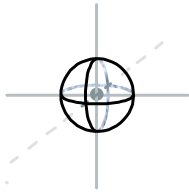


# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

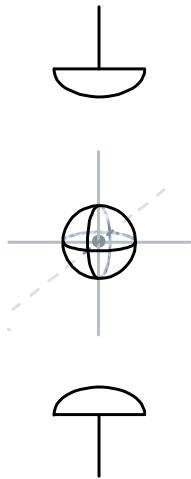
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

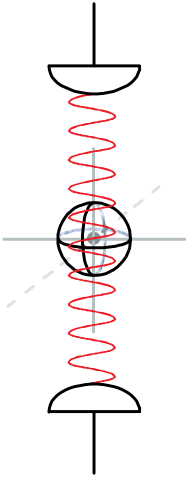
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

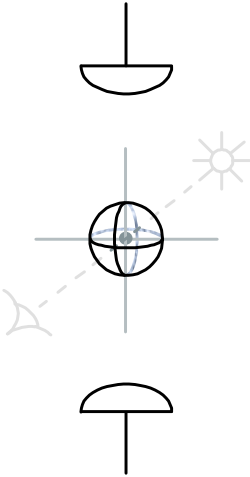
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

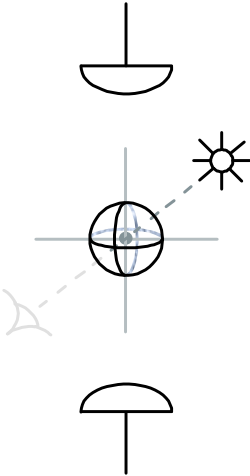
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

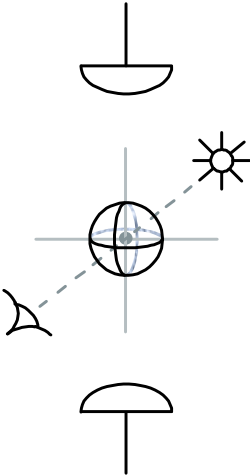
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

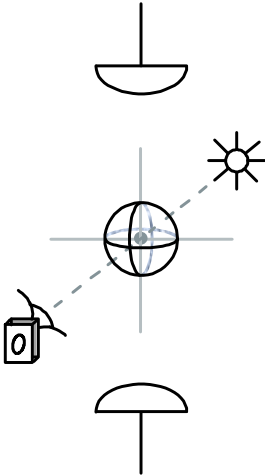
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

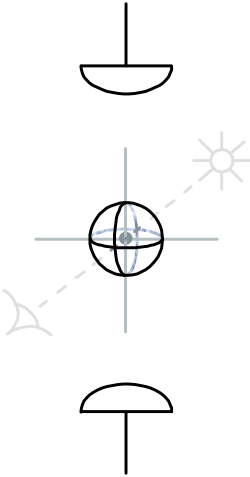
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

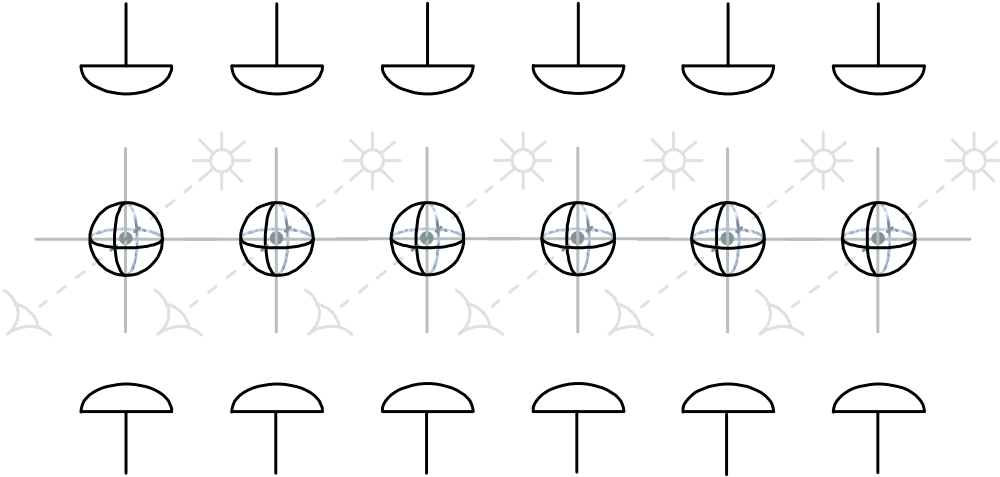
0) Сглобяване - квантов бит



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

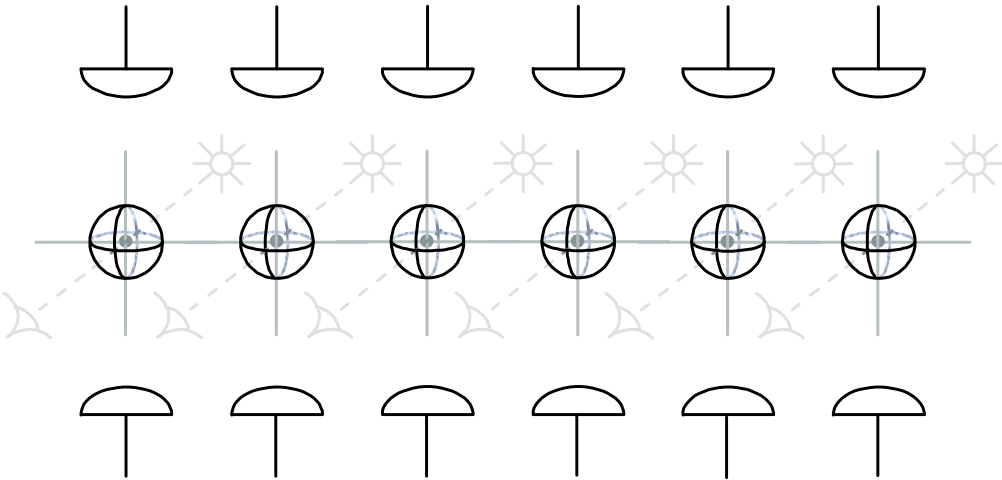
0) Сглобяване - система от квантови битове



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

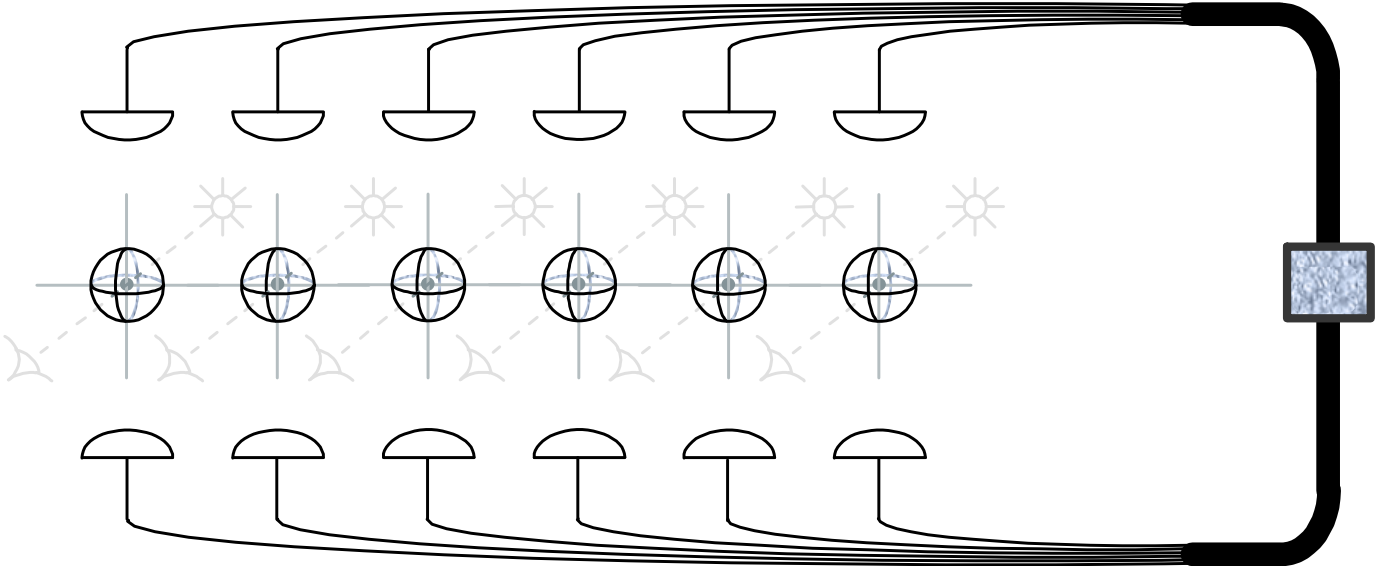
## 0) Сглобяване



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

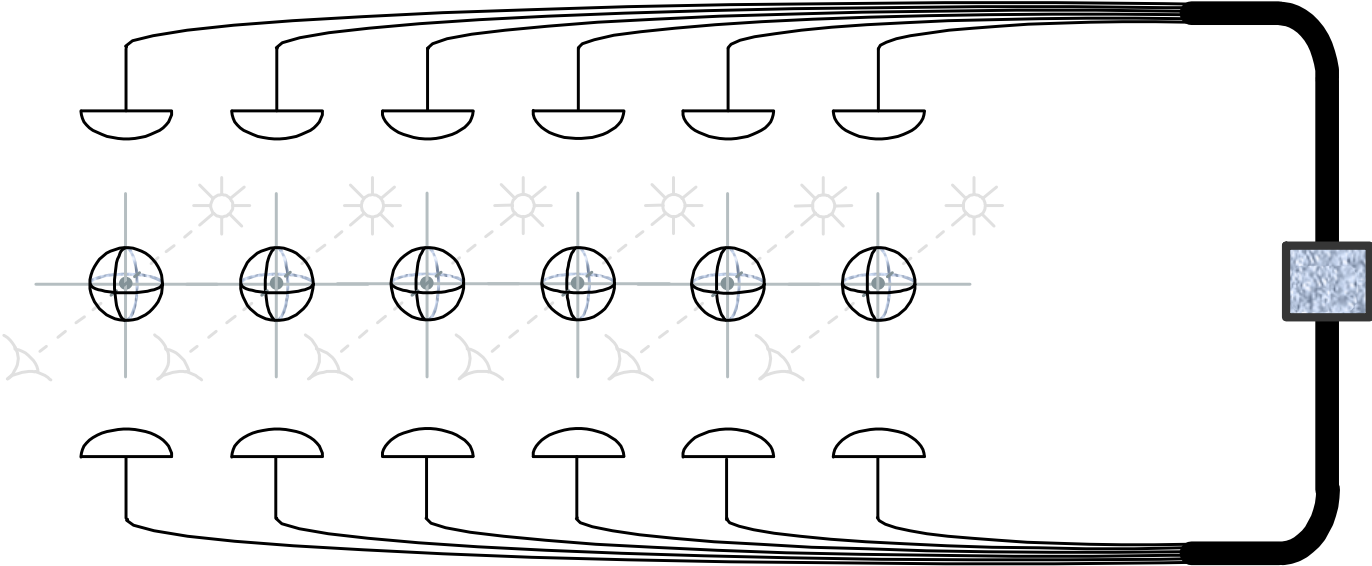
## 0) Сглобяване



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

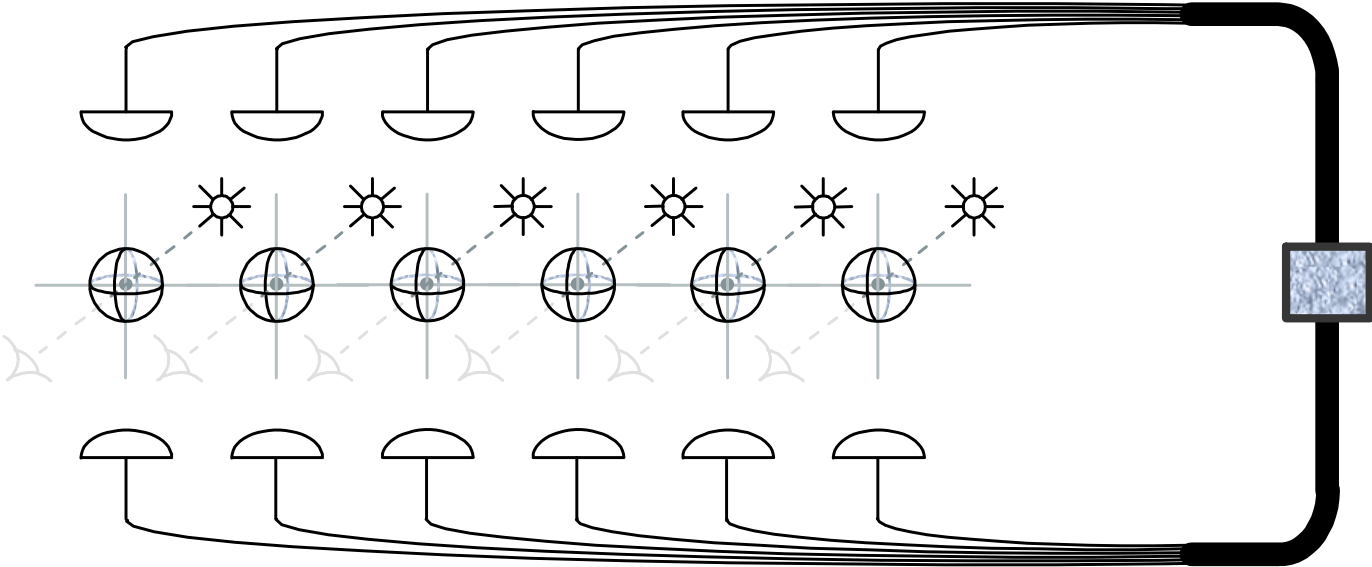
## 1) Инициализация



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

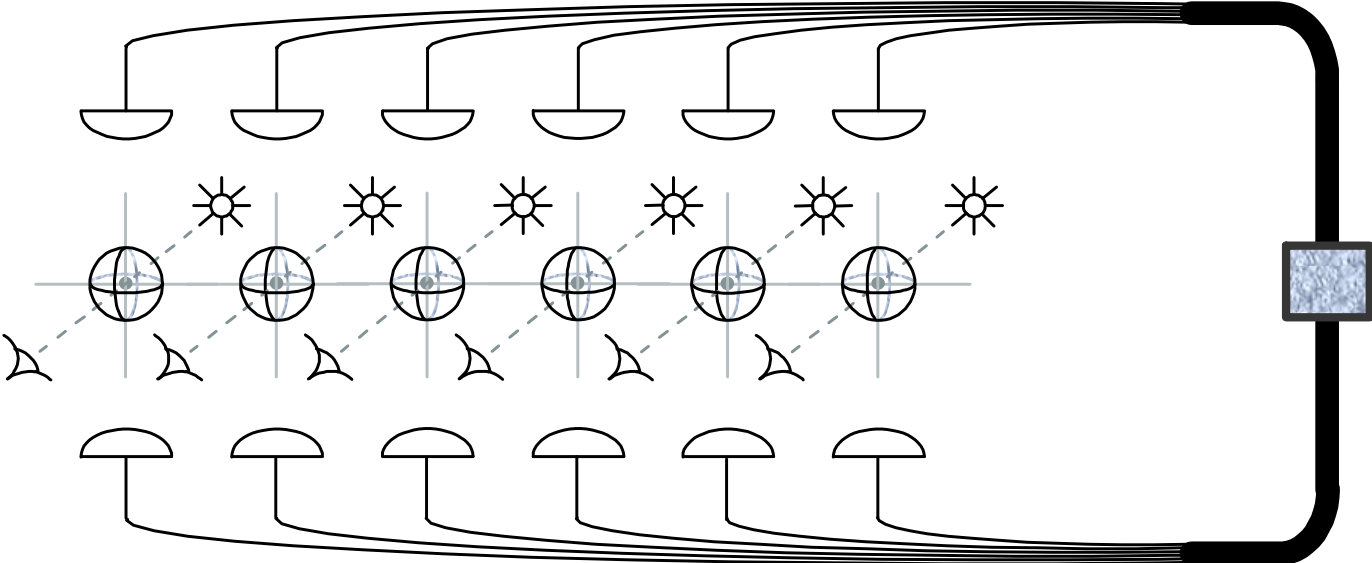
## 1) Инициализация



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

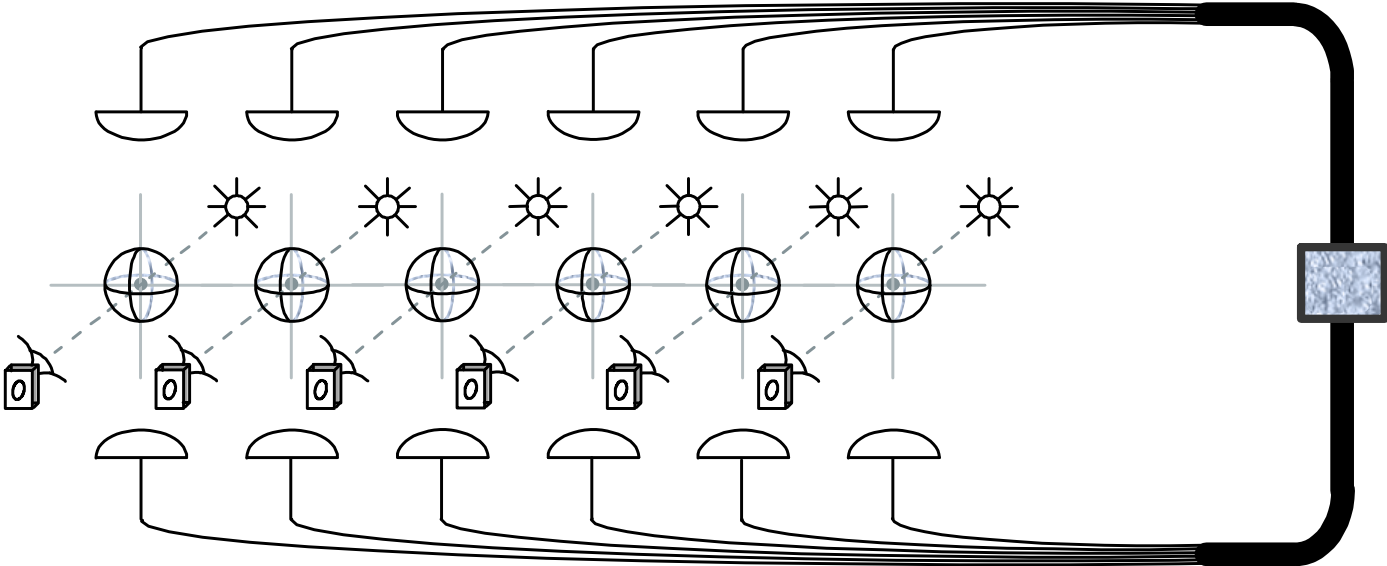
## 1) Инициализация



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

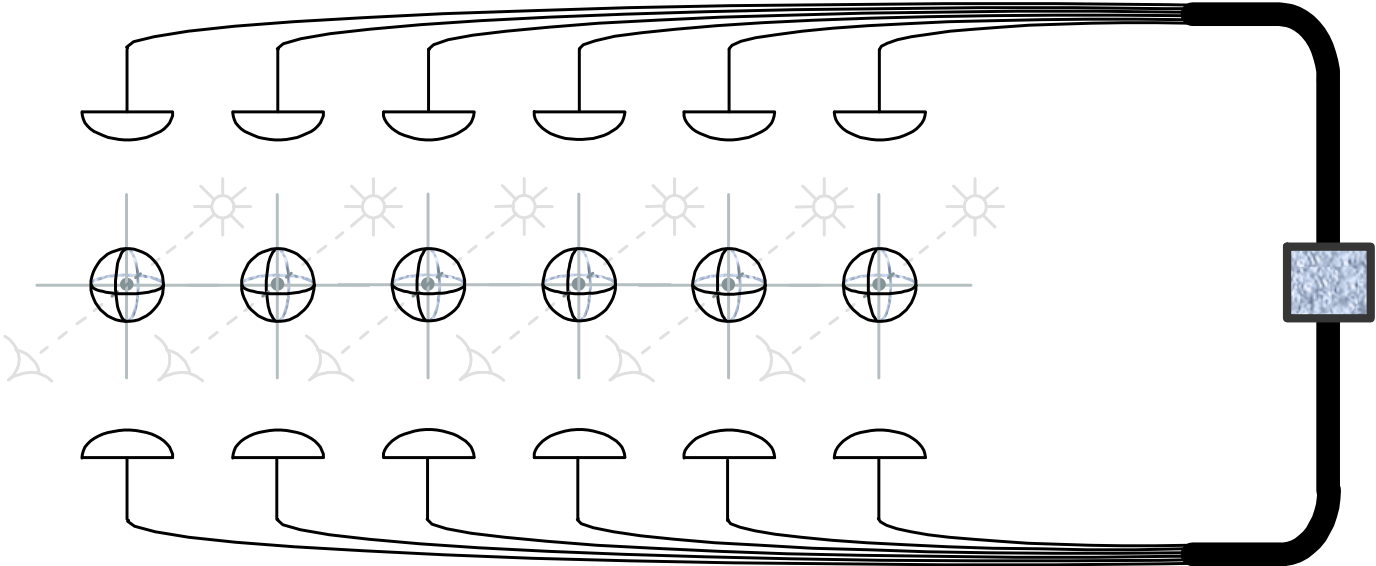
## 1) Инициализация



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

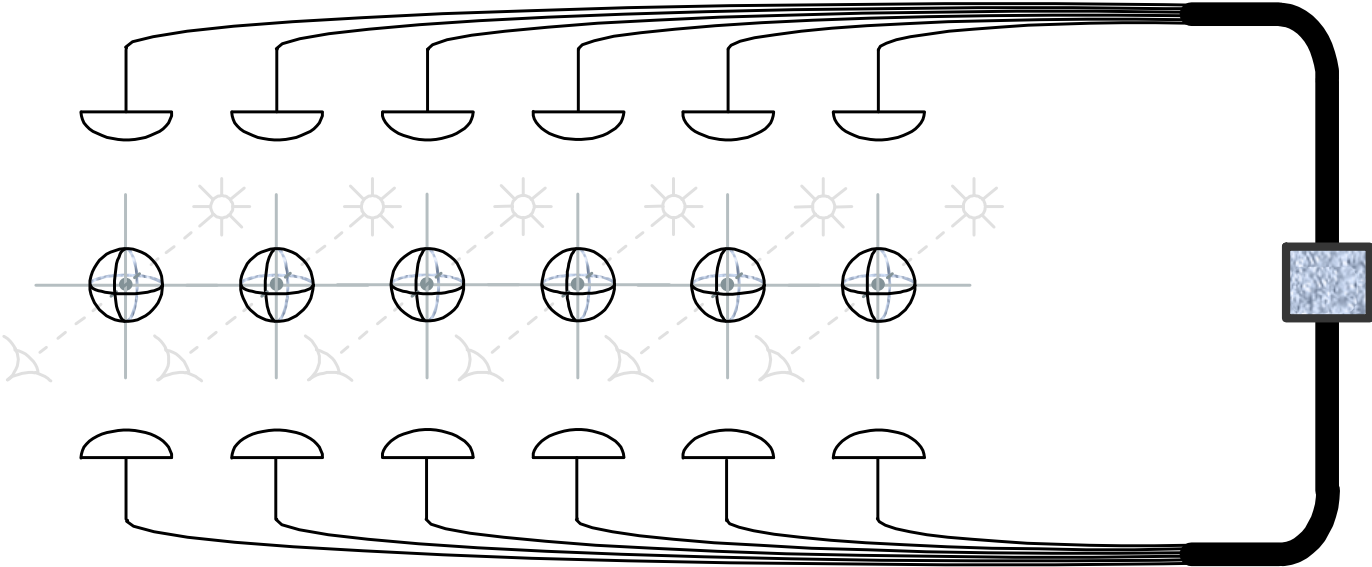
## 1) Инициализация



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

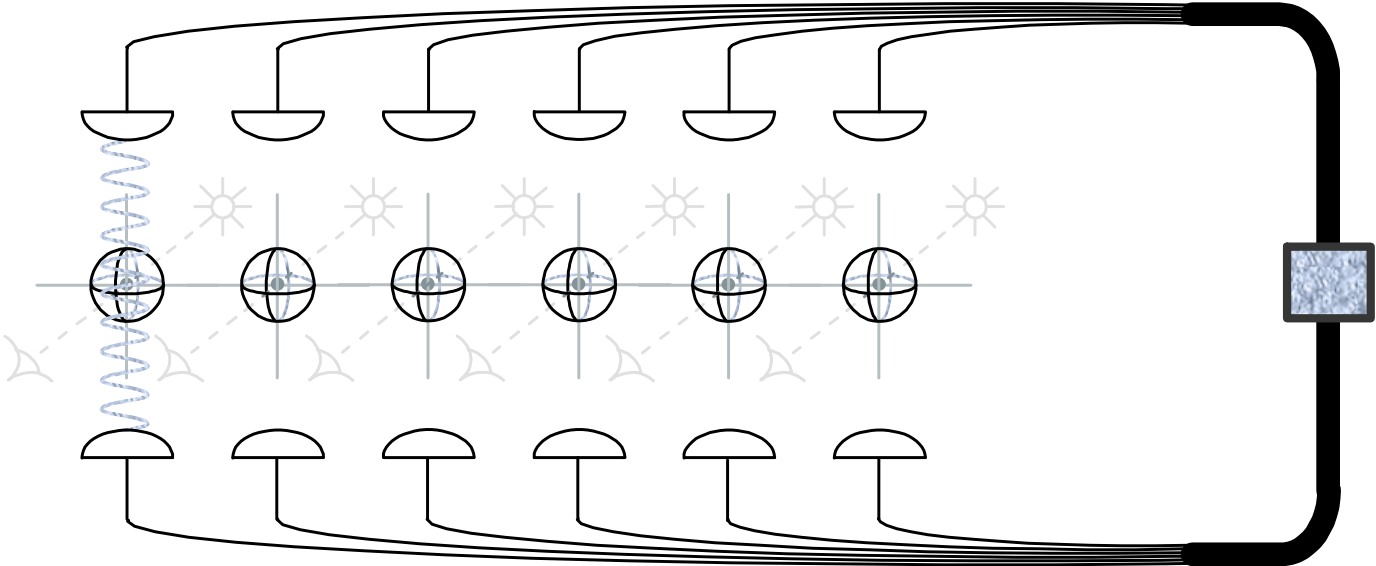
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

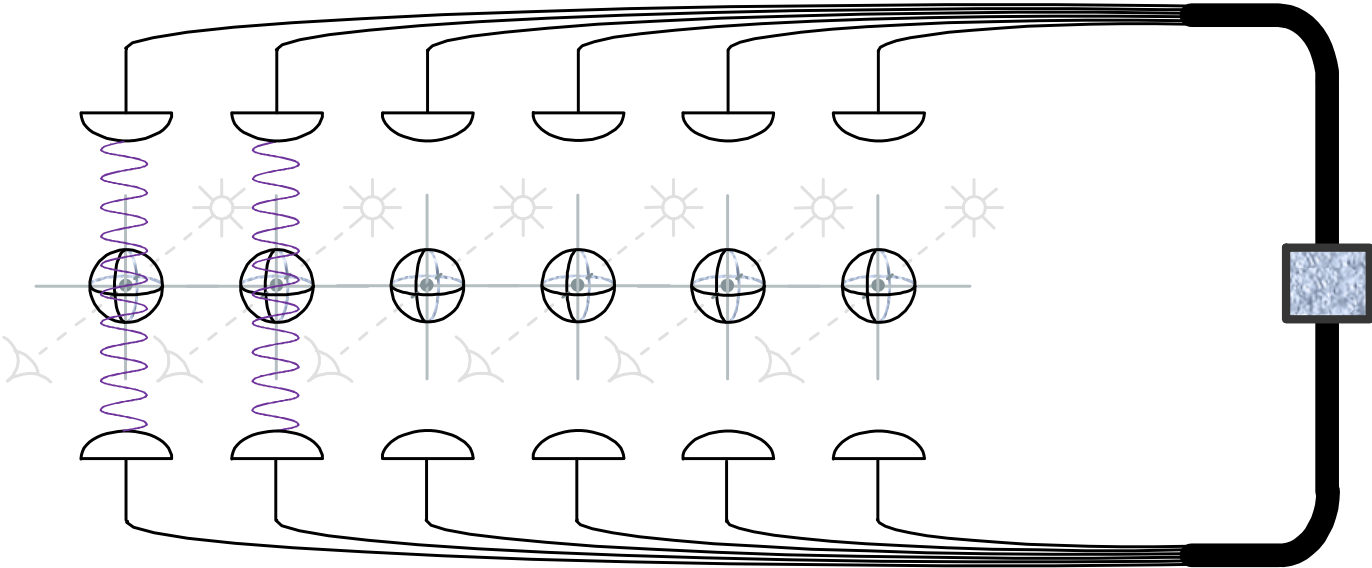
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

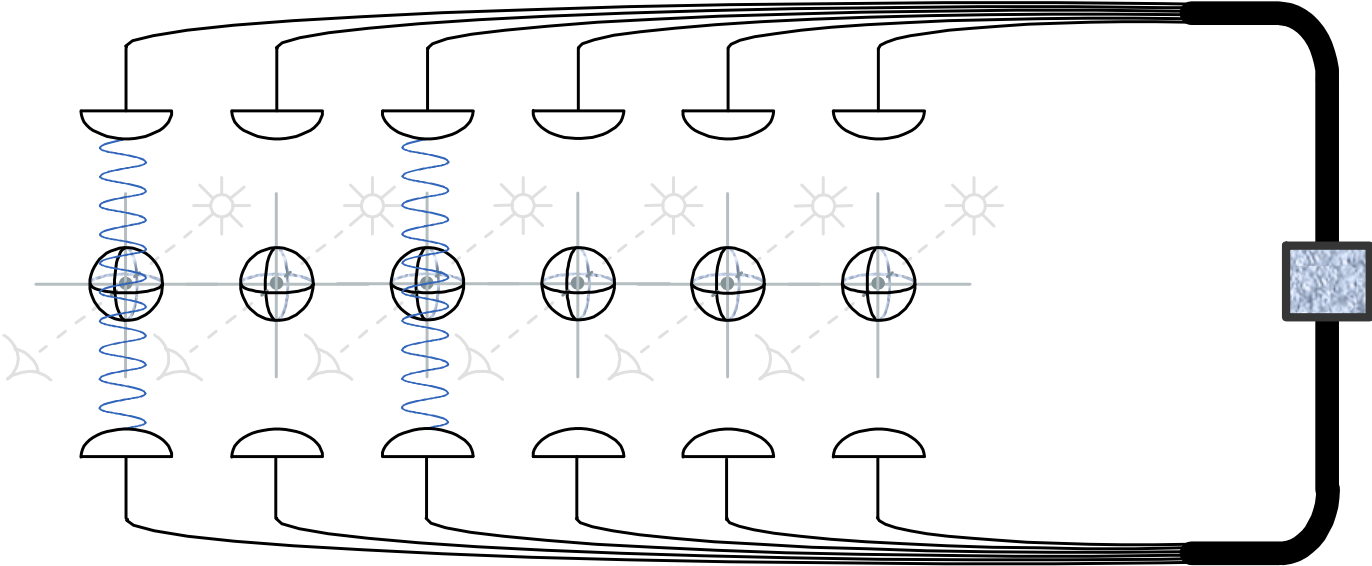
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

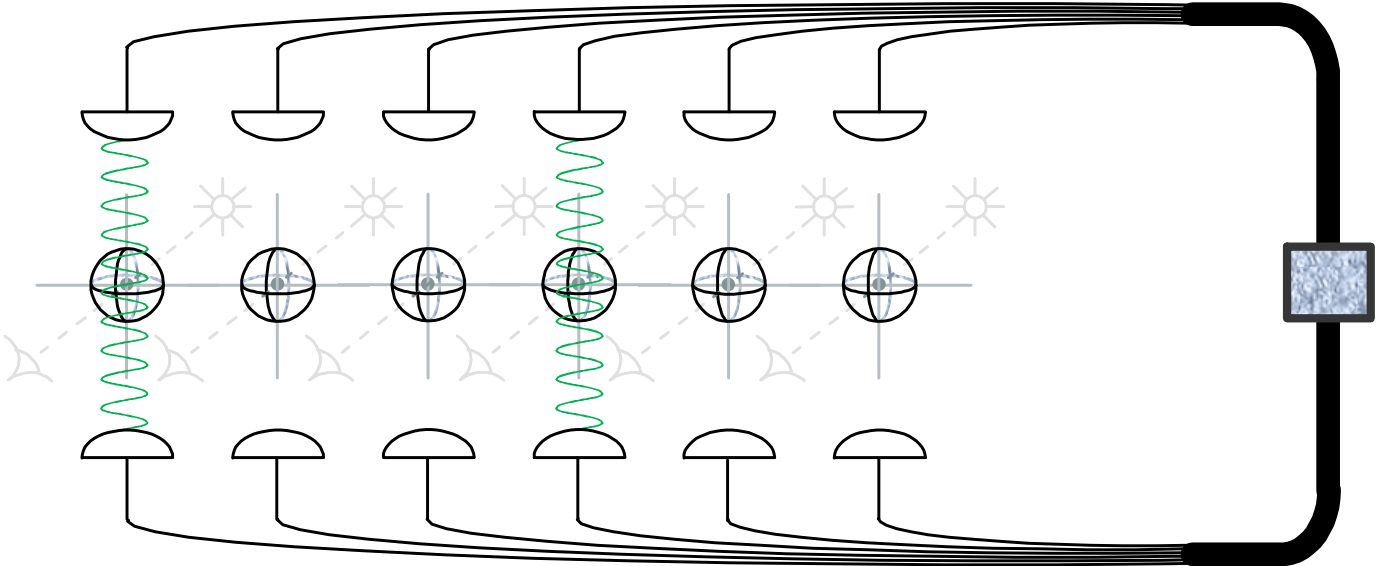
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

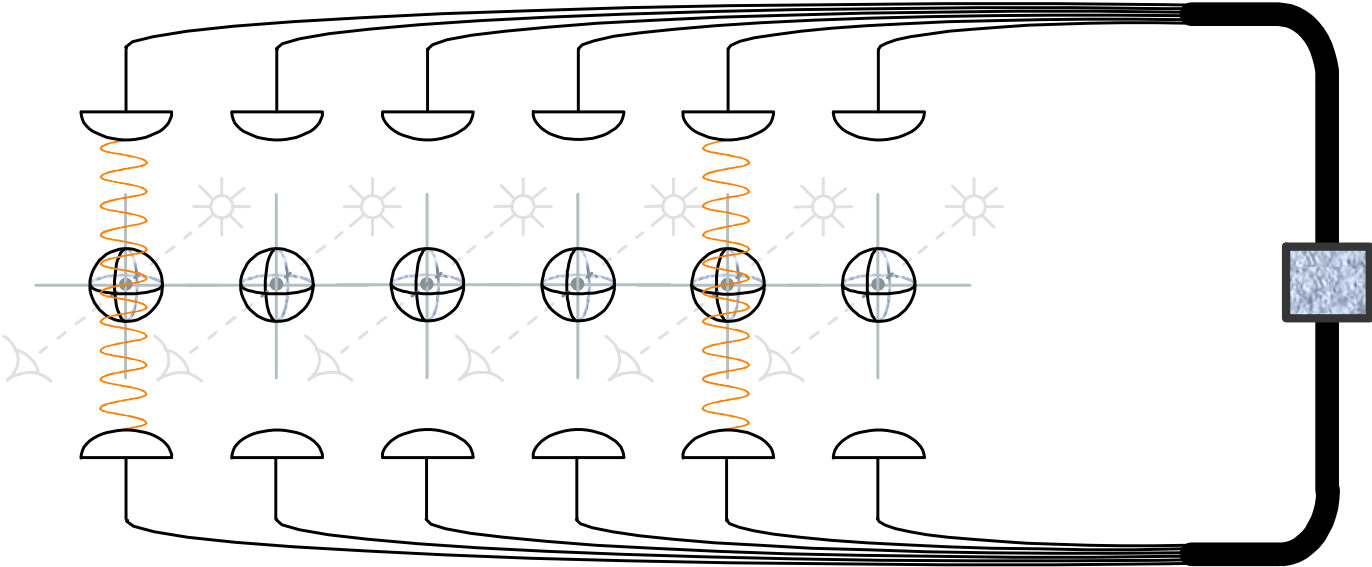
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

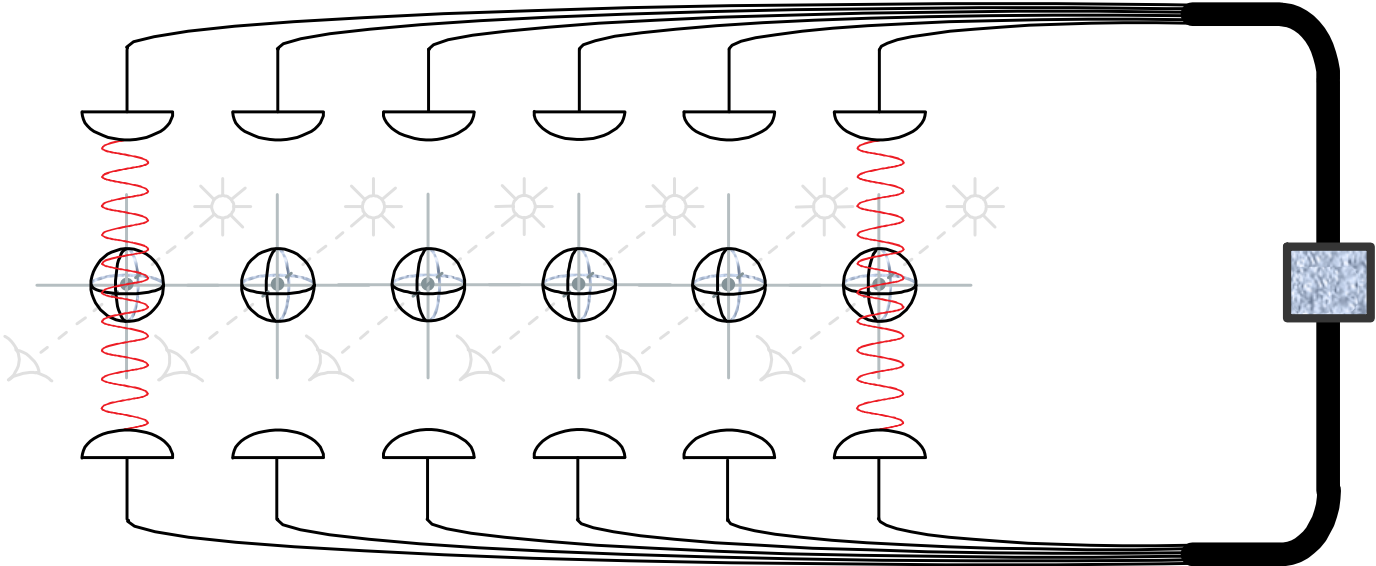
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

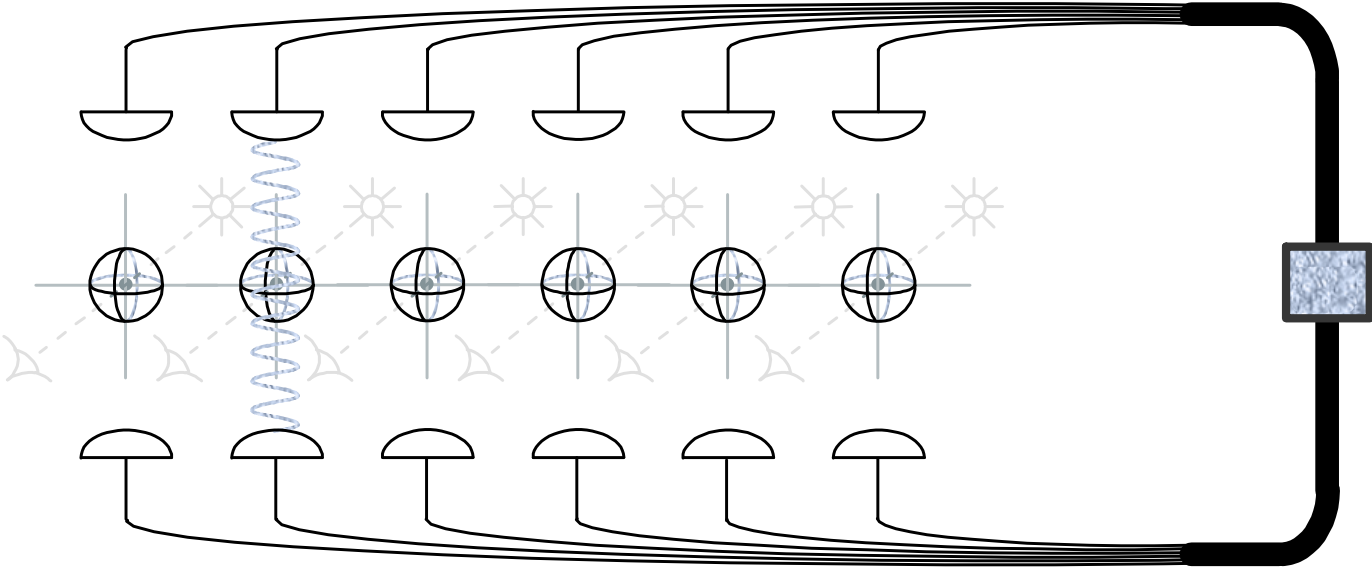
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

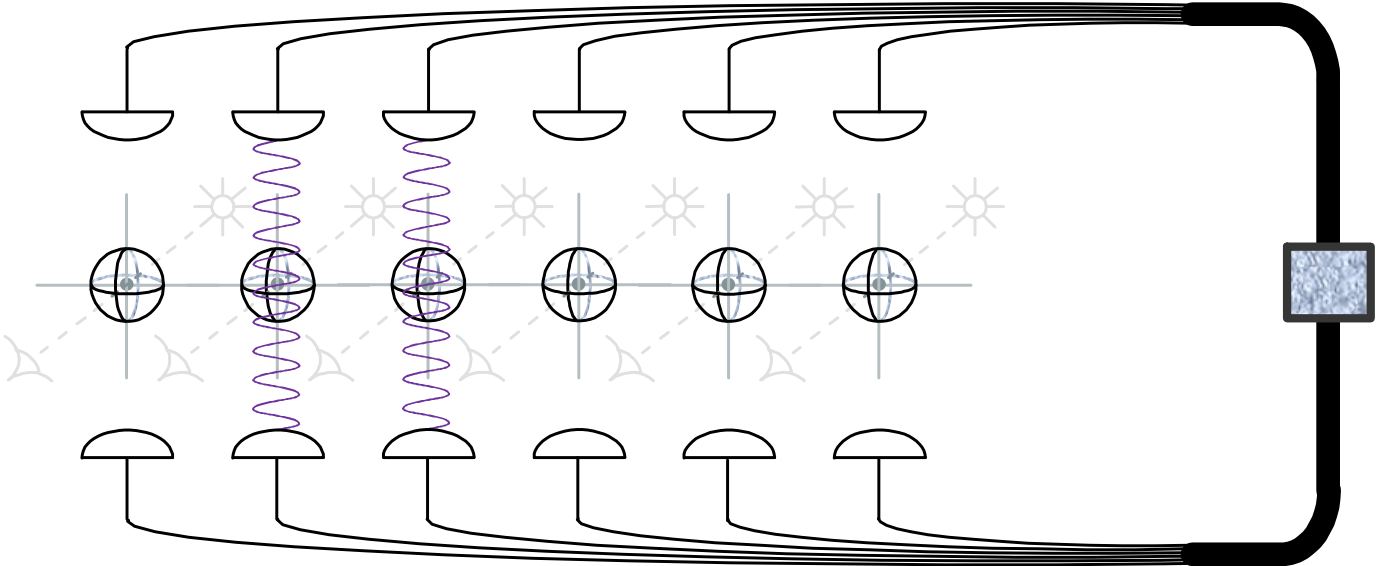
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

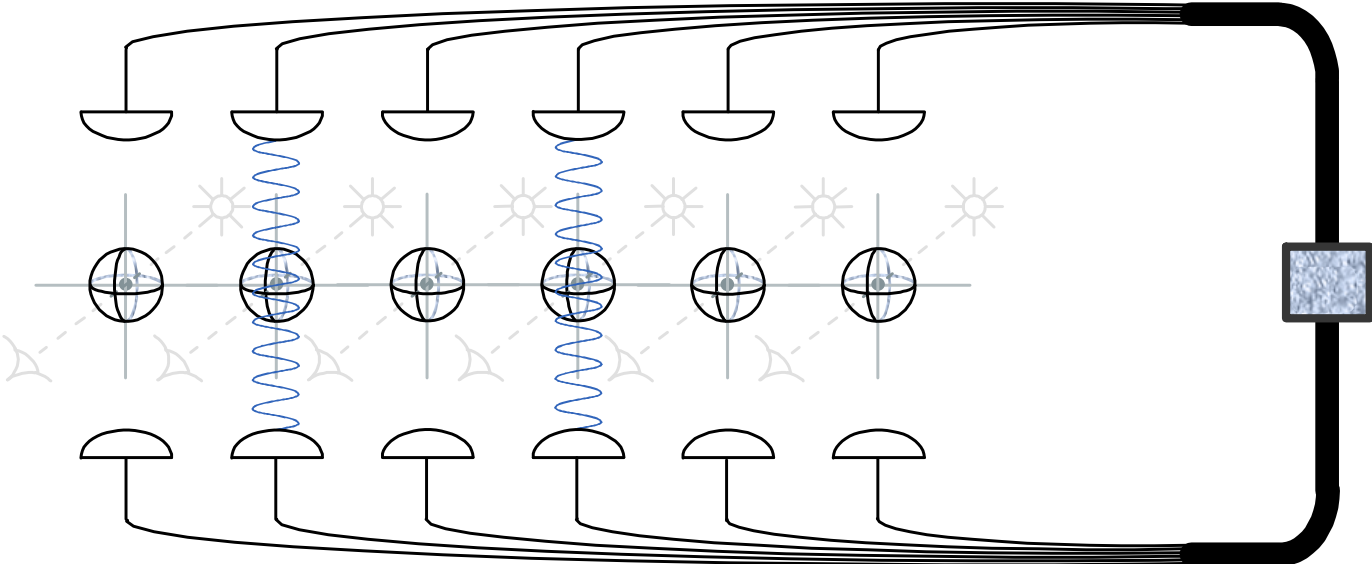
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

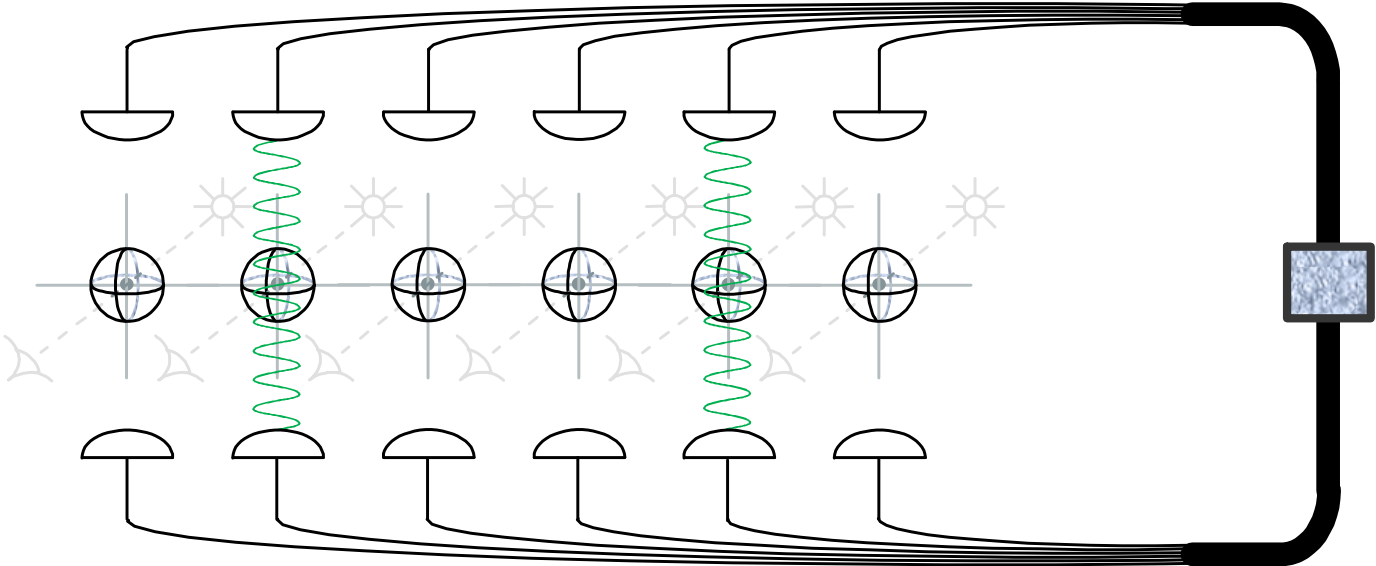
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

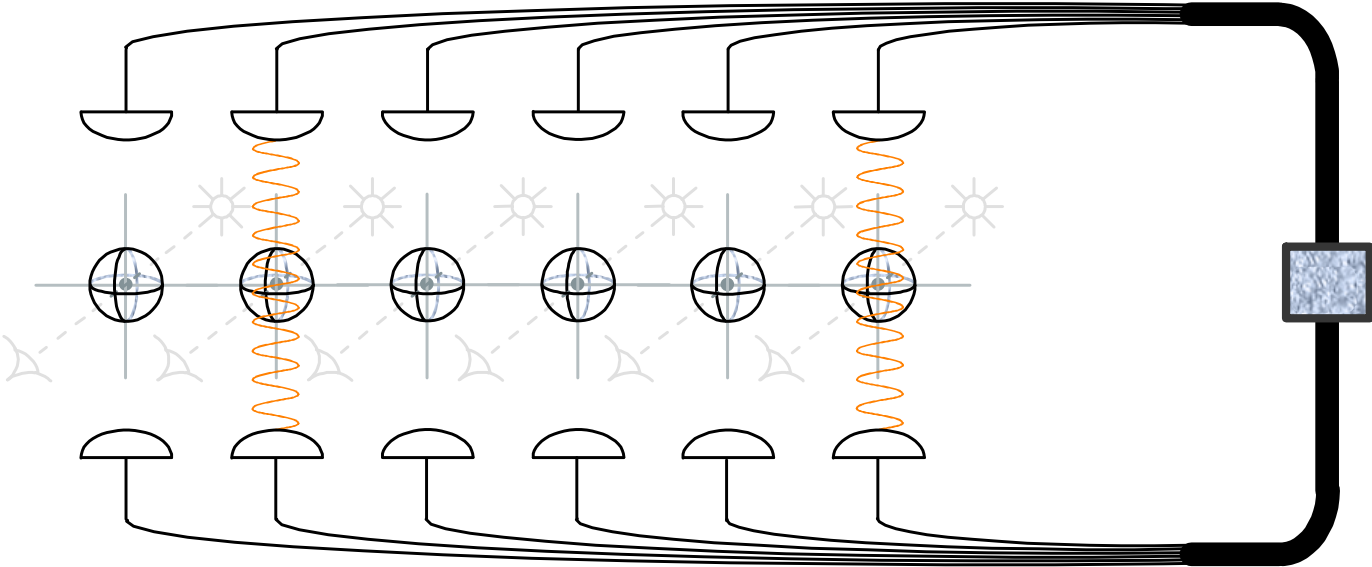
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

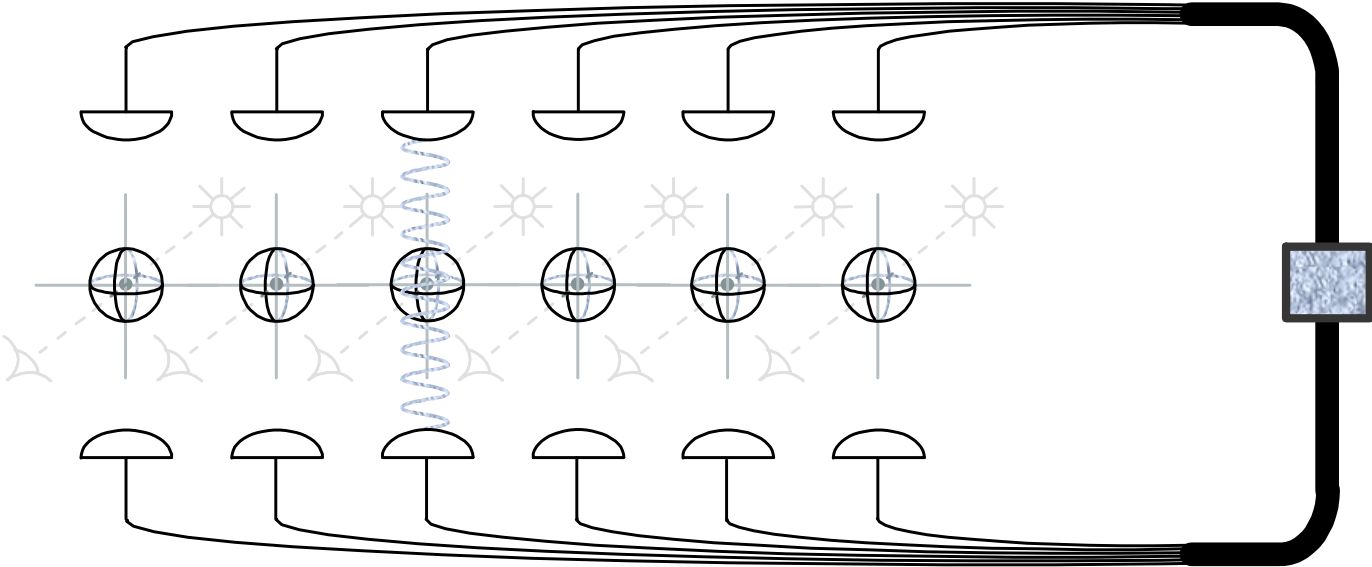
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

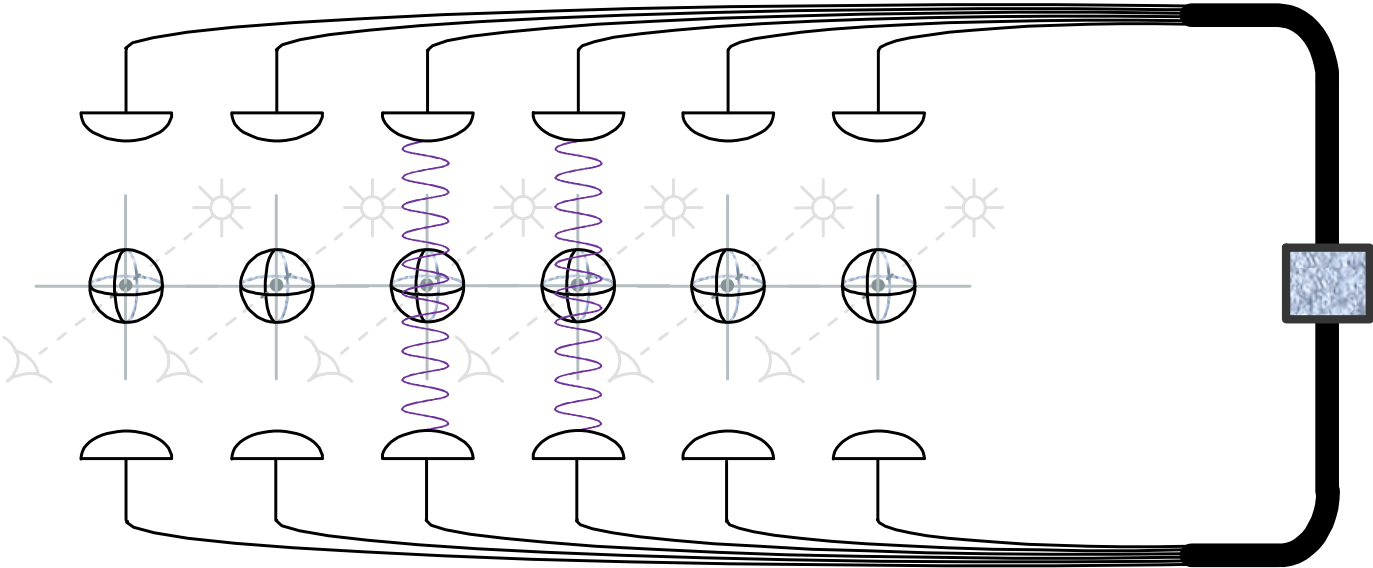
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

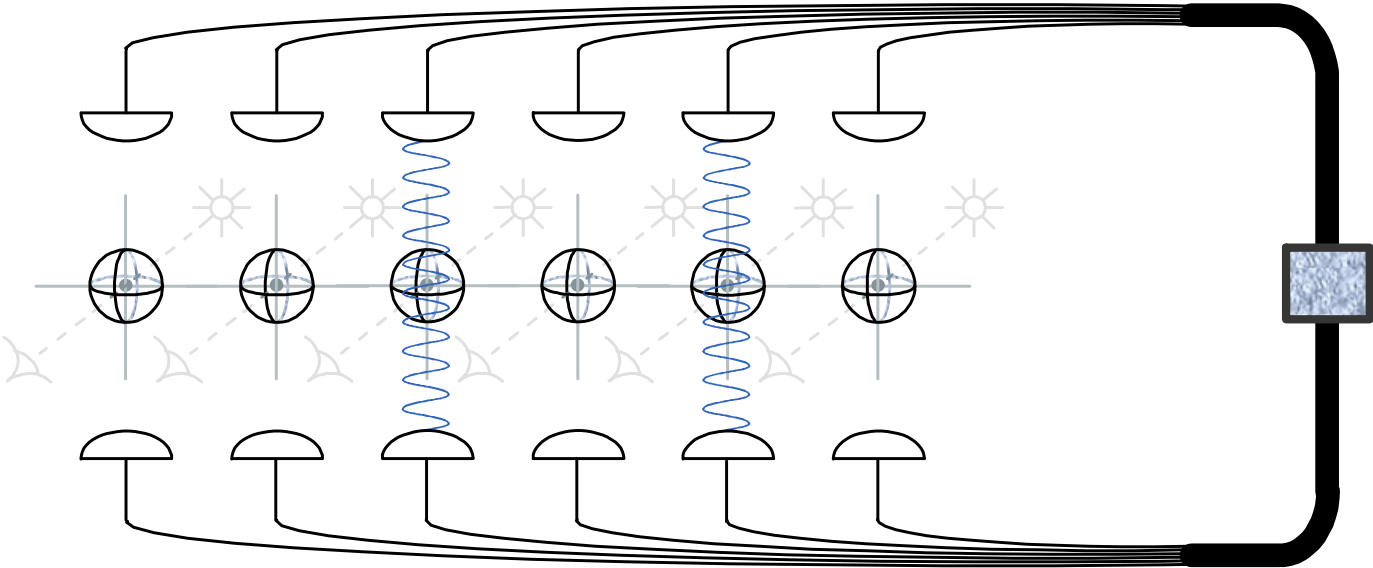
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

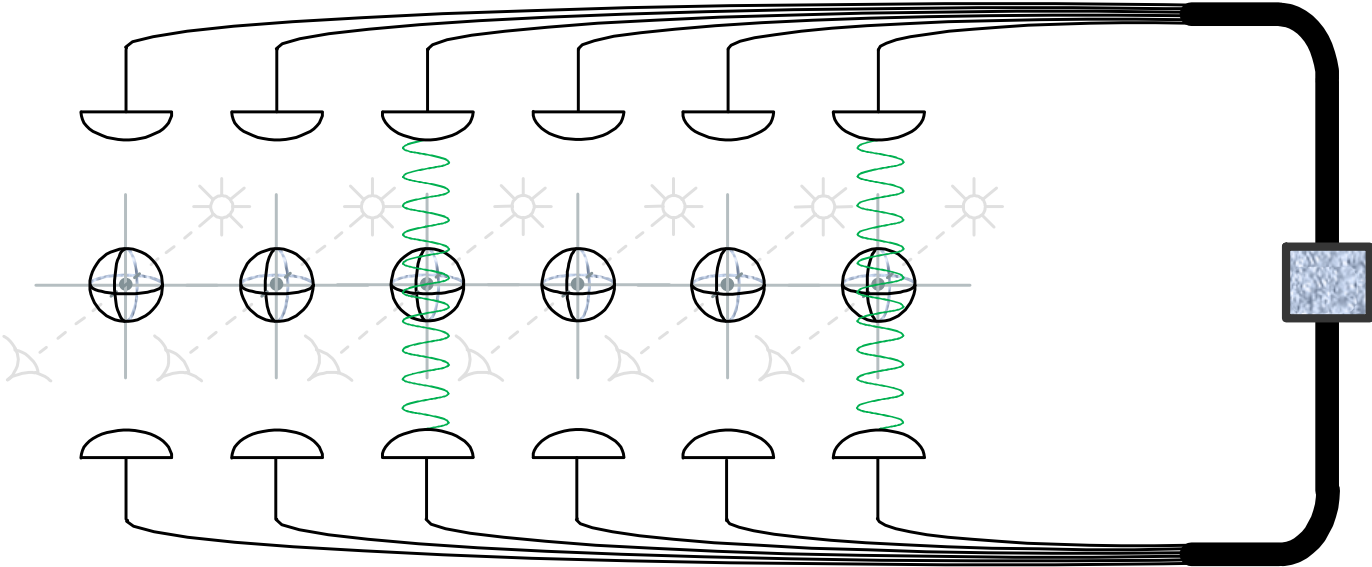
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

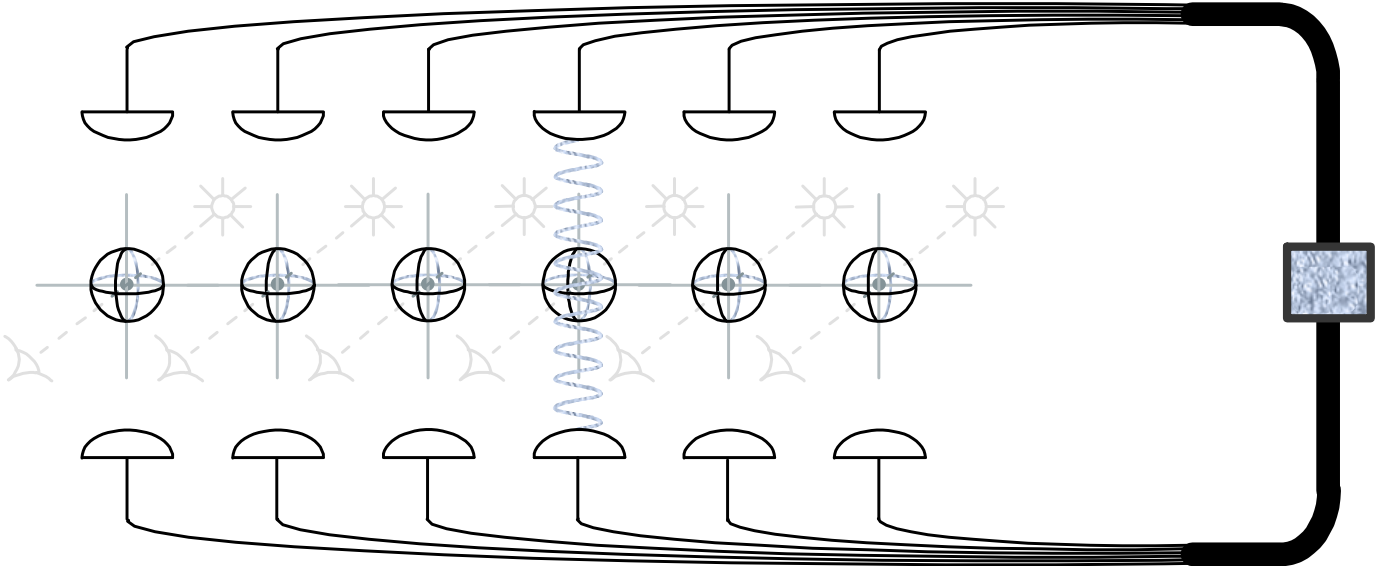
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

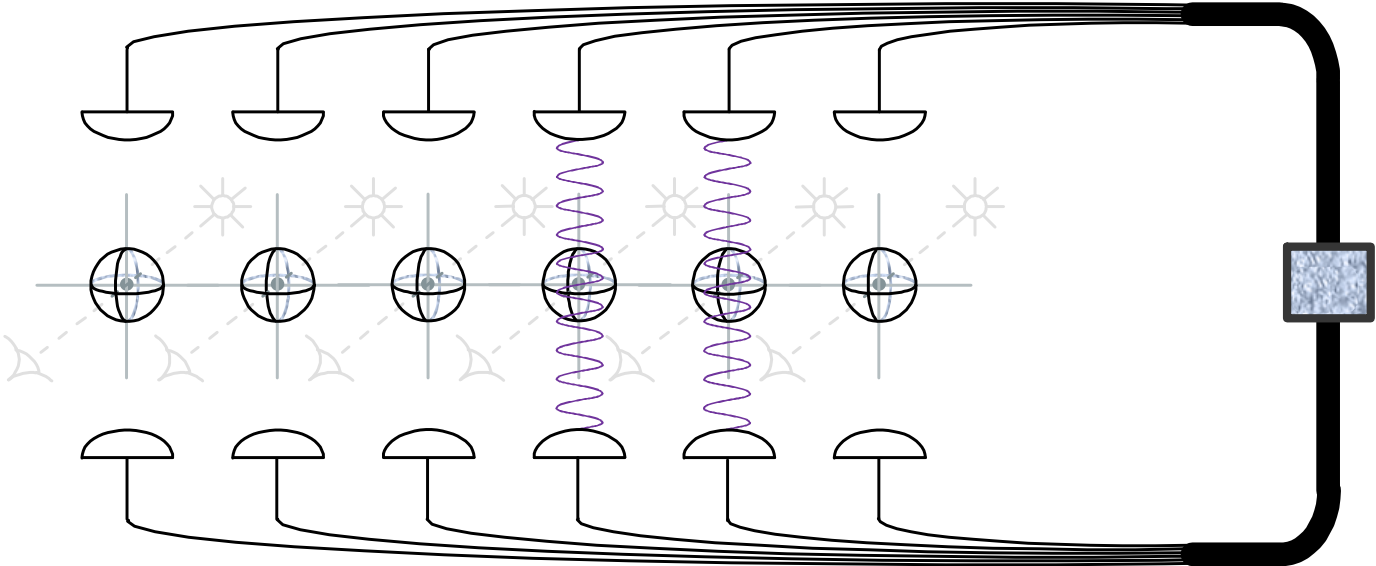
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

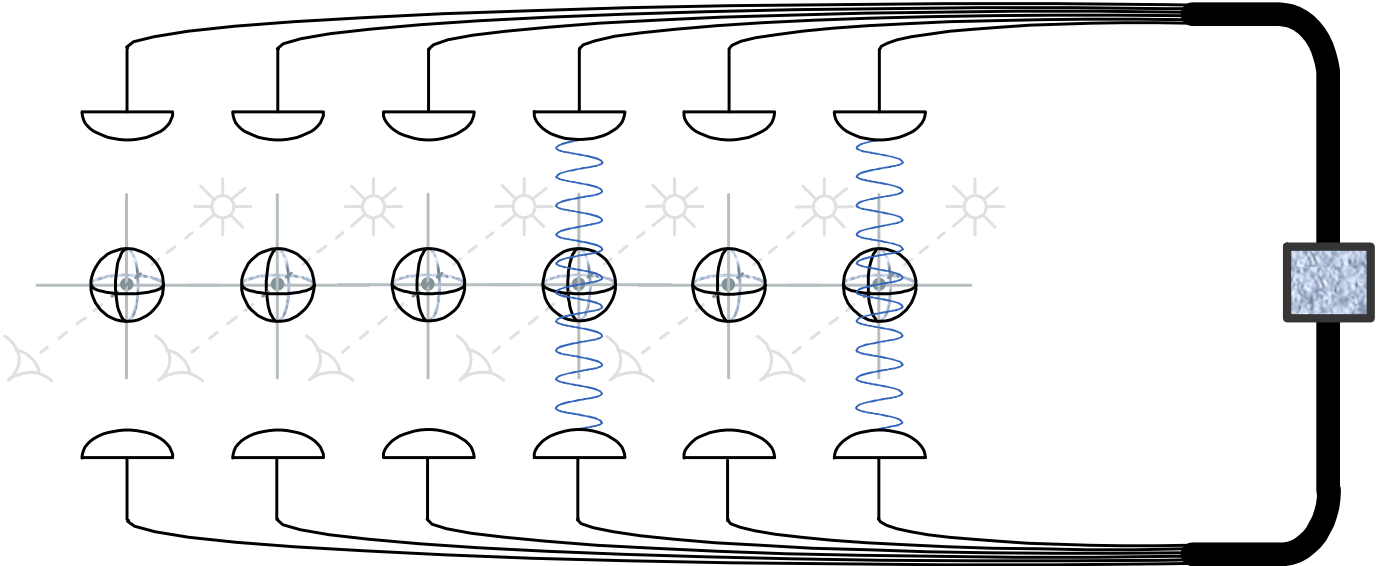
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

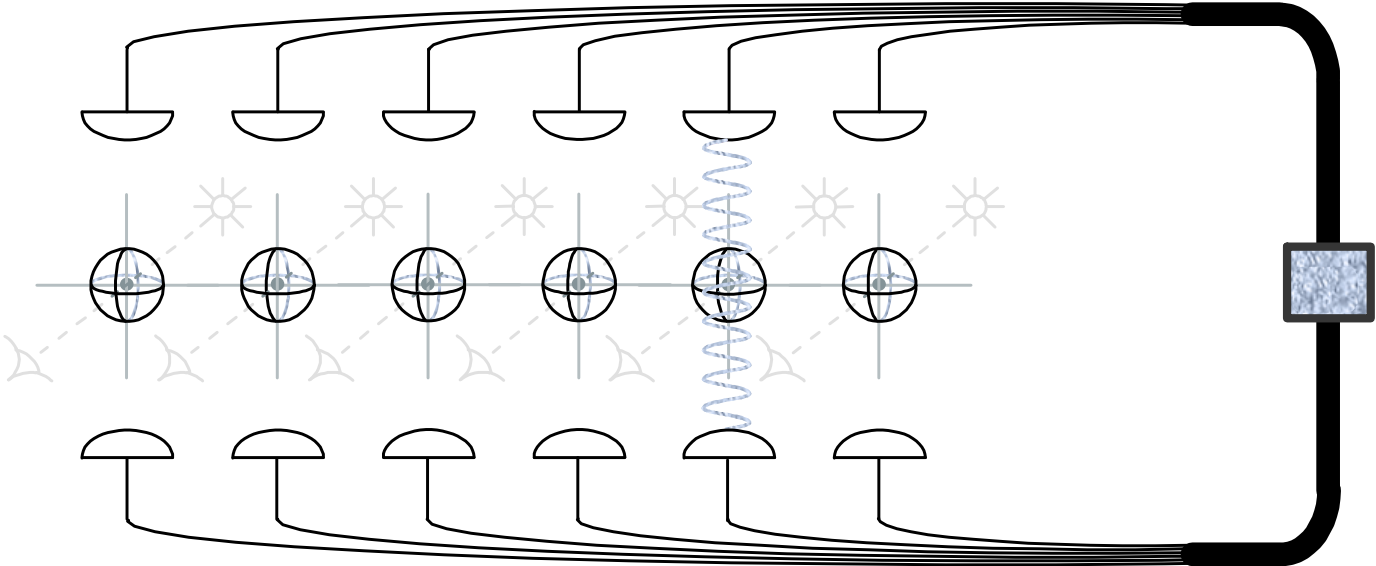
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

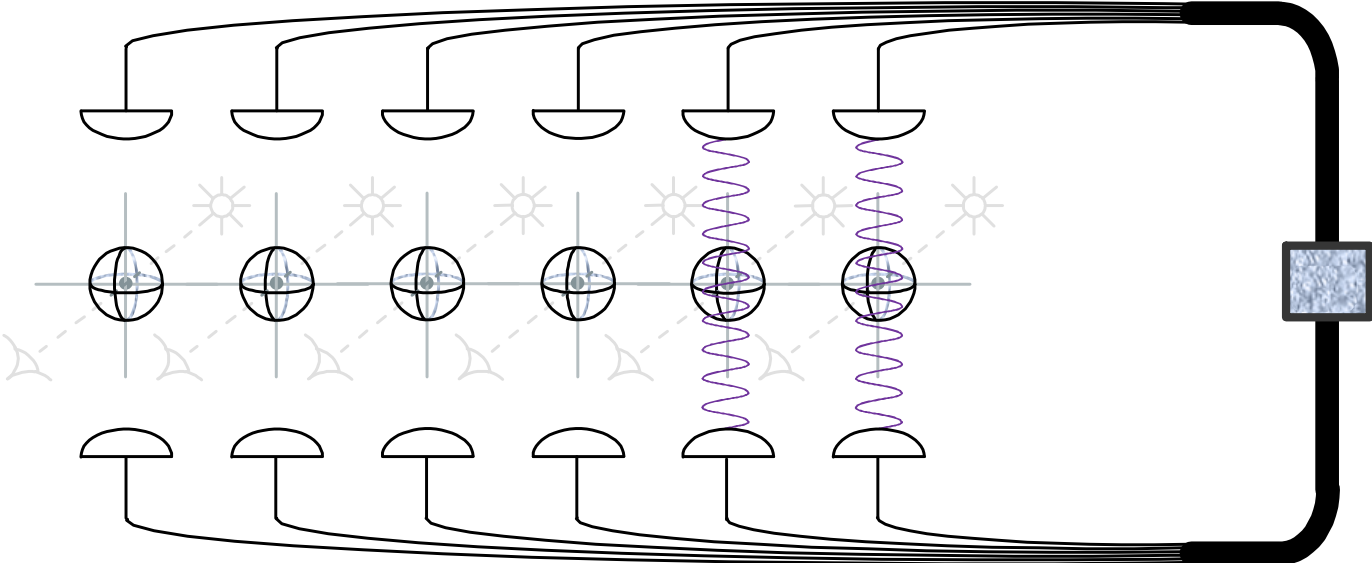
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

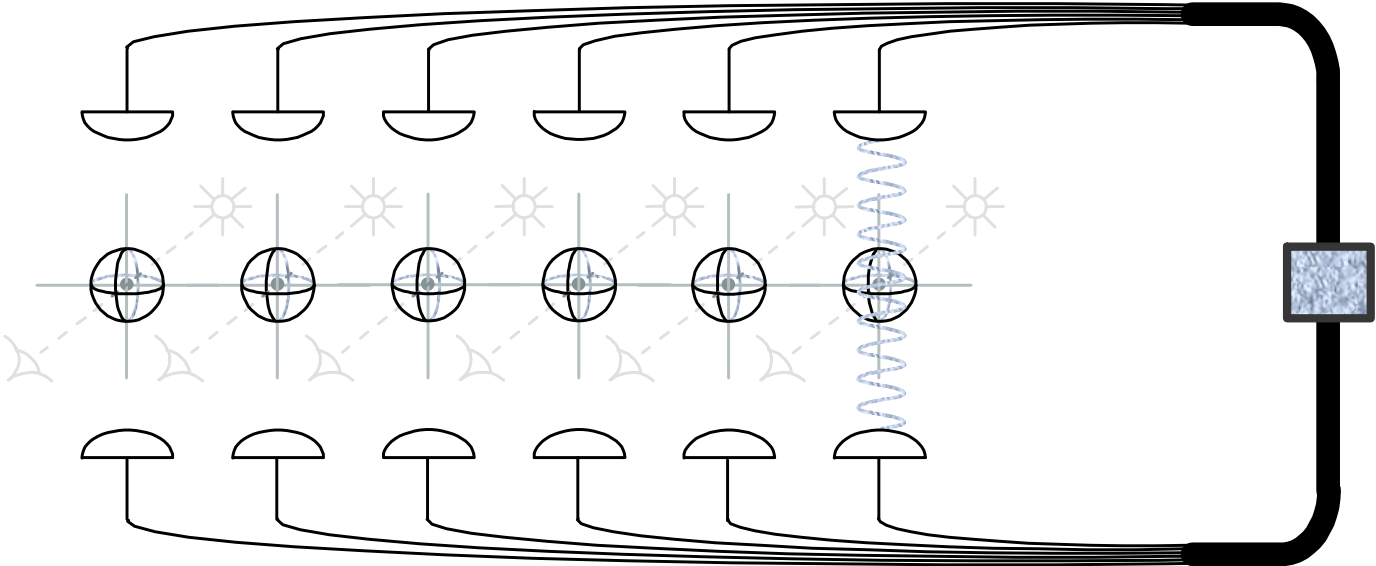
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

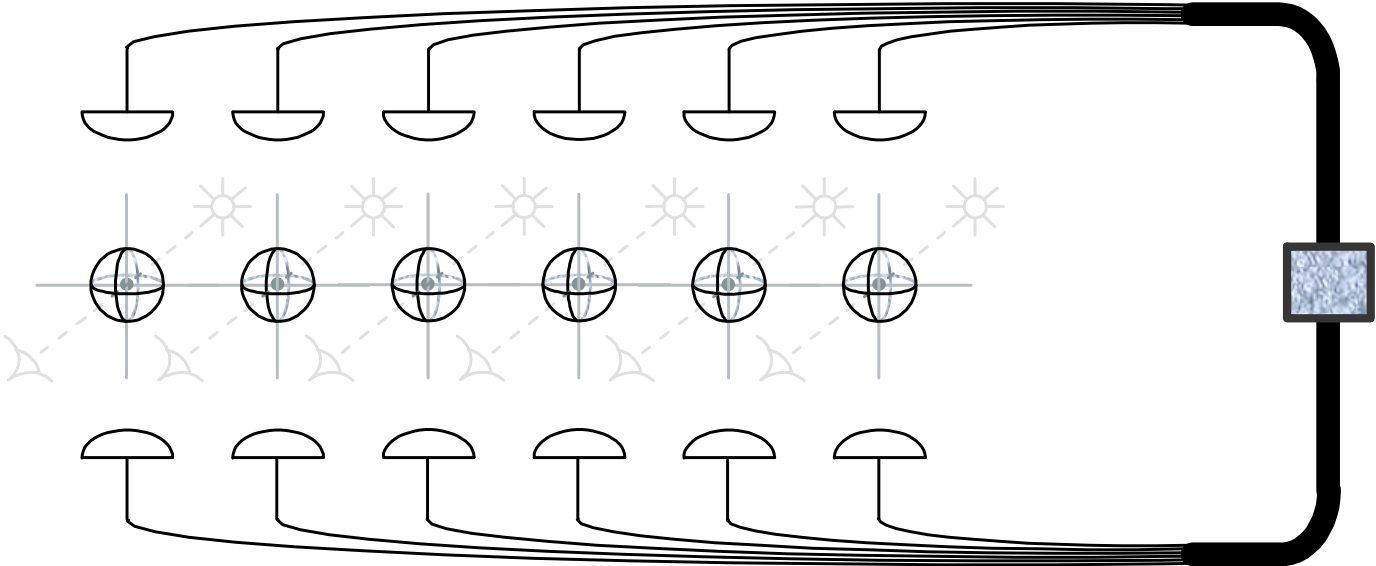
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

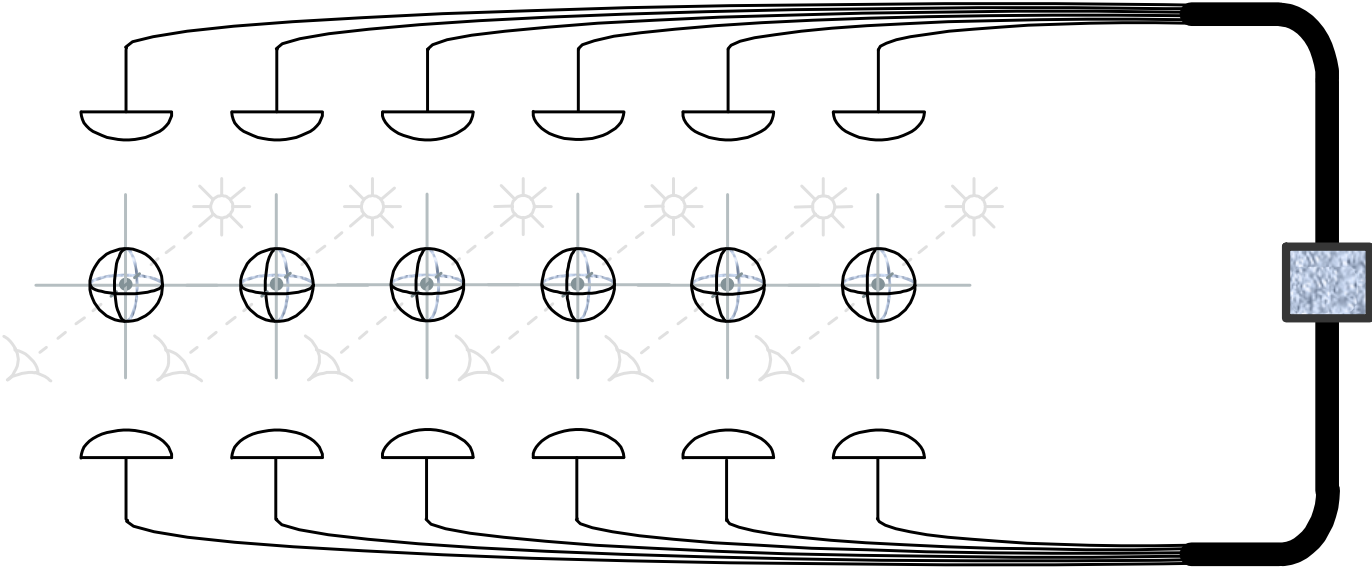
## 2) Квантово изчисление



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

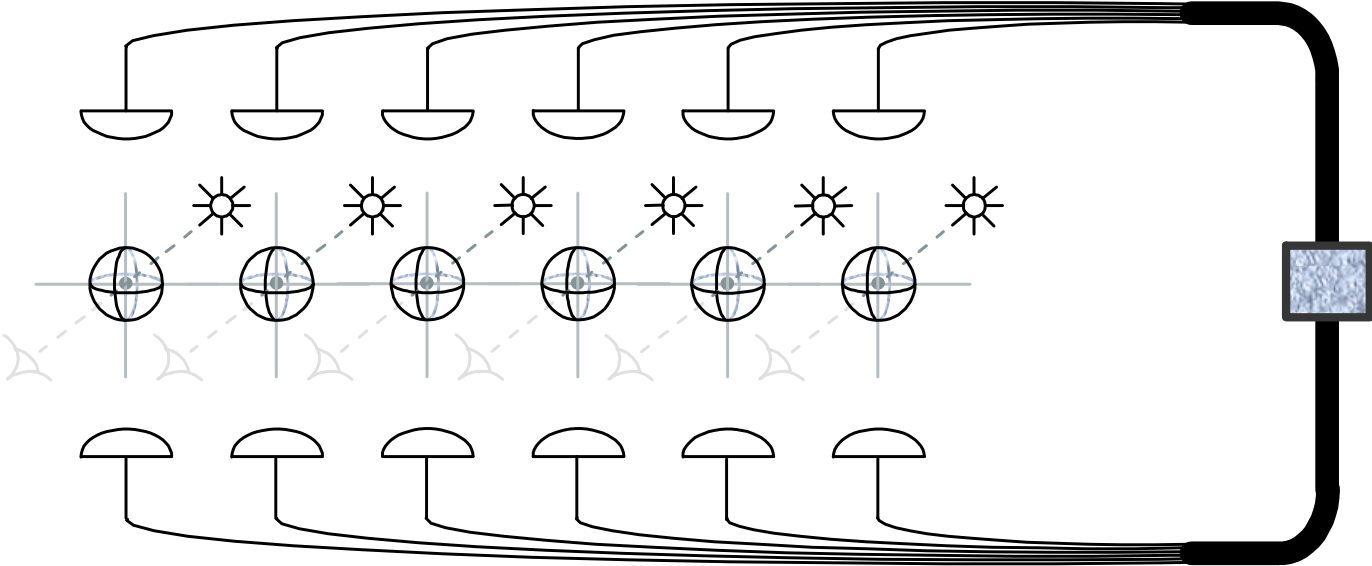
## 3) Измерване на резултата



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

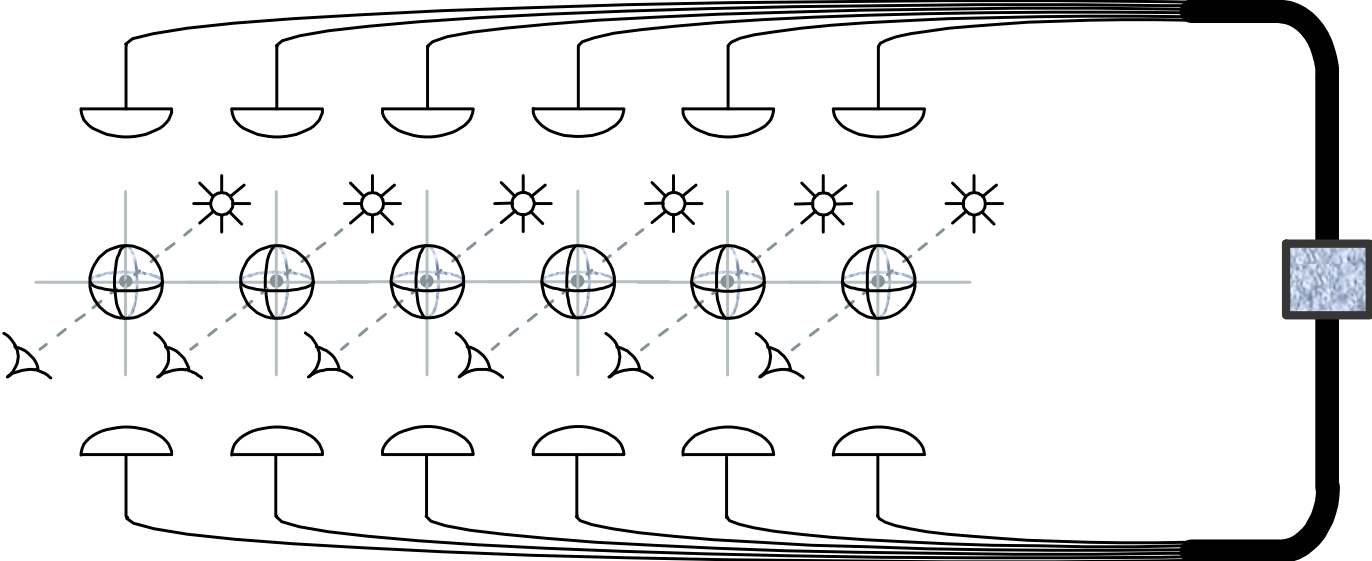
## 3) Измерване на резултата



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

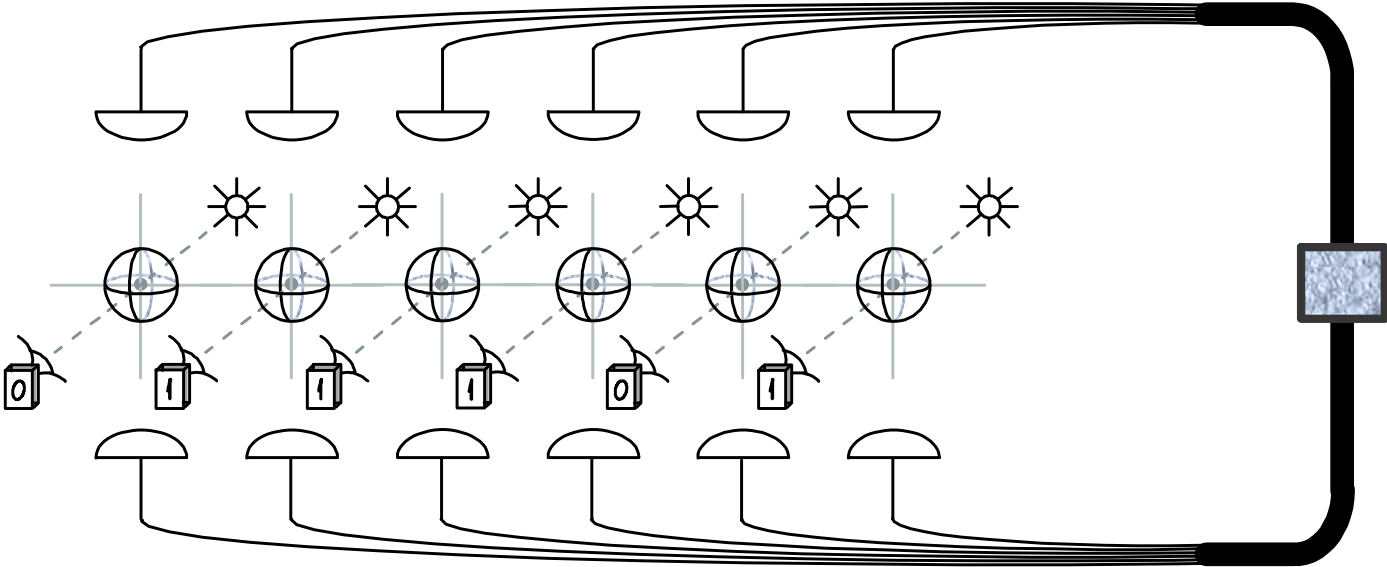
## 3) Измерване на резултата



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

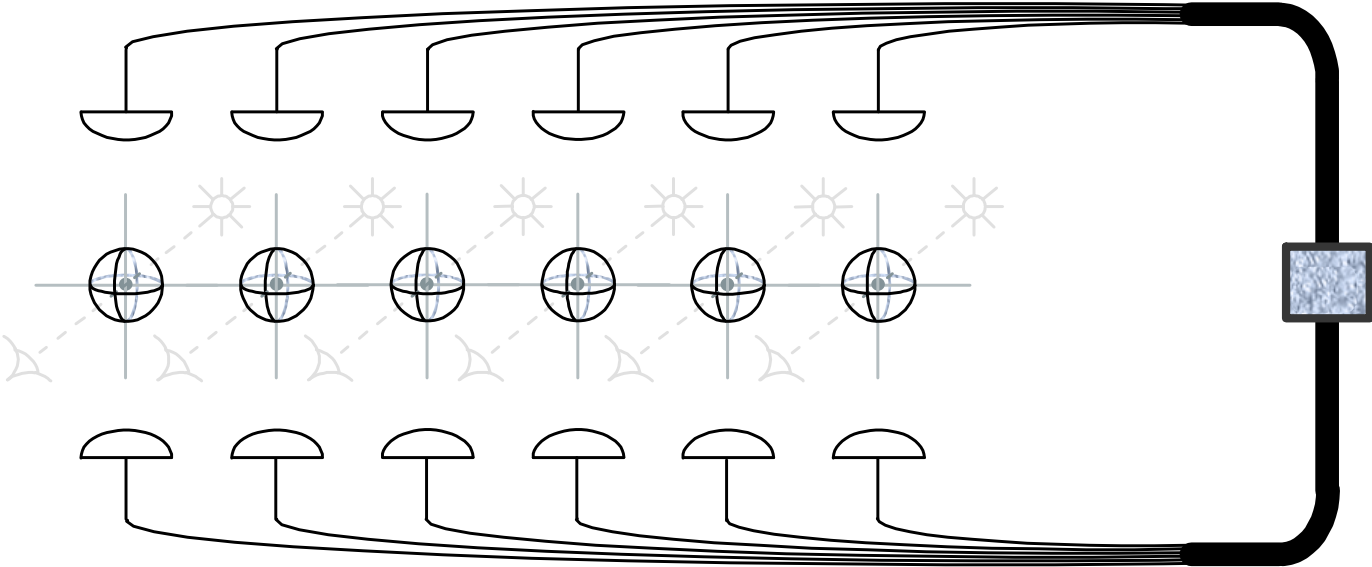
Николай Митов

## 3) Измерване на резултата



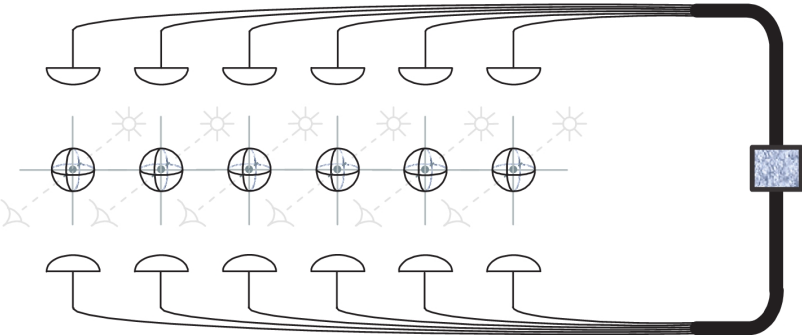
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



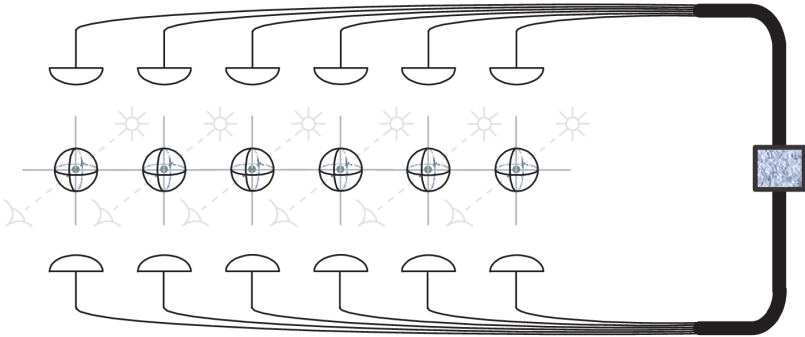
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

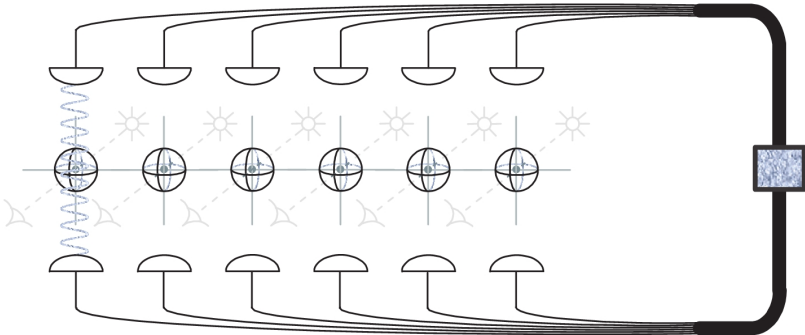
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

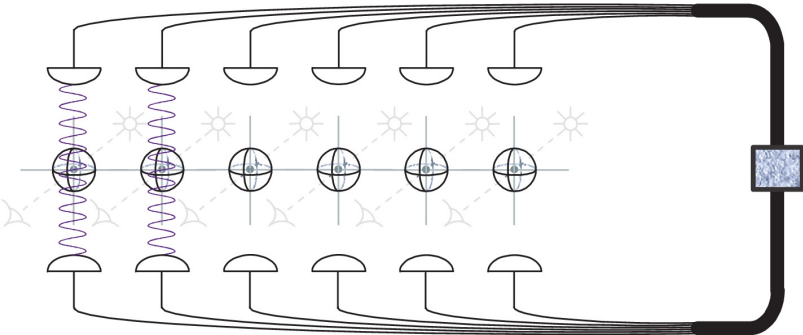
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

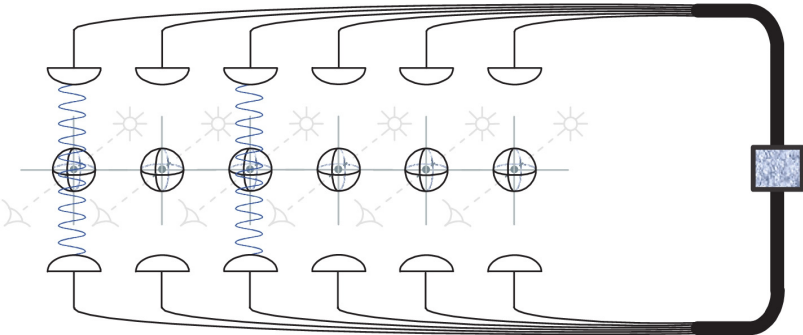
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

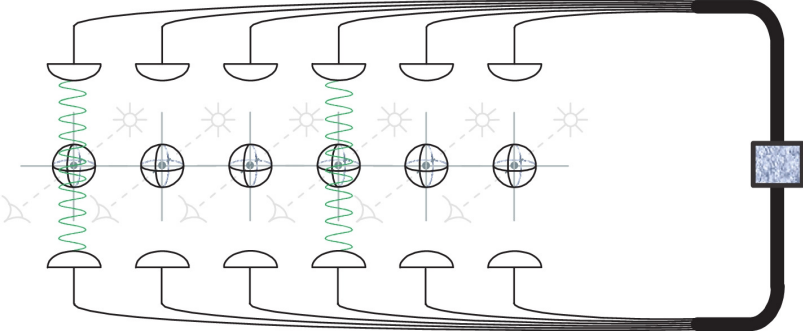
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

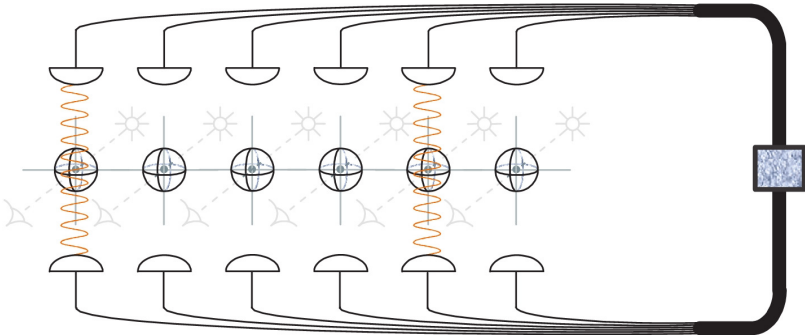
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

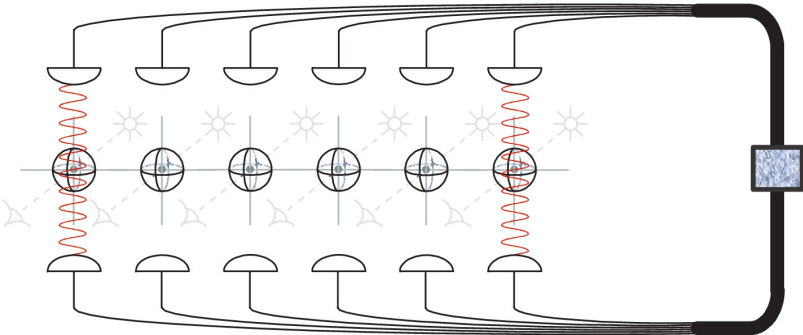
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

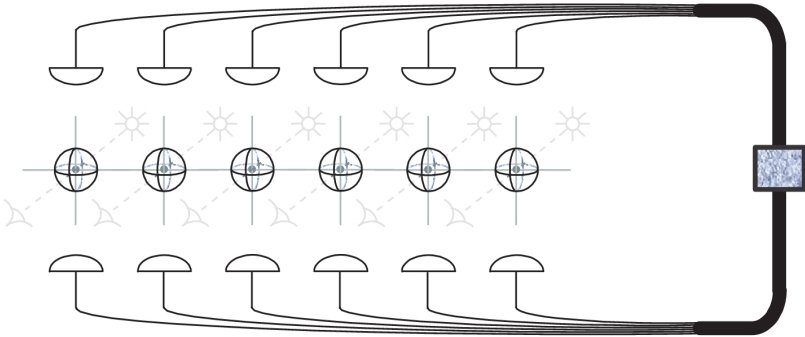
Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов

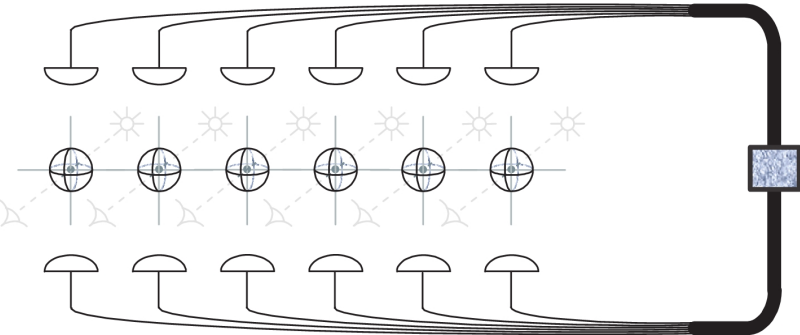


Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).



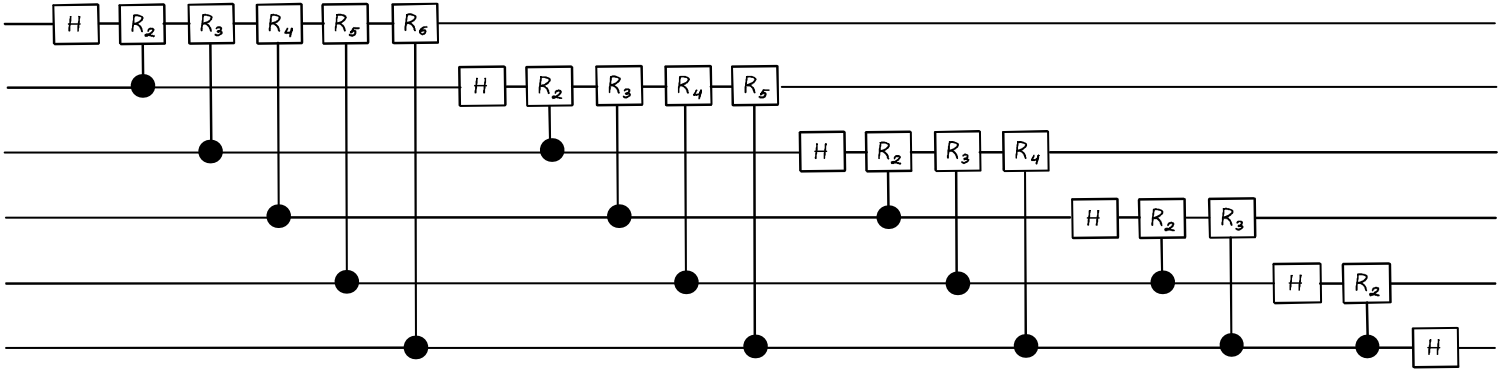
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



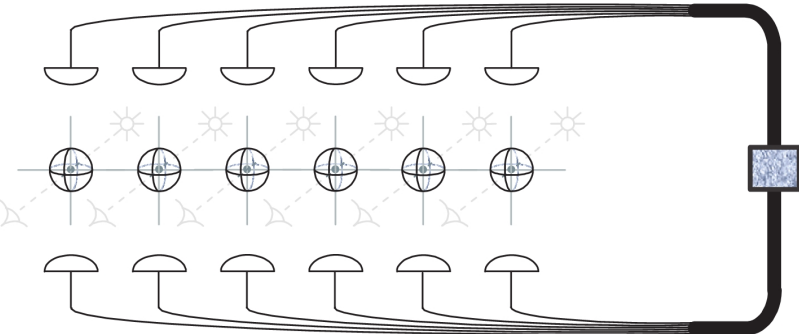
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



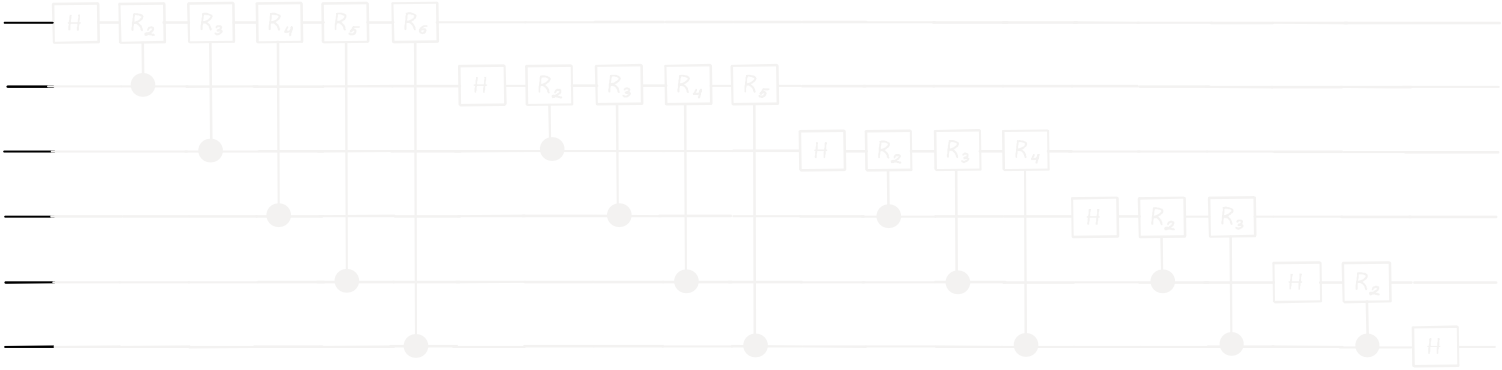
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



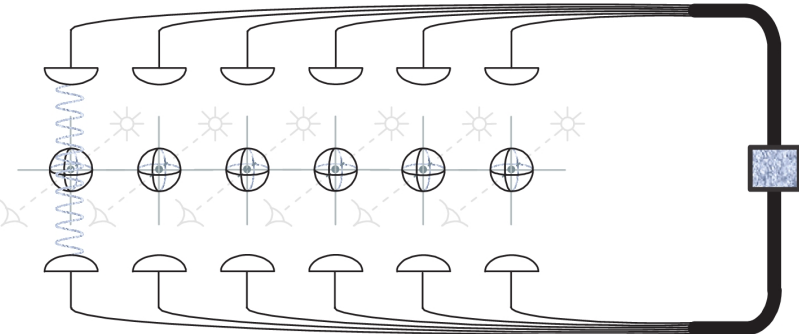
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



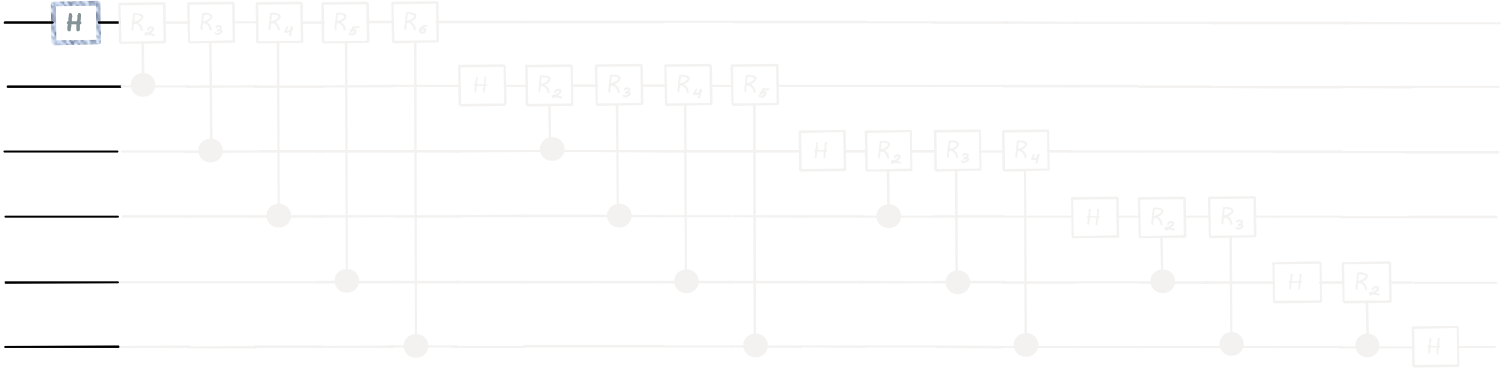
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



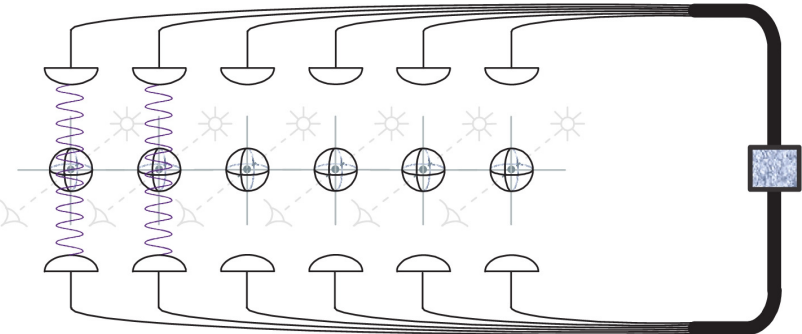
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



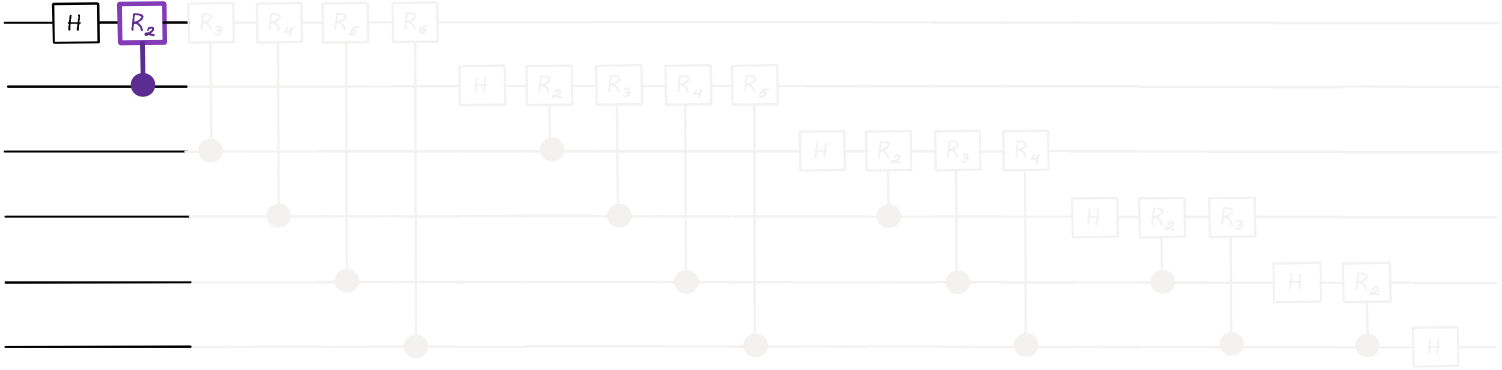
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



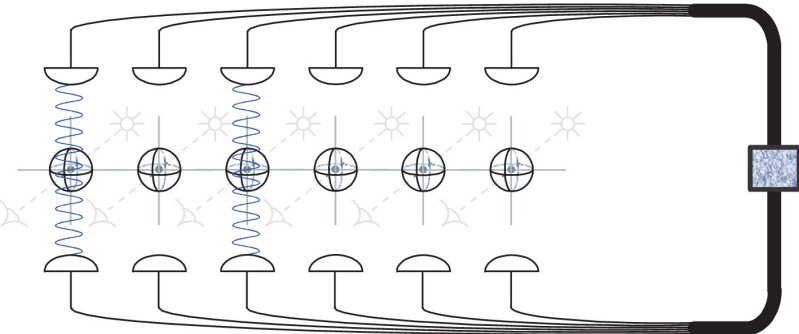
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



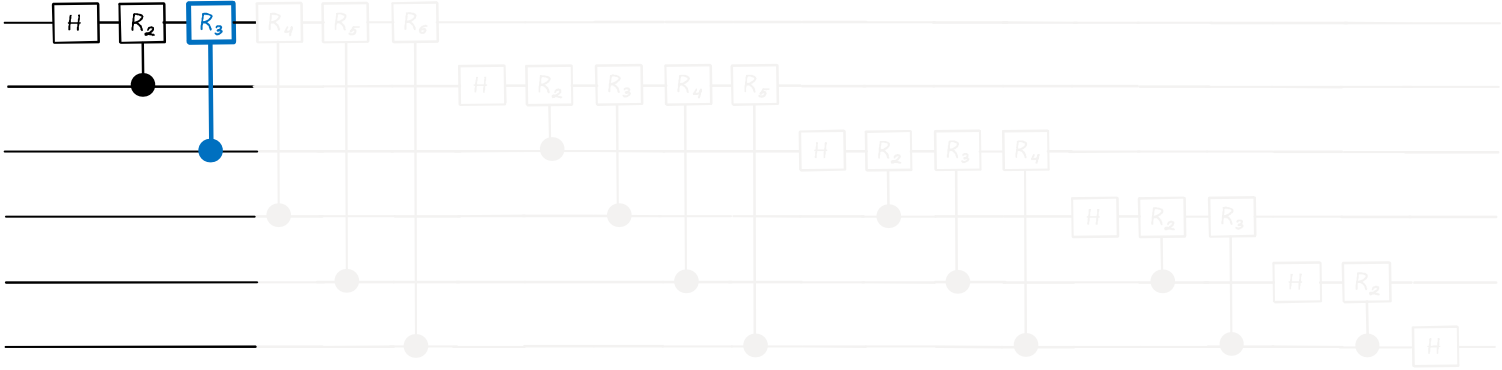
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



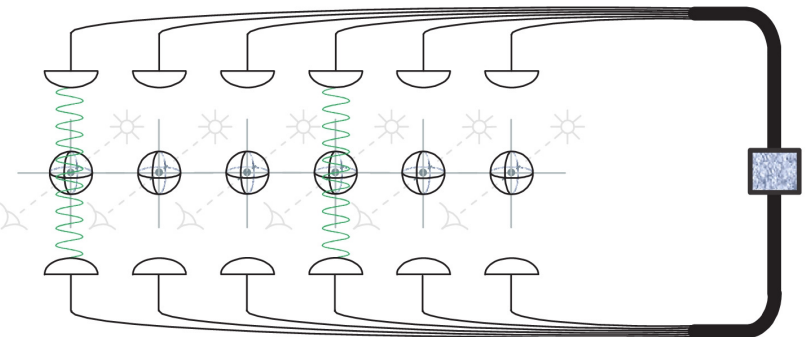
Гравивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



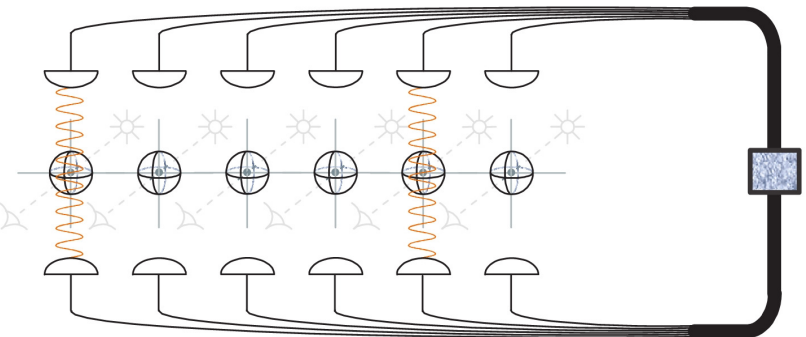
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



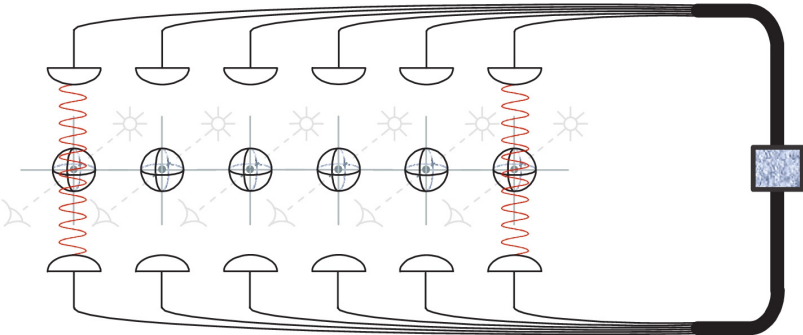
Гравивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



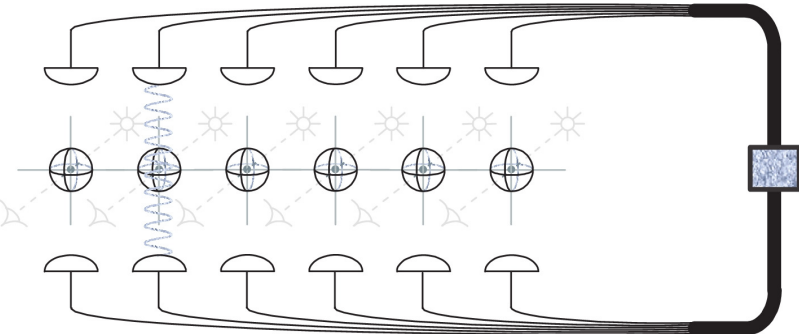
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



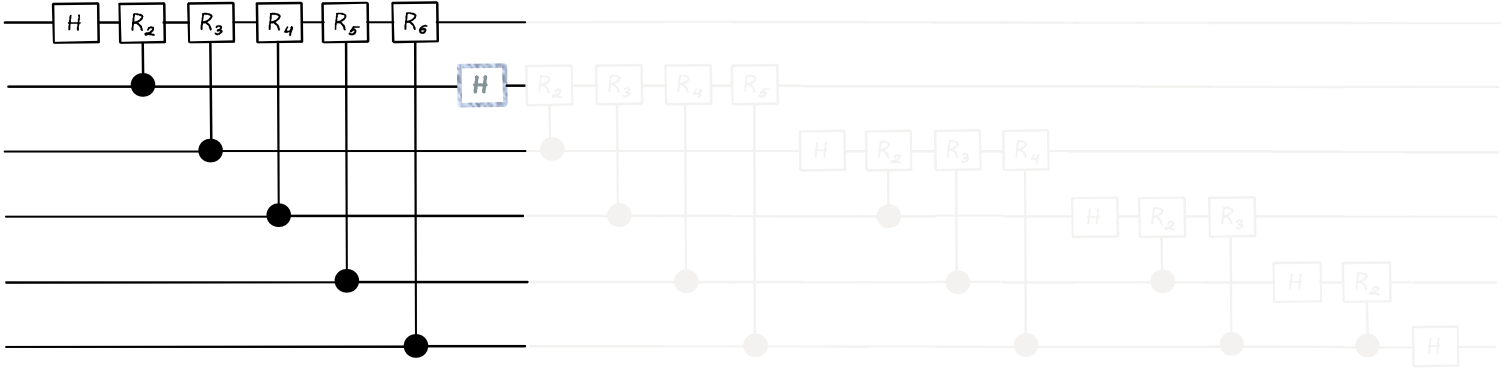
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



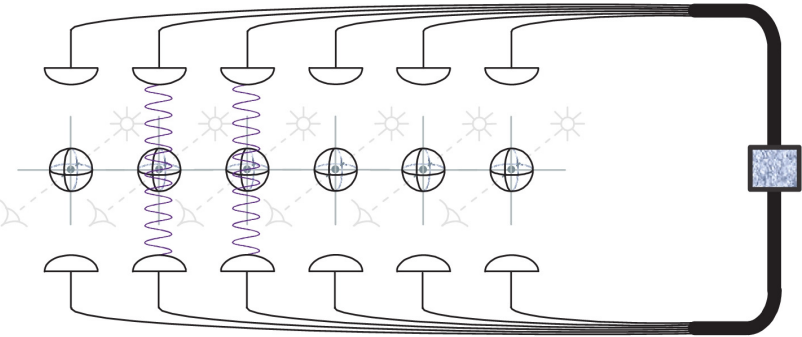
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



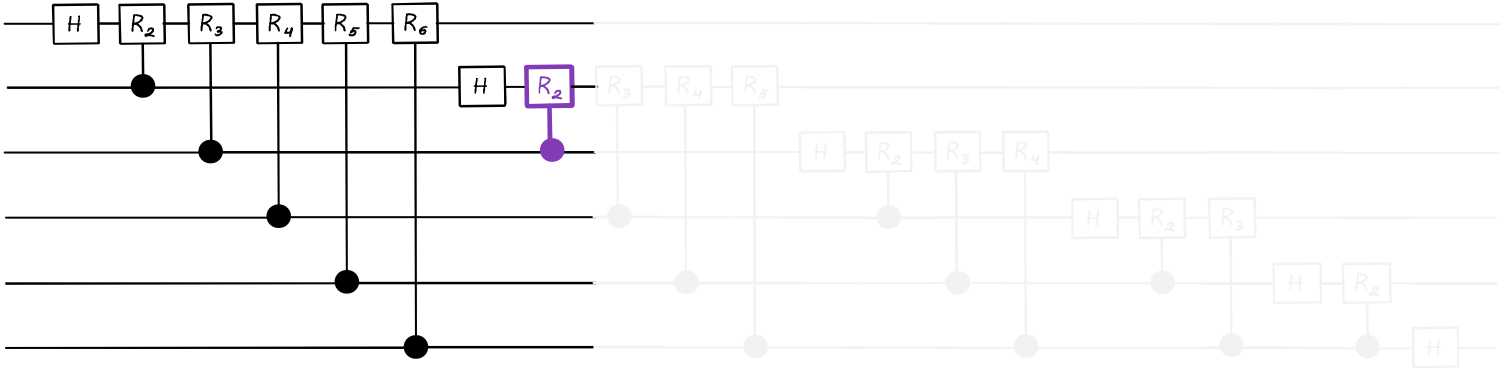
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



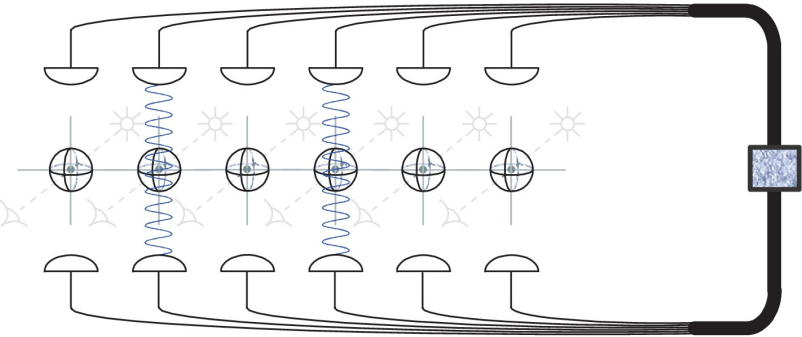
Гравитните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



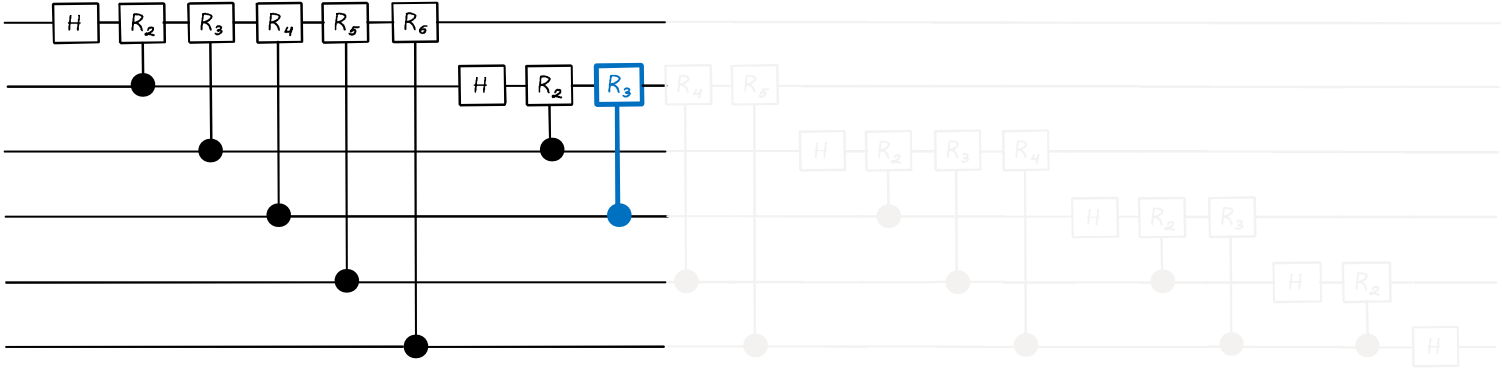
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



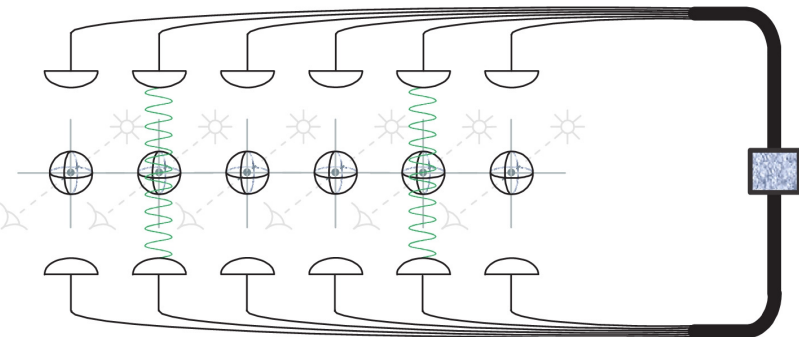
Гравивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



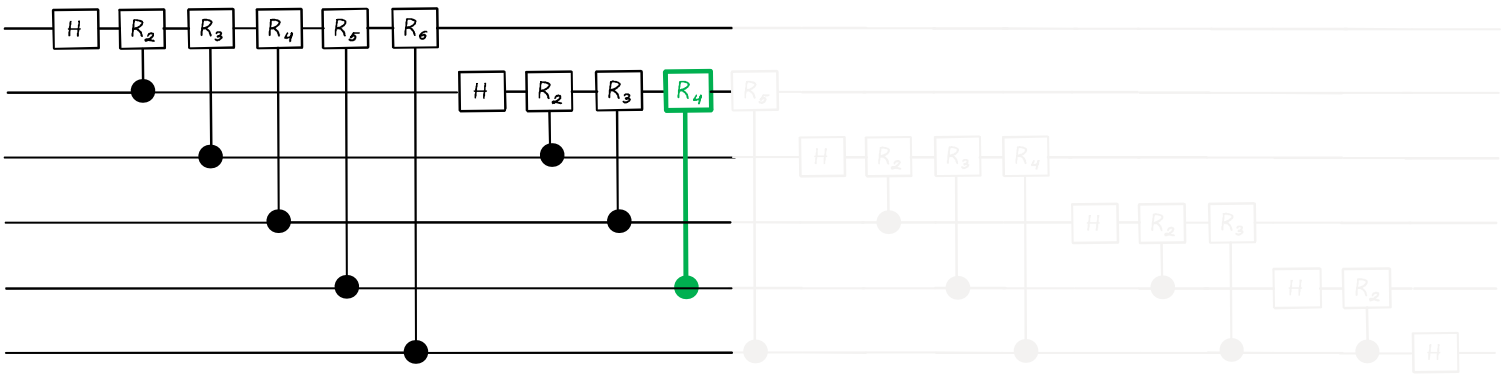
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



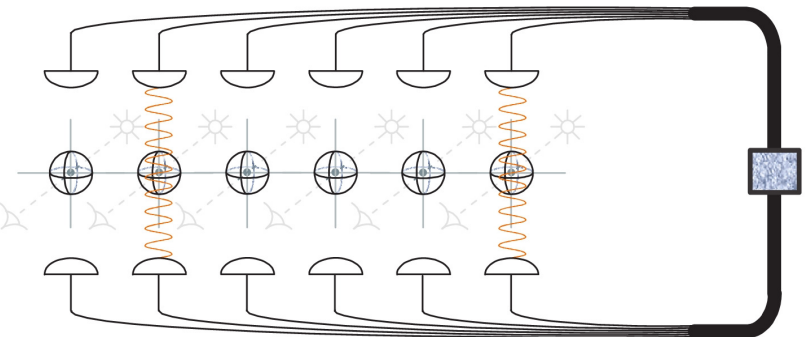
Гравивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



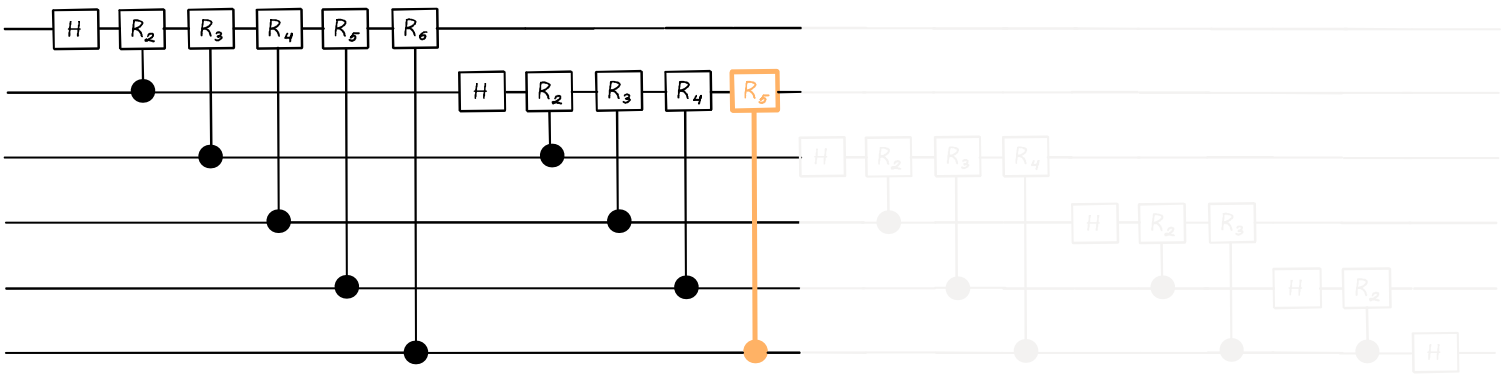
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



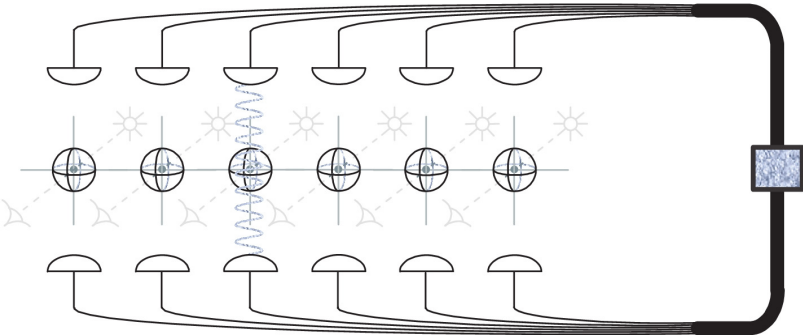
Гравитните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



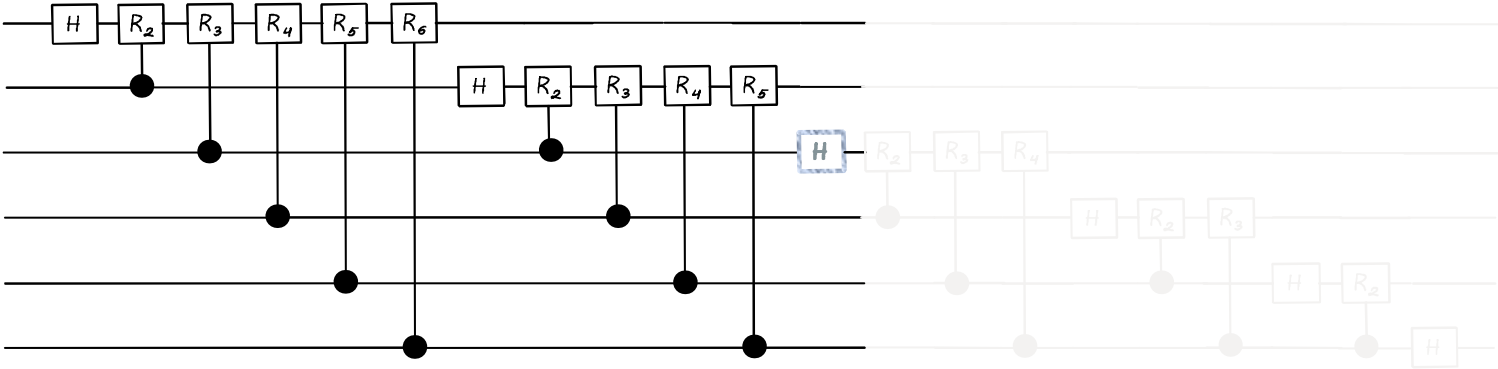
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



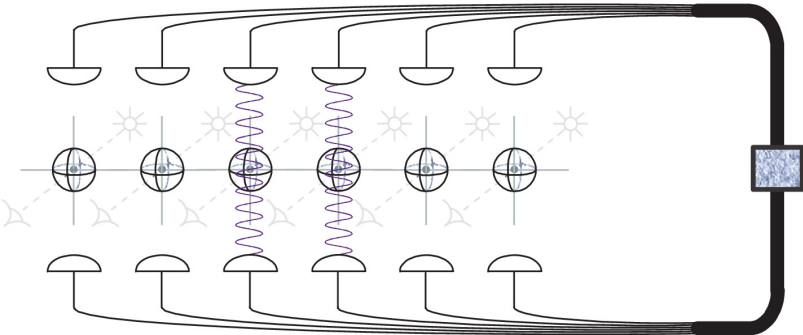
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



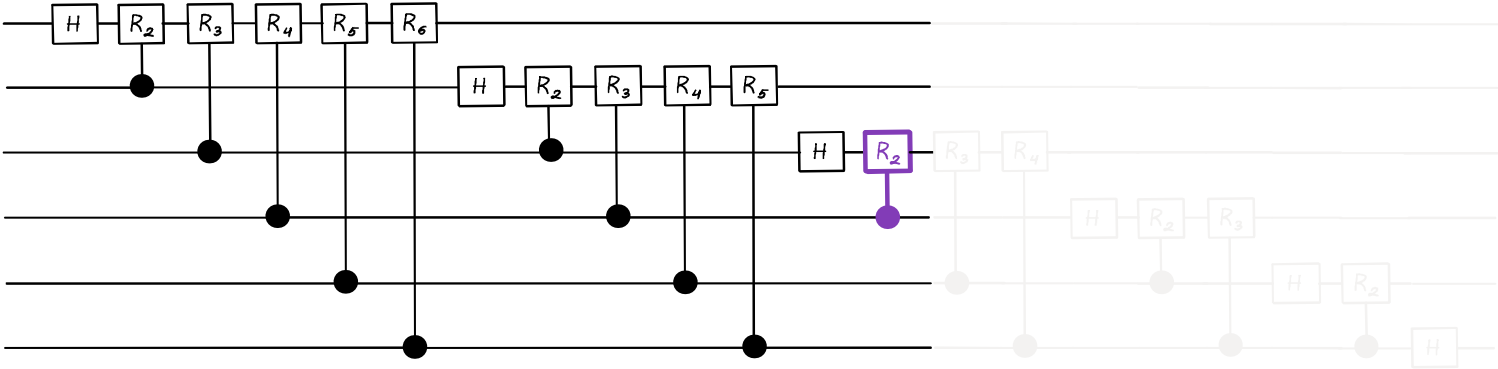
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



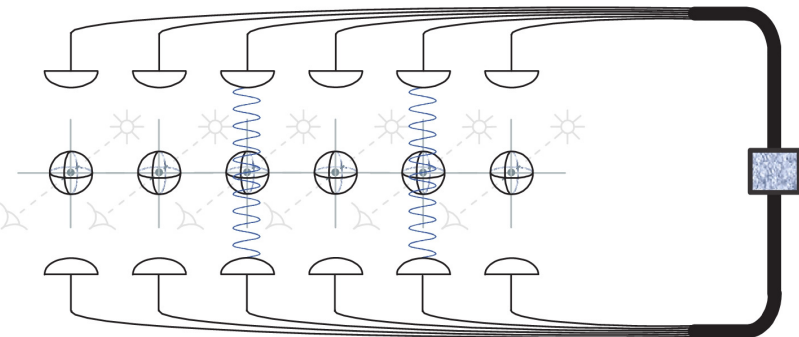
Гравитните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



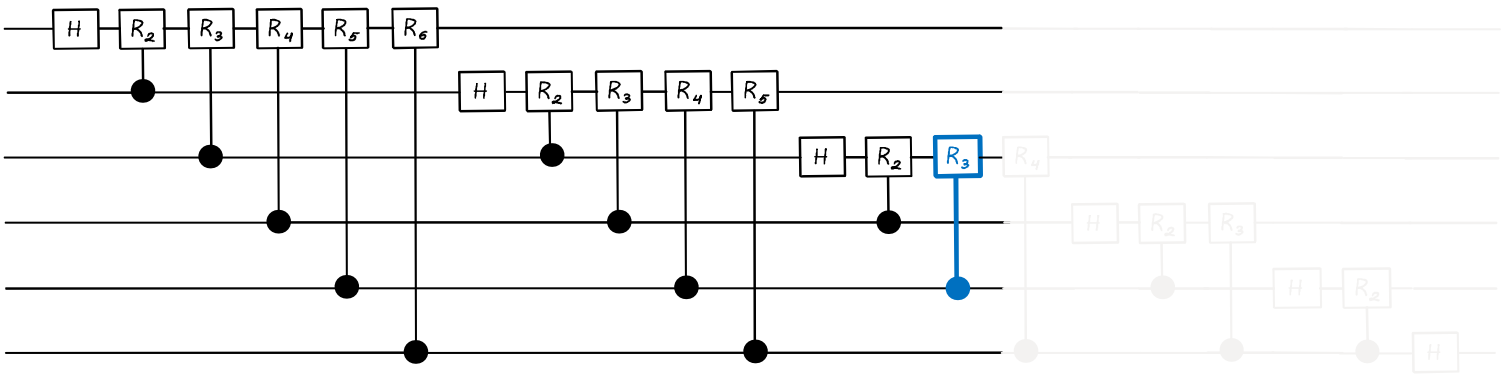
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



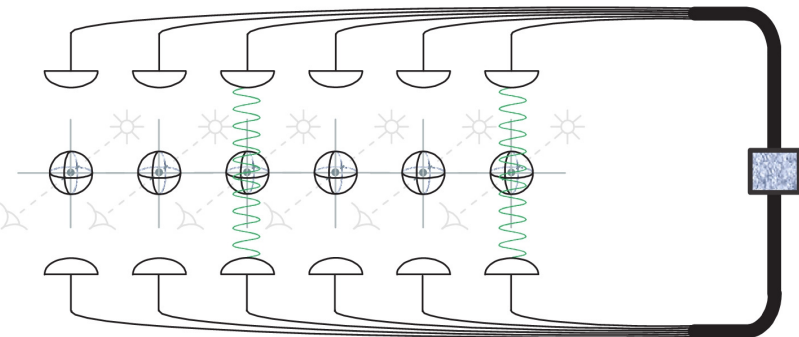
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



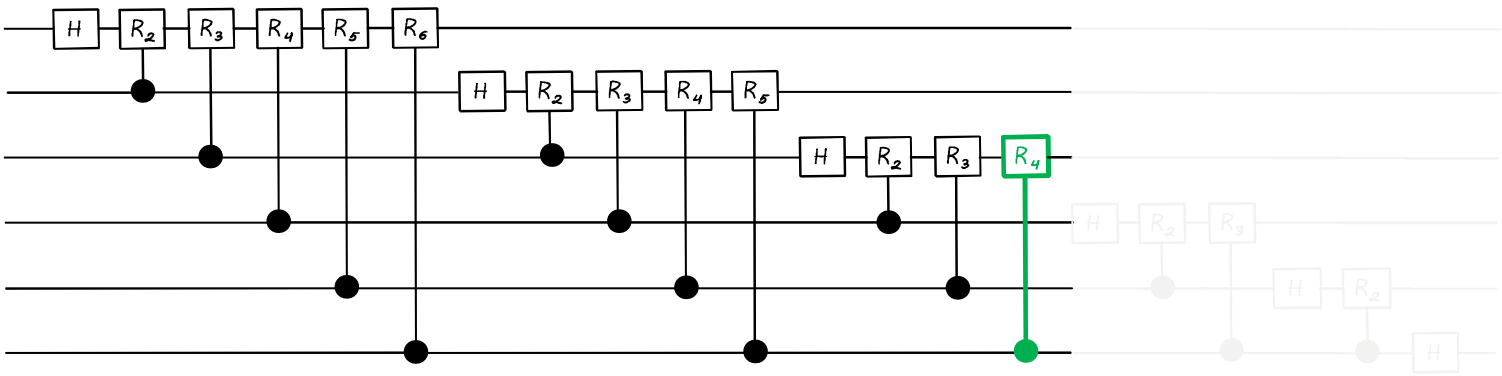
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



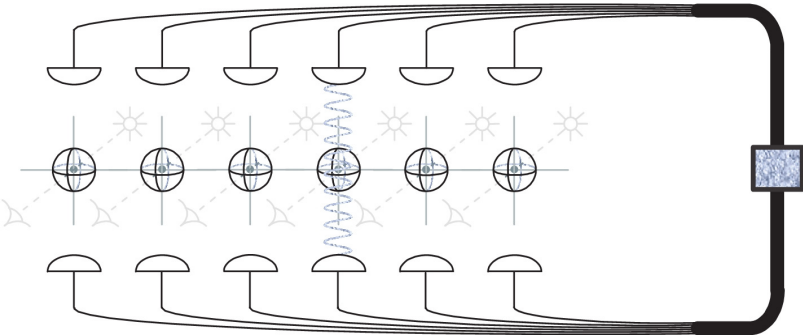
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



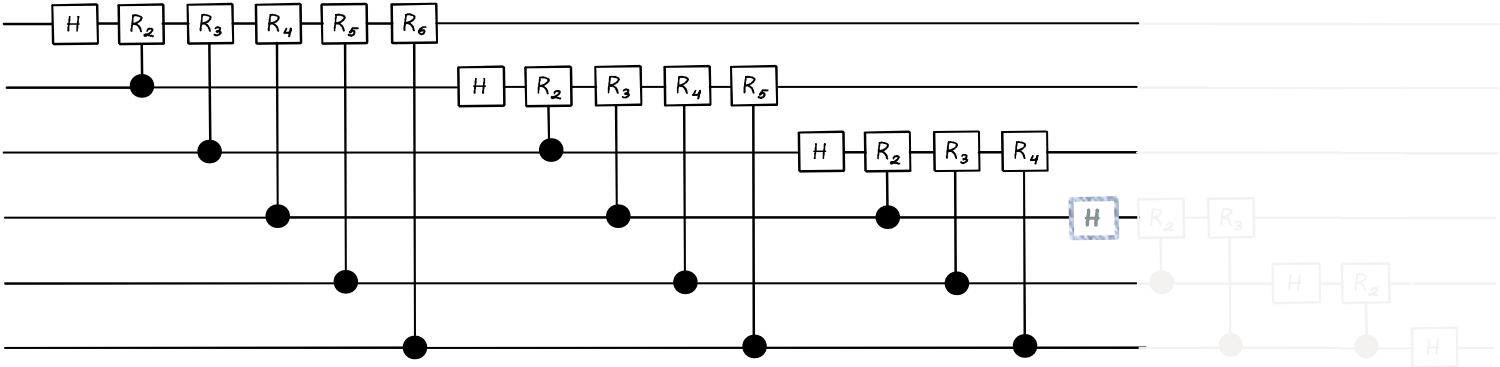
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

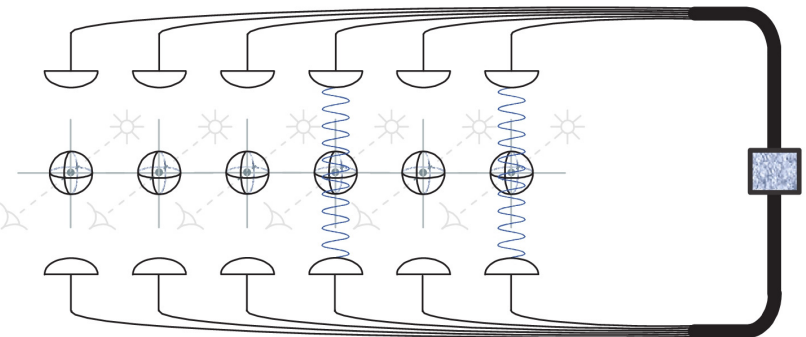
Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).





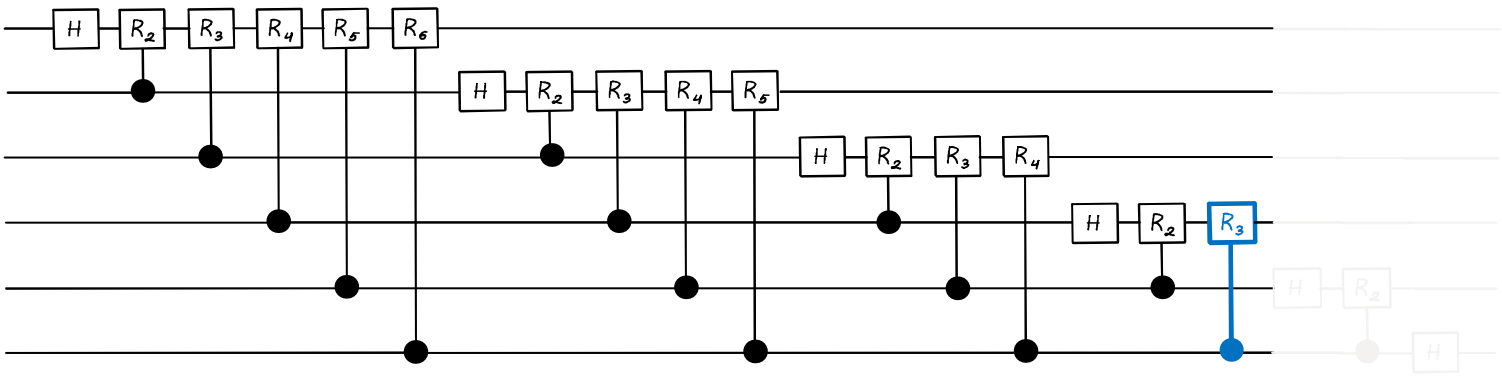
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



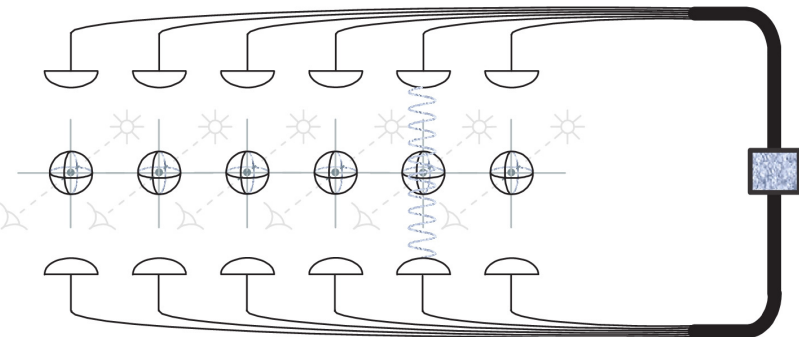
Гравивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



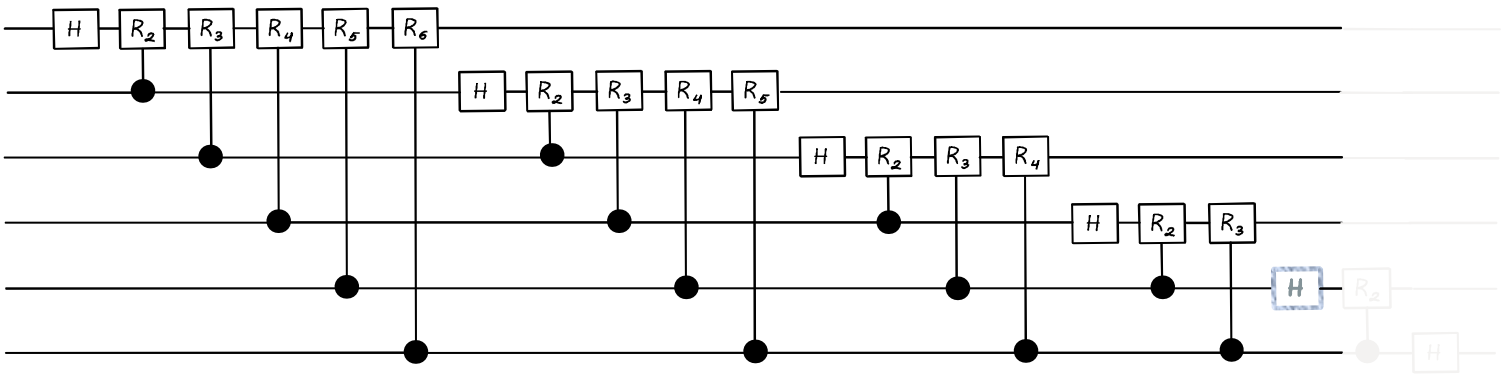
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

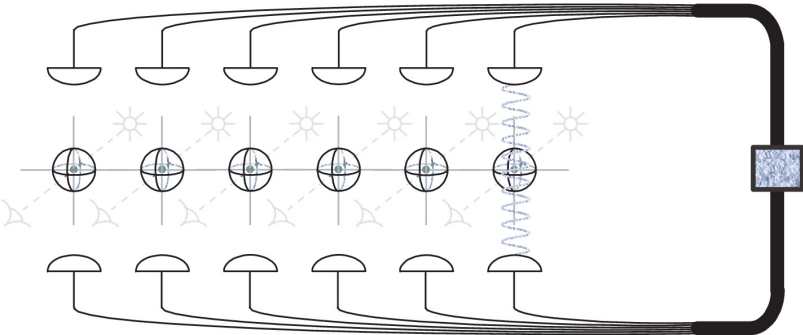
Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).





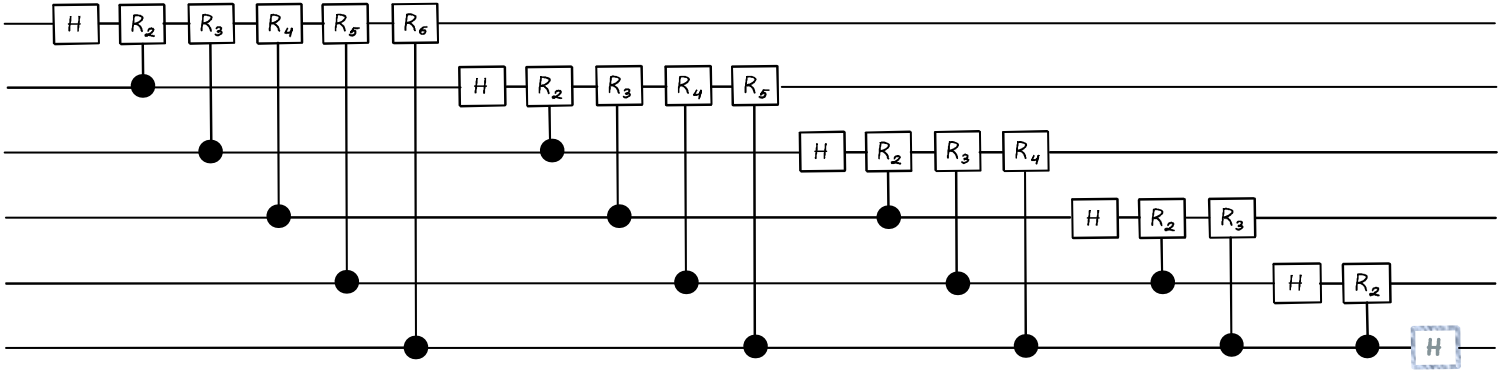
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



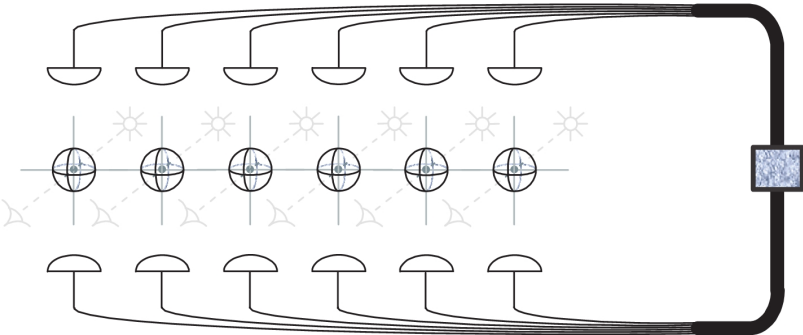
Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



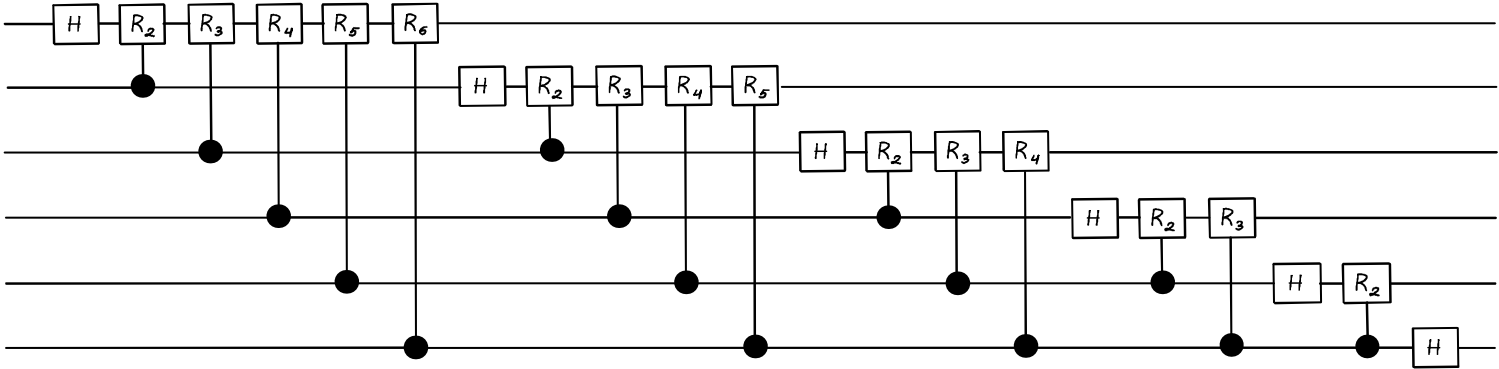
# Как работи квантовият компютър - илюстрация

Николай Митов



Градивните квантови трансформации, които задават елементарните стъпки, се наричат "квантови операции" (quantum gates).

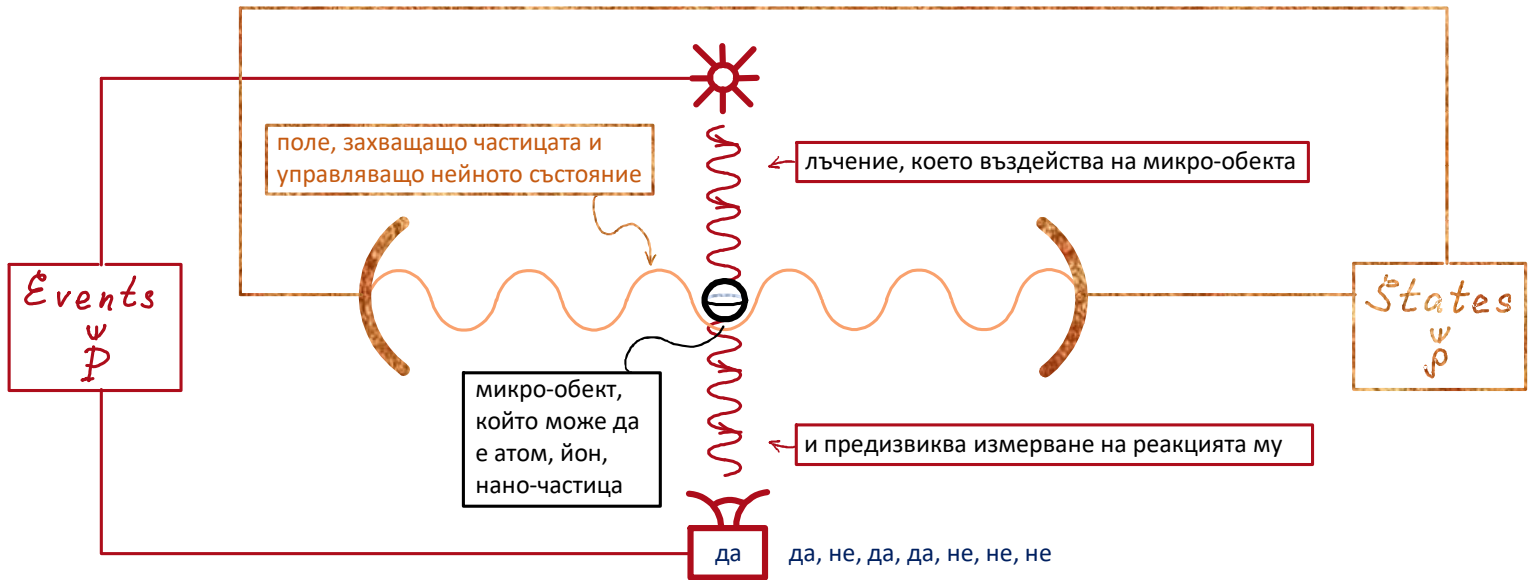
Тяхната последователност образува "квантова верига" (quantum circuit).



## Теория на измерването: **аксиоми и следствия**

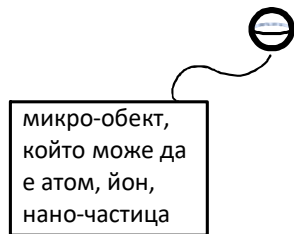
В тази част на презентацията, в **зелен цвят** са поставени части, които се считат извън материала на курса и са предназначени за читатели с допълнителен интерес към теоретичните основи на областта.

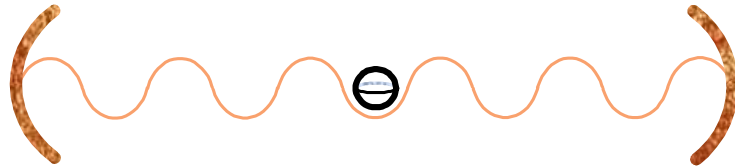
# Теория на измерването: аксиоми и следствия

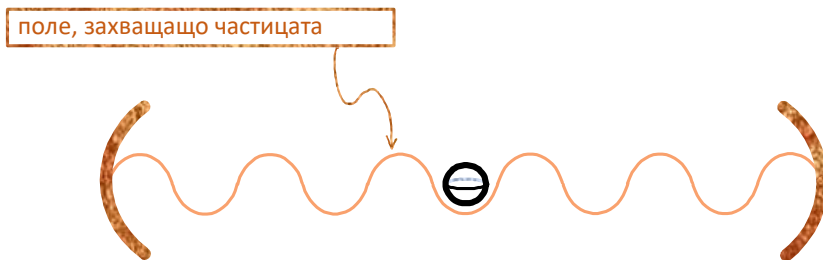


$$\text{Prob}_P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

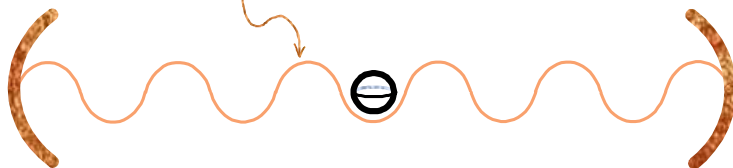




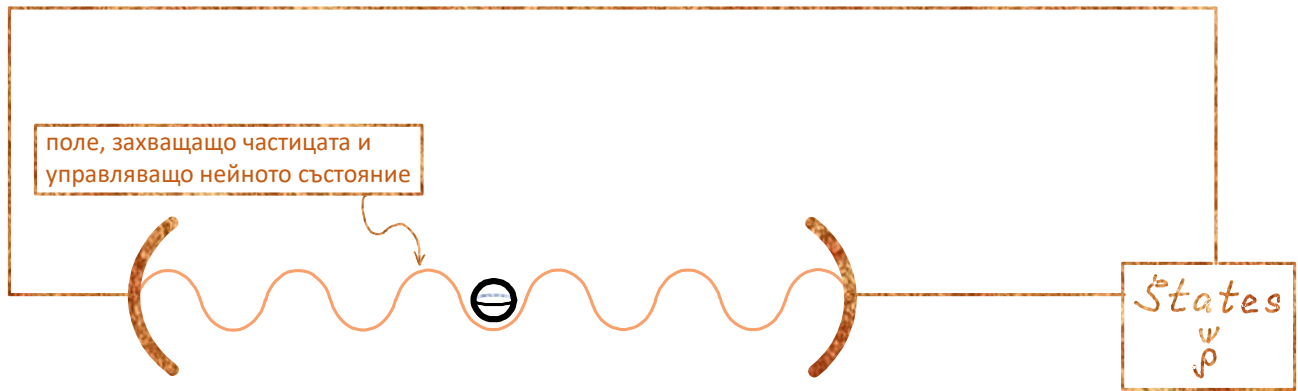




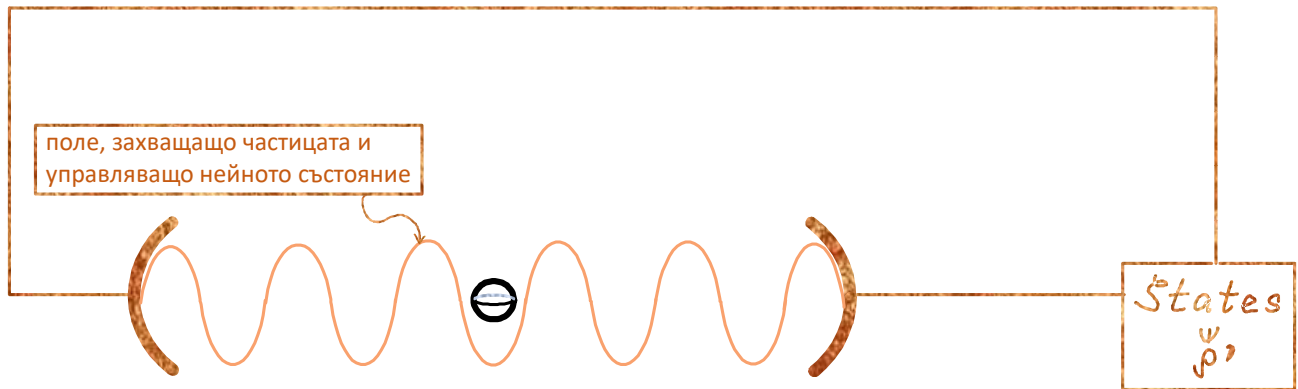
поле, захващащо частицата и  
управляващо нейното състояние



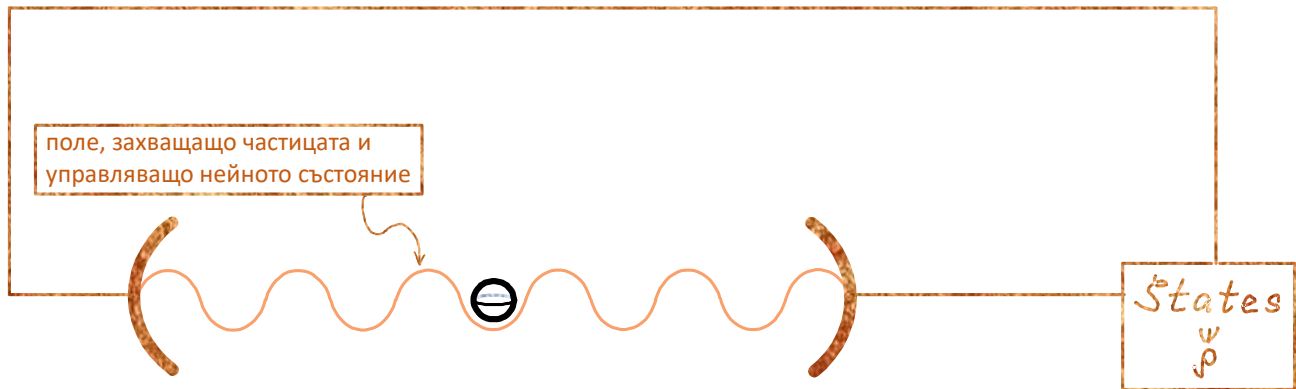
# Теория на измерването: аксиоми и следствия

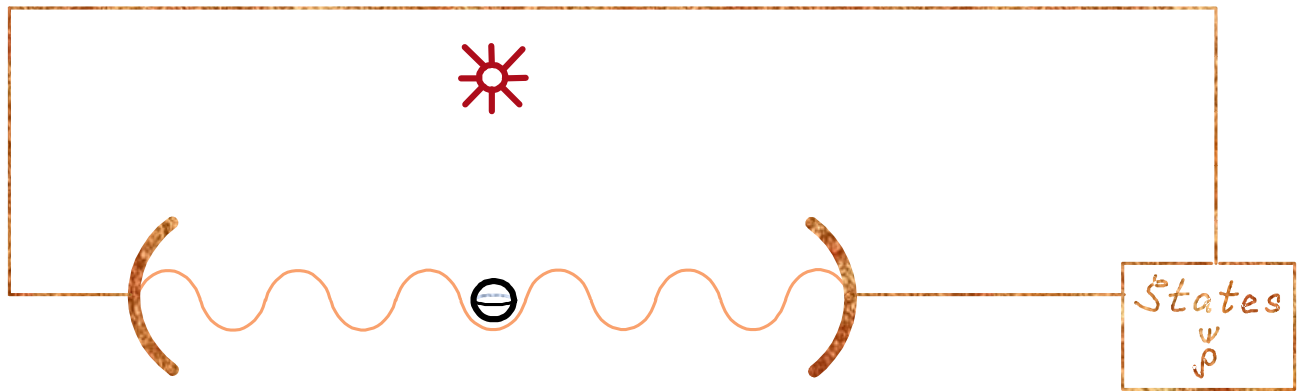


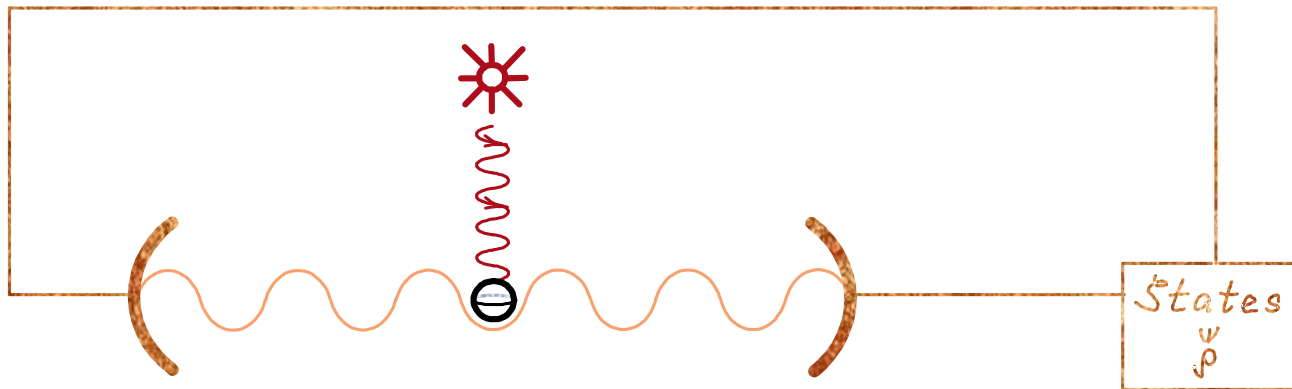
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



# Теория на измерването: аксиоми и следствия





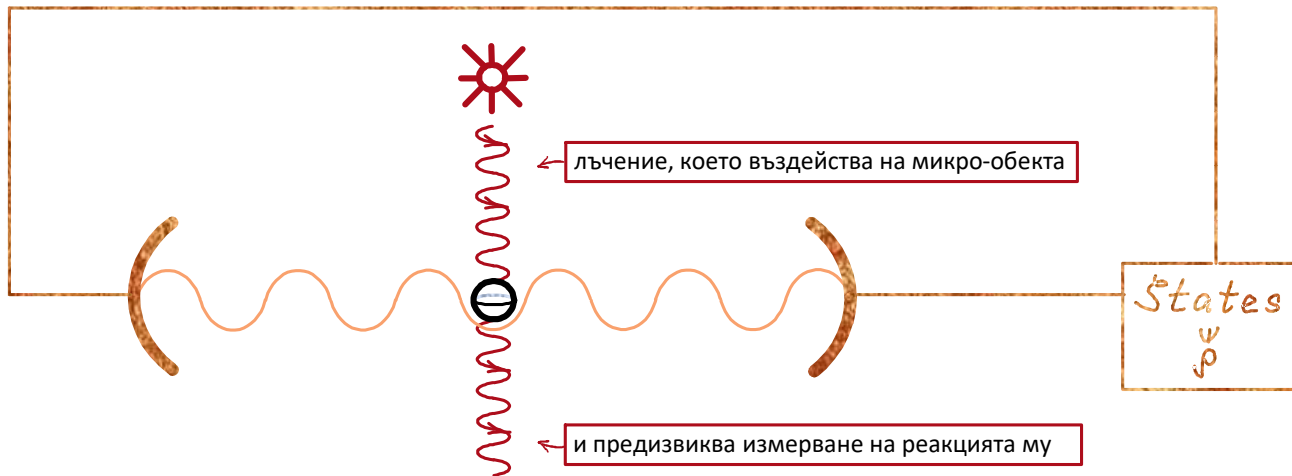


# Теория на измерването: аксиоми и следствия



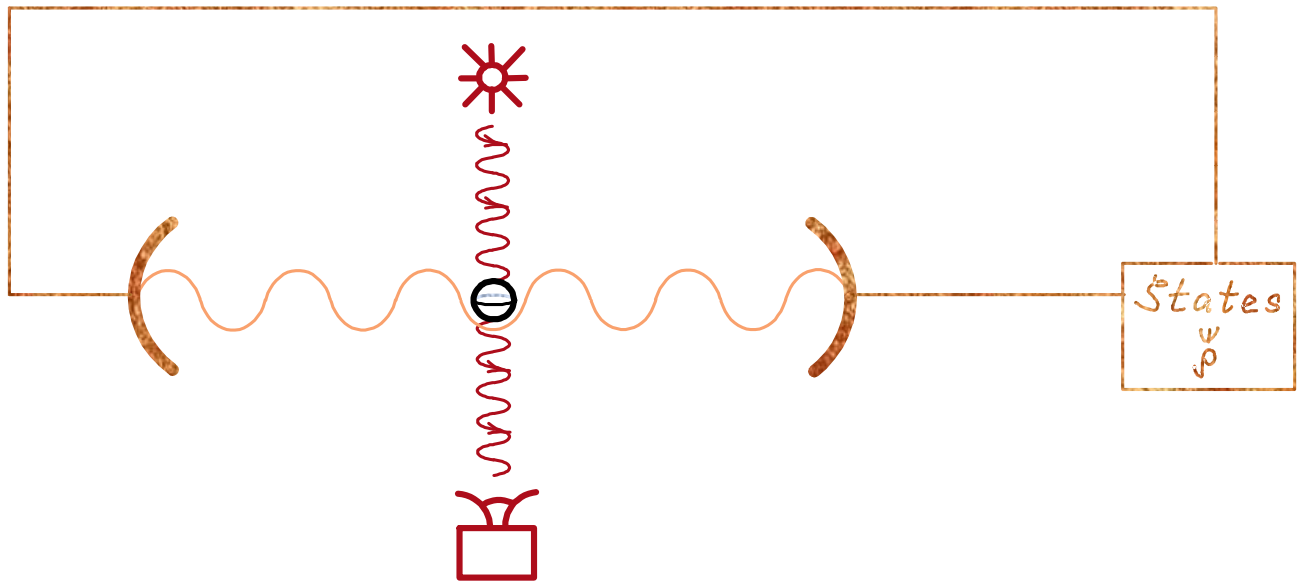


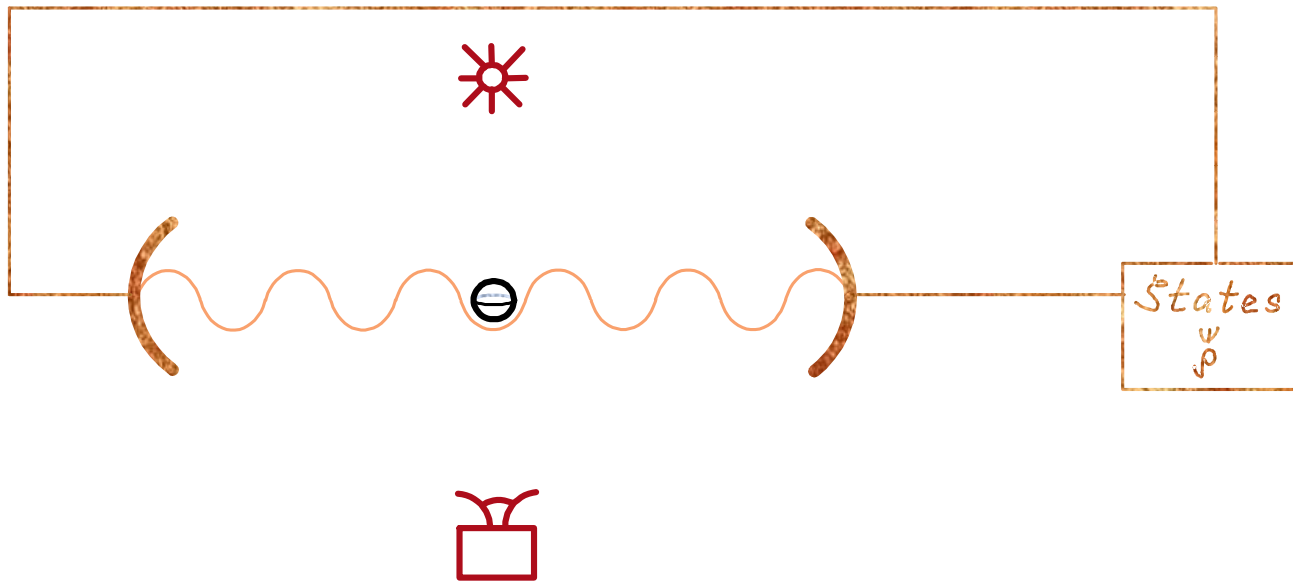
# Теория на измерването: аксиоми и следствия

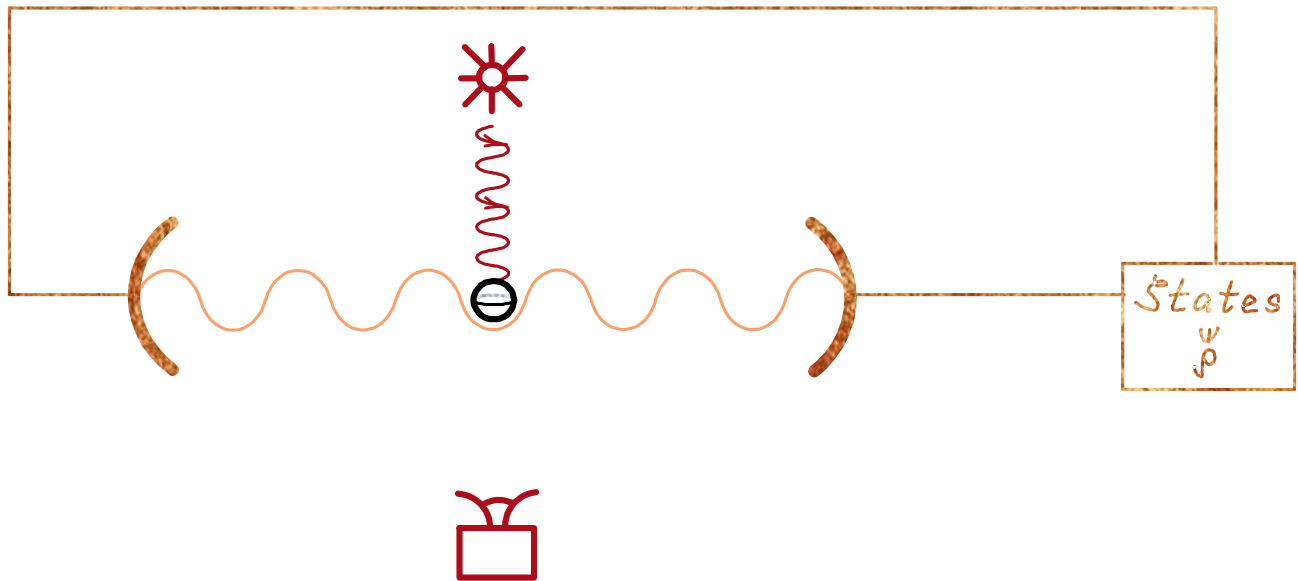


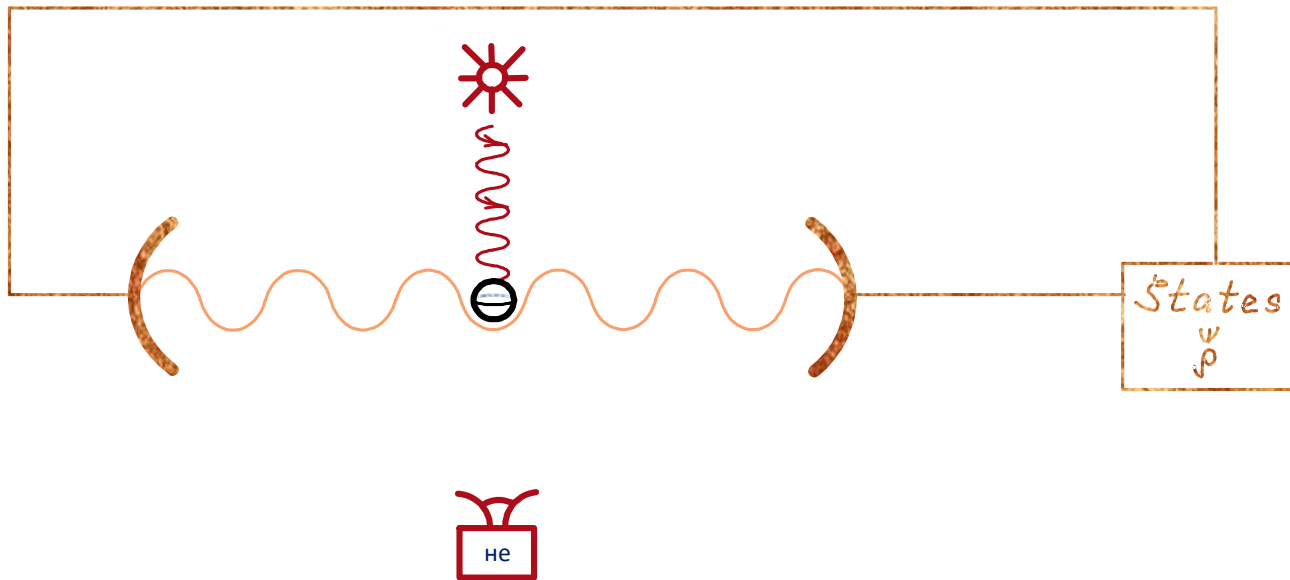
# Теория на измерването: аксиоми и следствия

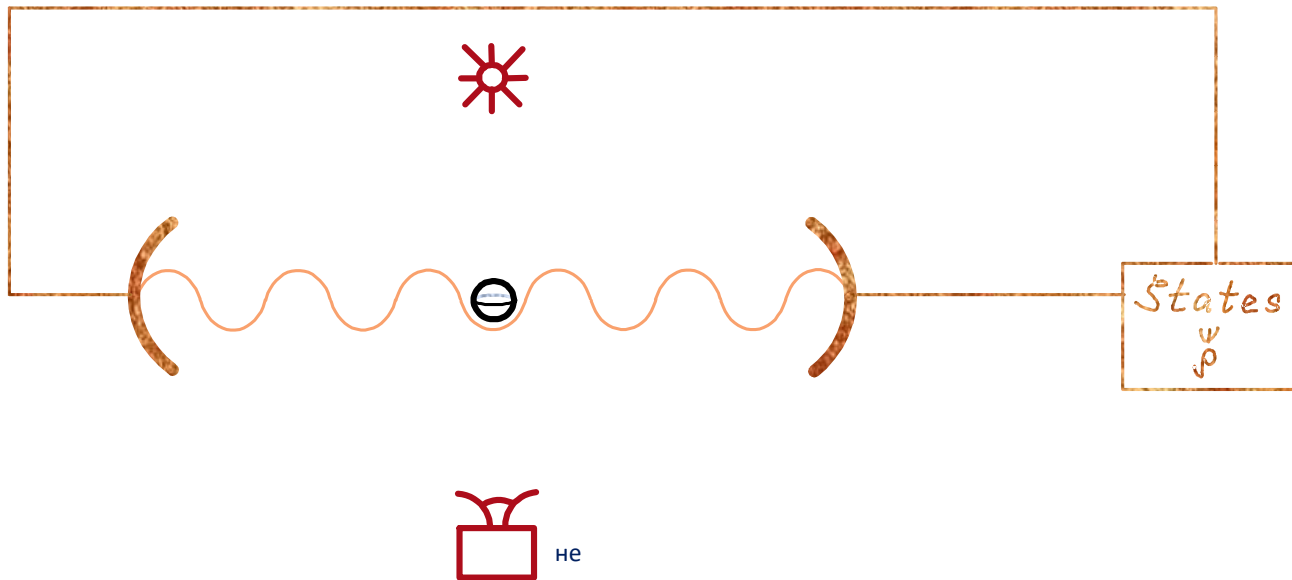


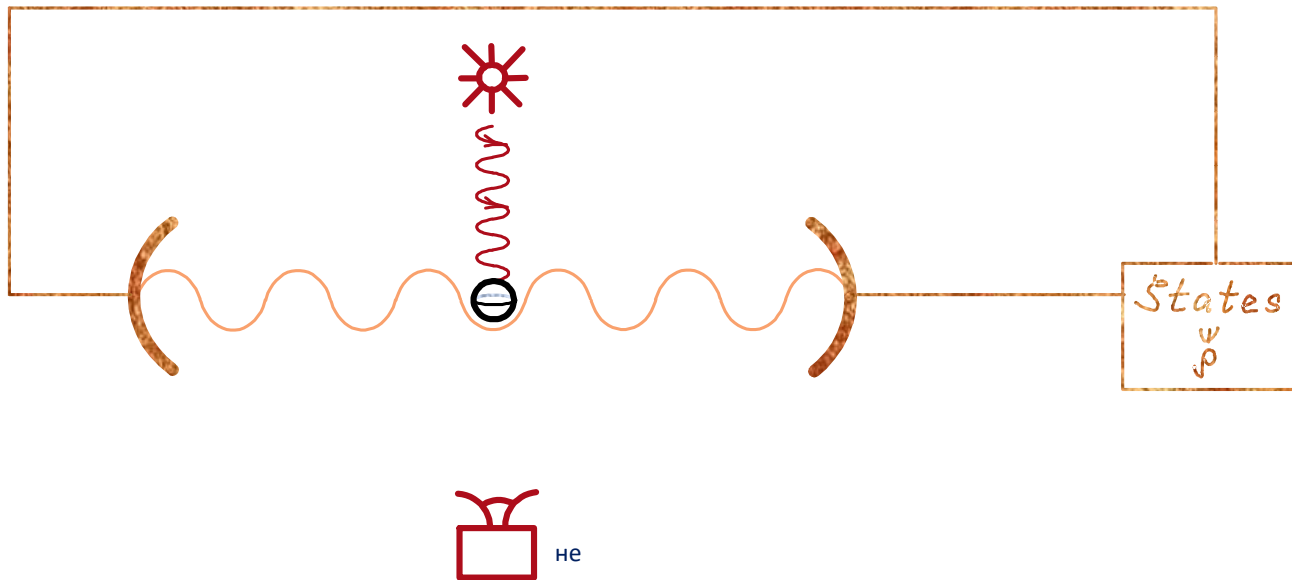




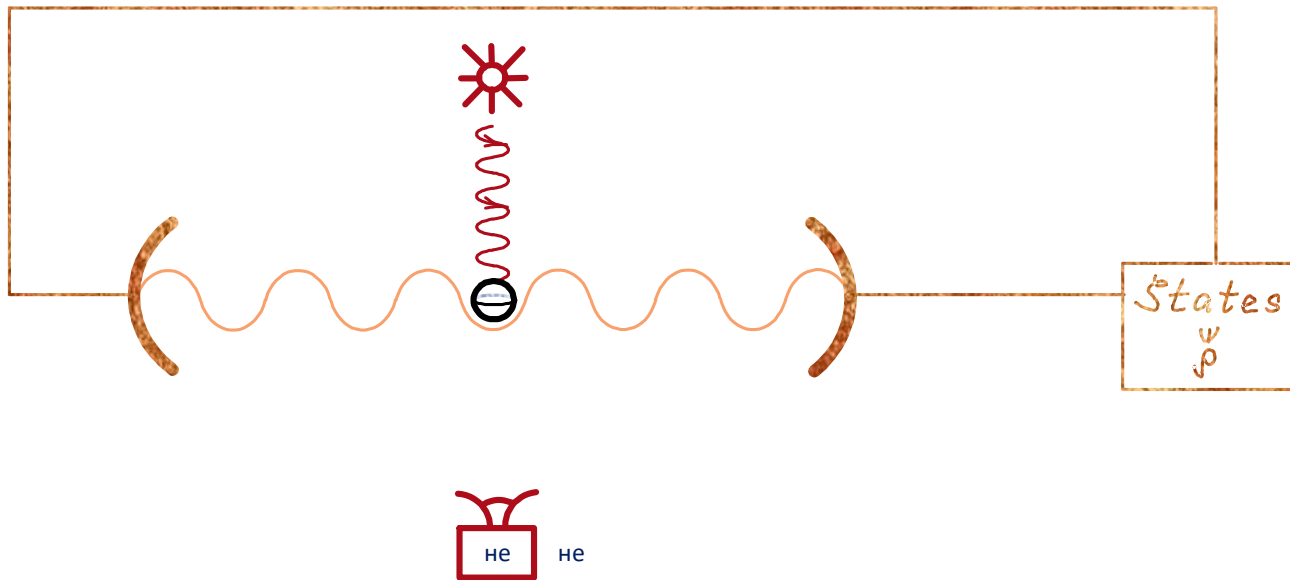




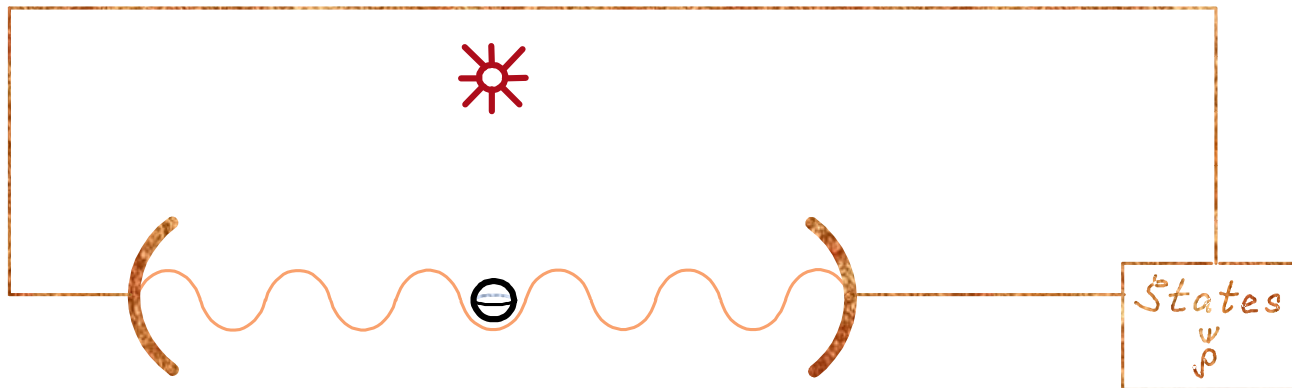




# Теория на измерването: аксиоми и следствия

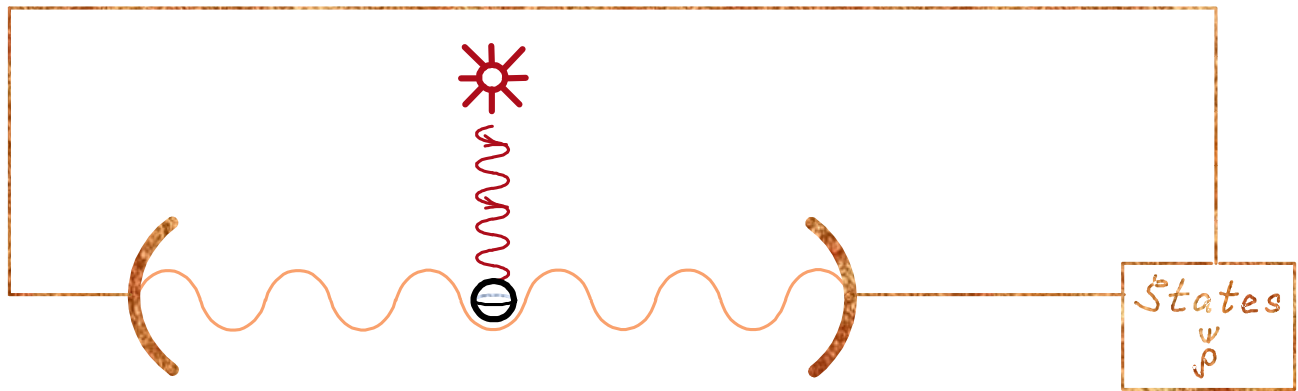


# Теория на измерването: аксиоми и следствия

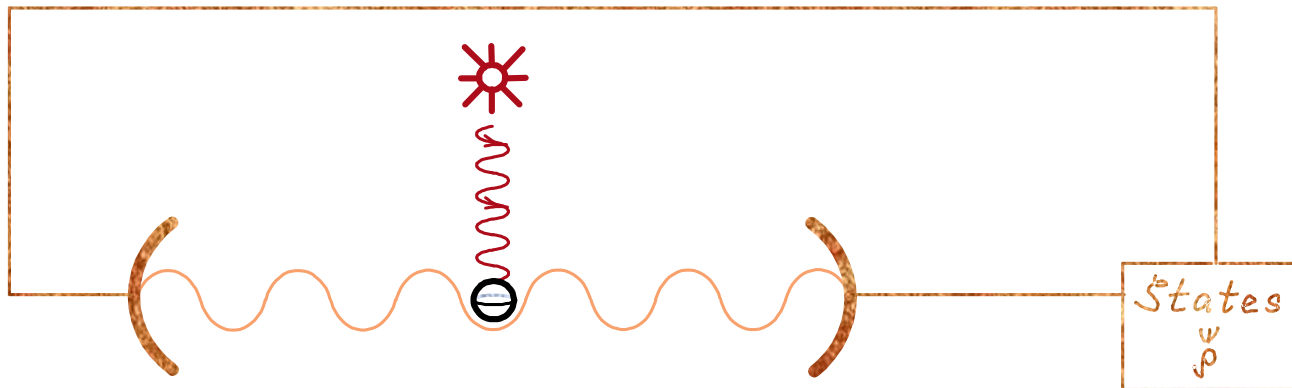


не, не

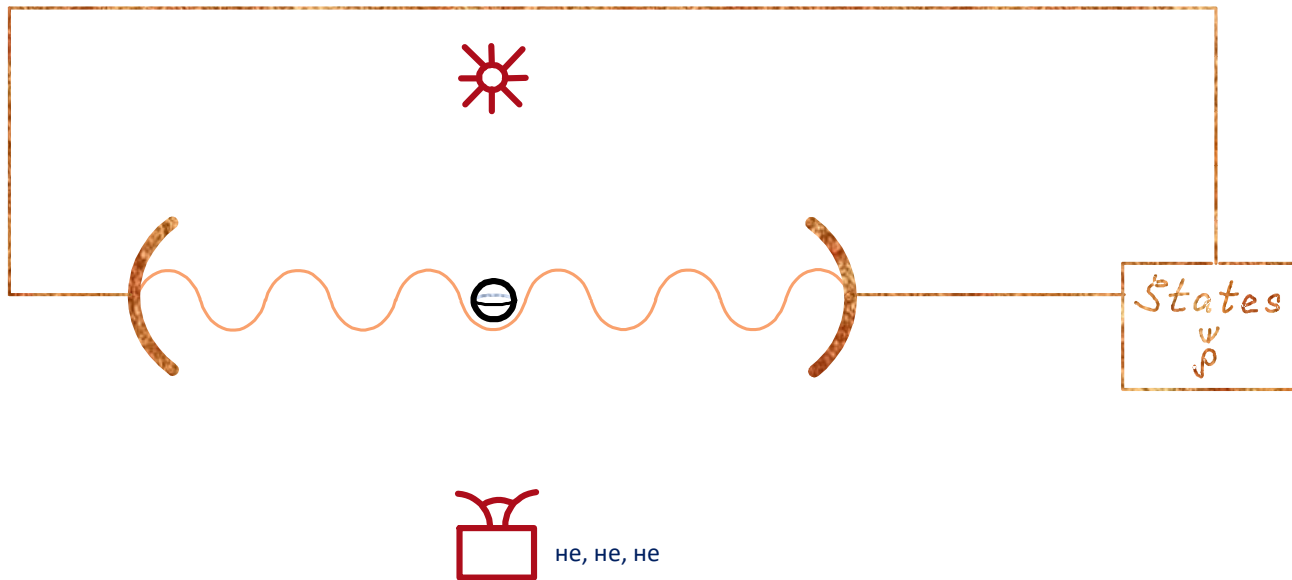
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



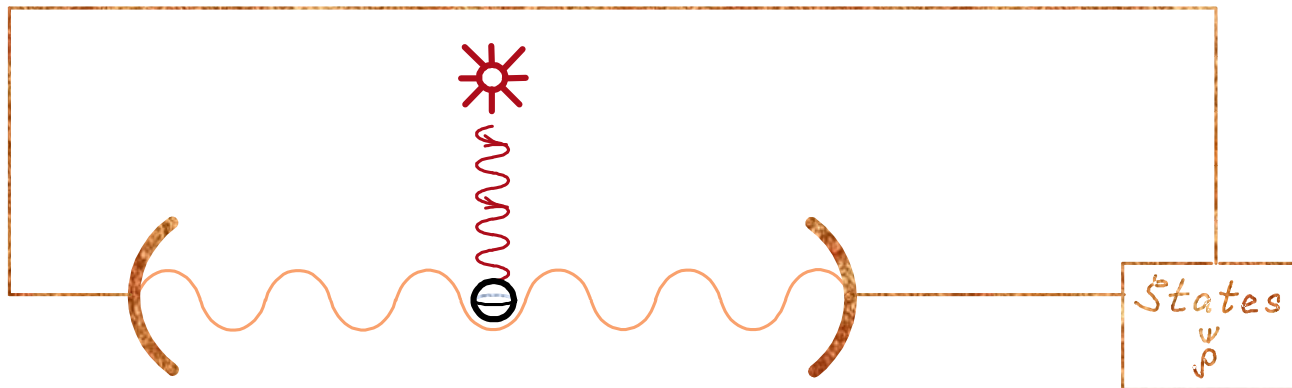
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



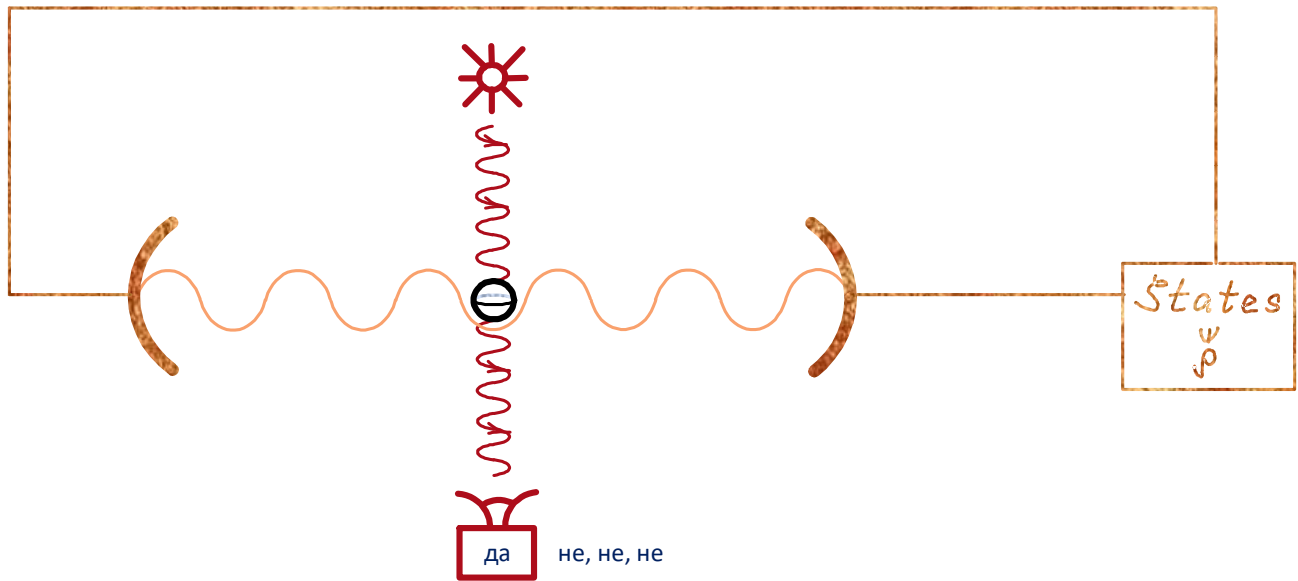
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



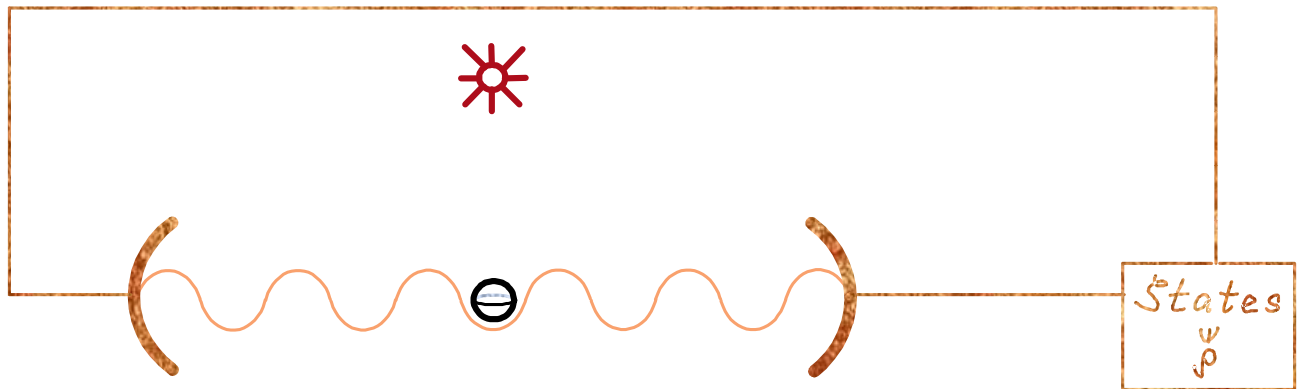
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



# Теория на измерването: аксиоми и следствия

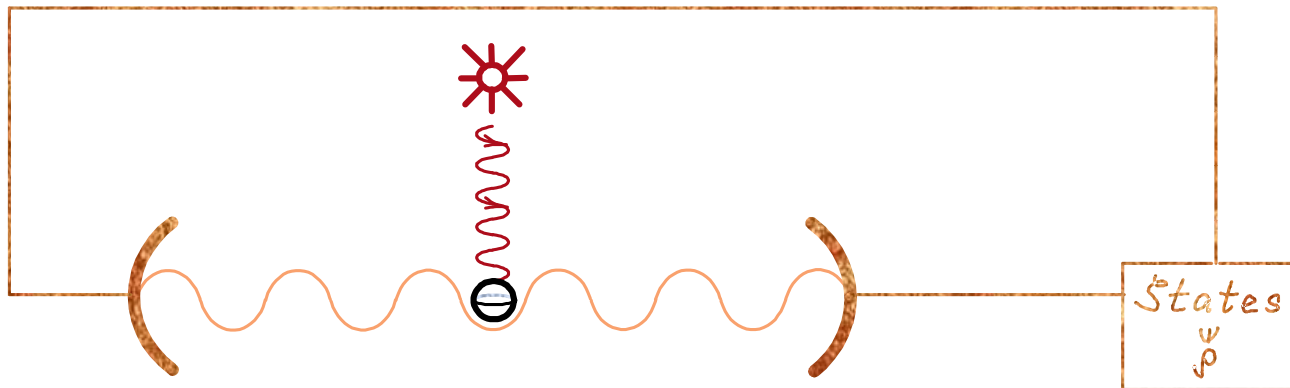


# Теория на измерването: аксиоми и следствия



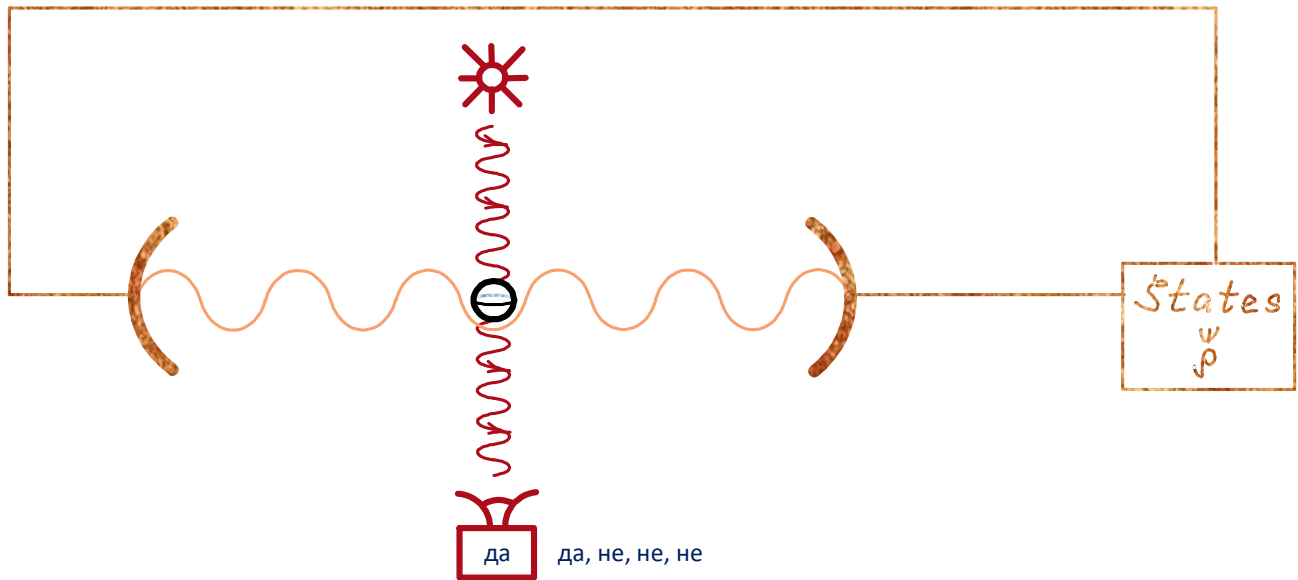
 да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

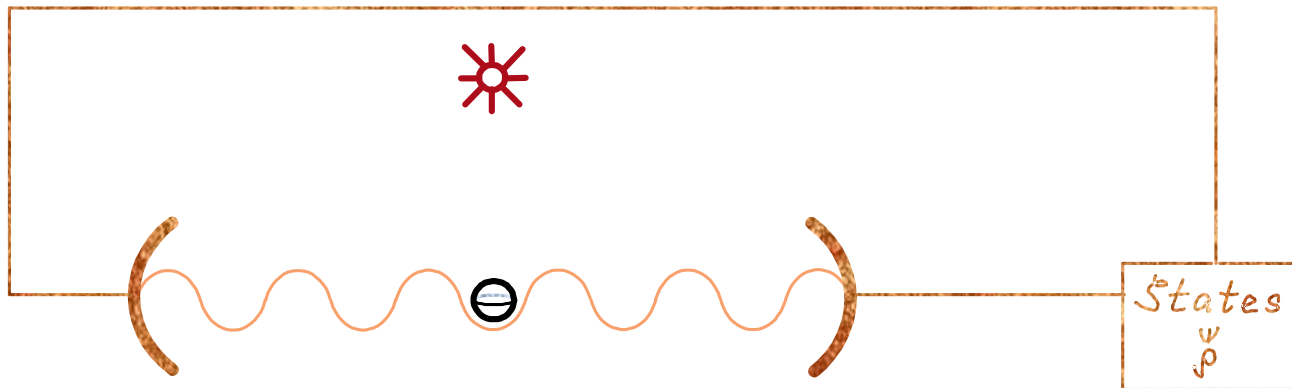


 да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

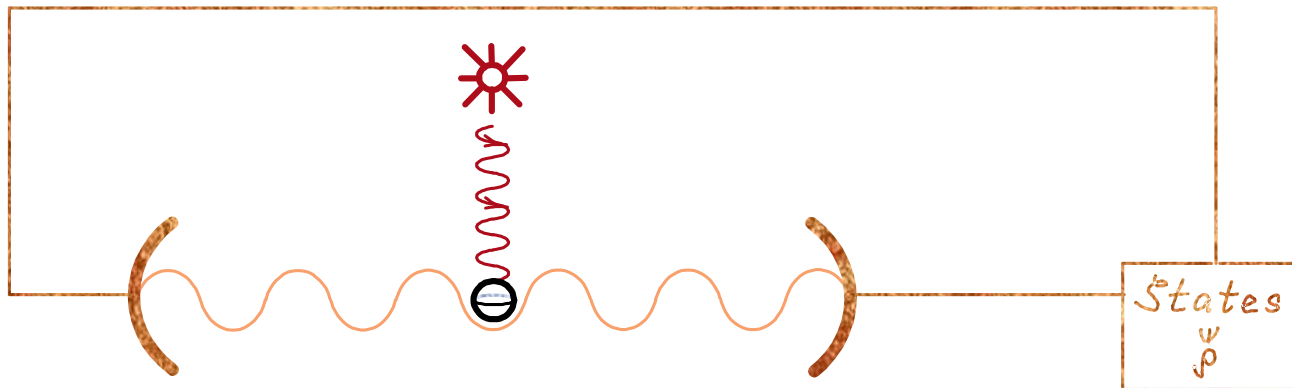


# Теория на измерването: аксиоми и следствия



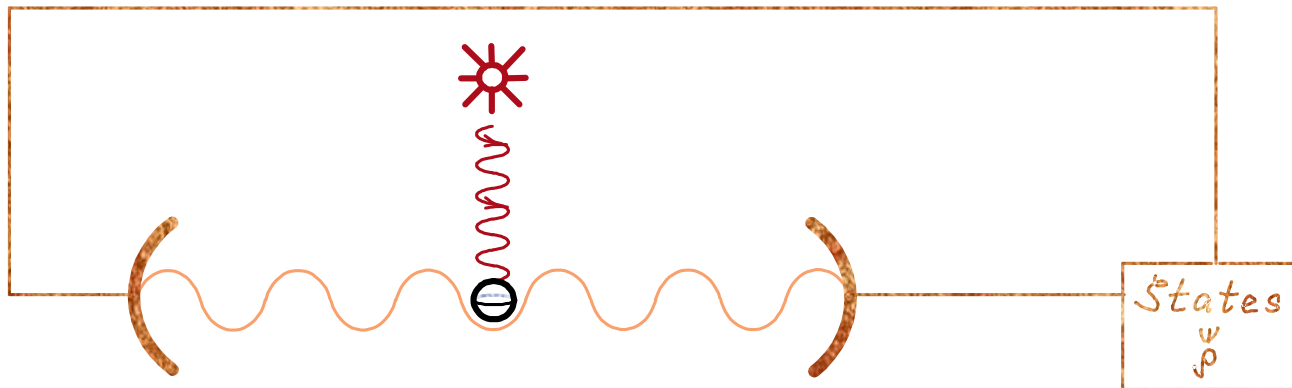
да, да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия



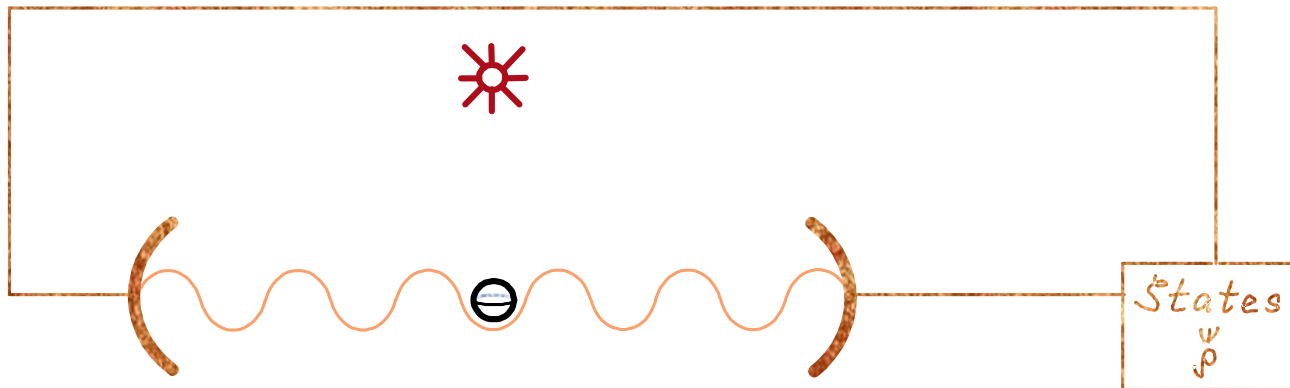
да, да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия



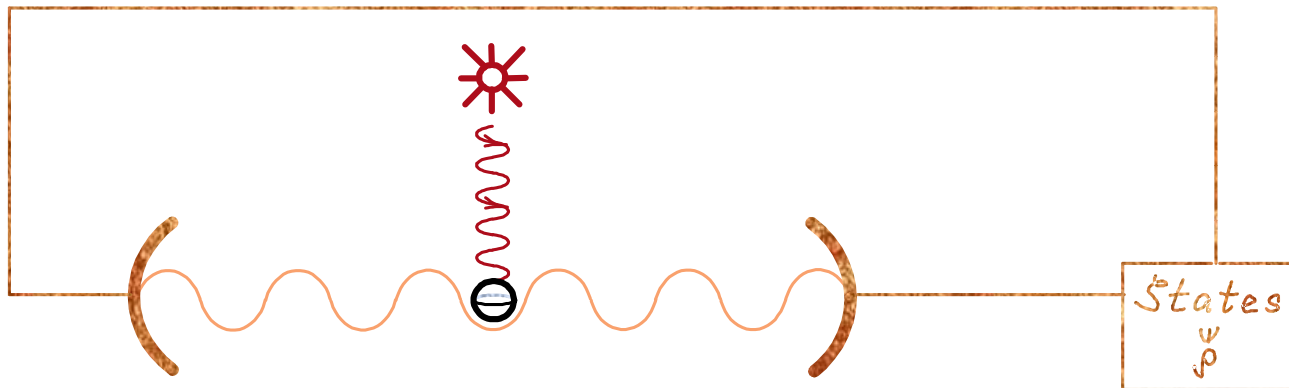
не да, да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия



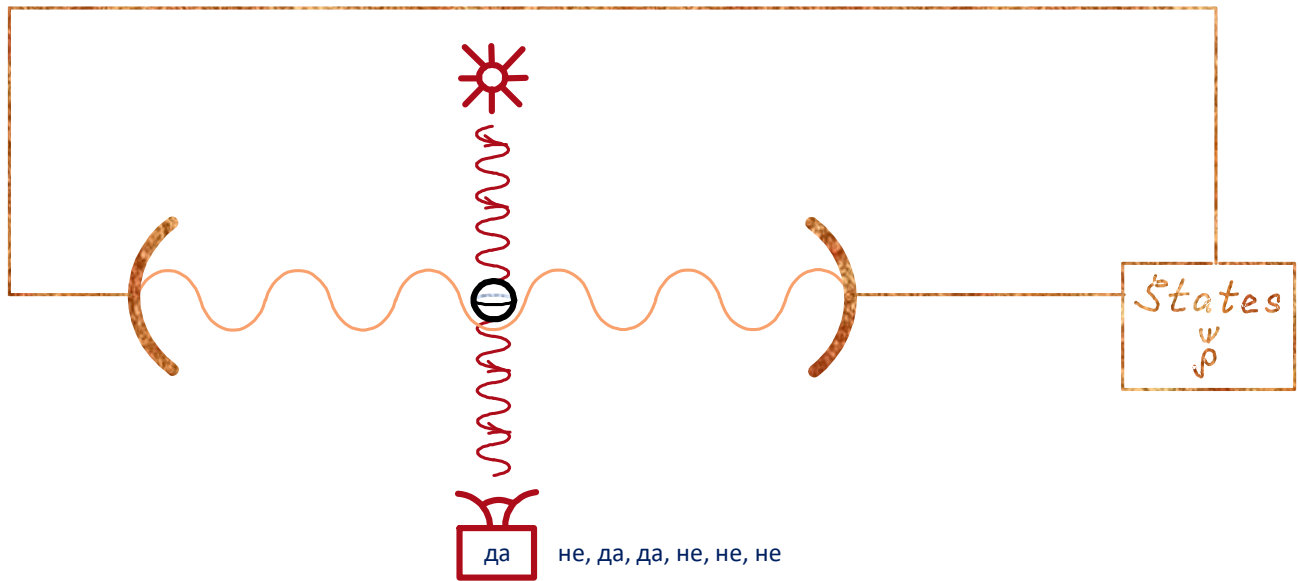
не, да, да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

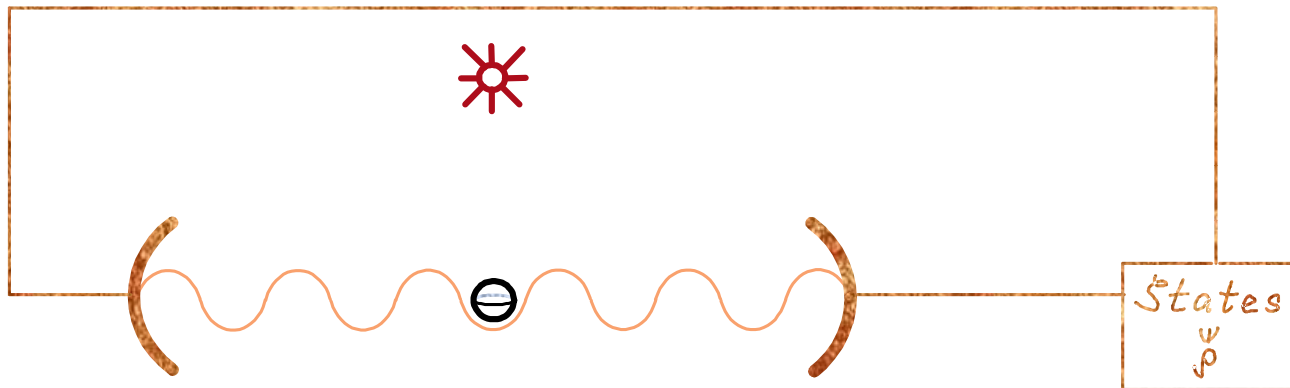


не, да, да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

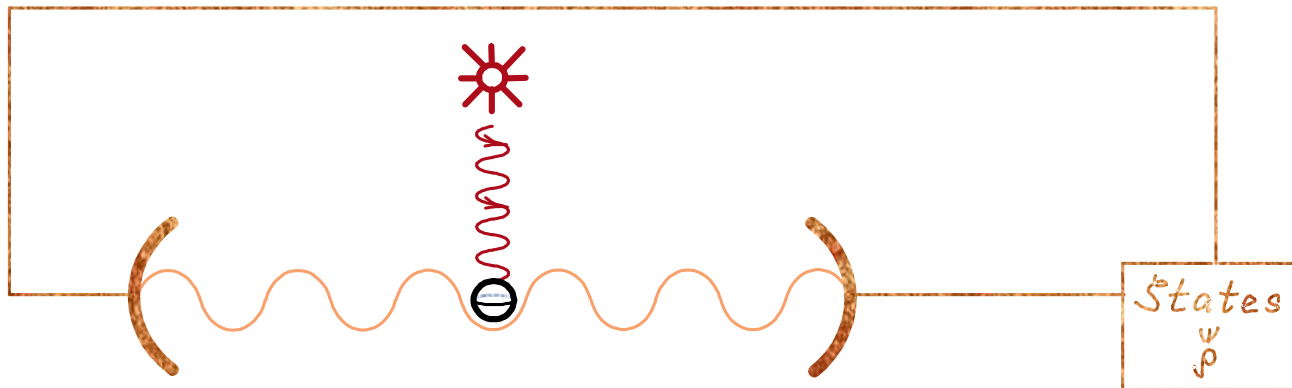


# Теория на измерването: аксиоми и следствия



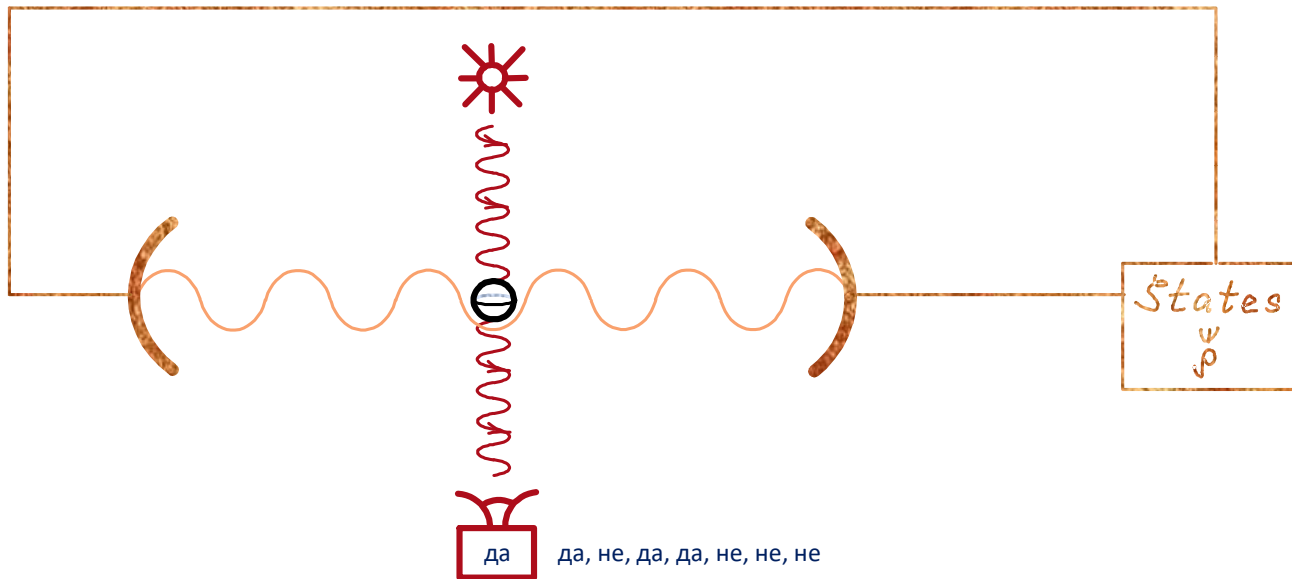
да, не, да, да, не, не, не

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

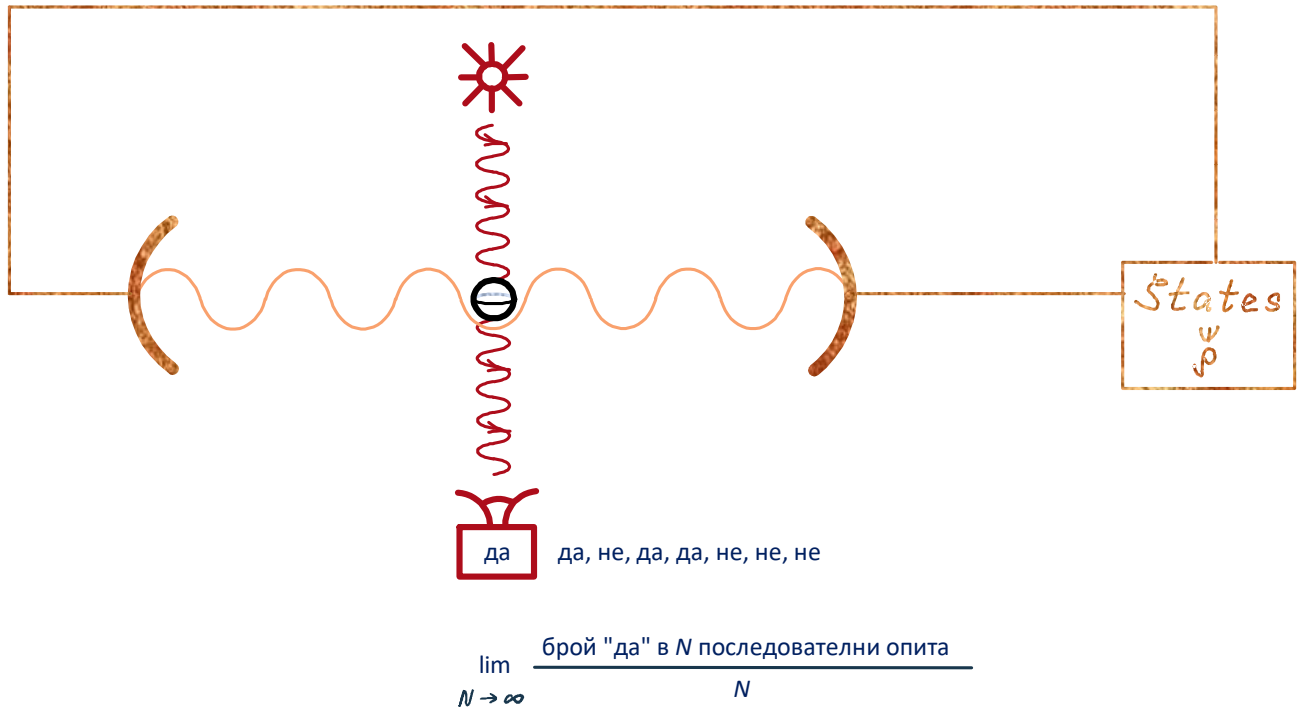


да, не, да, да, не, не, не

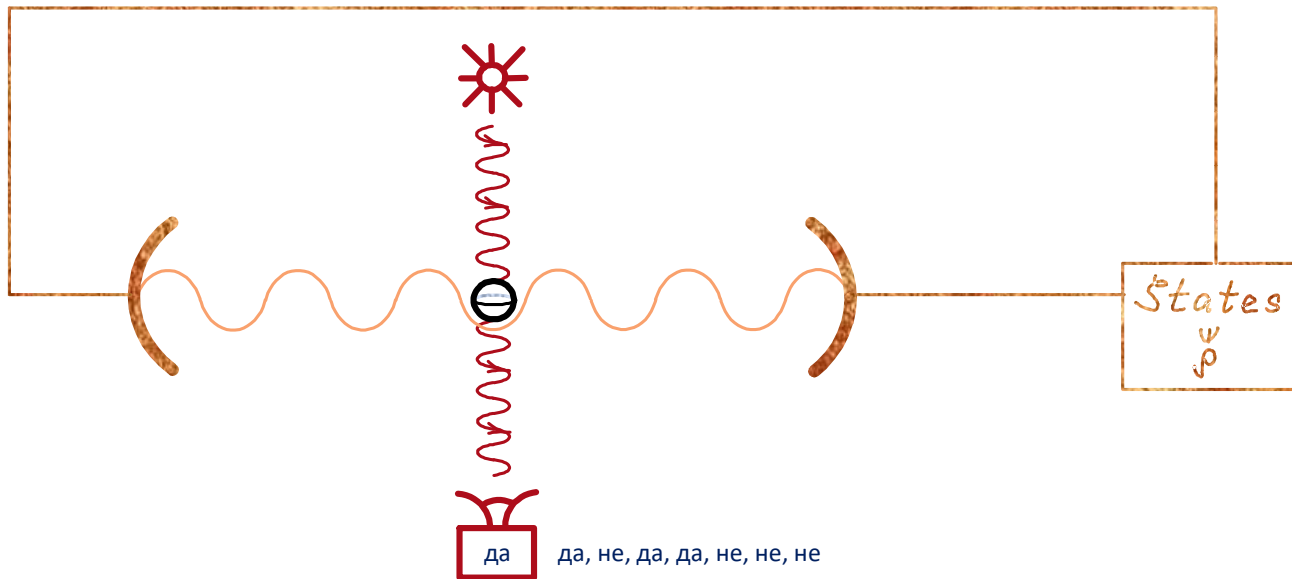
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



# Теория на измерването: аксиоми и следствия

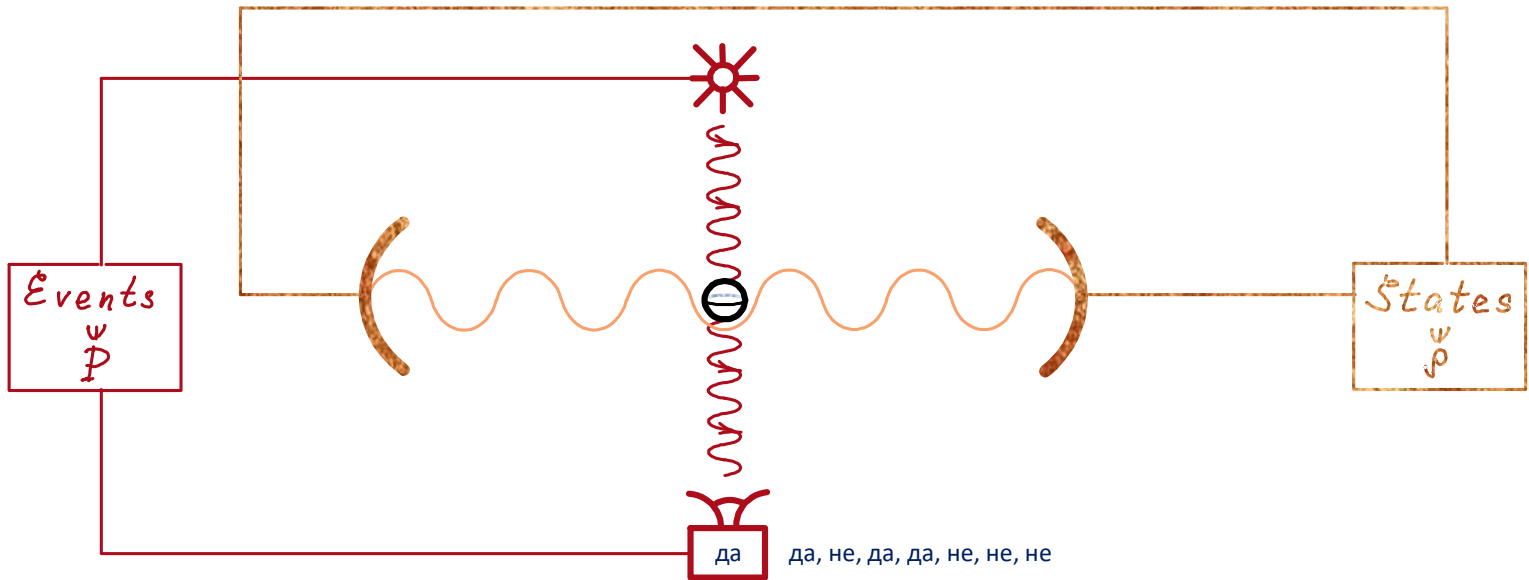


# Теория на измерването: аксиоми и следствия



$$\text{Prob}_\rho P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

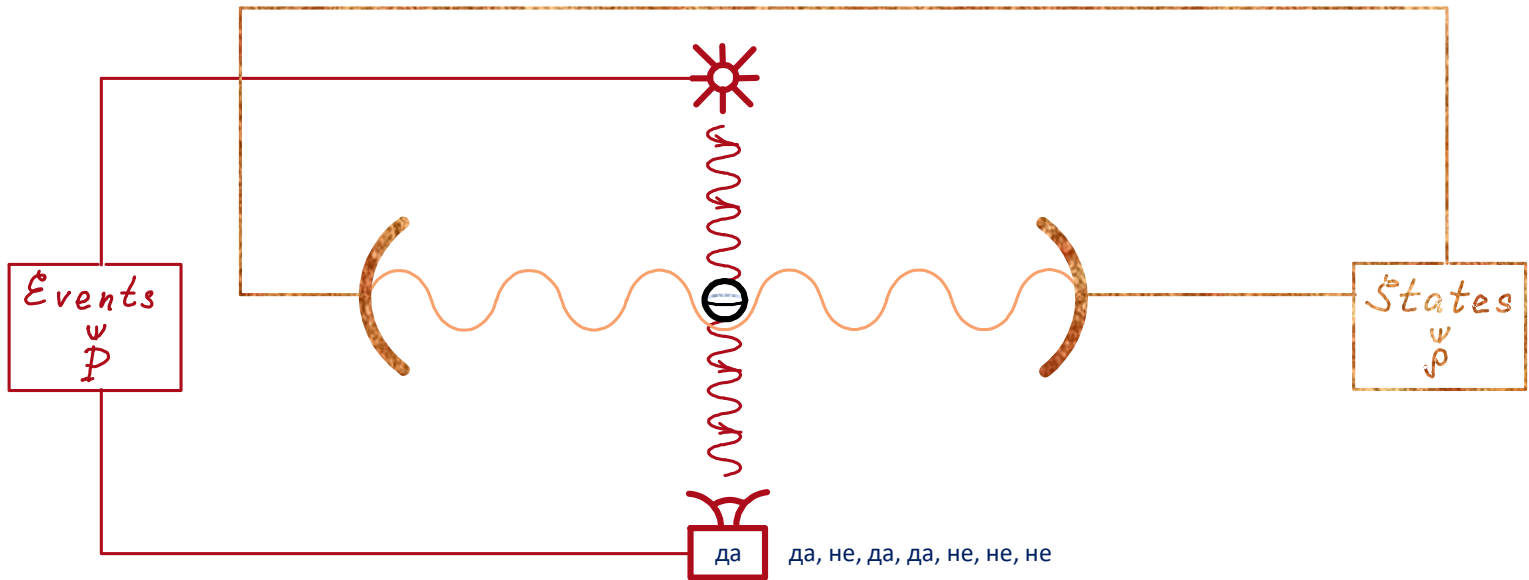
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



$$\text{Prob}_\rho P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

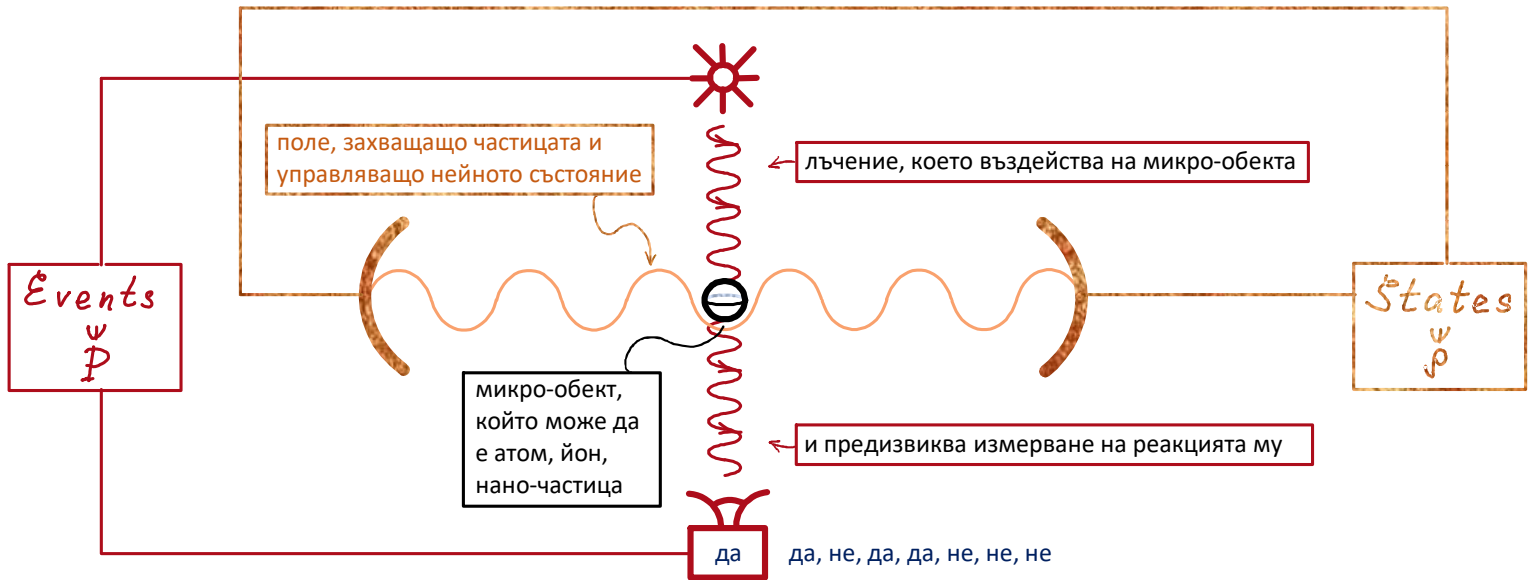


# Теория на измерването: аксиоми и следствия



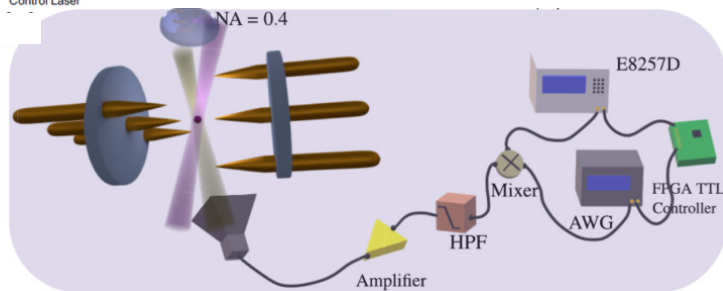
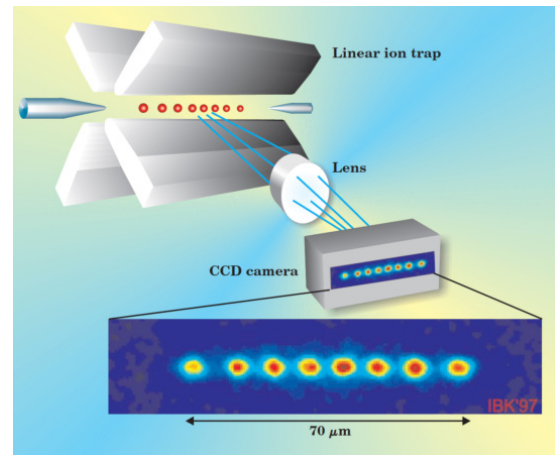
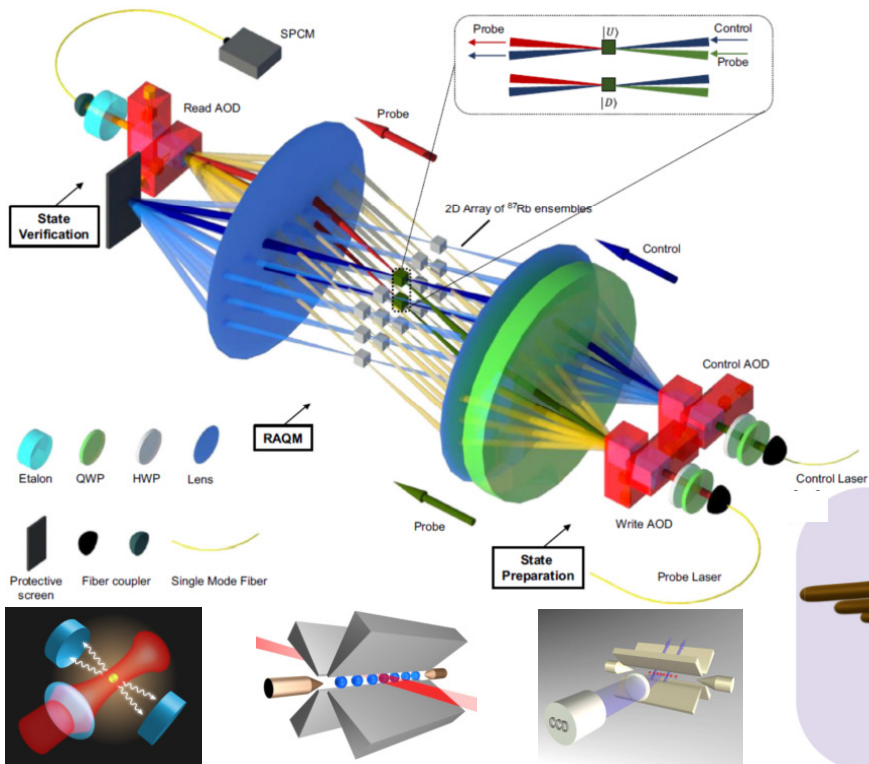
$$\text{Prob}_\rho P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

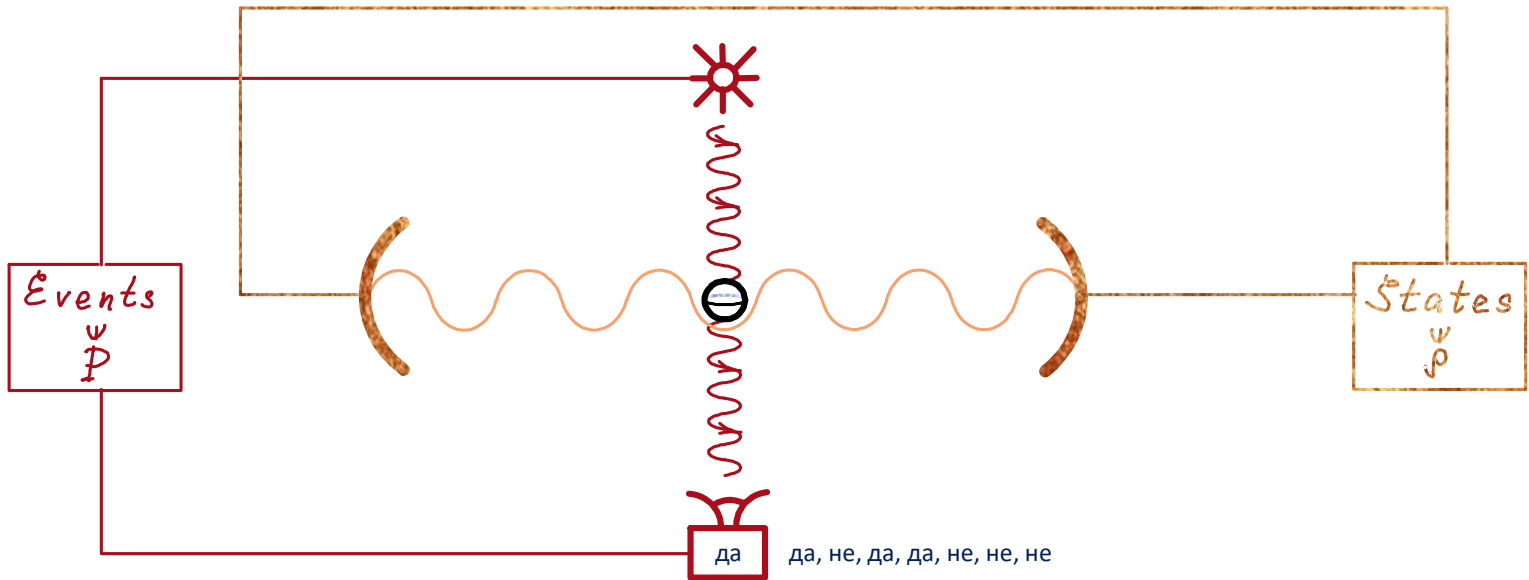


$$\text{Prob}_\rho P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия



# Теория на измерването: аксиоми и следствия



$$\text{Prob}_\rho P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{брой "да" в } N \text{ последователни опита}}{N}$$

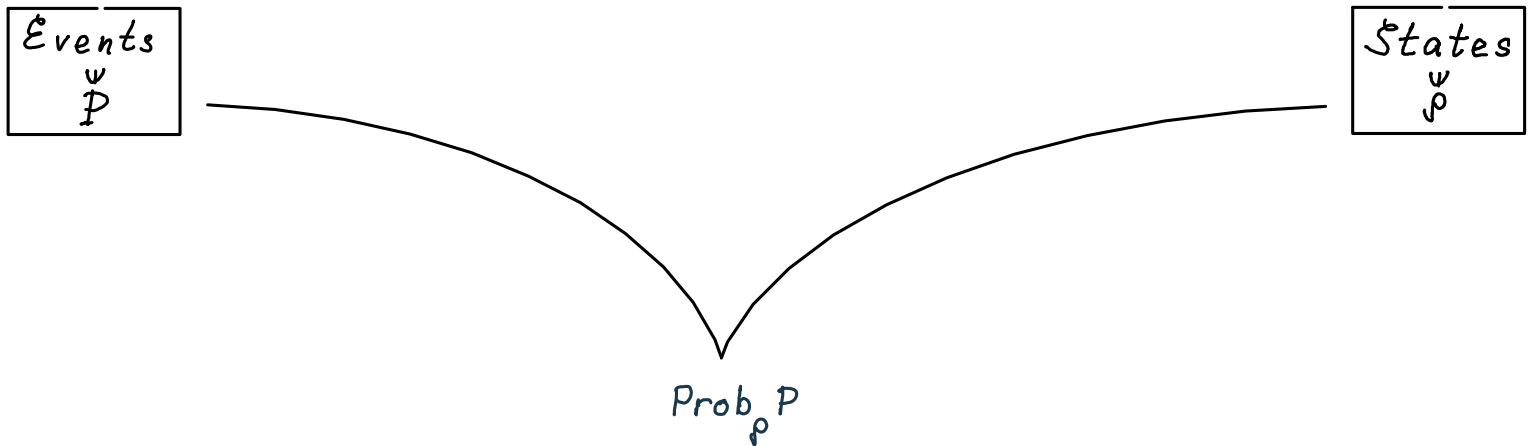
Events

$\mathcal{F}$

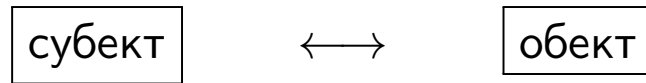
States

$\mathcal{S}$

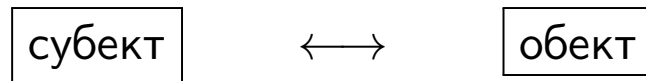
Prob  $\mathcal{P}$



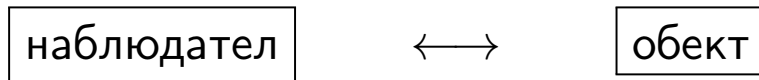
Квантовата теория описва отношението



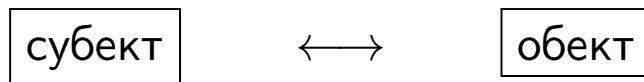
Квантовата теория описва отношението



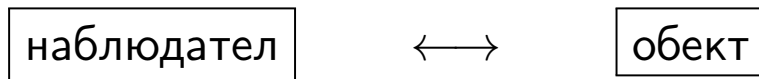
или, по-конкретно,



Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



представено от:

*Events*

*States*

$\Psi$

$\Psi$

$Q$

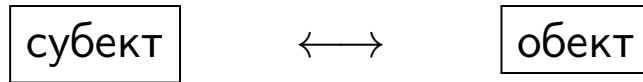
$\rho$

$Prob_{\rho}(Q) =:$

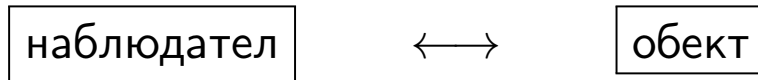
вероятност за регистриране  
на събитието  $Q$  в съст.  $\rho$

$=: \rho(Q)$

Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



представено от:

*Events*

*States*

$\Psi$

$\Psi$

$Q$

$\rho$

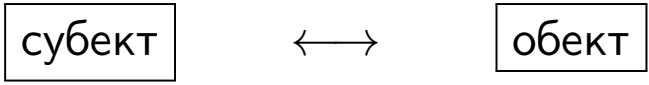
$Prob_{\rho}(Q) =:$

вероятност за регистриране  
на събитието  $Q$  в съст.  $\rho$

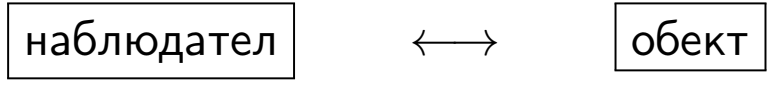
$=: \rho(Q)$



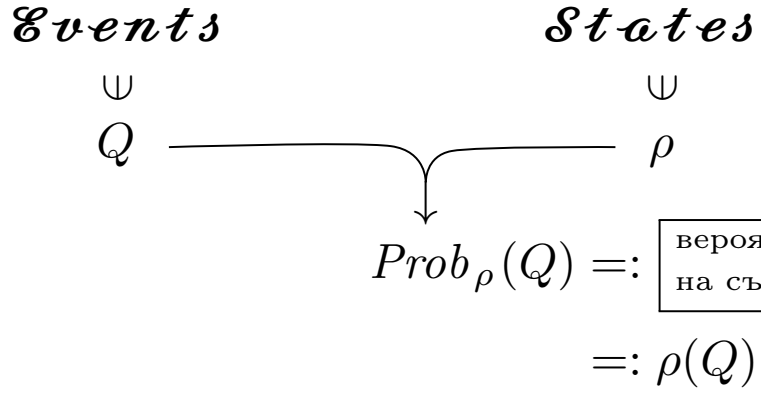
Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



представено от:



Регистрирането на събитие или още казано, установяване на свойство на обект, е “активен процес”.

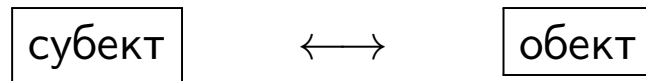
То е нещо като “обичане на дреха върху обекта”, като резултата е “става” / “не става”.

При следваща регистрация на събитие, се “облича нова дреха”, което може да заличи старата.

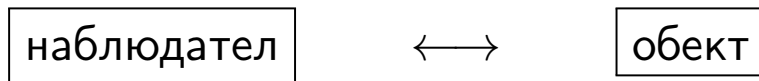
вероятност за регистриране на събитието  $Q$  в съст.  $\rho$

$$=: \rho(Q)$$

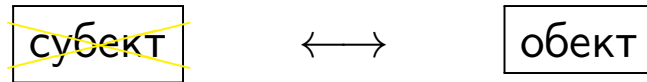
Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



Квантовата теория описва отношението

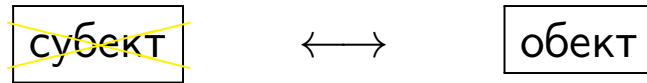


или, по-конкретно,

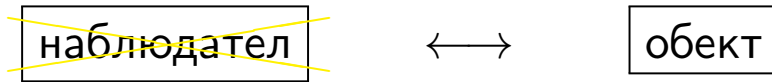


без да отстранява субекта / наблюдателя

Квантовата теория описва отношението



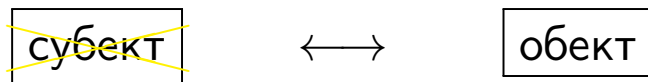
или, по-конкретно,



без да отстранява субекта / наблюдателя

и да описва обектите “сами по себе си”

Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,

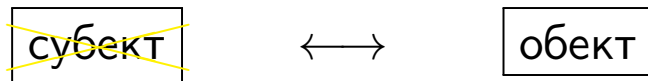


без да отстранява субекта / наблюдателя

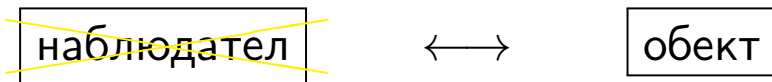
и да описва обектите “сами по себе си”,

както се прави при класическото описание на природата.

Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



без да отстранява субекта / наблюдателя

и да описва обектите “сами по себе си”,

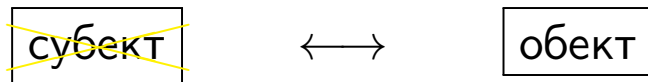
както се прави при класическото описание на природата.

Проблемът: може ли да опишем квантовия свят по класически път е т.нар. “проблем за скритите параметри (hidden variables)”.

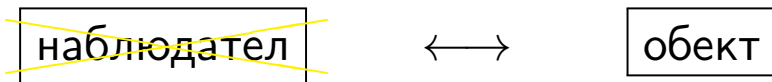
Еквивалентно: може ли да симулираме квантовите феномени на класически компютър.

Отговор: да – това е една от целите на квантовата теория.

Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



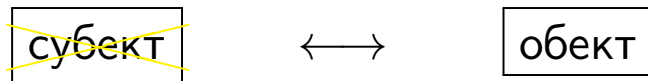
без да отстранява субекта / наблюдателя

и да описва обектите “сами по себе си”,

както се прави при класическото описание на природата.

Това, което по принцип не може да се постигне, е при една такава симулация да е в сила, че на отделните части на света (напр., на отделни хора) *винаги* ще отговарят отделни части от паметта на класическия компютър, който извършва симулацията.

Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



без да отстранява субекта / наблюдателя



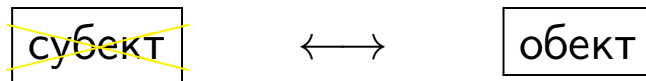
и да описва обектите “сами по себе си”,

както се прави при класическото описание на природата.

Това следва от т.нар. теорема на Бел, която може да се изказва така: “ако има скрити параметри, то те не са локални”.

Тази теорема е част от раздела по съставни системи.

Квантовата теория описва отношението



или, по-конкретно,



без да отстранява субекта / наблюдателя



и да описва обектите “сами по себе си”,

както се прави при класическото описание на природата.

От друга страна, квантовото описание допуска локалност. Тя обаче идва преди всичко от наблюдателната страна.

Локалността е особено важна за т.нар. квантова теория на полето (Quantum Field Theory), която поради това също бива наричана “локална квантова физика” (Local Quantum Physics).

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.



## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.



Понятието експеримент, което ще въведем още в първия аксиоматичен раздел ще ни даде “влагания” на “класически картини” в “квантовия свят”.

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.



Понятието експеримент, което ще введем още в първия аксиоматичен раздел ще ни даде “влагания” на “класически картини” в “квантовия свят”.

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.



Понятието експеримент, което ще введем още в първия аксиоматичен раздел ще ни даде “влагания” на “класически картини” в “квантовия свят”.

При измерването състоянията в квантовия свят допълнително ще се трансформират в следствие на извличането на класическата картина.

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.



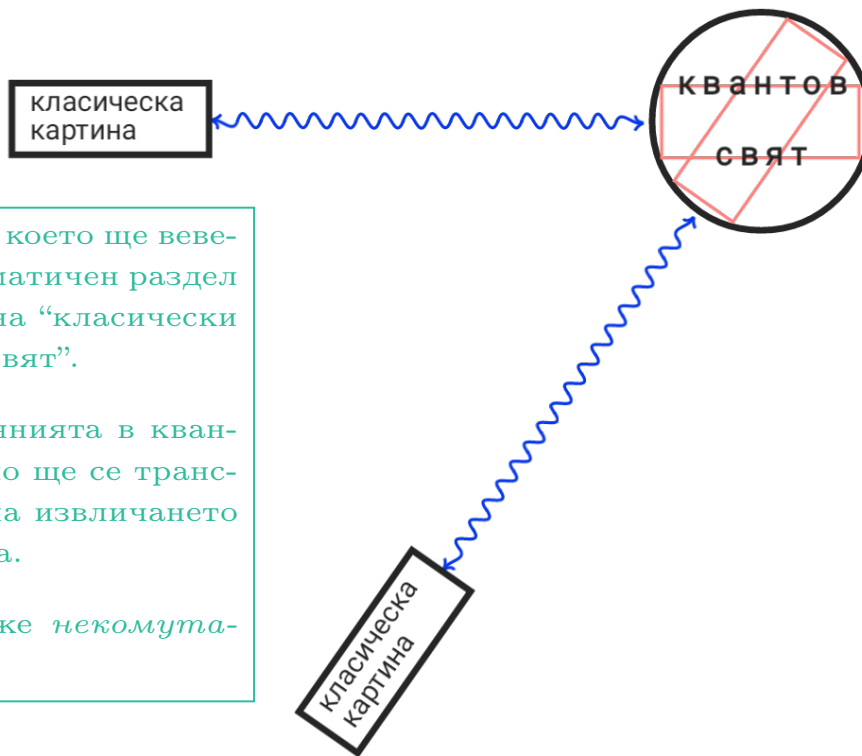
Понятието експеримент, което ще введем още в първия аксиоматичен раздел ще ни даде “влагания” на “класически картини” в “квантовия свят”.

При измерването състоянията в квантовия свят допълнително ще се трансформират в следствие на извличането на класическата картина.

Този процес ще се окаже *некомутитивен*.

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.



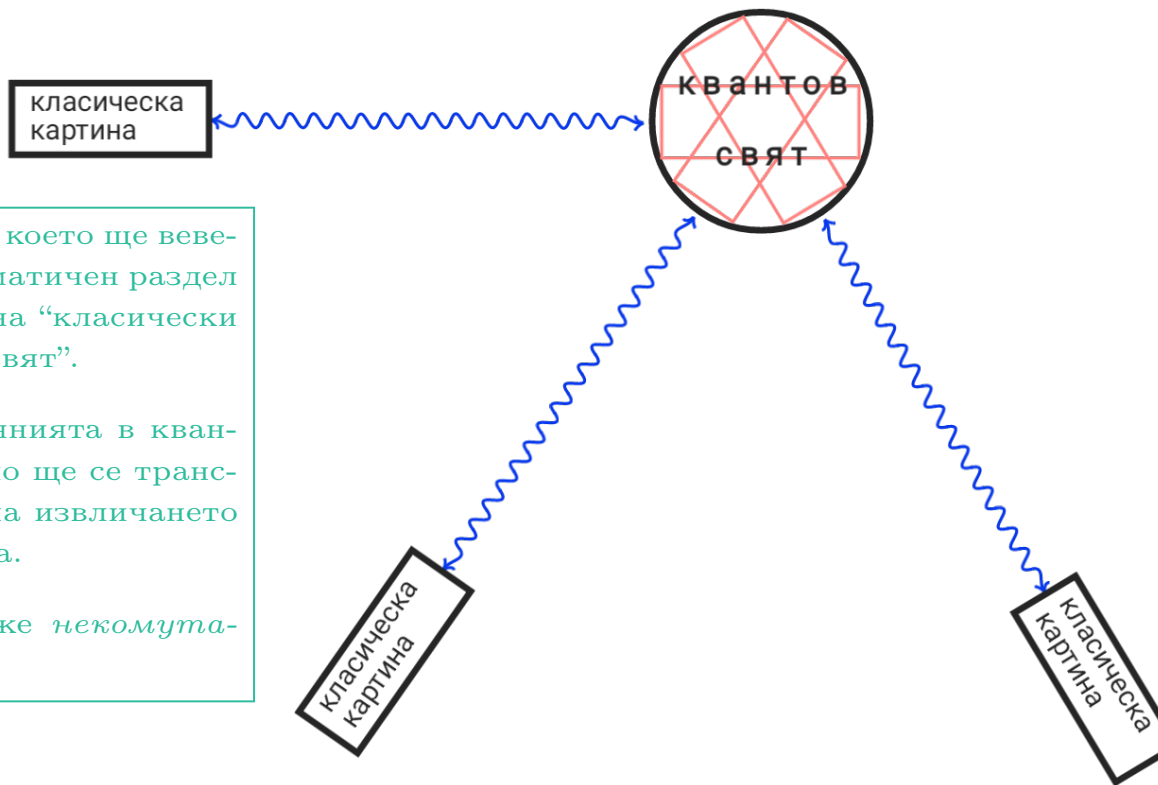
Понятието експеримент, което ще введем още в първия аксиоматичен раздел ще ни даде “влагания” на “класически картини” в “квантовия свят”.

При измерването състоянията в квантовия свят допълнително ще се трансформират в следствие на извличането на класическата картина.

Този процес ще се окаже *некомутитивен*.

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Допълнителни сведения за взаимоотношението между “наблюдателя” и “обекта” ще ни даде постулата за измерване от третия аксиоматичен раздел за “квантовите трансформации”.

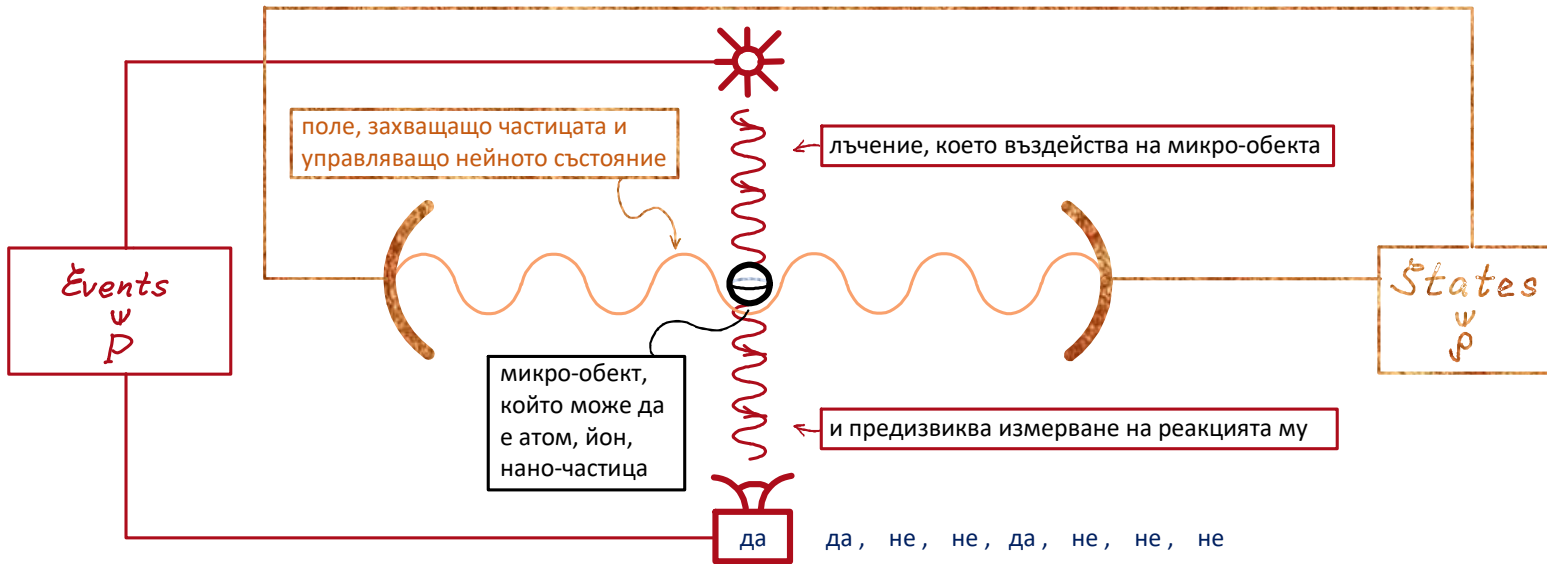


Понятието експеримент, което ще введем още в първия аксиоматичен раздел ще ни даде “влагания” на “класически картини” в “квантовия свят”.

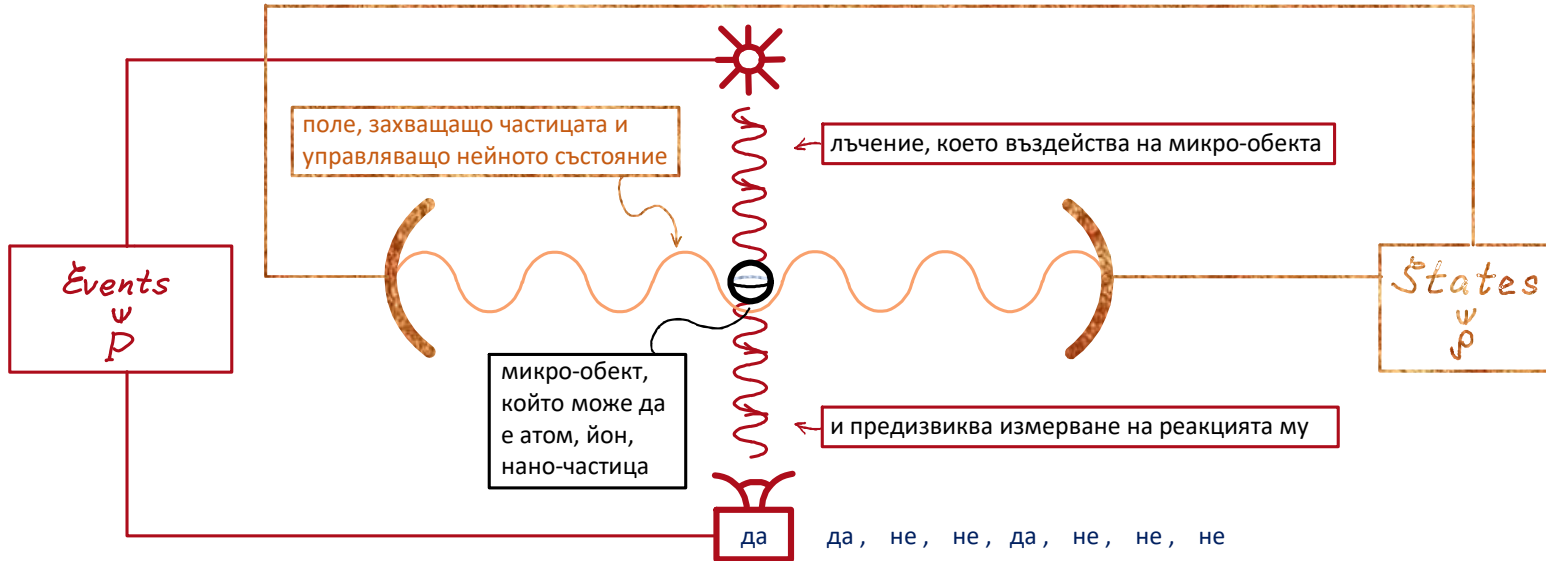
При измерването състоянията в квантовия свят допълнително ще се трансформират в следствие на извличането на класическата картина.

Този процес ще се окаже *некомутитивен*.

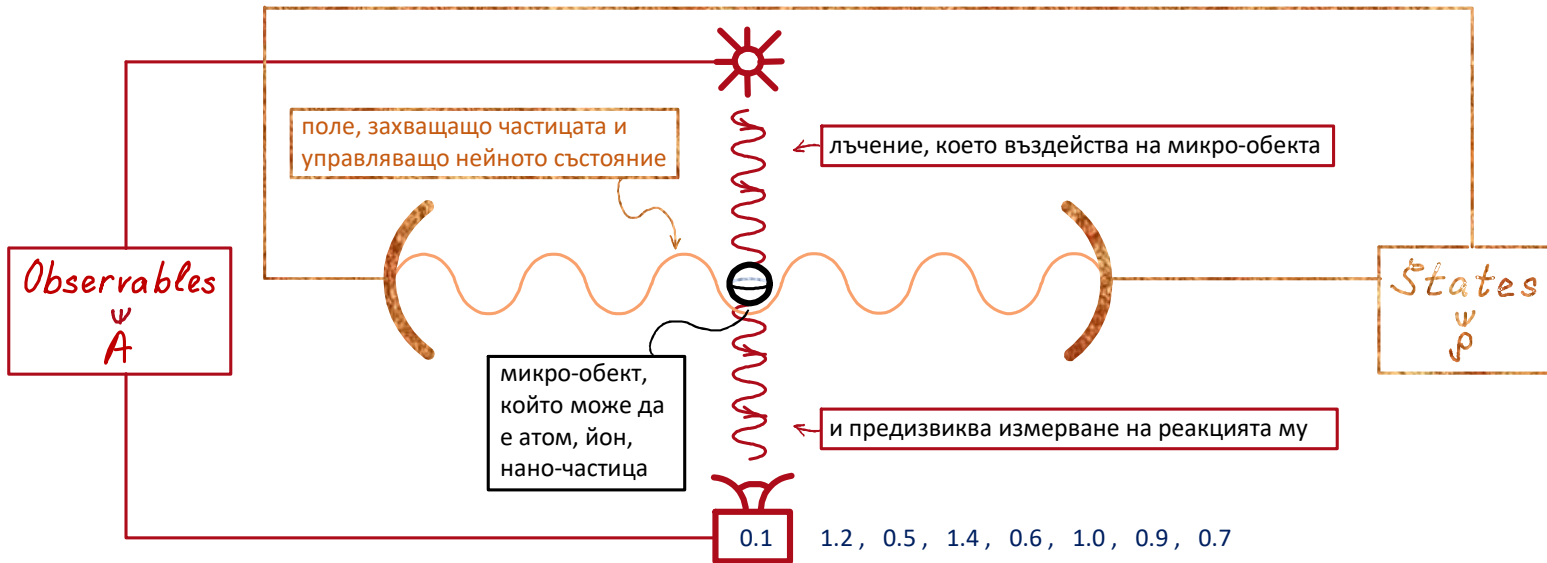
# Теория на измерването: аксиоми и следствия



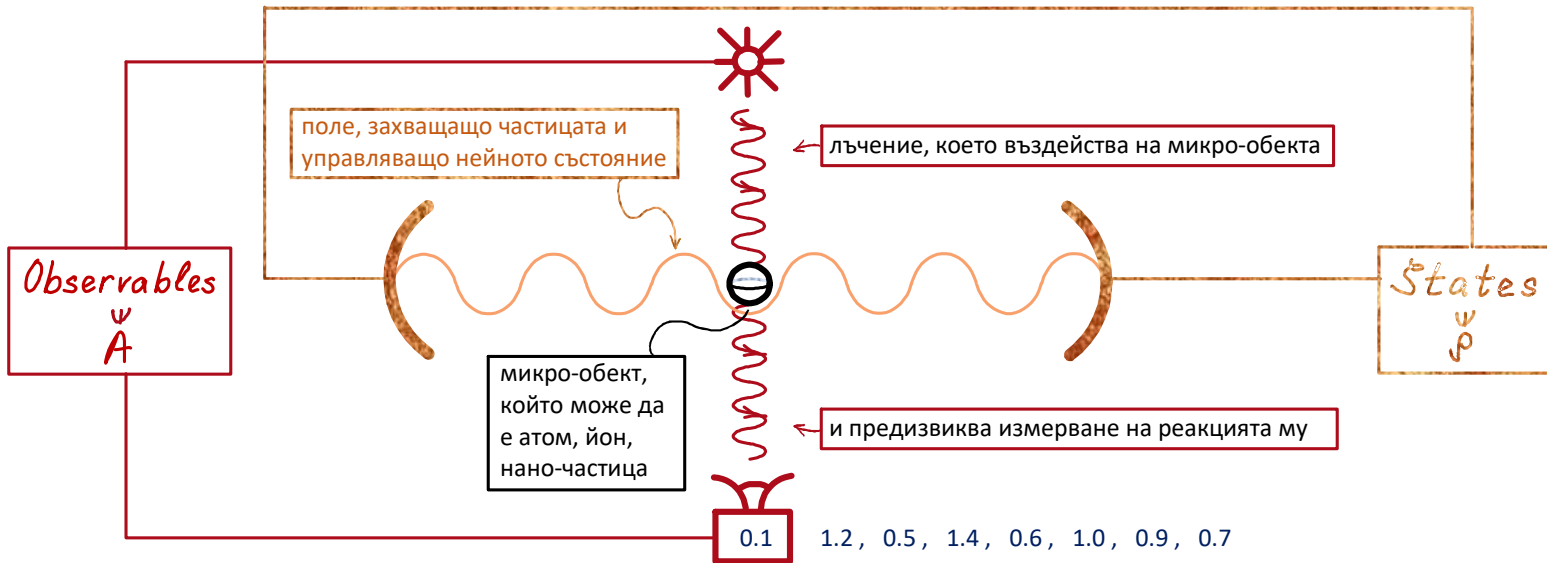
Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



Наблюдаемата е експеримент, шито резултати са числа.

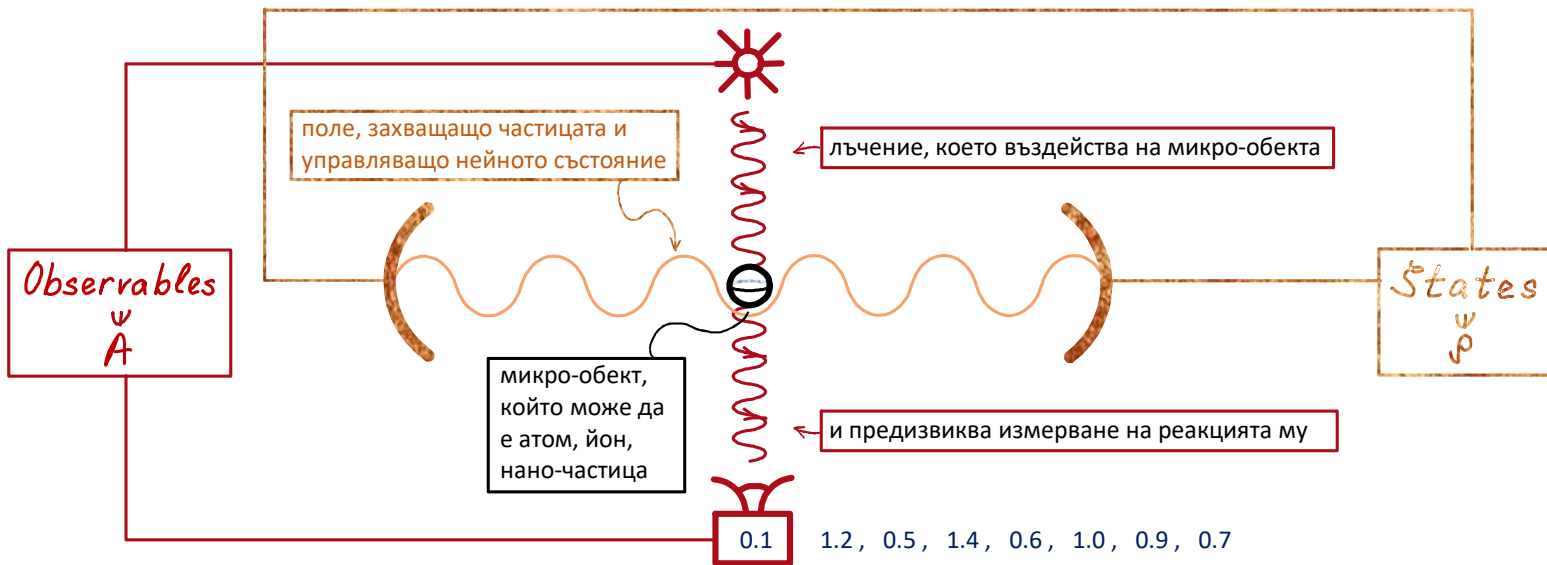


Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



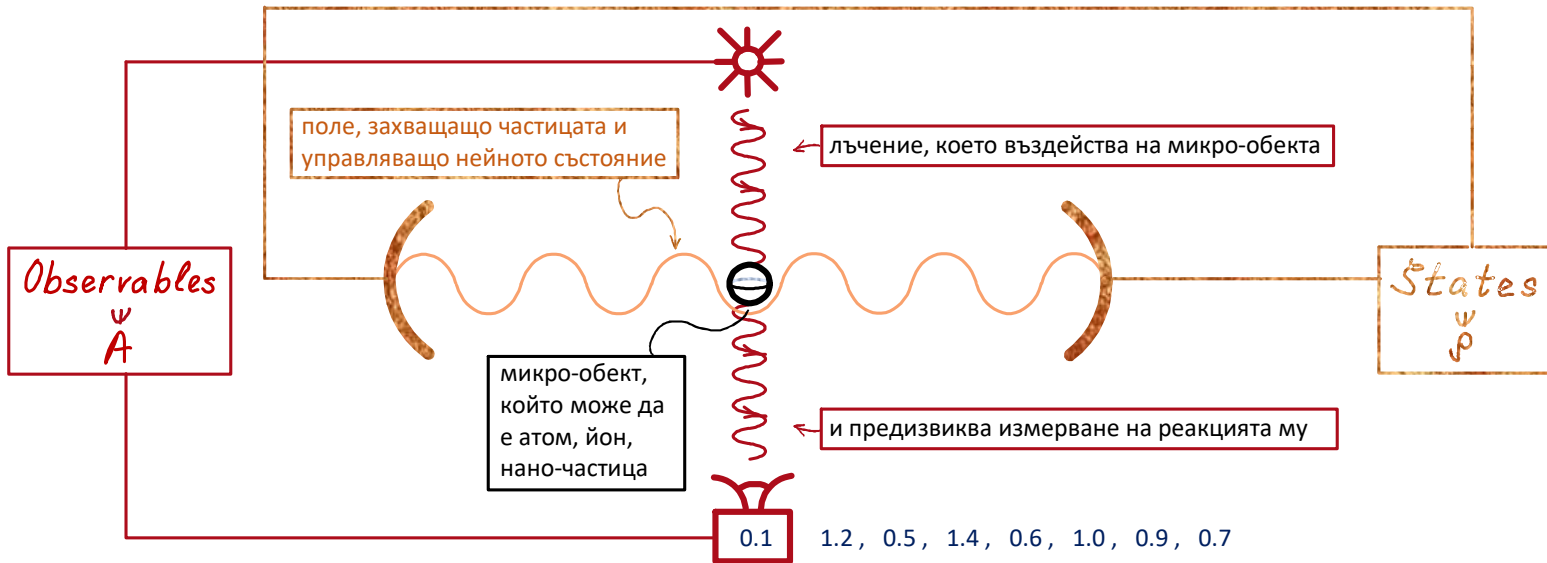
$$\text{Средна стойност на } A \text{ в } \rho =: \langle A \rangle_\rho =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{a_1 + \dots + a_N}{N}$$

Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



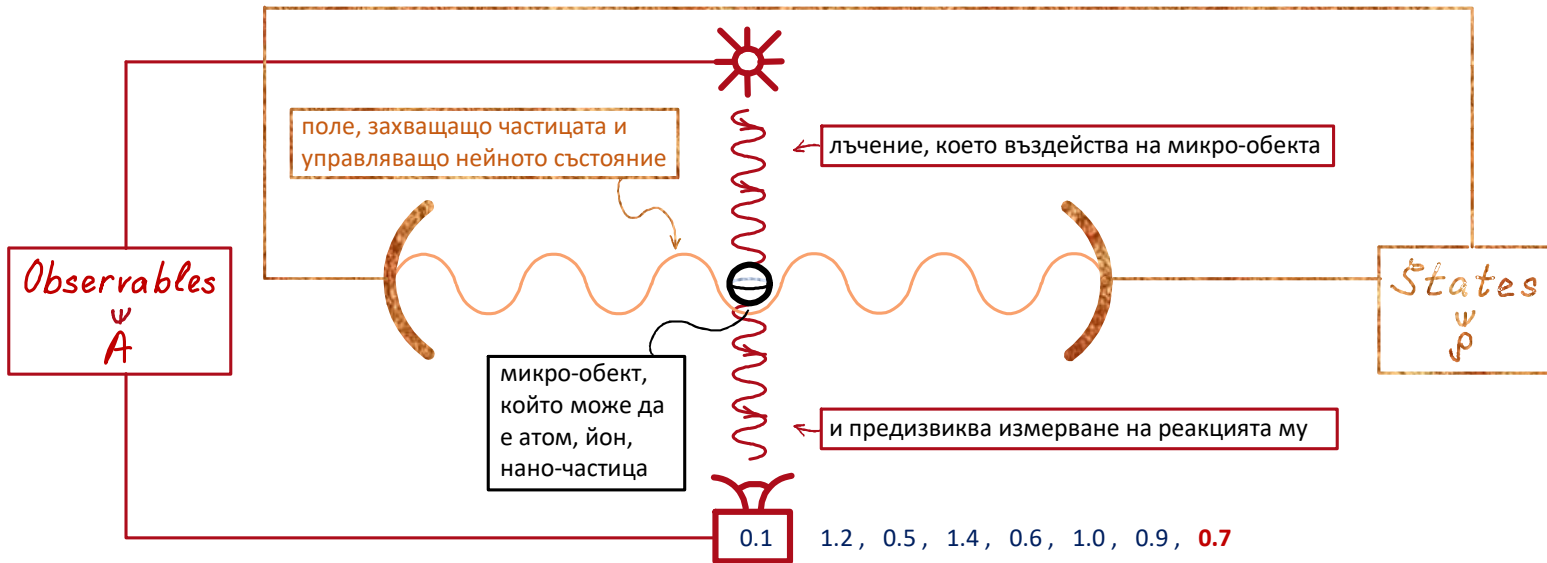
Средна стойност на  $A$  в  $\rho := \langle A \rangle_\rho := \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{a_1 + \dots + a_N}{N}$

Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



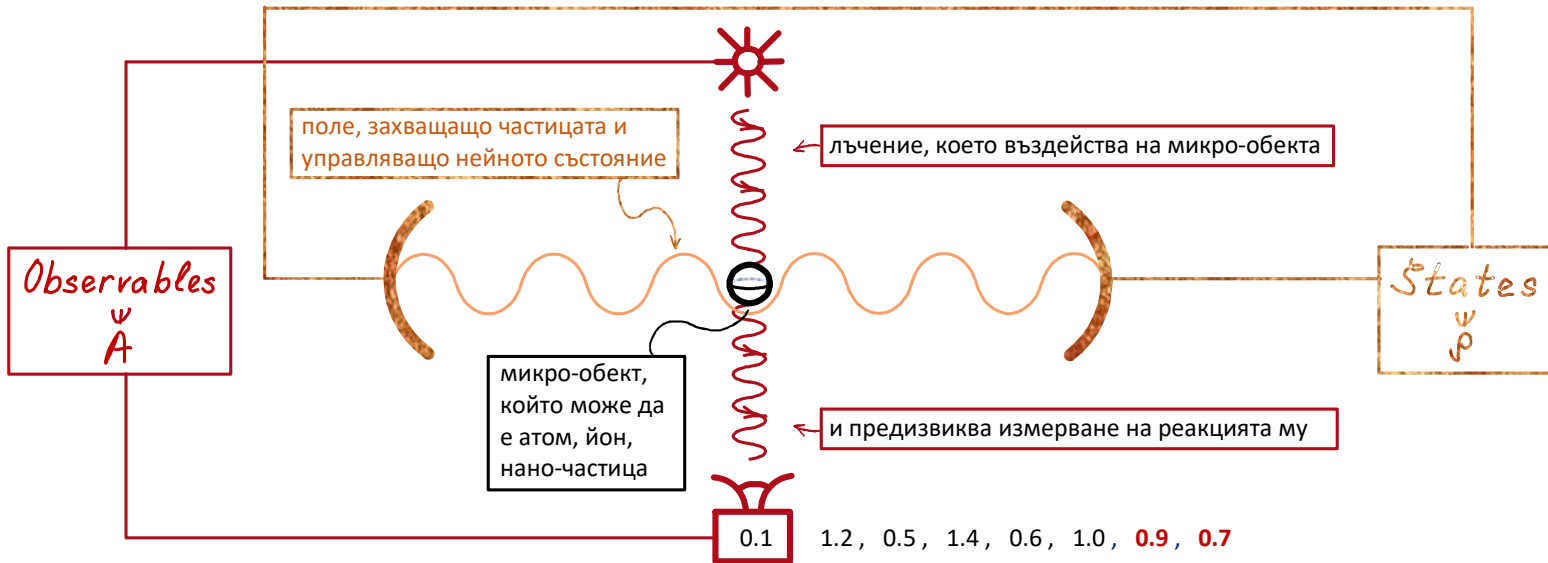
Средна стойност на A в  $\rho =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{0.7}{1}, \frac{0.7+0.9}{2}, \dots, \frac{0.7+0.9+1.0+0.6+1.4+0.5+1.2+0.1}{8}, \dots \right)$

Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



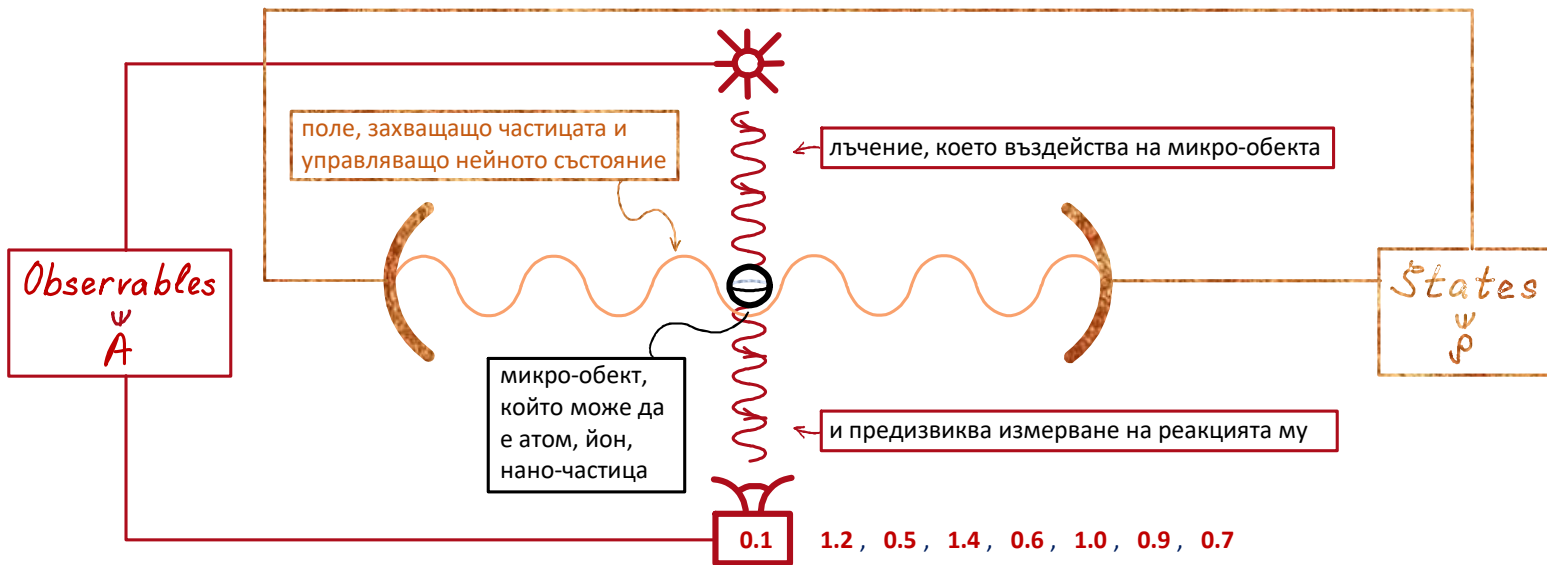
Средна стойност на  $A$  в  $\rho =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{0.7}{1}, \frac{0.7+0.9}{2}, \dots, \frac{0.7+0.9+1.0+0.6+1.4+0.5+1.2+0.1}{8}, \dots \right)$

Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



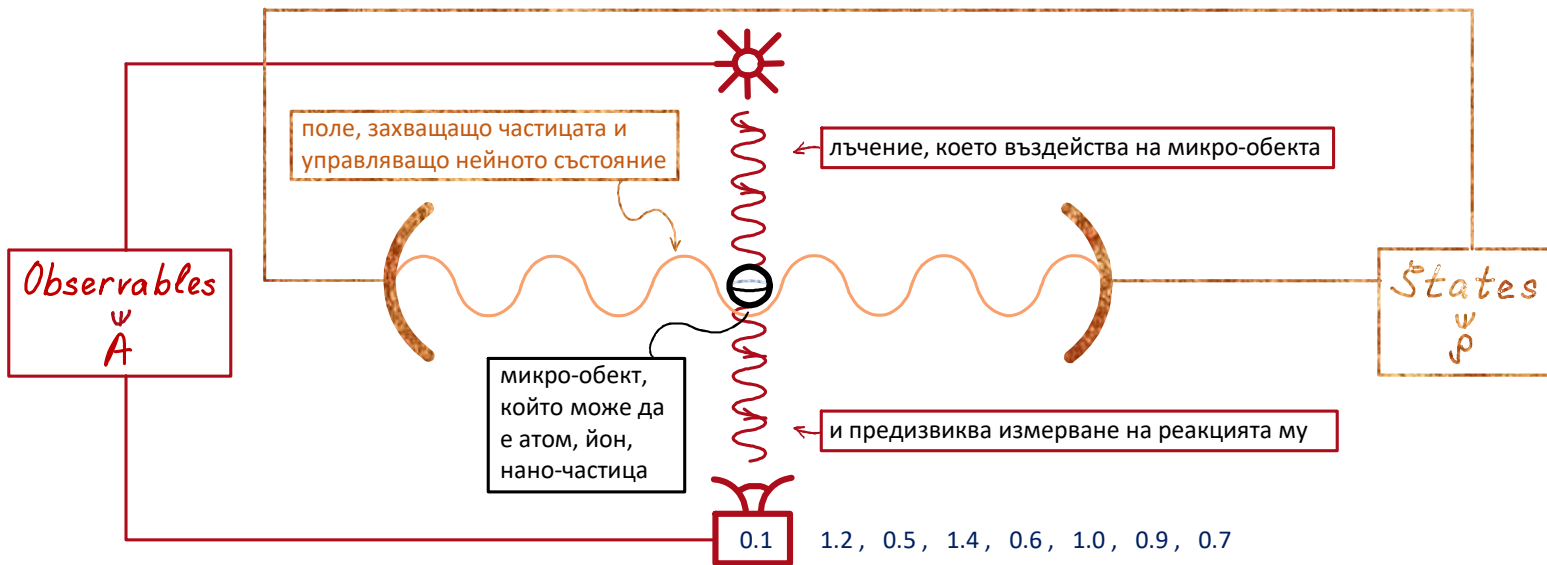
Средна стойност на A в  $\rho =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{0.7}{1}, \frac{0.7 + 0.9}{2}, \dots, \frac{0.7 + 0.9 + 1.0 + 0.6 + 1.4 + 0.5 + 1.2 + 0.1}{8}, \dots \right)$

Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



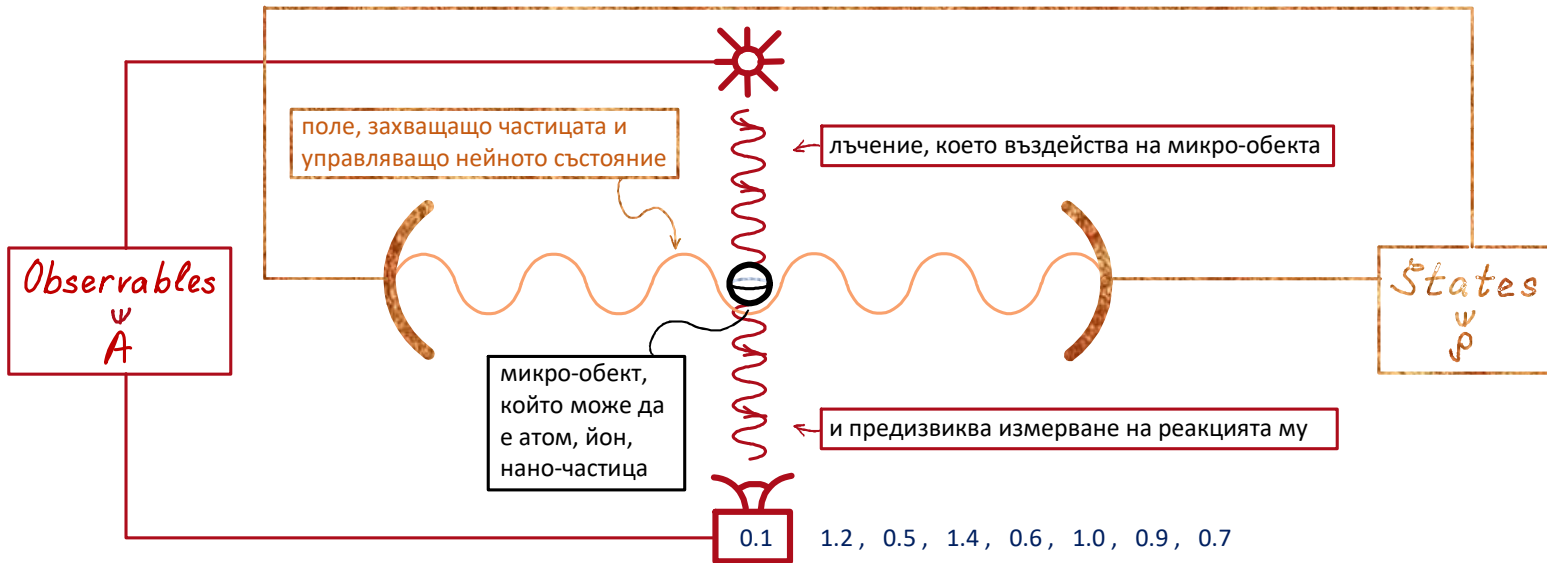
Средна стойност на A в  $\rho =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{0.7}{1}, \frac{0.7 + 0.9}{2}, \dots, \frac{0.7 + 0.9 + 1.0 + 0.6 + 1.4 + 0.5 + 1.2 + 0.1}{8}, \dots \right)$

Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



Средна стойност на  $A$  в  $\rho =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{0.7}{1}, \frac{0.7+0.9}{2}, \dots, \frac{0.7+0.9+1.0+0.6+1.4+0.5+1.2+0.1}{8}, \dots \right)$

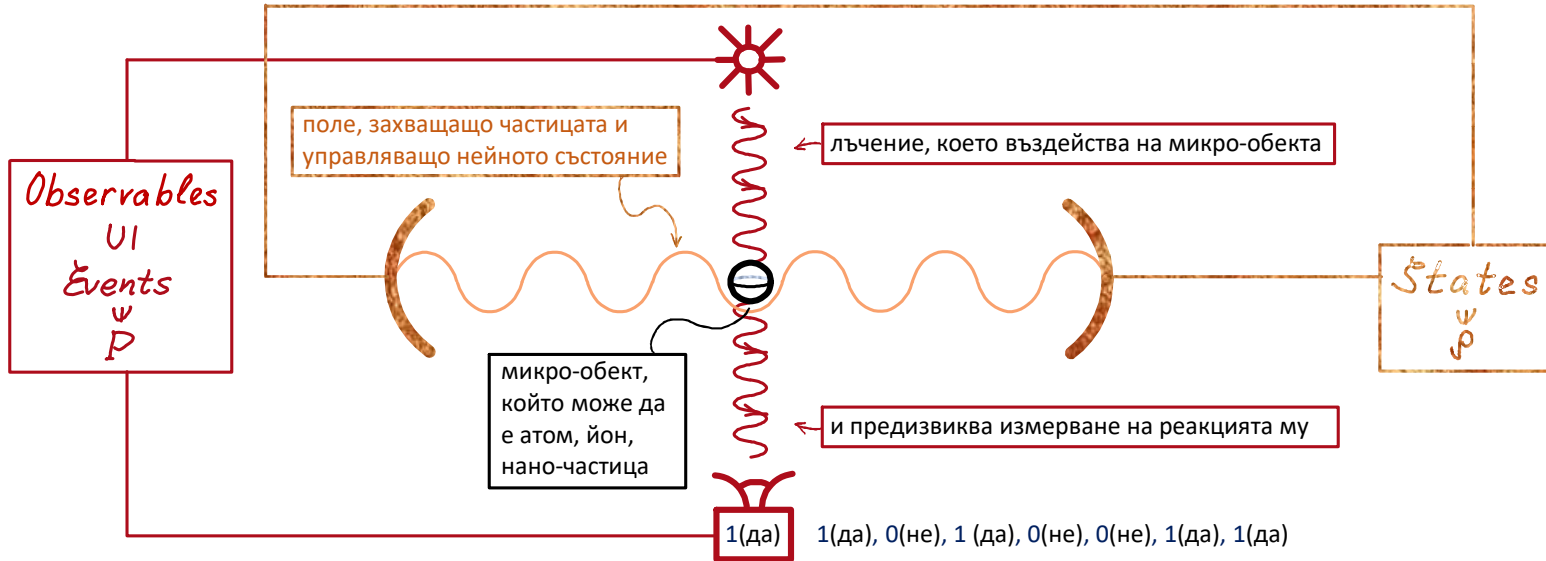
Наблюдаемата е експеримент, чиито резултати са числа.



$$\text{Средна стойност на } A \text{ в } \rho =: \langle A \rangle_{\rho} =: \rho(A) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{a_1 + \dots + a_N}{N}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

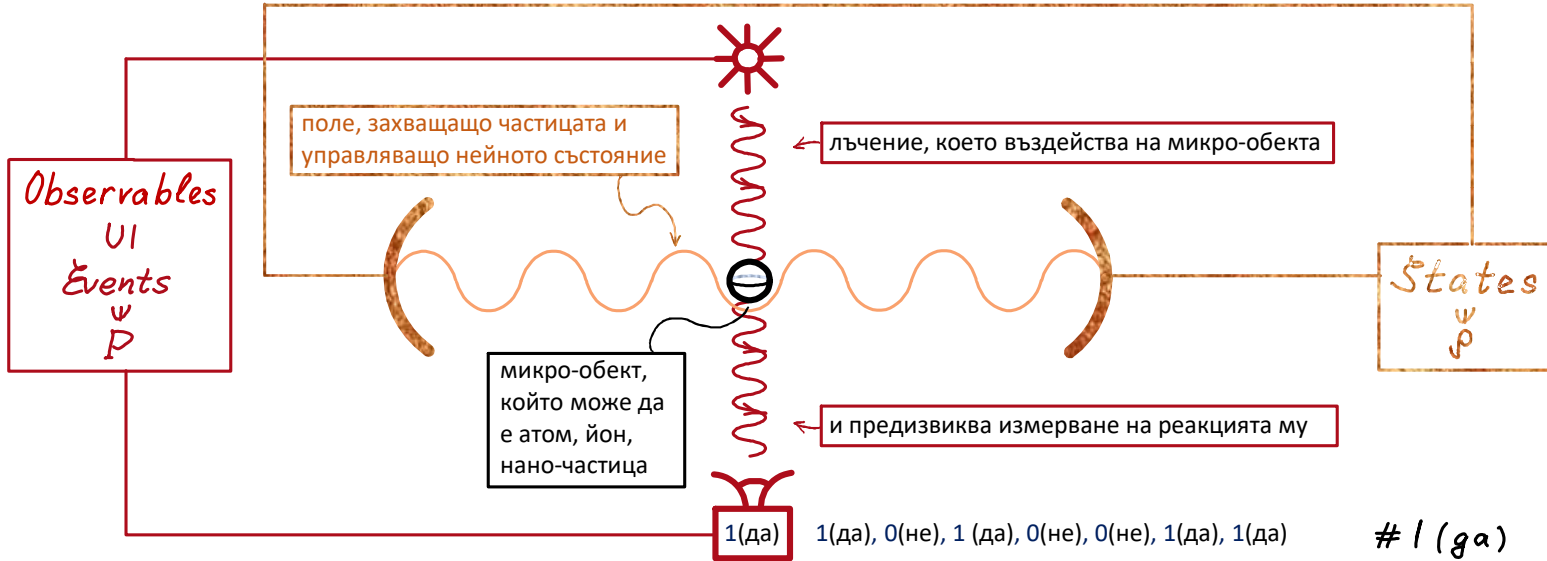
Събитията ще бъдат разглеждани като наблюдаеми със стойности 1 (да) и 0 (не).



$$\text{Средна стойност на } P \text{ в } \rho =: \langle P \rangle_\rho =: \rho(P) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{a_1 + \dots + a_N}{N}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

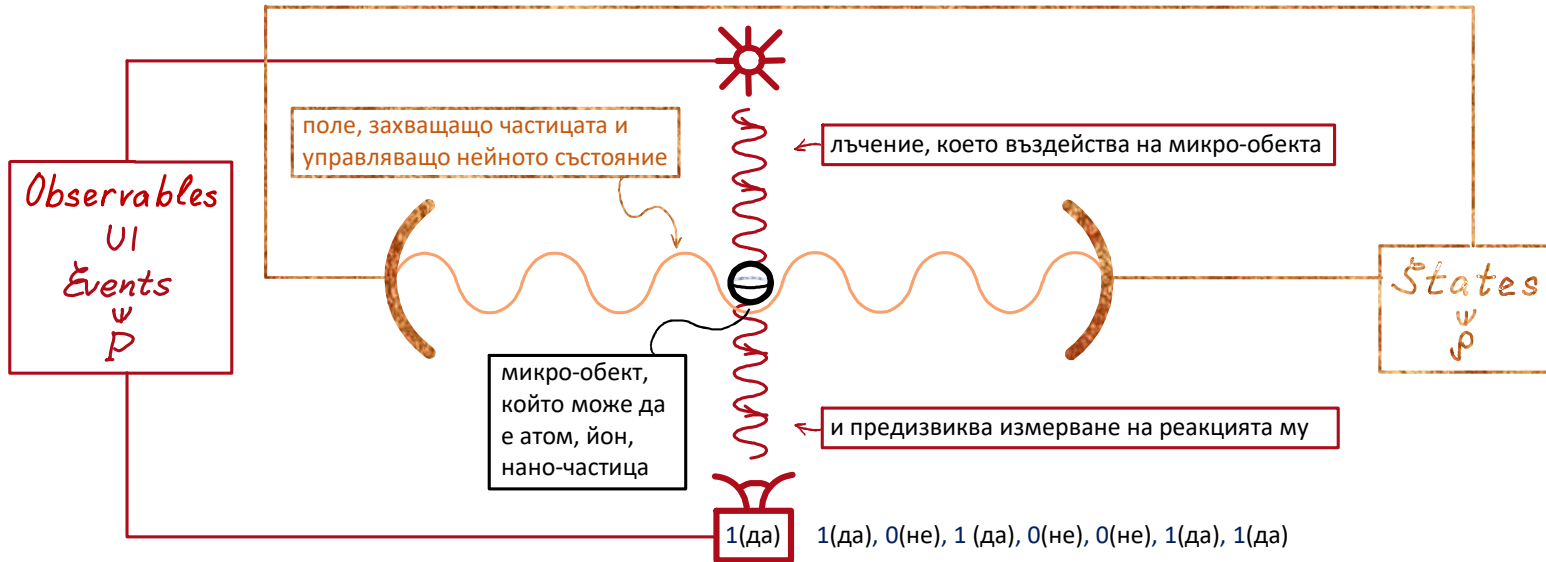
Събитията ще бъдат разглеждани като наблюдаеми със стойности 1 (да) и 0 (не).



$$\text{Средна стойност на } P \text{ в } \rho =: \langle P \rangle_{\rho} =: \rho(P) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\# 1(ga) = a_1 + \dots + a_N}{N}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Събитията ще бъдат разглеждани като наблюдаеми със стойности 1 (да) и 0 (не).



$$\text{Средна стойност на } P \text{ в } \rho =: \langle P \rangle_{\rho} =: \rho(P) \equiv \text{Prob}_{\rho} P$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

- Събитията ще бъдат разглеждани като наблюдаеми със стойности 1 (да) и 0 (не).
- Средната стойност на едно събитие, разглеждано, като наблюдаема е равна на неговата вероятност:

$$\text{Средна стойност на } P \text{ в } \rho =: \langle P \rangle_{\rho} =: \rho(P) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\overbrace{a_1 + \dots + a_N}^{\#1(\rho a)}}{N} \equiv \text{Prob}_{\rho} P$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

- Събитията ще бъдат разглеждани като наблюдаеми със стойности 1 (да) и 0 (не).
- Средната стойност на едно събитие, разглеждано, като наблюдаема е равна на неговата вероятност:

$$\text{Средна стойност на } P \text{ в } \rho =: \langle P \rangle_\rho =: \rho(P) := \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\overbrace{a_1 + \dots + a_N}^{\#1(ga)}}{N} \equiv \text{Prob}_\rho P$$

тоест,  $\rho: \text{Events} \longrightarrow [0, 1]$  се продължава, като функция

$\Downarrow$   $\longrightarrow$   $\mathbb{R}$

("диаграмата се затваря до комутативна")

В алгебричния подход състоянието  $\rho$  се разширяват, като функции не само в изходната (дефиниционната) им област:

$$\text{Events} \subseteq \text{Observables},$$

разширява се и областта на стойностите им:  $[0, 1] \subseteq \mathbb{R}$ .

Това е така, понеже средните стойности, за разлика от вероятностите, могат да бъдат произволни реални числа.

$$\begin{array}{ccc} \rho: \text{Events} & \longrightarrow & [0, 1] \\ \cap \downarrow & & \cap \downarrow \\ \text{Observables} & \longrightarrow & \mathbb{R} \end{array}$$

се продължава, като функция

(“диаграмата се затваря до комутативна”)

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

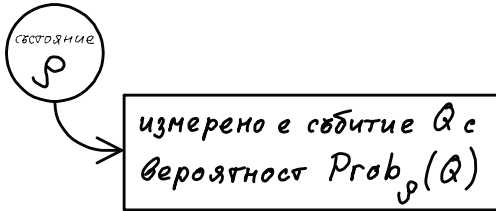
---

*Основен проблем : какво се случва след измерване*

Основен проблем : какво се случва след измерване



Основен проблем: какво се случва след измерване



Основен проблем: какво се случва след измерване



Основен проблем : какво се случва след измерване



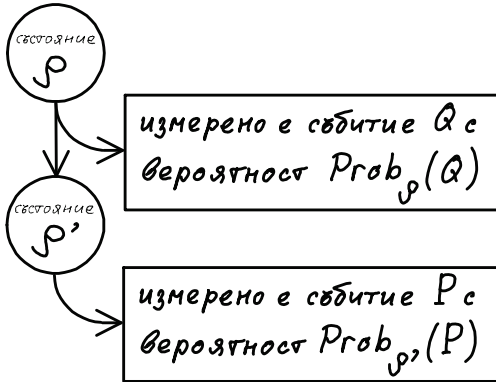
Основен проблем: какво се случва след измерване



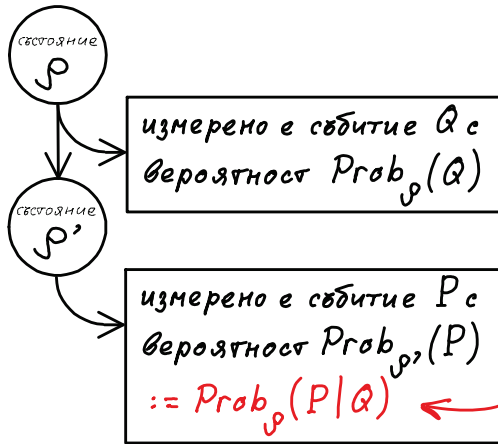
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

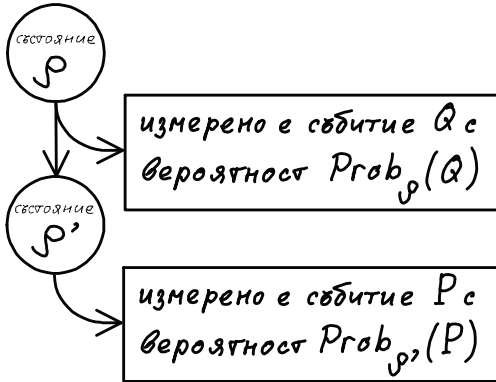


Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

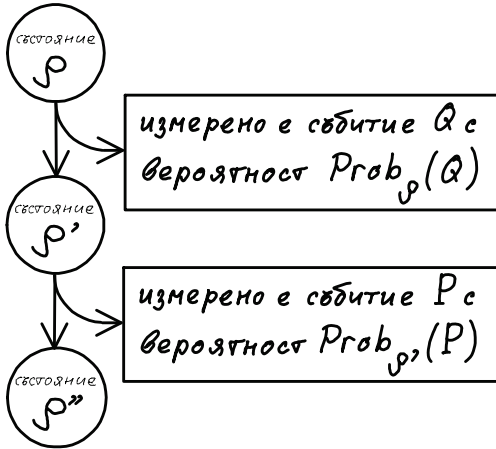


квантова условна вероятност

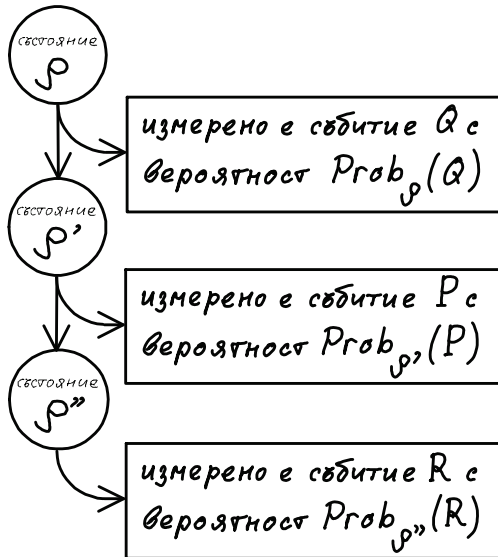
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



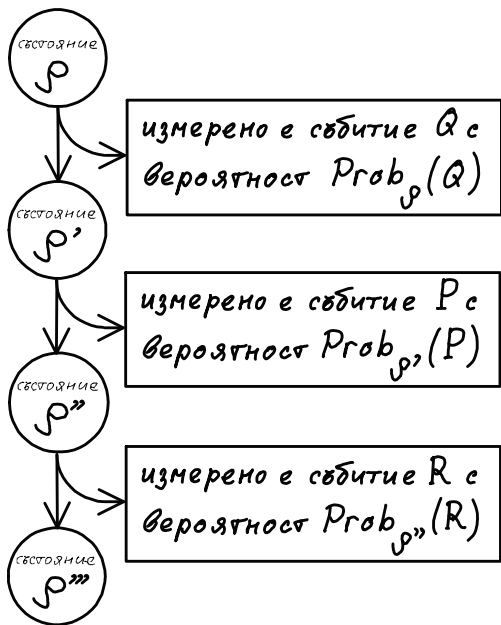
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



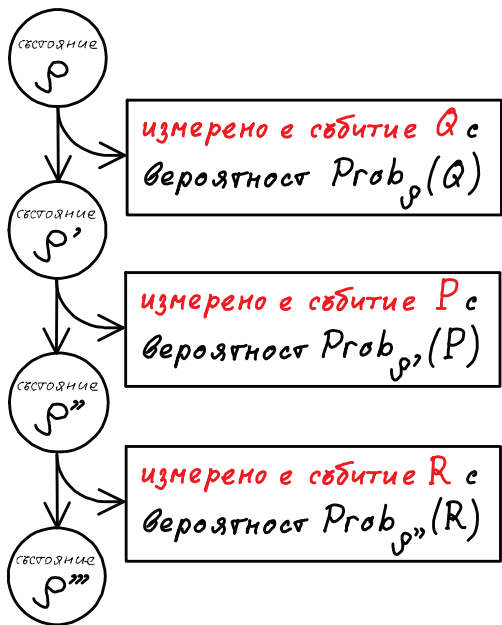
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$



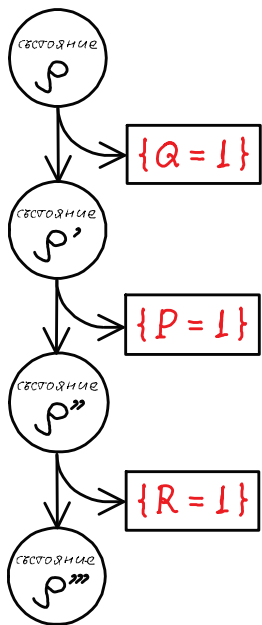
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



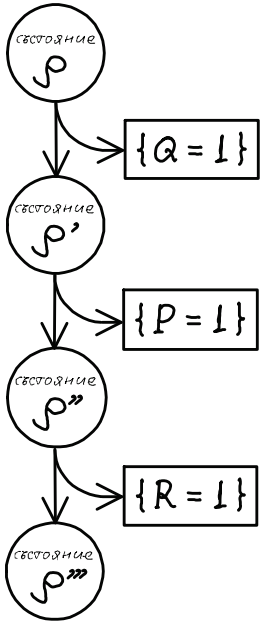
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



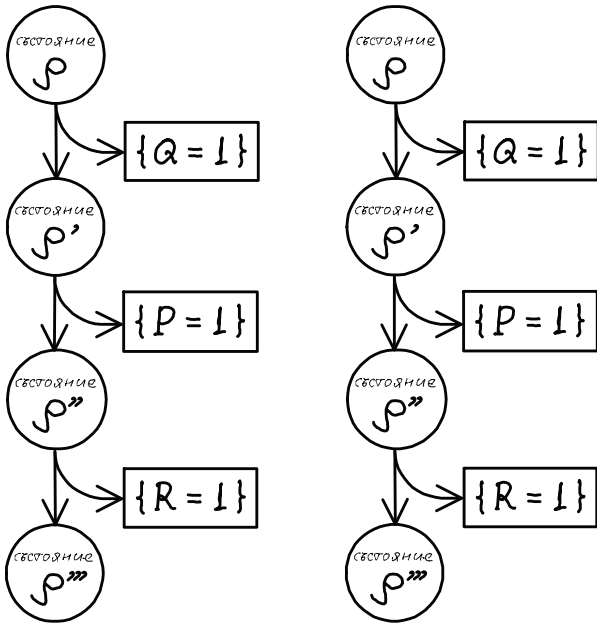
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



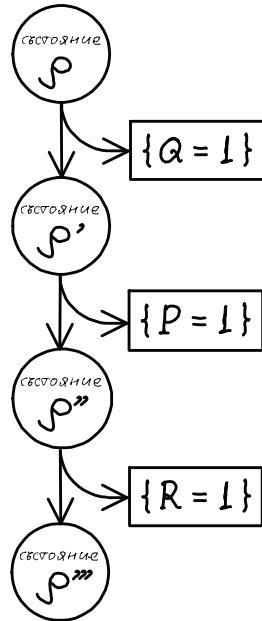
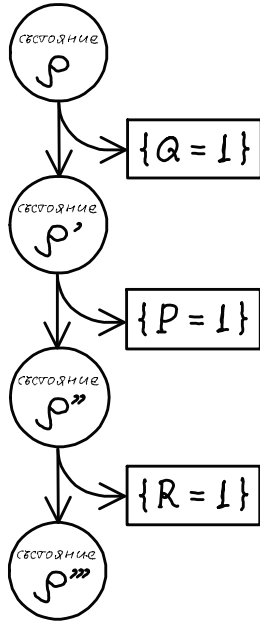
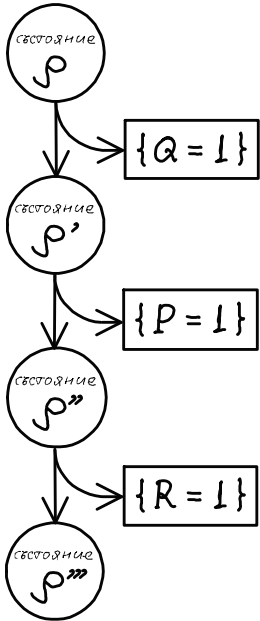
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



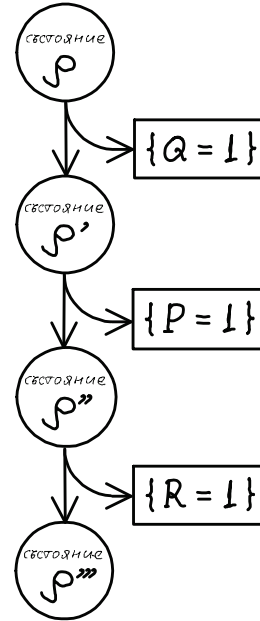
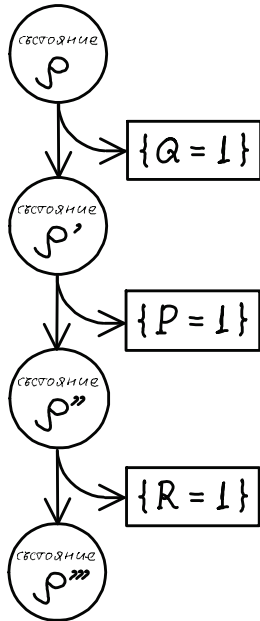
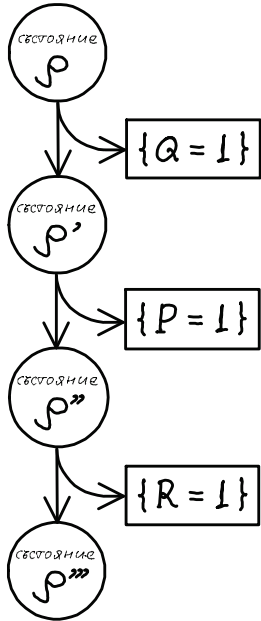
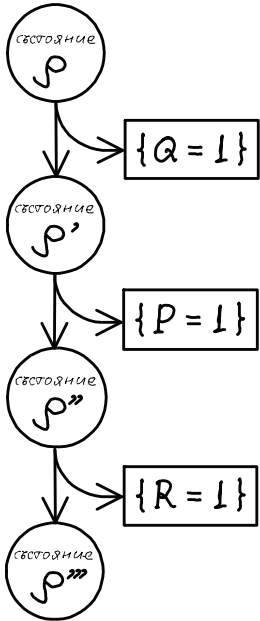
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



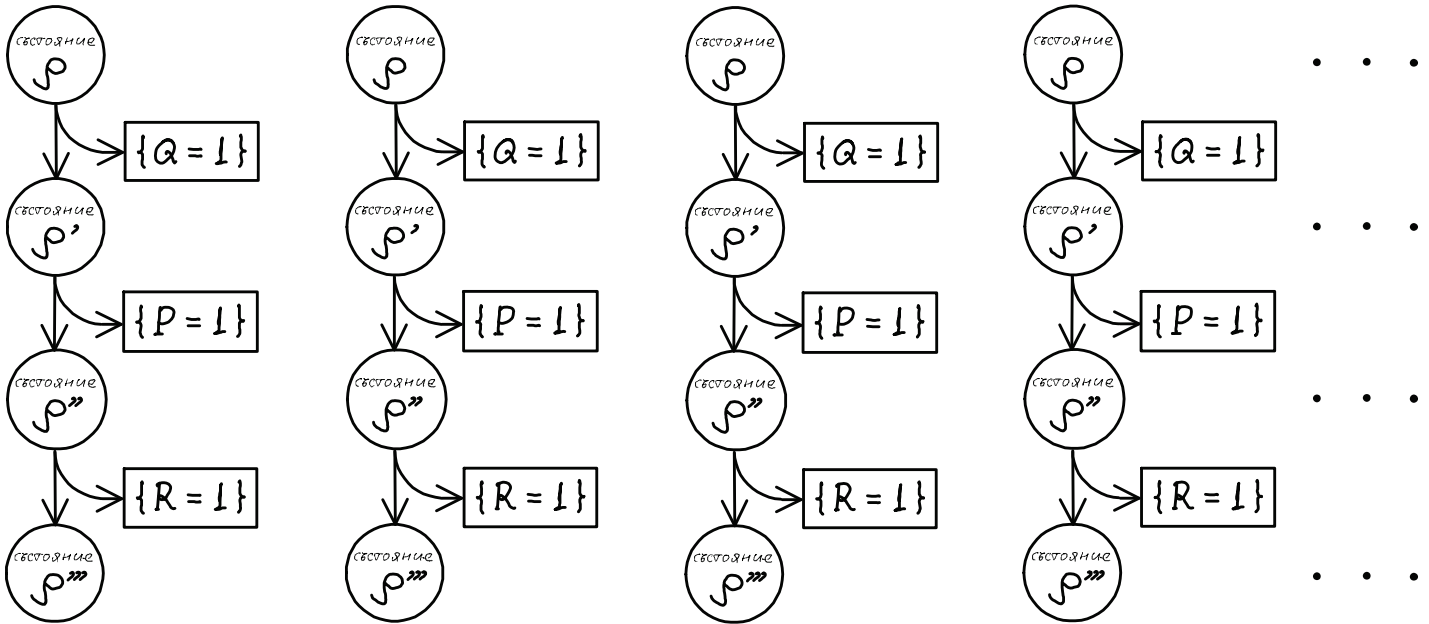
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



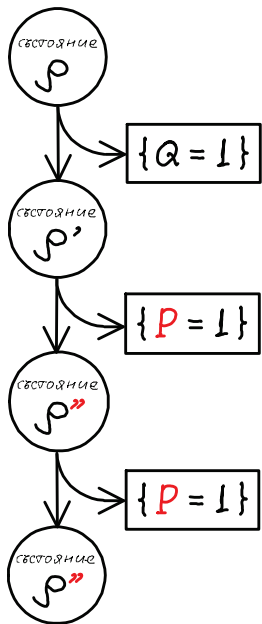
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



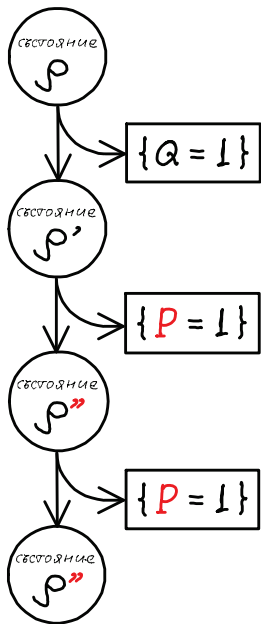
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



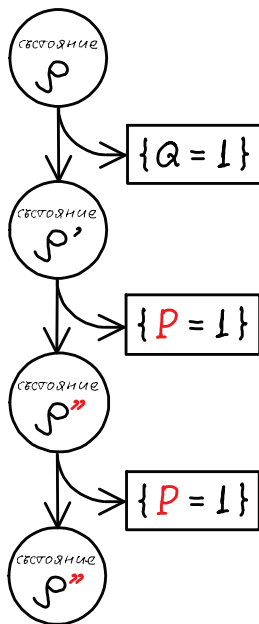
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



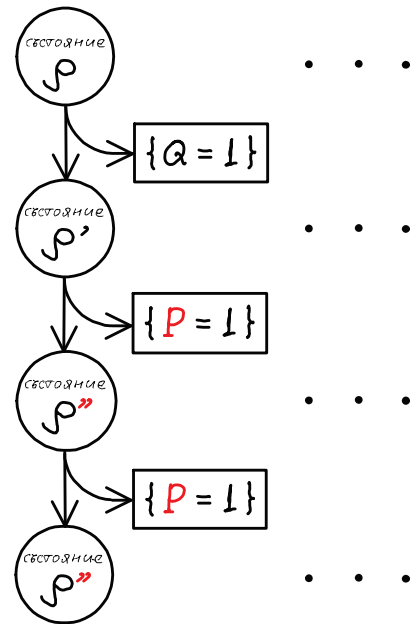
стабилизация



стабилизация

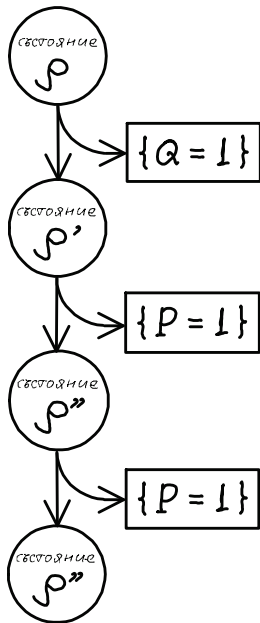


стабилизация

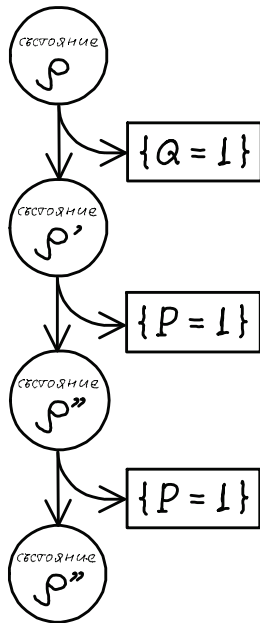


стабилизация

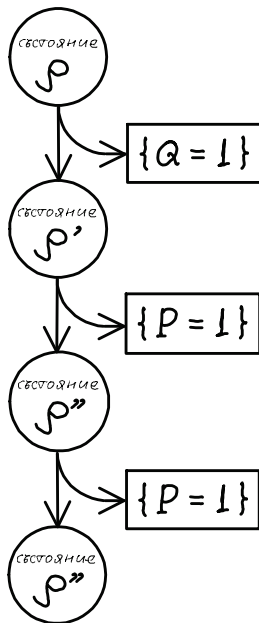
Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$



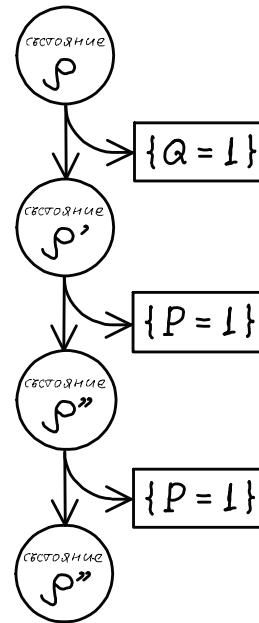
стабилизация



стабилизация



стабилизация



стабилизация

• • •  
• • •  
• • •  
• • •

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние?

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема)

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(\mathbf{P}) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(Q\mathbf{P}Q)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(\mathbf{A}) = \frac{\rho(Q\mathbf{A}Q)}{\rho(Q)}$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  
 $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

нормиран:  $\rho'(\hat{1}) = 1$  ?

и положителен:  $\rho'(A^*A) \geq 0$  ?

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{I}) = \frac{\rho(Q\hat{I}Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен:  $\rho'(A^*A) \geq 0$  ?

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{I}) = \frac{\rho(Q^2)}{\rho(Q)}$$

и положителен:  $\rho'(A^*A) \geq 0$  ?

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{I}) = \frac{\rho(Q)}{\rho(Q)}$$

и положителен:  $\rho'(A^*A) \geq 0$  ?

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = \frac{\cancel{\rho(Q)}}{\cancel{\rho(Q)}}$$

и положителен:  $\rho'(A^*A) \geq 0$  ?

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) \geq 0 ?$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поражда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) = \frac{\rho(QA^*AQ)}{\rho(Q)}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поражда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) = \frac{\rho(Q^*A^*AQ)}{\rho(Q)}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поражда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) = \frac{\rho((AQ)^*AQ)}{\rho(Q)}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събиращата  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) \geq 0$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Коректност:  $\rho'$  е състояние - наистина,

понеже алгебрата на наблюдаемите  $\mathcal{A}$  се поразда линейно от събитията  $P$

(поради спектралната теорема), то:  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$  - като линеен функционал  $\rho': \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ .

Освен това, този линеен функционал е

$$\text{нормиран: } \rho'(\hat{1}) = 1$$

$$\text{и положителен: } \rho'(A^*A) \geq 0. \quad \square$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:

$$\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Наистина: за  $\forall A \in \mathcal{A}$  имаме  $\rho'(A) \equiv \text{Tr} \hat{\rho}' A = \frac{\text{Tr} \hat{\rho} Q A Q}{\rho(Q)} = \frac{\text{Tr} Q \hat{\rho} Q A}{\rho(Q)}$

$\Rightarrow \text{Tr} \left( \left( \hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right) A \right) = 0$  за  $\forall A \in \mathcal{A}$ . Полагайки  $A = |\Psi\rangle\langle\Phi|$ ,

то за  $\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  имаме  $\langle\Phi| \left( \hat{\rho}' - \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q \right) |\Psi\rangle = 0$ .  $\square$

$\Rightarrow 0$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ ,  
то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен)

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=I\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

векторът на състояние се проектира ортогонално след измерване

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Наистина: ако  $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ , то  $\hat{\rho}' = \text{const} \cdot Q|\Psi\rangle\langle\Psi|Q = \text{const} \cdot |Q\Psi\rangle\langle Q\Psi|$ .  
 $\Rightarrow \rho'$  също е чисто и има вектор  $\Phi$ , пропорционален на  $Q\Psi$ .  $\square$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете:  $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_\rho(Q)$  (от лекция 7)

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Забележете:  $\|Q\Psi\|^2 = \text{Prob}_\rho(Q)$  (от лекция 7) и  $\Rightarrow$  ако  $Q$  настъпва в  $\rho$ , то  $\|Q\Psi\| \neq 0$ .

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ .

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ . Затова:

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P$  и  $Q$ . Затова:  $\frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ . Затова:  $\parallel$

$$\text{Prob}_\rho(P|Q) = \frac{\text{Prob}_\rho(P \cap Q)}{\text{Prob}_\rho(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ . Затова:  $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes  $\leftarrow \text{Prob}_\rho(P|Q) = \frac{\text{Prob}_\rho(P \cap Q)}{\text{Prob}_\rho(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ . Затова:  $\parallel$

формулата на Бейс / Bayes  $\leftarrow \text{Prob}_\rho(P|Q) = \frac{\text{Prob}_\rho(P \cap Q)}{\text{Prob}_\rho(Q)} \equiv \frac{\rho(QP)}{\rho(Q)}$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ . Затова:

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс: } \text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Забележете: в класически системи имаме  $PQ = QP = P \cap Q$ . Затова:

$$\begin{aligned} \text{Закон на Бейс: } \text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q) &= \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Закон на Бейс:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$   
 $= \text{Prob}_\rho(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P)$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

→ Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

Закон на Бейс:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$   
 $= \text{Prob}_\rho(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P)$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$   
по аналогия

Закон на Бейс:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q) = \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$   
 $= \text{Prob}_\rho(Q \text{ и } P) = \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P)$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q)$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q)$ .  $\text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.})$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q)$ .  $\text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q)$ .  $\text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

т.е., независимостта от реда на измерване е  $\iff$  комутиремост, т.е., на съвместна измеримост

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q)$ .  $\text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q)$ .  $\text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q)$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема. Нека положим  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) := \text{Prob}_\rho(Q)$ .  $\text{Prob}_\rho(P|Q)$

Тогава:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = \text{Prob}_\rho(Q \text{ след } P) (\forall \rho\text{-свст.}) \iff PQ = QP$

В този случай:  $\text{Prob}_\rho(P \text{ и } Q)$

Доказателство. Л.Н.С.:  $\rho(PQP) = \rho(QPQ) (\forall \rho\text{-свст.})$ .

$$\Rightarrow PQP = QPQ \Rightarrow (PQ - QP)^2 = \underbrace{PQP}_Q + \underbrace{QPQ}_P - \underbrace{PQP}_Q - \underbrace{QPQ}_P = 0. \quad \square$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$   $\rho$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими

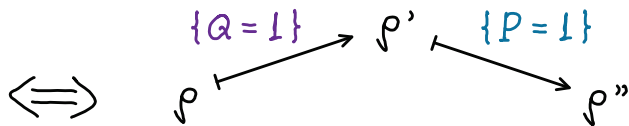


# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими

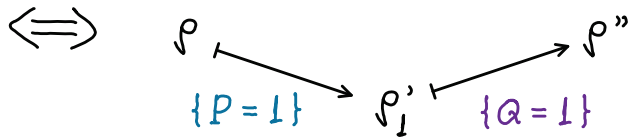


# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими

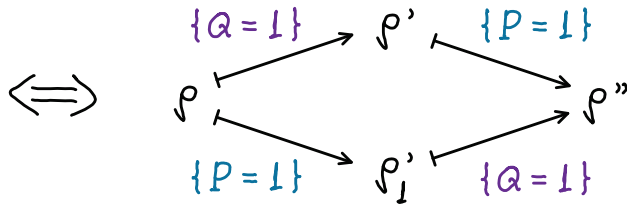


# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими

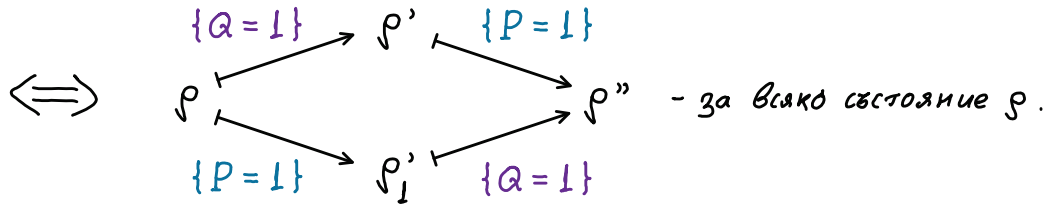


# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими

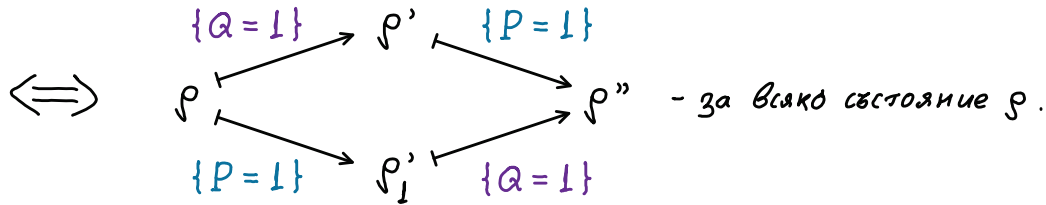


# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

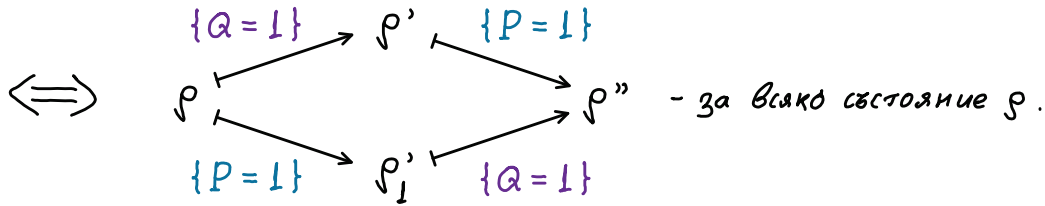
$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

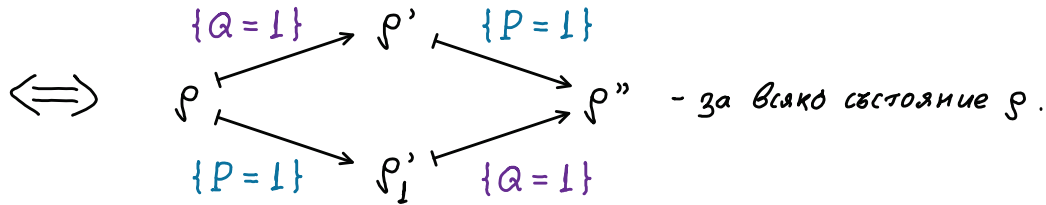
$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

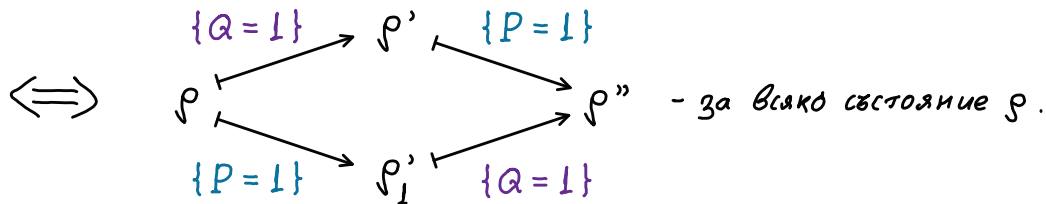
R.H.S:  $\hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} \stackrel{\text{от друга страна}}{=} \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

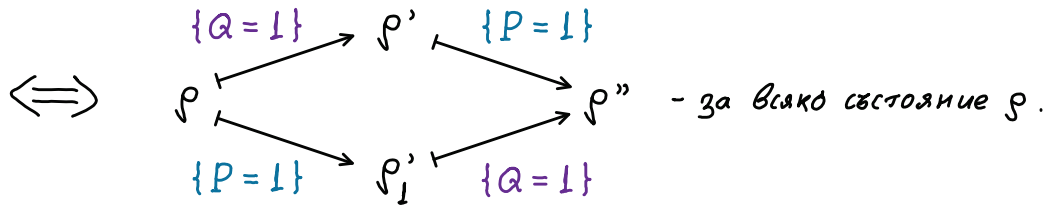
$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

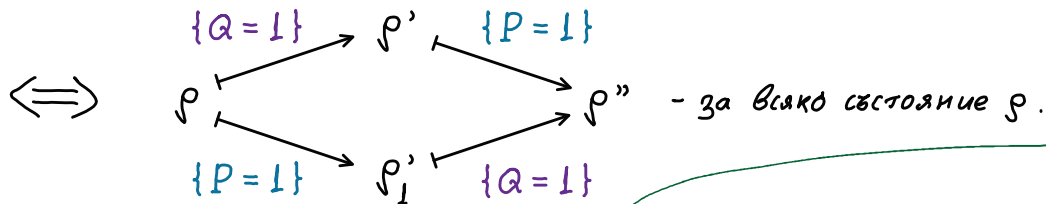
( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

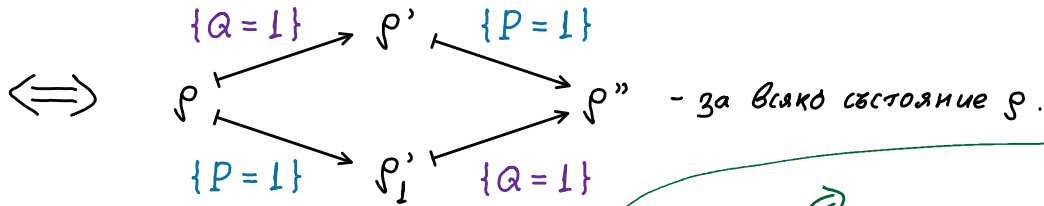
( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.} : \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

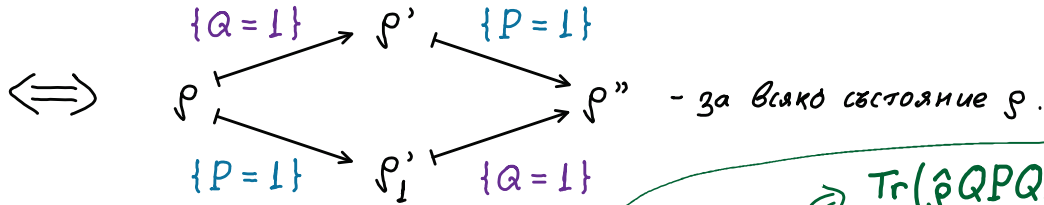
за  $\text{Tr} Q \cdot$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



$$\text{Tr}(\hat{\rho}QPQP) = \text{Tr}(\hat{\rho}QPQ) \quad (\forall \hat{\rho}).$$

Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P\hat{\rho}'P}{\text{Tr}(\hat{\rho}'P)} = \frac{PQ\hat{\rho}QP}{\text{Tr}(\hat{\rho}QPQ)} = \frac{QP\hat{\rho}PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho}PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

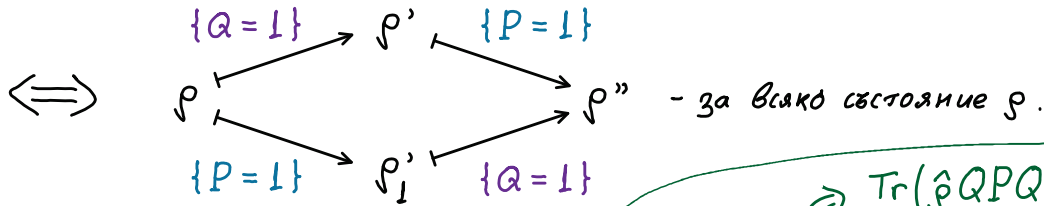
за  $\text{Tr} Q \cdot$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQP) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

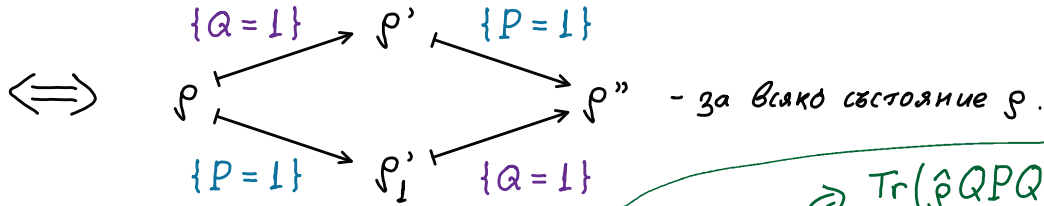
$\Rightarrow$   $QPQ$  е събитие.

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQP) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

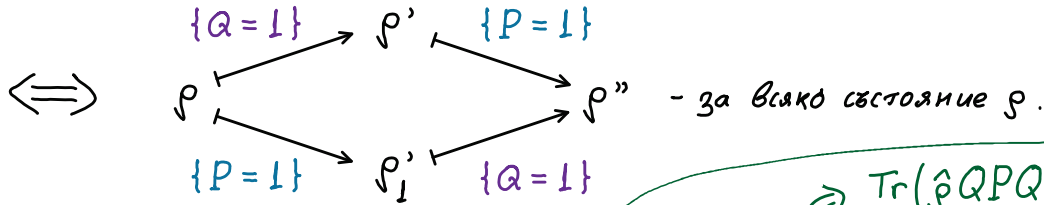
$$\Rightarrow QPQ \text{ е събитие. } \Downarrow \\ (QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

$$\text{Tr}(\hat{\rho} QPQP) = \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) (\forall \hat{\rho}).$$

$$\Rightarrow QPQ \text{ е събитие. } \Downarrow$$

$$(QP - QPQ)(PQ - QPQ) = 0$$

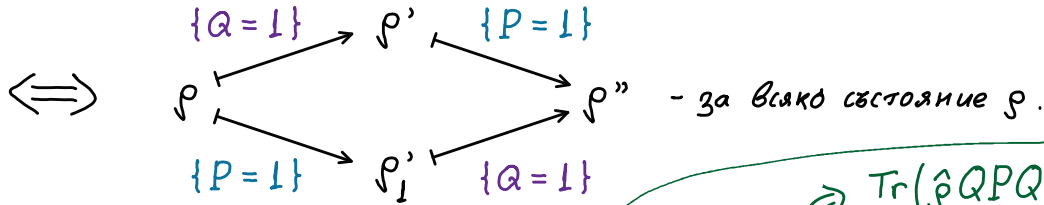
$\leftarrow \text{=0} \leftarrow$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S.: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

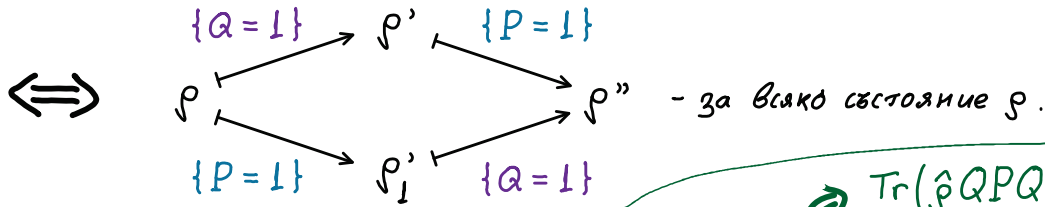
$$\begin{aligned} \text{Tr}(\hat{\rho} QPQP) &= \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) \quad (\forall \hat{\rho}). \\ \Rightarrow QPQ &\text{ е събитие. } \Downarrow \\ (QP - QPQ)(PQ - QPQ) &= 0 \\ PQ &= (PQ)^* = QP \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Теорема.  $PQ = QP$   $\leftarrow$  събитията  $P$  и  $Q$  комутират, т.е. са съвместно измерими



Доказателство.

$$\text{R.H.S: } \hat{\rho}'' = \frac{P \hat{\rho}' P}{\text{Tr}(\hat{\rho}' P)} = \frac{PQ \hat{\rho} QP}{\text{Tr}(\hat{\rho} QPQ)} = \frac{QP \hat{\rho} PQ}{\text{Tr}(\hat{\rho} PQP)}$$

( $\forall \hat{\rho}$  - матрица на плътността)

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\hat{\rho} QPQPQ) &= \text{Tr}(\hat{\rho} QPQ) \quad (\forall \hat{\rho}). \\ \Rightarrow QPQ &\text{ е събитие.} \\ (QP - QPQ)(PQ - QPQ) &= 0 \\ PQ &= (PQ)^* = QP \end{aligned}$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще натъпи в  $\rho'$  с вероятност 1

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще натъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще натъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение"

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

- Принцип на "смесване"

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеж нама да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

- Принцип на "смесване": ако  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv P \text{rob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

- Принцип на "смесване": ако  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$  и имаме  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv P \text{rob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеќе нема да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

- Принцип на "смесване": ако  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$  и имаме  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'$ ,  $\rho_j \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho'_j$ ,

за  $j=1,2$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повече няма да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

- Принцип на "смесване": ако  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$  и имаме  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'$ ,  $\rho_j \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'_j$ ,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_\rho(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho_1}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho_2}(P \text{ след } Q)$$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Мотивация: проекционният постулат може да се изведе от следните по-прости принципи

- Принцип за стабилизация: ако след измерване на събитие  $Q$  в състояние  $\rho$  се е установило състояние  $\rho'$  и ако тогава измерим  $Q$  в  $\rho'$ , то  $Q$  ще настъпи в  $\rho'$  с вероятност 1 и състоянието повеќе нема да се промени (т.е., ще остане  $\rho'$ ).
- Принцип за "потвърждение": ако  $Q$  настъпва в състояние  $\rho$  с вероятност 1, то след настъпване на  $Q$  състоянието остава същото.

(в тази връзка е и т.нар. "квантов ефект на Зенон": [https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum\\_Zeno\\_effect](https://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_Zeno_effect))

- Принцип на "смесване": ако  $\rho = q_1 \rho_1 + q_2 \rho_2$  и имаме  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'$ ,  $\rho_j \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho'_j$ ,

$$\text{за } j=1,2, \text{ то } \text{Prob}_{\rho'}(P \text{ след } Q) = q_1 \text{Prob}_{\rho_1'}(P \text{ след } Q) + q_2 \text{Prob}_{\rho_2'}(P \text{ след } Q)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

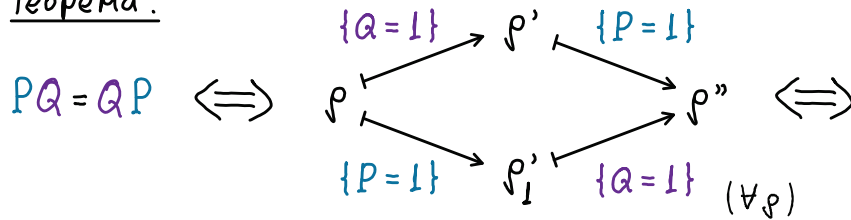
Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.



$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

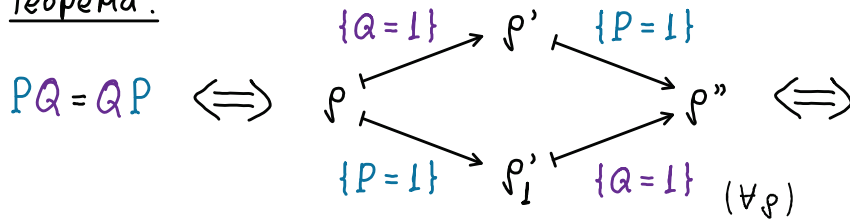
Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.



$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

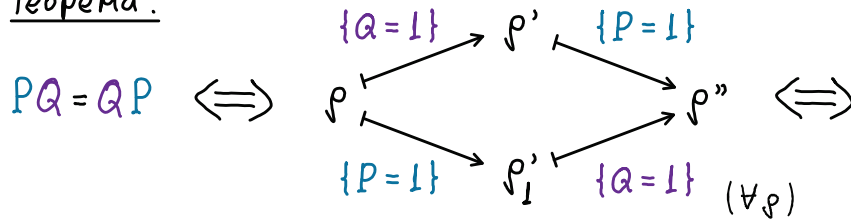
Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.



$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccc} \{Q=1\} & \rho' & \{P=1\} \\ \rho & \swarrow & \searrow \\ \{P=1\} & \rho'' & \{Q=1\} \end{array} \iff$$

(∀ρ)

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

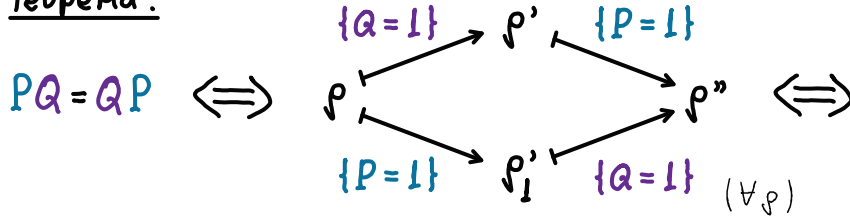
Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.



$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(QAQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccc} \{Q=1\} & \rightarrow & \rho' \\ \rho & \swarrow \quad \searrow & \rho'' \\ \{P=1\} & \rightarrow & \rho'_1 \end{array} \iff \begin{array}{ccc} \{P=1\} & \rightarrow & \rho'' \\ \rho' & \swarrow \quad \searrow & \rho'' \\ \{Q=1\} & \rightarrow & \rho'' \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

### Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

### Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема

ако при измерване на  $A$  в чисто състояние

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема

ако при измерване на  $A$  в чисто състояние е измерена

стойност  $\alpha_k$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема

ако при измерване на  $A$  в чисто състояние е измерена

стойност  $\alpha_k$ , то системата преминава отново в чисто състояние

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема

ако при измерване на  $A$  в чисто състояние е измерена

стойност  $\alpha_k$ , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

който е собствен вектор за  $A$  със собствена стойност  $\alpha_k$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow[\{Q=1\}]{} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема със спектрално разлагане  $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ , ако при измерване на  $A$  в чисто състояние с вектор  $\Psi$  е измерена стойност  $\alpha_k$ , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$ , който е собствен вектор за  $A$  със собствена стойност  $\alpha_k$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема със спектрално разлагане  $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ , ако при измерване на  $A$  в чисто състояние с вектор  $\Psi$  е измерена стойност  $\alpha_k$ , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$ , който е собствен вектор за  $A$  със собствена стойност  $\alpha_k$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема със спектрално разлагане  $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ , ако при измерване на  $A$  в чисто състояние с вектор  $\Psi$  е измерена стойност  $\alpha_k$ , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор

$\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$ , който е собствен вектор за  $A$  със собствена стойност  $\alpha_k$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Следствие

Нека  $A$  е наблюдаема със спектрално разлагане  $A = \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_m Q_m$ , ако при измерване на  $A$  в чисто състояние с вектор  $\Psi$  е измерена стойност  $\alpha_k$ , то системата преминава отново в чисто състояние с вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q_k \Psi\|} Q_k \Psi$ , който е собствен вектор за  $A$  със собствена стойност  $\alpha_k$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Следствие 1.: за  $\forall A \in \mathcal{A}$ ,  $\rho'(A) = \frac{\rho(AQ A)}{\rho(Q)}$

Следствие 2.: Ако  $\rho$  е състояние с матрица на плътността  $\hat{\rho}$ , то след настъпване на  $Q$  матрицата на плътността става:  $\hat{\rho}' = \frac{1}{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)} Q \hat{\rho} Q$

Следствие 3.: Ако  $\rho$  е чисто състояние с вектор  $\Psi \in \mathbb{C}^n$  (единичен), то състоянието  $\rho'$  след настъпване на  $Q$  е отново чисто и има вектор  $\Phi = \frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi$

Теорема.

$$PQ = QP \iff \begin{array}{ccc} \{Q=1\} & \rho' & \{P=1\} \\ \rho & \swarrow & \searrow \\ \{P=1\} & \rho'' & \{Q=1\} \end{array} \iff (\forall \rho)$$

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\rho(Q) \cdot \text{Prob}_\rho(P|Q) \\ &= \text{Prob}_\rho(P) \cdot \text{Prob}_\rho(Q|P) \end{aligned} \quad (\forall \rho)$$

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

## Теория на измерването: аксиоми и следствия

---

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

състояние  
 $\Psi$

измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$p_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

състояние  
 $\Psi$

измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $p_{\Psi \mapsto \Phi}$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

състояние  
 $\Psi$

измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

състояние  
 $\Psi$

измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

$$\text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|)$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

състояние  
 $\Psi$

измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

състояние  
 $\Psi$

измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация

състояние  
 $\Psi$

измерено е елементарно събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $P_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$   
амплитуда на  
прехода

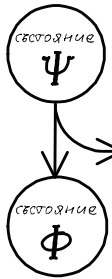
$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$

амплитуда на  
прехода

$$\text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|)$$

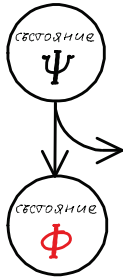
$$= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle$$
$$= \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$  с вероятност  $\rho_{\Psi \mapsto \Phi}$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = |\langle \Psi | \Phi \rangle|^2$$

вероятност  
за преход

$a_{\Psi \mapsto \Phi}$

амплитуда на  
прехода

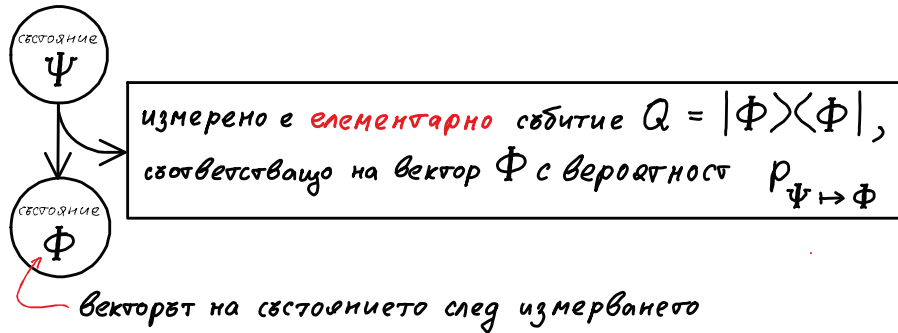
$$\text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|)$$

$$= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle$$
$$= \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\text{вероятност за преход}}$$

$\uparrow$   
 $a_{\Psi \mapsto \Phi}$   
 амплитуда на прехода

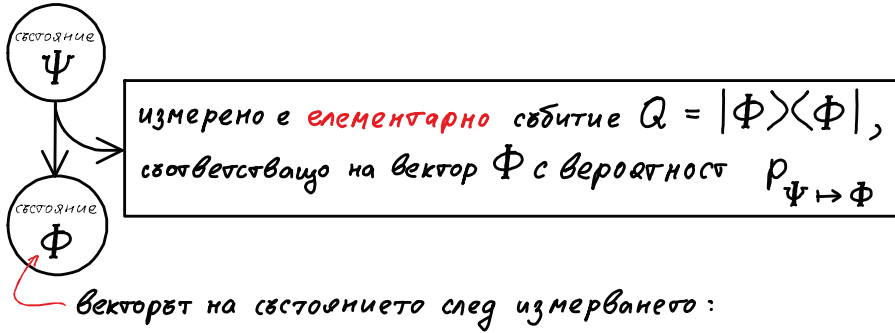
$$\begin{aligned} & \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) \\ &= \langle \Psi | \Phi \rangle \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$P_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle \Psi | \Phi \rangle|^2}_{\text{вероятност за преход}}$$

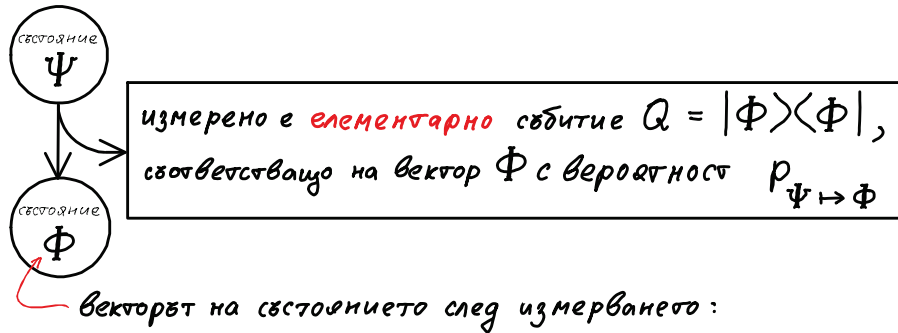
$\underbrace{\quad}_{a_{\Psi \mapsto \Phi}}$   
 амплитуда на прехода

$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) &= \langle \Psi | \Phi \rangle \langle \Phi | \Psi \rangle \\ &= \underbrace{\langle \Phi | \Psi \rangle}_{\overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}} \end{aligned}$$

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle$$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\text{Prob}_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} \quad \begin{matrix} \nearrow a_{\Psi \mapsto \Phi} \\ \text{амплитуда на} \\ \text{прехода} \end{matrix}$$

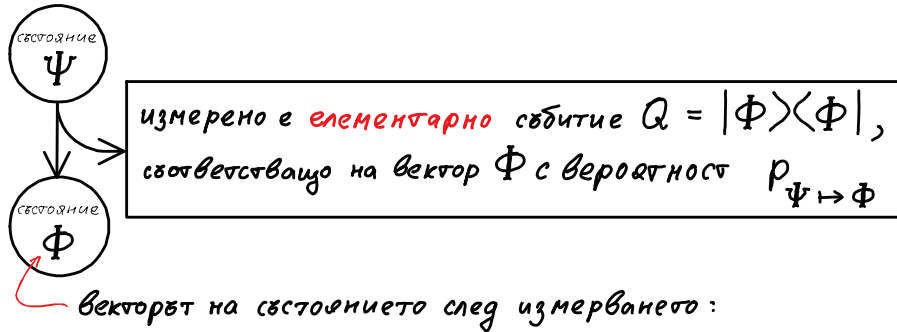
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi (|\Phi\rangle\langle\Phi|) &= \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} \quad \underbrace{\langle\Psi|\Phi\rangle}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

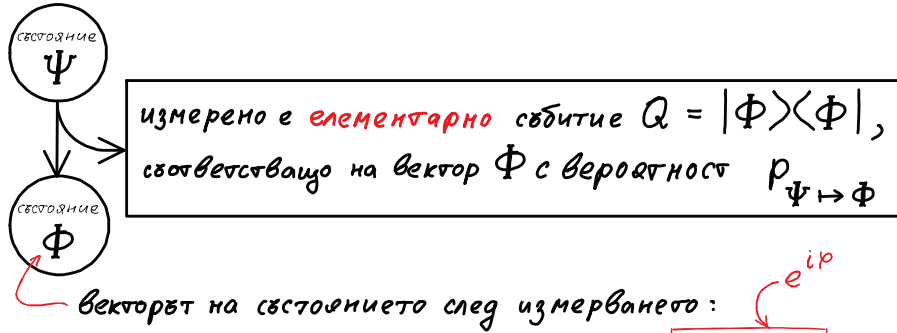
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) &= \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Преход между състояния и вероятност за преход: допълнителна интерпретация



$$\frac{1}{\|Q\Psi\|} Q\Psi = \frac{1}{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2} |\Phi\rangle\langle\Phi|\Psi\rangle = \frac{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}}{\langle\Psi|\Phi\rangle} |\Phi\rangle$$

Нека:  $\Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$  - единични

$$\rho_{\Psi \mapsto \Phi} = \underbrace{|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2}_{\substack{\text{вероятност} \\ \text{за преход}}} = \underbrace{a_{\Psi \mapsto \Phi}}_{\substack{\text{амплитуда на} \\ \text{прехода}}}$$

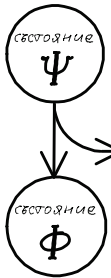
$$\begin{aligned} \text{Prob}_\Psi(|\Phi\rangle\langle\Phi|) &= \langle\Psi|\Phi\rangle \underbrace{\langle\Phi|\Psi\rangle}_{\overline{\langle\Psi|\Phi\rangle}} \\ &= \langle\Psi|\Phi\rangle \overline{\langle\Psi|\Phi\rangle} \end{aligned}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

## Наблюдение



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

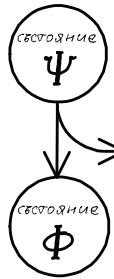
Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

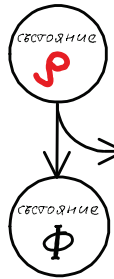
Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е елементарно събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

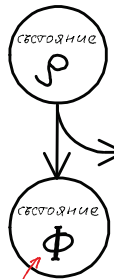
Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

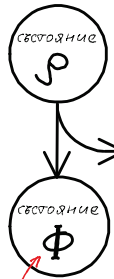
състоянието след измерването

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

состоянието след измерването:

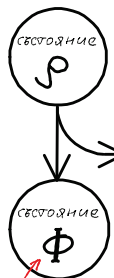
$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

состоянието след измерването:

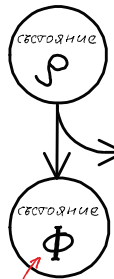
$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

состоянието след измерването:

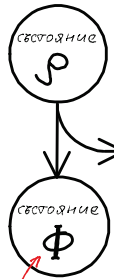
$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle(\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle)\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е **елементарно** събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

состоянието след измерването:

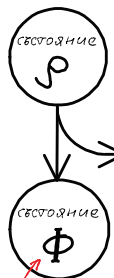
$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)}$$

# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=I\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние



измерено е елементарно събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
съответстващо на вектор  $\Phi$

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен

состоянието след измерването:

$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)} = |\Phi\rangle\langle\Phi|$$

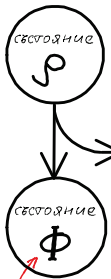
# Теория на измерването: аксиоми и следствия

Основен проблем: какво се случва след измерване:  $\rho \xrightarrow{\{Q=1\}} \rho' = ?$

Проекционен постулат на фон Нойман:  $\rho'(P) (\equiv \text{Prob}_\rho(P|Q)) = \frac{\rho(QPQ)}{\rho(Q)}$

Наблюдение: след настъпване на елементарно събитие винаги се установява чисто състояние

Нека:  $\Phi \in \mathbb{C}^n$  - единичен



измерено е елементарно събитие  $Q = |\Phi\rangle\langle\Phi|$ ,  
соответстващо на вектор  $\Phi$

състоянието след измерването:

$$\rho' = \frac{Q \hat{\rho} Q}{\text{Tr}(\hat{\rho} Q)} = \frac{|\Phi\rangle\langle\Phi| \hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|}{\text{Tr}(\hat{\rho} |\Phi\rangle\langle\Phi|)} = |\Phi\rangle\langle\Phi|$$

матрица на плътността  
на чисто състояние с  
вектор  $\Phi$

# Теория на измерването: **дискусия и парадокси**



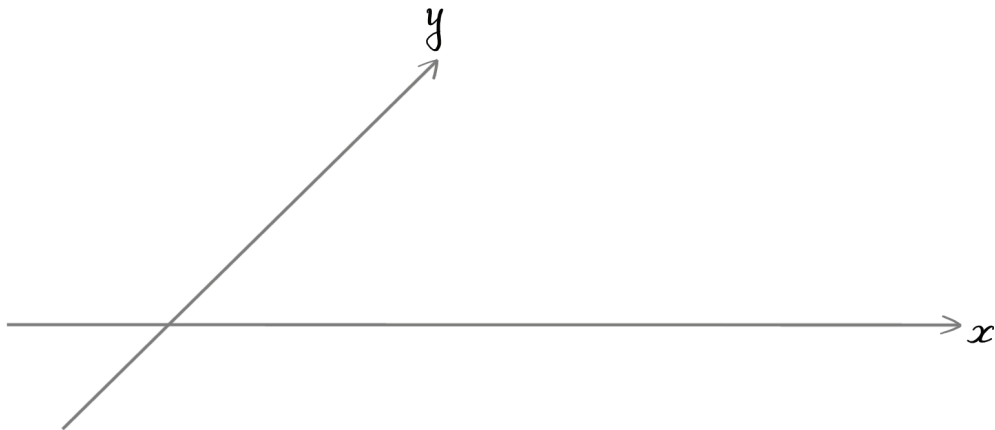
Теория на измерването: **дискусия и парадокси**

---

# Колапсът на вълновата функция

## Колапсът на вълновата функция

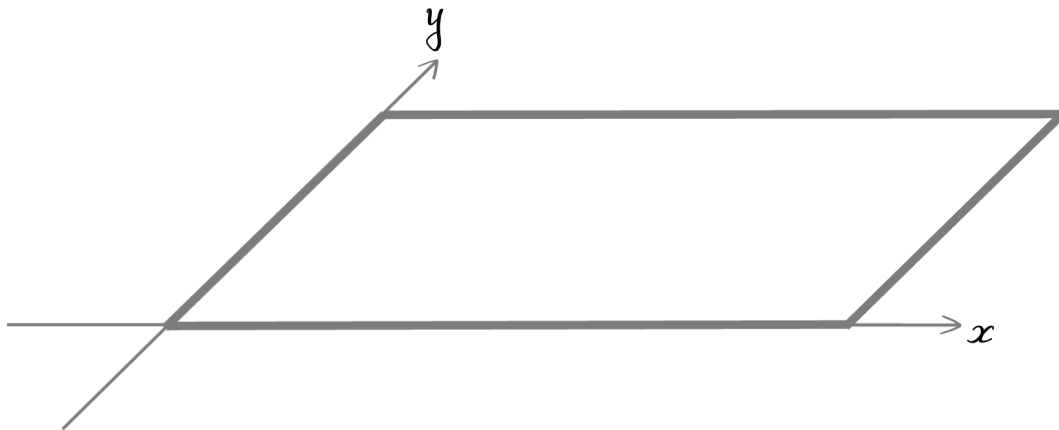
Разглеждаме частица в равнина.



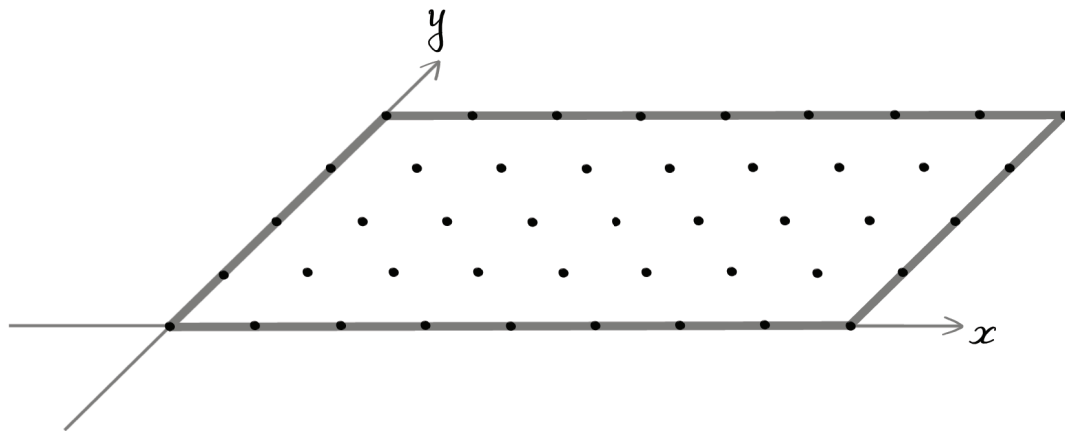
## Колапсът на вълновата функция

Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.



## Колапсът на вълновата функция

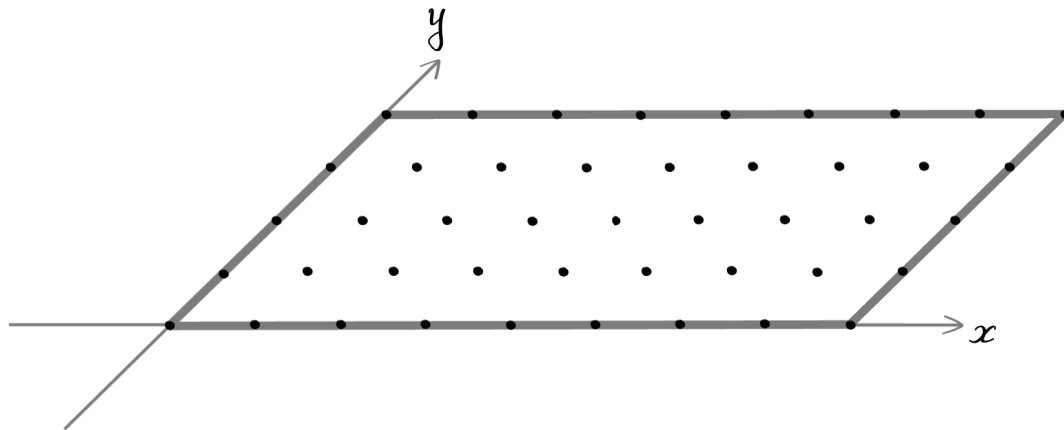


Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.

И второ, минаваме върху решетка

## Колапсът на вълновата функция

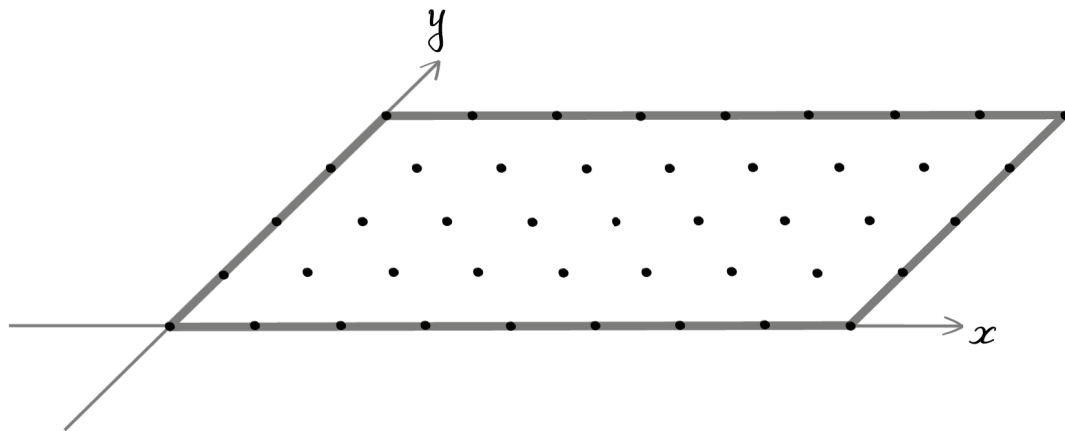


Разглеждаме частица в равнина.

За постигане на крайно описание, първо се ограничаваме в крайна област.

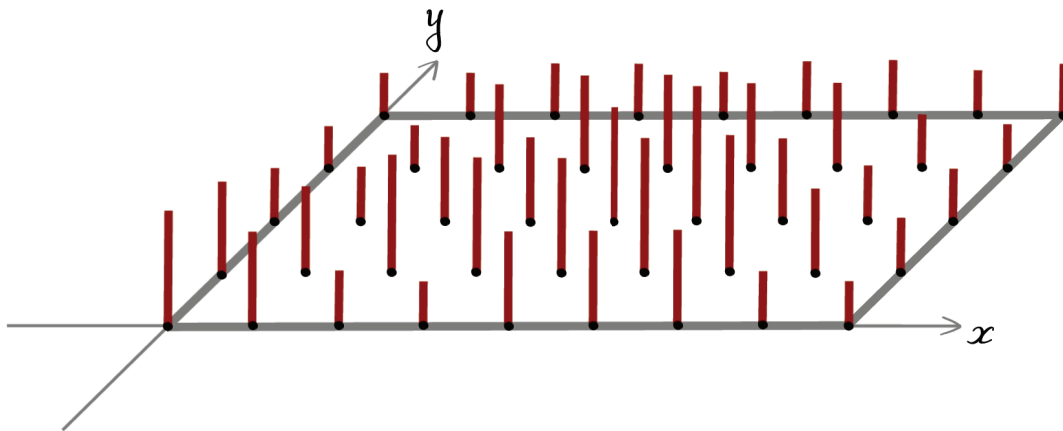
И второ, минаваме върху решетка (като върху монитор на компютър).

# Колапсът на вълновата функция

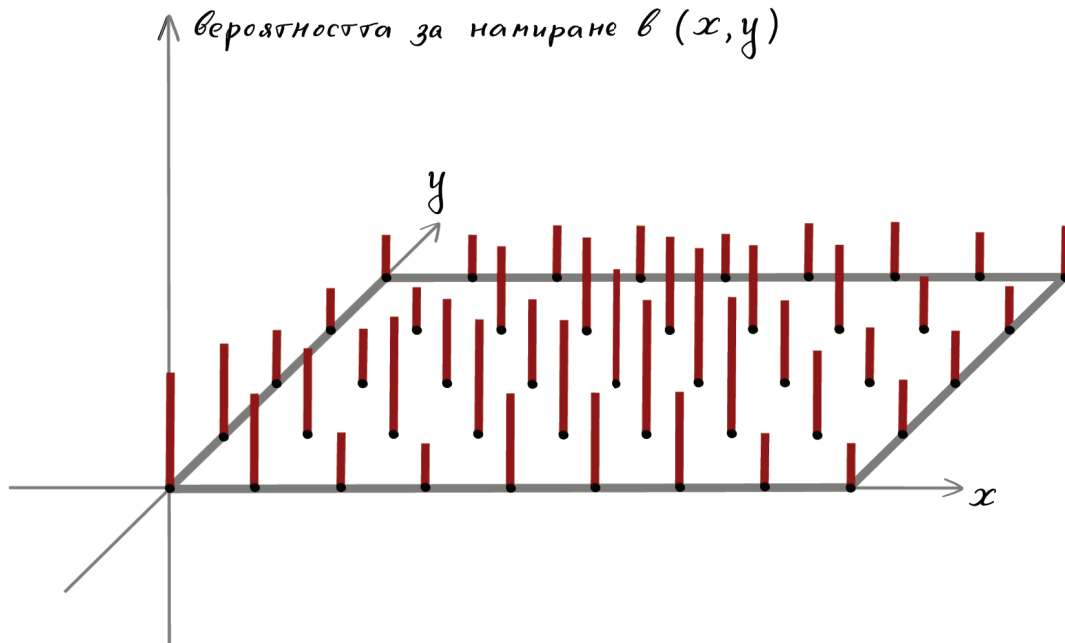


## Колапсът на вълновата функция

Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

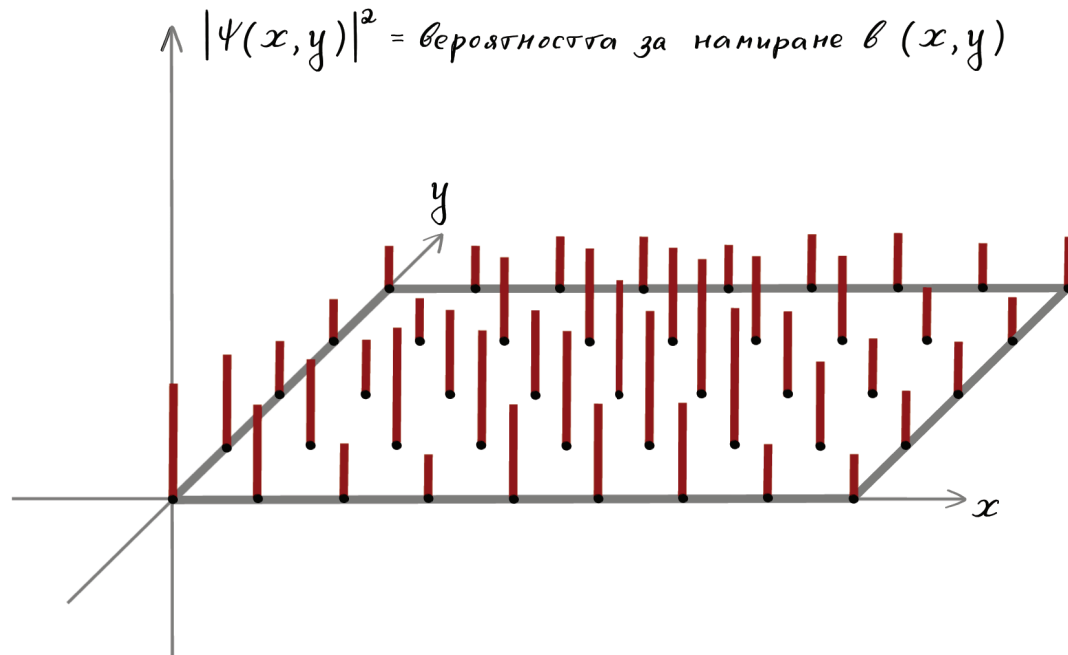


# Колапсът на вълновата функция



Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

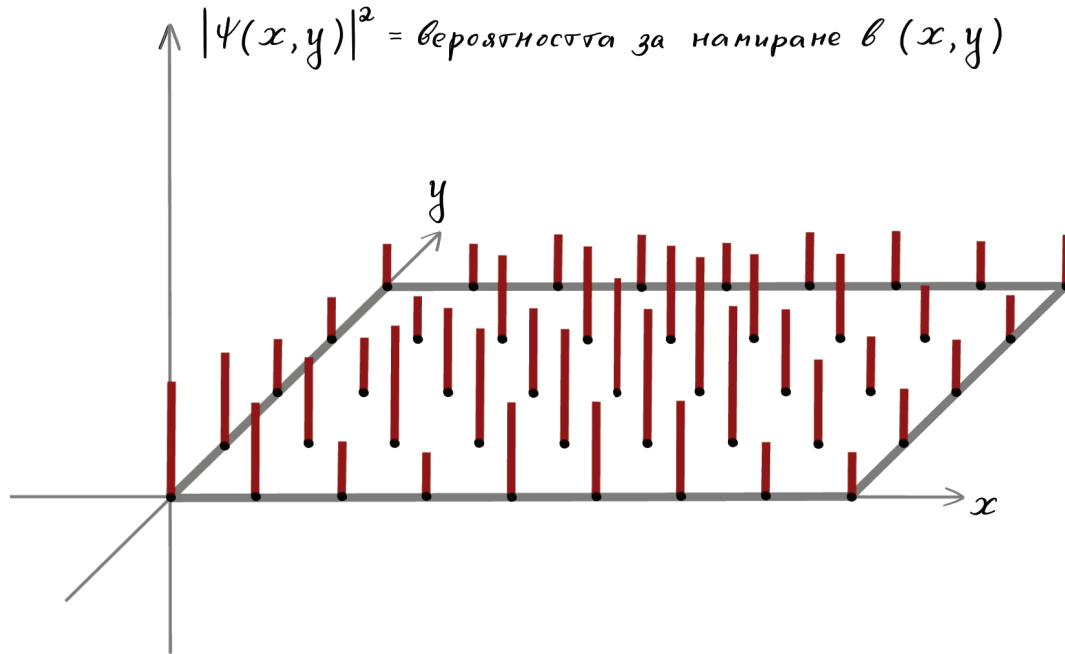
## Колапсът на вълновата функция



Чатицата може да се намери с определени вероятности в отделните точки на пространството (в случая – на решетката).

Тези вероятности се определят от вектора на състояние  $\Psi$  на частицата.

# Колапсът на вълновата функция

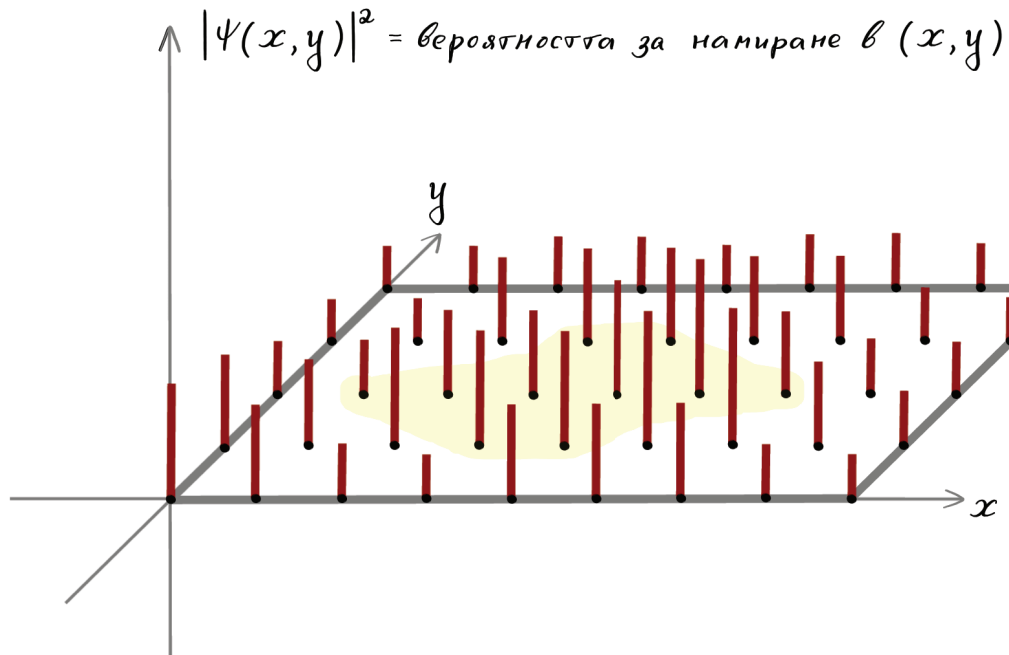


Векторът на състоянието може да се запише, като “вълнова функция”

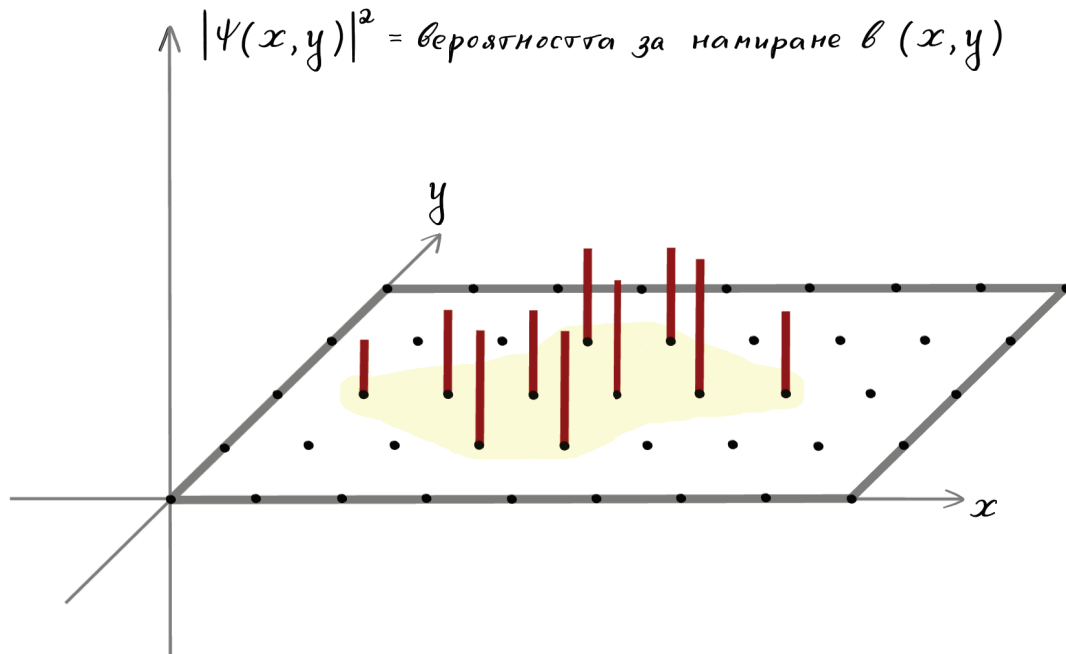
$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(0, 0) \\ \vdots \\ \psi(0, M) \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ \psi(N, 0) \\ \vdots \\ \psi(N, M) \end{pmatrix}$$

# Колапсът на вълновата функция

При измерване



# Колапсът на вълновата функция

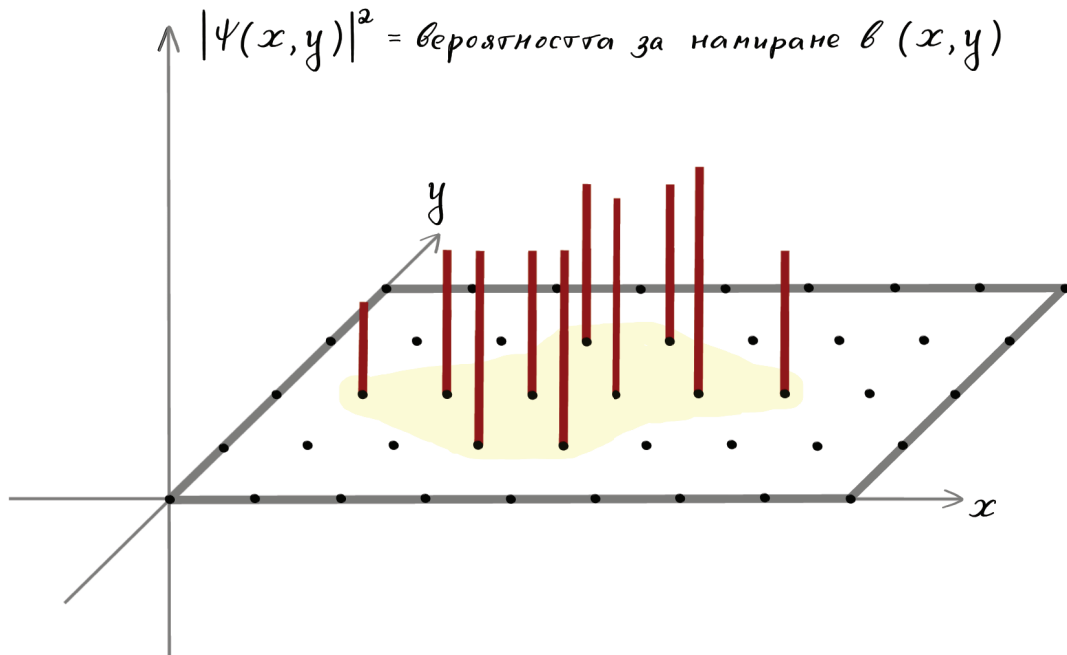


При измерване, векторът на състоянието първо се проектира

$$P\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

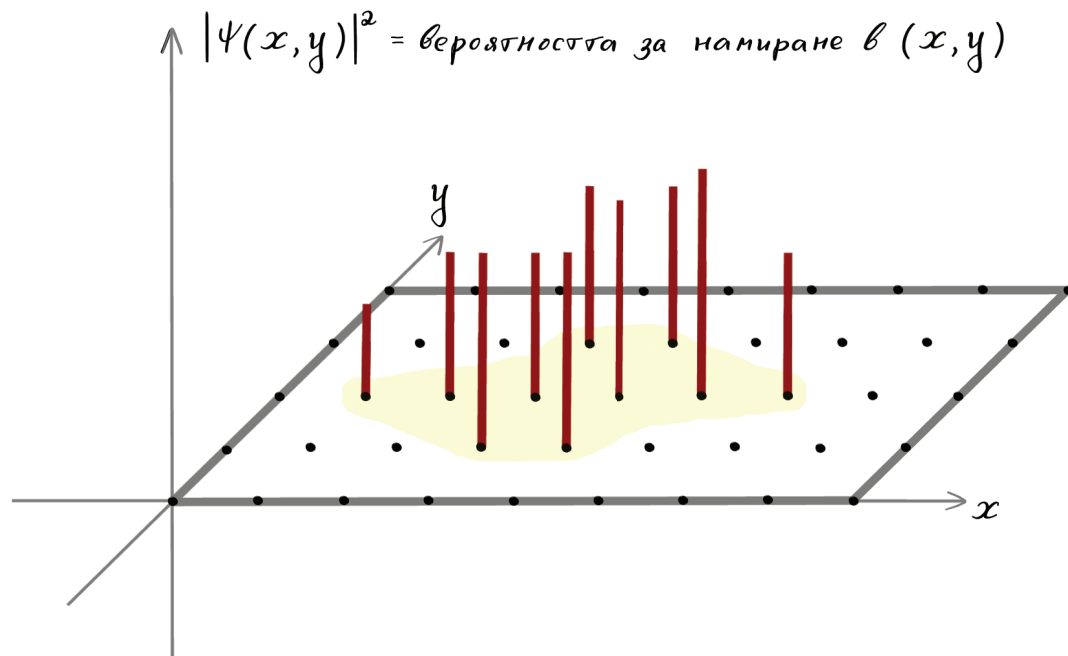
# Колапсът на вълновата функция

След това се нормира

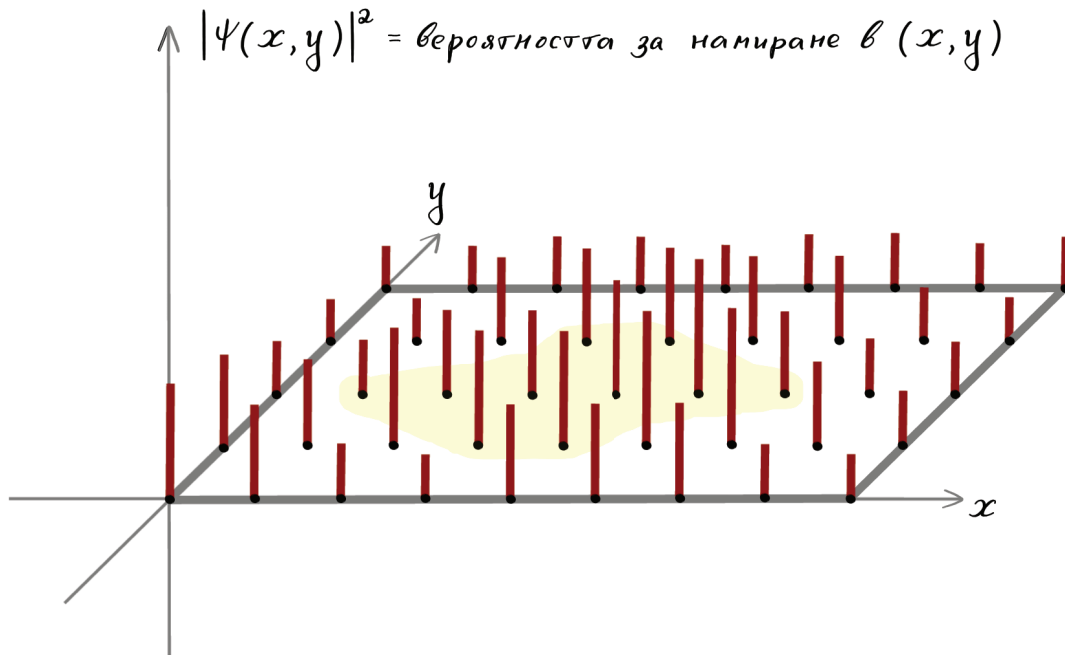


$$\frac{1}{\|\Psi\|} \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ \psi(x, y) \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

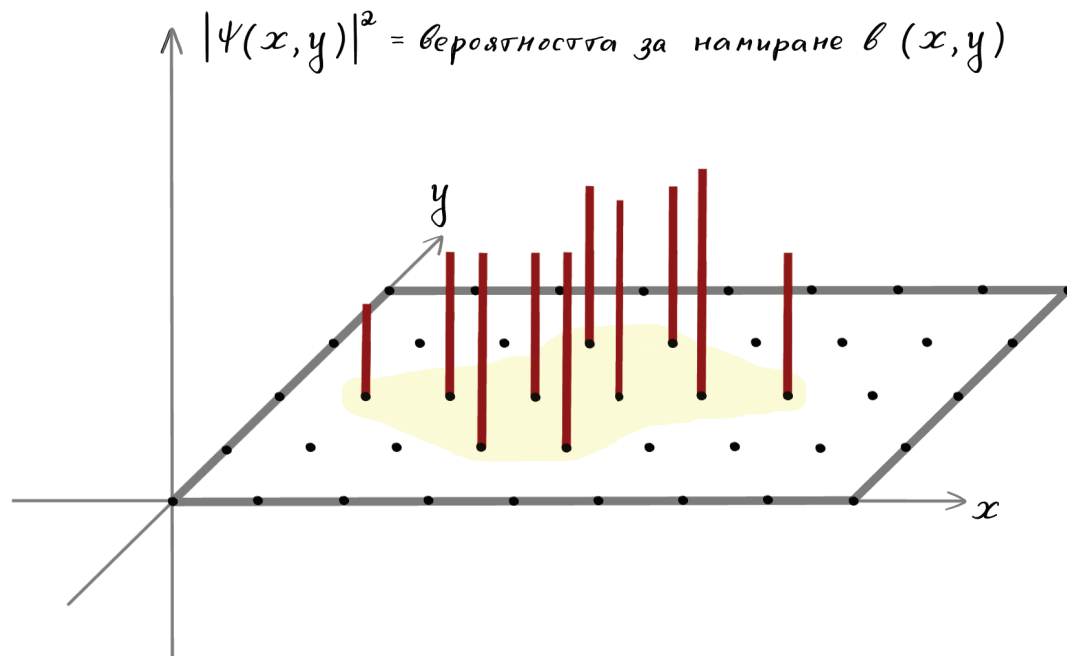
## Колапсът е къде: в нас или извън нас?



## Колапсът е къде: в нас или извън нас?



## Колапсът е къде: в нас или извън нас?



## Котката на Шрьодингер

*Котката на Шрьодингер* [https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's\\_cat](https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat)

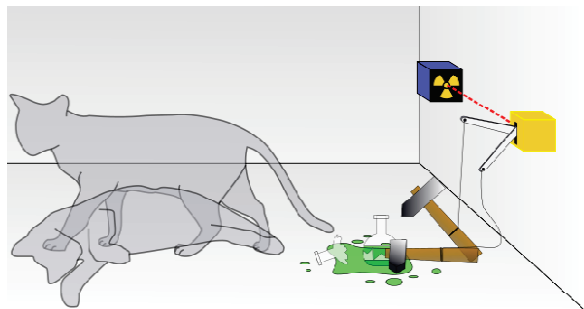
Котката на Шрödinger [https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's\\_cat](https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat)



Erwin Schrödinger  
1887 – 1961

## Котката на Шрödinger

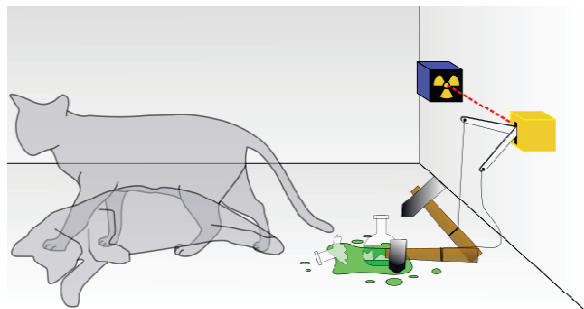
[https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's\\_cat](https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat)



Erwin Schrödinger  
1887 – 1961

## Котката на Шрödinger

[https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's\\_cat](https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat)



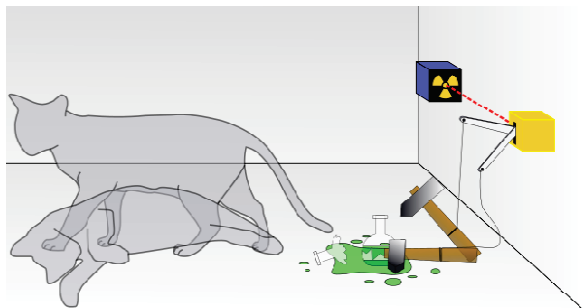
Erwin Schrödinger  
1887 – 1961

## Котката на Шрödinger

[https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's\\_cat](https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat)



Erwin Schrödinger  
1887 – 1961



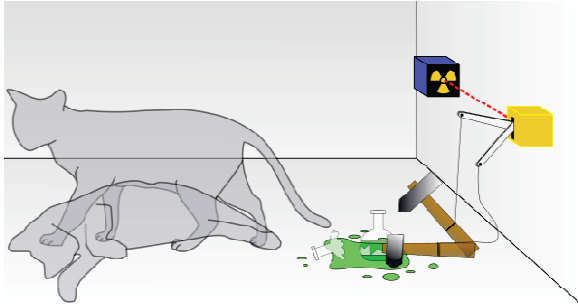
$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

## Котката на Шрьодингер

[https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's\\_cat](https://en.wikipedia.org/wiki/Schrödinger's_cat)



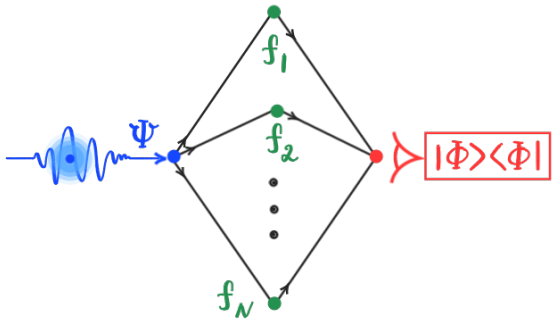
Erwin Schrödinger  
1887 – 1961



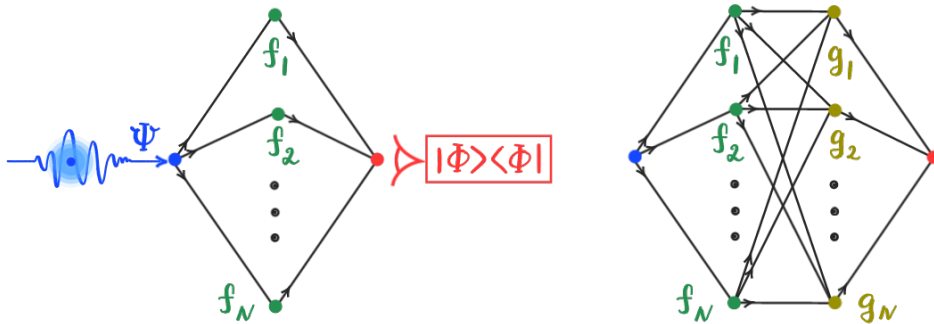
$$|dead\rangle + |alive\rangle$$

- сплитане между микро и макро-системи ?

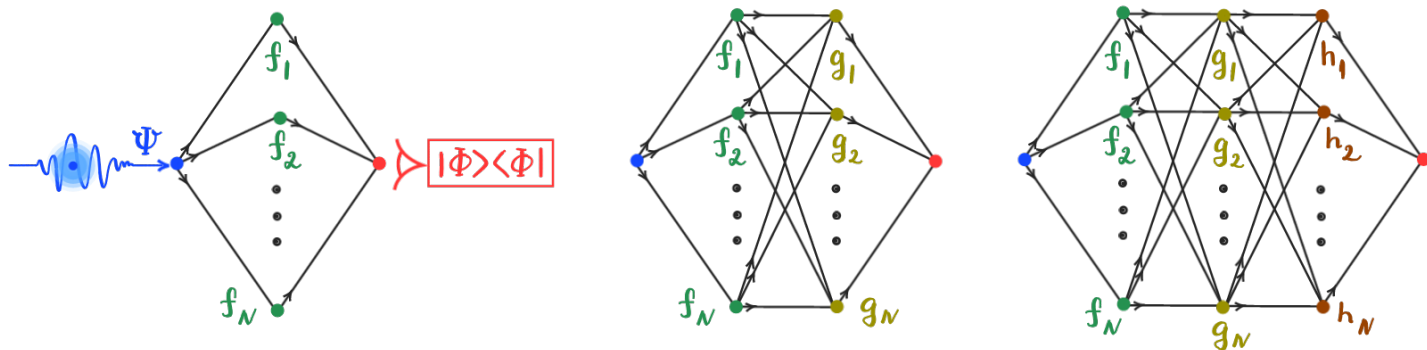
Квантов преход през дизјунктивни алтернативи



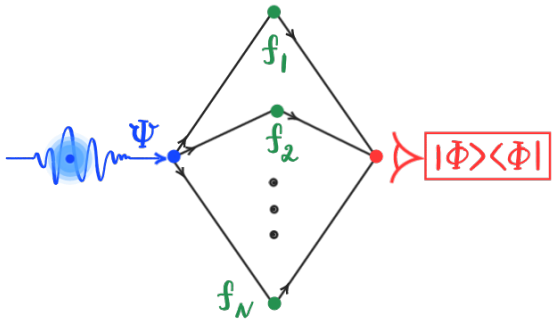
# Квантов преход през дизјунктивни алтернативи



# Квантов преход през дизјунктивни алтернативи

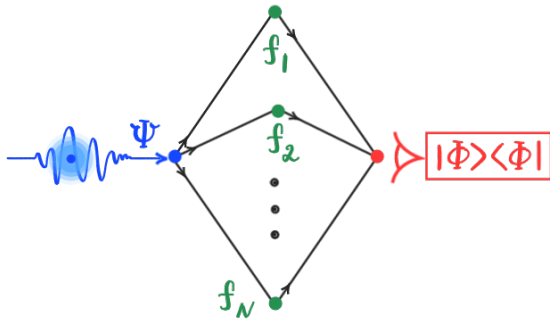


Квантов преход през дизјунктивни алтернативи



Квантов преход през дисјунктивни алтернативи

$$\langle \Psi | \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} | \Phi \rangle$$

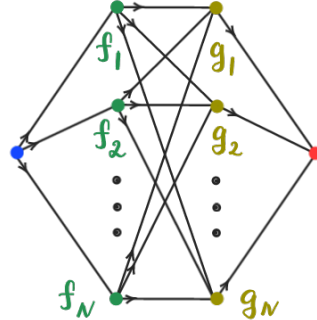
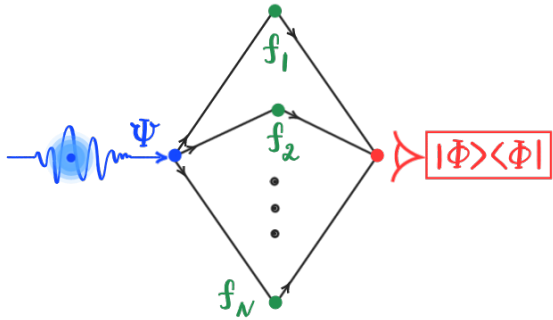


$$= \sum_{j=1}^N \langle \Psi | f_j \rangle \langle f_j | \Phi \rangle$$

# Квантов преход през дизјунктивни алтернативи

$$\langle \Psi | \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{\uparrow} | \Phi \rangle$$

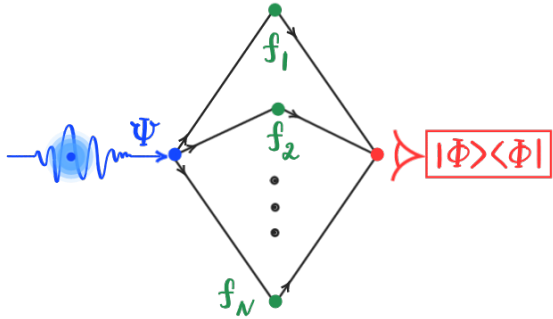
$$= \langle \Psi | \hat{\uparrow} \hat{\uparrow} | \Phi \rangle$$



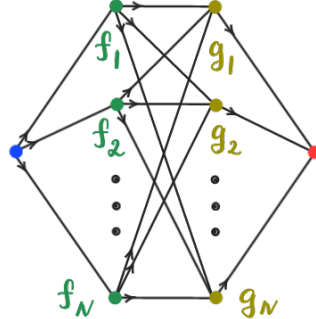
$$= \sum_{j=1}^N \langle \Psi | f_j \rangle \langle f_j | \Phi \rangle = \sum_{j,k=1}^N \langle \Psi | f_j \rangle \langle f_j | g_k \rangle \langle g_k | \Phi \rangle$$

Квантов преход през дизјунктивни алтернативи

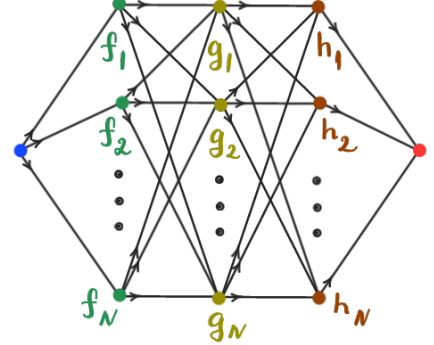
$$\langle \Psi | \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{\uparrow} | \Phi \rangle$$



$$= \langle \Psi | \hat{\uparrow} \hat{\uparrow} | \Phi \rangle$$



$$= \langle \Psi | \hat{\uparrow} \hat{\uparrow} \hat{\uparrow} | \Phi \rangle$$



$$= \sum_{j=1}^N \langle \Psi | f_j \rangle \langle f_j | \Phi \rangle = \sum_{j,k=1}^N \langle \Psi | f_j \rangle \langle f_j | g_k \rangle \langle g_k | \Phi \rangle$$

$$= \sum_{j,k,l=1}^N \langle \Psi | f_j \rangle \langle f_j | g_k \rangle \langle g_k | h_l \rangle \langle h_l | \Phi \rangle$$