Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

наблюдаеми — състояния

Observables States

наблюдаеми — състояния

$$
\begin{tikzcd}
\text{Observables} & & \text{States} \\
\rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\
A \arrow[dr] & & \rho \arrow[dl] \\
& \langle A \rangle_\rho &
\end{tikzcd}
$$

средна стойност

$\langle A \rangle_\rho$

наблюдаеми — състояния

Observables States

$\rotatebox[origin=c]{90}{$\in$}$ $\rotatebox[origin=c]{90}{$\in$}$

A ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

наблюдаеми — състояния

Observables　　　States　　Картина на Шрьодингер

$\rotatebox{90}{$\in$}$　　　　　$\rotatebox{90}{$\in$}$

A　　　　　　ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг → Observables   States ← Картина на Шрьодингер

$$A \in \text{Observables}, \qquad \rho \in \text{States}$$

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables — States

Картина на Шрьодингер

A — ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) състоянията ρ

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\qquad$ States

Картина на Шрьодингер

$$A \qquad \rho$$

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho \longmapsto \langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се) състоянията : $\rho \longmapsto \rho'$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\ni A$

States $\ni \rho$

Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho \longmapsto \langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се) състоянията : $\rho \longmapsto \rho'$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables | States

Картина на Шрьодингер

A | ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho} \longmapsto \langle A \rangle_{\rho'}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите

еволюират (изменят се) състоянията : $\rho \longmapsto \rho'$

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг — **Observables** $\ni A$

Картина на Шрьодингер — **States** $\ni \rho$

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

$$\langle A' \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables

States

Картина на Шрьодингер

$A \in$ Observables

$\rho \in$ States

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

$$\langle A' \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) състоянията: $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A \rangle_{\rho'}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables

States

Картина на Шрьодингер

A

ρ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_\rho = \langle A \rangle_{\rho'}$$

условие за съгласуваност

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables — States

Картина на Шрьодингер

$$\text{Observables} \ni A \qquad\qquad \text{States} \ni \rho$$

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\rho}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_{\rho} = \langle A \rangle_{\rho'}$$

условие за съгласуваност

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние ;

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

  чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

$$\text{тогава} \quad p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'} .$$

Теорема на Вигнер / Wigner

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n}$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $\quad p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

$$\text{тогава} \quad p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'} .$$

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможностти:

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \ (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^n$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^n$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

• смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;

• вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия: • чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;

- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $\quad p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност.

Квантови трансформации в картината Шрьодингер / Schrödinger

Аксиоматични условия:
- чисто състояние $\mapsto$ чисто състояние;
- смес на състояния $\mapsto$ смес на състояния със същите тегла;
- вероятностите за преход да се запазват: ако

чисто състояние с вектор $\Psi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Psi' \in \mathbb{C}^{n'}$

и чисто състояние с вектор $\Phi \in \mathbb{C}^n \mapsto$ чисто състояние с вектор $\Phi' \in \mathbb{C}^{n'}$,

тогава $p_{\Psi \mapsto \Phi} = p_{\Psi' \mapsto \Phi'}$.

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности:

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle}$ $(\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Унитарни трансформации и матрици

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация.

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

<u>Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):</u>

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{} = \langle \Psi | \Phi \rangle$$

$$\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle$$

<u>Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):</u>

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle}$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{I} \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{array}\right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{array}\right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{aligned} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{aligned}\right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$, то U е обратима

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi\rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi\rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi\rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{array}\right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$, то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi \rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi \rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{array}\right\} \Longleftrightarrow U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$,

то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Тогава: $U^* = U^{-1}$

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi\rangle}_{\langle \Psi | U^* U\Phi\rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi\rangle}_{\langle \Psi | \hat{1}\Phi\rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{array}\right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$, то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Тогава: $U^* = U^{-1}$ – такива матрици се наричат **унитарни матрици.**

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

- Нека $U: \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^{n'}$ е линейна трансформация. Тогава:

$$\left.\begin{array}{l} \underbrace{\langle U\Psi | U\Phi\rangle}_{\langle \Psi | U^* U \Phi\rangle} = \underbrace{\langle \Psi | \Phi \rangle}_{\langle \Psi | \hat{1} \Phi\rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n) \end{array}\right\} \iff U^* U = \hat{1}$$

казваме, че U е унитарна

- Ако U е квадратна матрица и $U^* U = \hat{1}$, то U е обратима, понеже $1 = \det \hat{1} = \det U^* \det U = |\det U|^2$

Тогава: $U^* = U^{-1}$ – такива матрици се наричат унитарни матрици.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности :

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \quad (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации

Унитарни трансформации и матрици (математическа теория):

Теорема на Вигнер / Wigner. За всяка квантова трансформация $\exists$ трансформация $U : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$, такава че Ψ' е пропорционален на $U\Psi$ при $\forall$ транзформиране $\Psi \mapsto \Psi'$, като се случва една от следните две възможности :

- U е линейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \langle \Psi | \Phi \rangle \ (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$
- U е антилинейна и $\langle U\Psi | U\Phi \rangle = \overline{\langle \Psi | \Phi \rangle} \ (\forall \Psi, \Phi \in \mathbb{C}^n)$

U е единствена с точност до пропорционалност. В сила е и обратната посока.

Извод: унитарните матрици задават обратими квантови трансформации