

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

наблюдаеми — състояния

Observables States

наблюдаеми — състояния

Observables

States

ψ

ψ

A

ρ

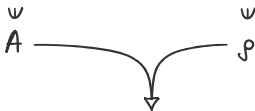
средна стойност

$\langle A \rangle_{\rho}$

наблюдаеми — състояния

Observables

States



средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

наблюдаеми — състояния

Observables

States

← Картина на Шробингер

ψ

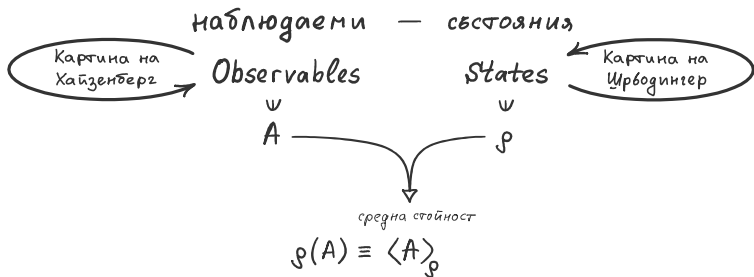
A

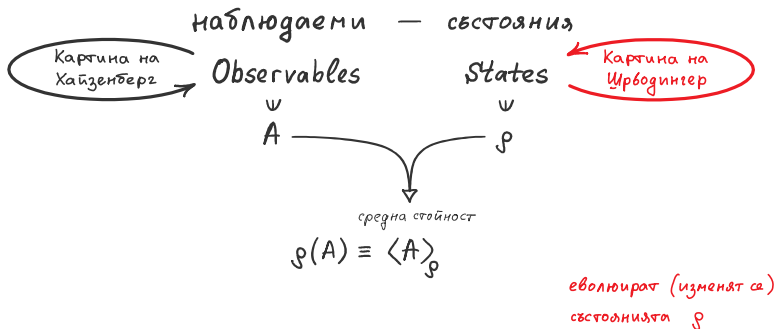
ψ

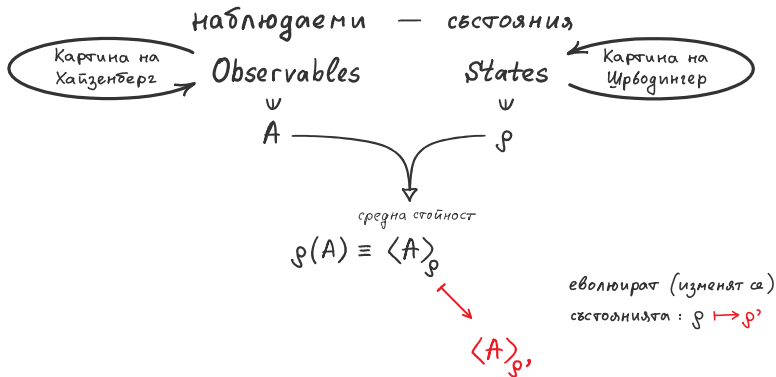
ρ

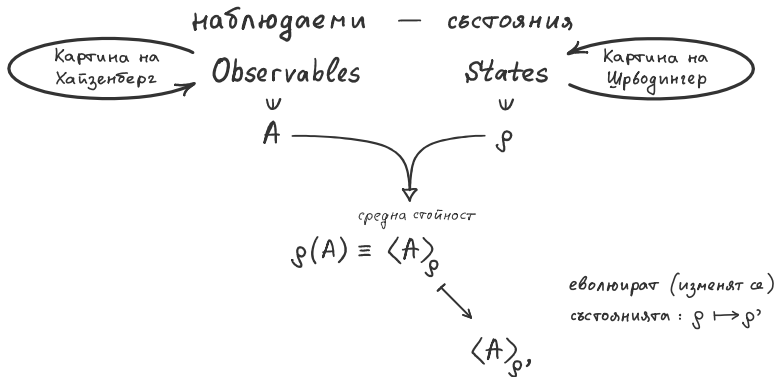
средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$









