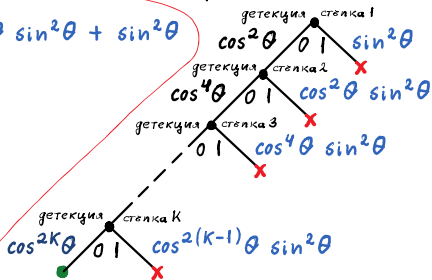
$\underbrace{\cos^{2k}\theta}$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

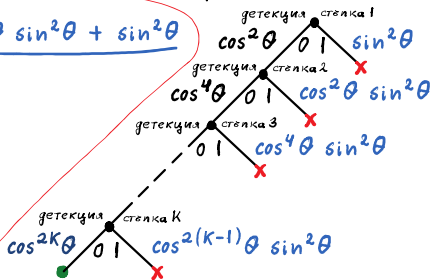
$\underbrace{\cos^{2k}\theta}$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{задейства се}}$$

$$= 1$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

$\underbrace{\cos^{2k}\theta}$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

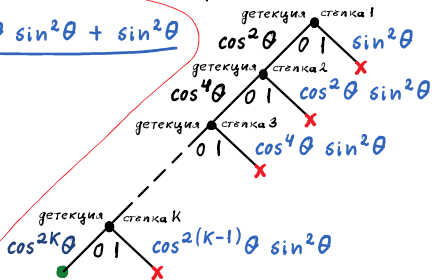
$$= 1$$

задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2k}\theta$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2

$\underbrace{\cos^{2k}\theta}$
не се задејства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= 1$$

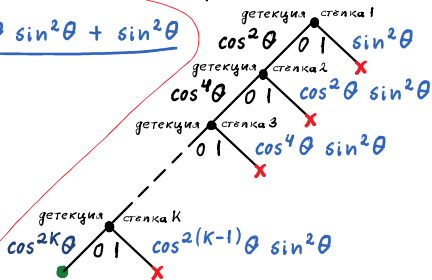
задејства се
с веројатност

$$1 - \cos^{2k}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2k} \frac{\pi}{2k}$$

Разпределение на веројатностите

Верица на собитията:



"Бомбен" тест на Елиуур-Вайдман - квантово решение 2

$\underbrace{\cos^{2k}\theta}$
не се задейства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= 1$$

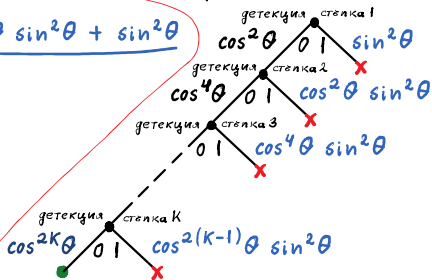
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2k}\theta$$

$$\approx 1 - \cos^{2k}\frac{\pi}{2k} \approx \frac{\pi^2}{4k}$$

Разпределение на вероятностите

Верига на събитията:



"Бомбен" тест на Елиџур-Вајдман - квантово решение 2

$\underbrace{\cos^{2k}\theta}$
не се задејства
и изхода е 0

$$+ \underbrace{\cos^{2(k-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= 1$$

задејства се
с веројатност

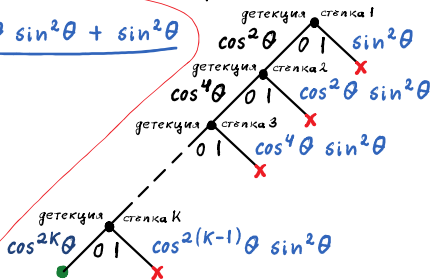
$$1 - \cos^{2k}\theta$$

$$\equiv 1 - \cos^{2k} \frac{\pi}{2k} \approx \frac{\pi^2}{4k} \rightarrow 0$$

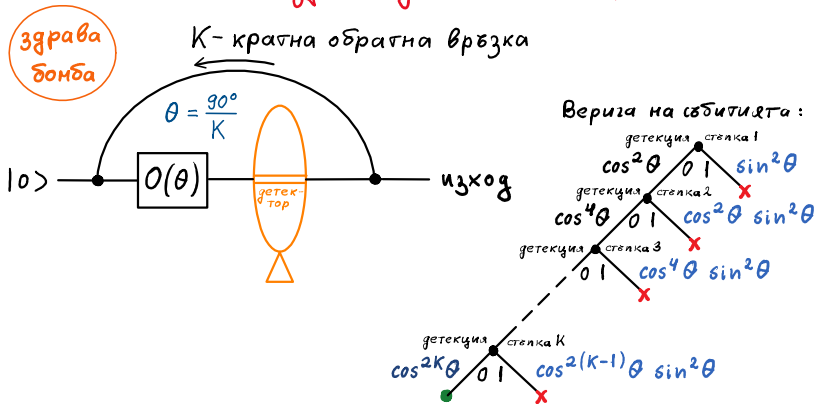
при
 $k \rightarrow \infty$

Разпределение на веројатностите

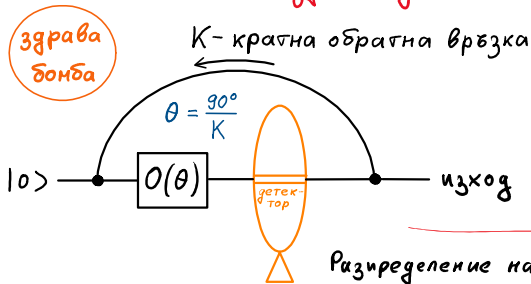
Верига на собитията:



“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



Разпределение на веројатностите:

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задејства}} = 1$$

и изхода е 0

задејства се

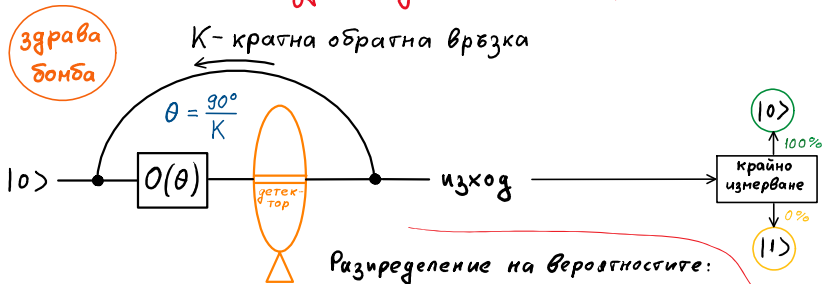
с веројатност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\approx 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$

"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



Разпределение на вероятностите:

$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задейства и изхода е 0}} = 1$$

не се задейства
и изхода е 0

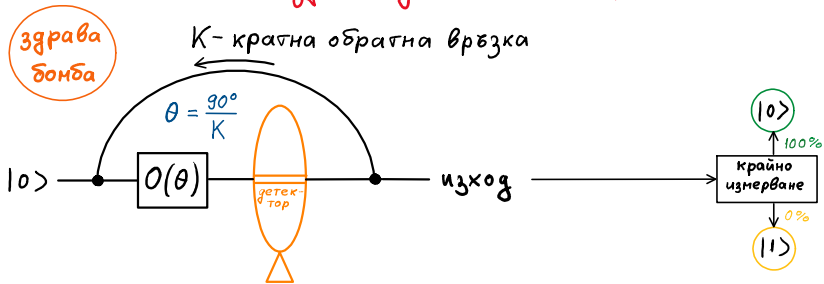
задейства се
с вероятност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

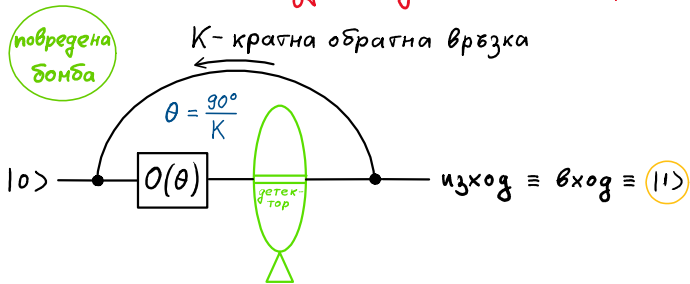
$$\approx 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$

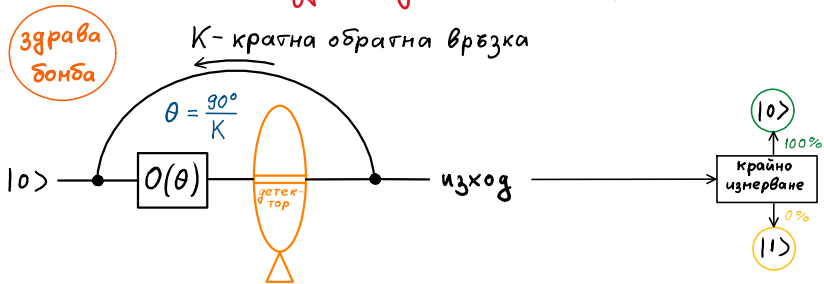
“Бомбен” тест на Елицур-Вайдман - квантово решение 2



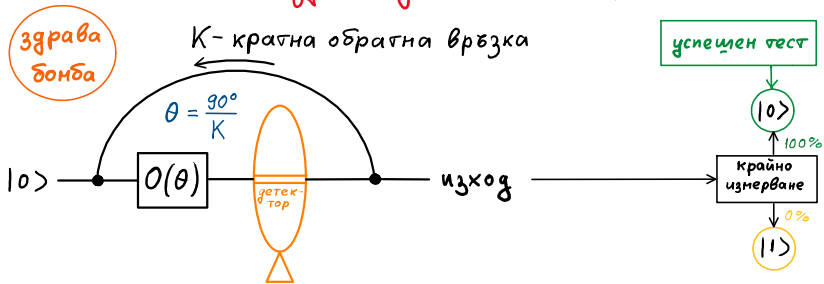
“Бомбен” тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



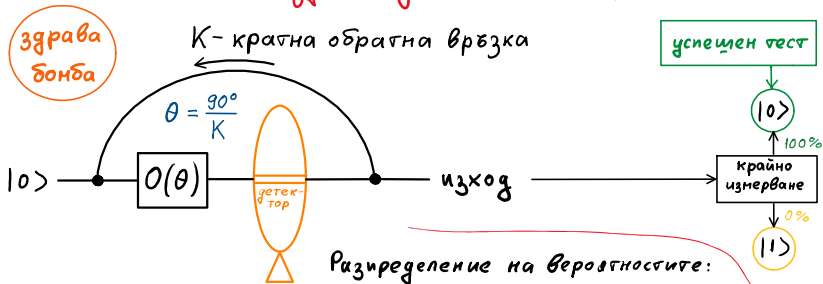
“Бомбен” тест на Елицур-Вайдман - квантово решение 2



“Бомбен” тест на Елиуър-Вайдман – квантово решение 2



"Бомбен" тест на Елиџур-Вайдман - квантово решение 2



$$\underbrace{\cos^{2K}\theta + \cos^{2(K-1)}\theta \sin^2\theta + \dots + \cos^4\theta \sin^2\theta + \sin^2\theta}_{\text{не се задејства}} = 1$$

и изхода е 0

задејства се
с веројатност

$$1 - \cos^{2K}\theta$$

$$\approx 1 - \cos^{2K} \frac{\pi}{2K} \approx \frac{\pi^2}{4K} \rightarrow 0$$

при
 $K \rightarrow \infty$