наблюдаеми — състояния

Картина на
Хайзенберг

Observables

States

Картина на
Шрьодингер

ψ
 A

ψ
 ρ

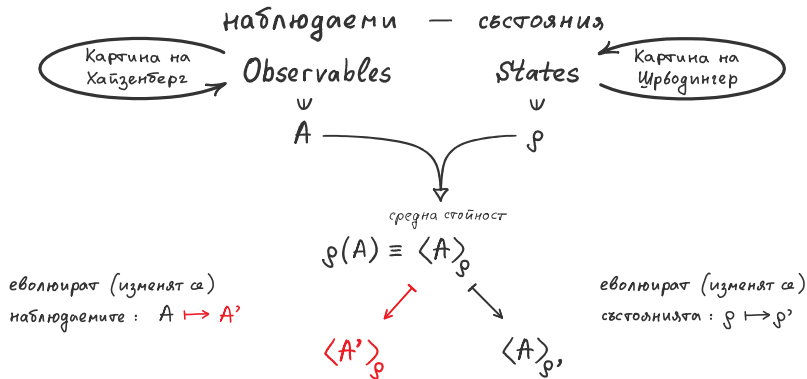
средна стойност

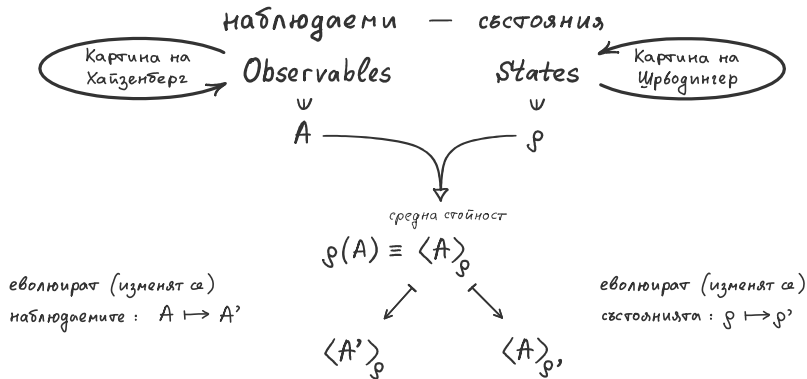
$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

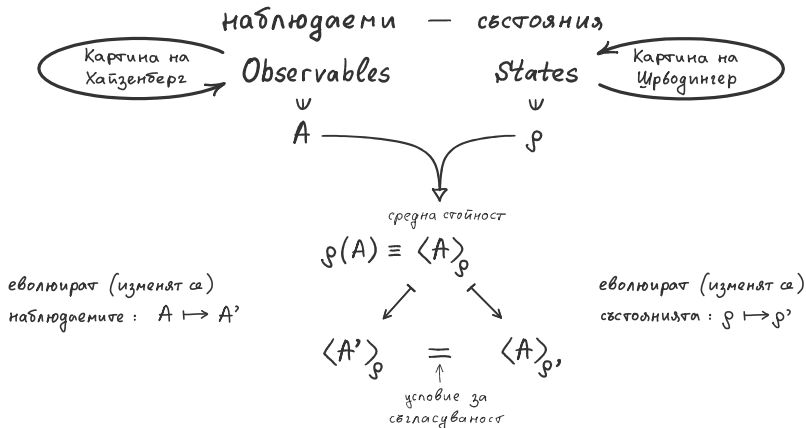
$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се)
наблюдаемите

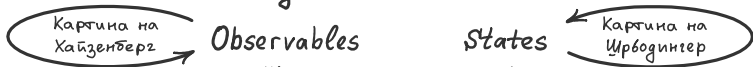
еволюират (изменят се)
състоянията : $\rho \mapsto \rho'$





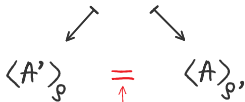


наблюдаеми — състояния



средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$



условие за
съгласуваност

еволюират (изменят се)
наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се)
състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • $\psi \rightarrow \psi$;

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние \mapsto чисто състояние;

- смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние \mapsto чисто състояние;

● смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

● вероятностите за преход да се запазват

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние \mapsto чисто състояние;

● смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

● вероятностите за преход да се запазват: ако
чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние \mapsto чисто състояние;

● смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

● вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: ● чисто състояние \mapsto чисто състояние;

● смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

● вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

$$\text{тогава } p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}.$$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

$$\text{тогава } P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}.$$

Теорема на Визнер / Wigner

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Визнер / Wigner. За всяка квантова трансформация

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

както се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

както се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

както се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние \mapsto чисто състояние;

• смес на състояния \mapsto смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $P_{\Psi \mapsto \Phi} = P_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация

$U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$,

както се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ ($\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n$)

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Унитарни трансформации и матрици

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация.

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{I}$$

↑ казваме, че U е унитарно

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$, то U е обратима

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$,
то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$ - таква матрица се наричат **унитарни матрици**.

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left. \begin{array}{l} \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \\ \langle \Psi | U^* U \Phi \rangle = \langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle \end{array} \right\} \Leftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

↑ казваме, че U е унитарно

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$, то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$
Тогава: $U^* = U^{-1}$ - таква матрици се наричат **унитарни матрици**.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности :

$$- U \text{ е линейна и } \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

$$- U \text{ е антилинейна и } \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация \exists трансформация $U: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при \forall трансформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности :

$$- U \text{ е линейна и } \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

$$- U \text{ е антилинейна и } \langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

U е единствена с точност до пропорционалност. **В сила е и обратната посока.**

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации