Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг — Observables $\ni A$ — States $\ni \rho$ — Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_\rho = \langle A \rangle_{\rho'}$$

условие за съгласуваност

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables

States

Картина на Шрьодингер

A

ρ - чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\rho$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\rho \mapsto \rho'$

$$\langle A' \rangle_\rho = \langle A \rangle_{\rho'}$$

условие за съгласуваност

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\ni A$

States $\ni \rho$ – чисто с вектор Ψ

Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\Psi \mapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables

States

Картина на Шрьодингер

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

A

ρ – чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \longmapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\Psi \longmapsto \Psi'$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг — Observables

States — Картина на Шрьодингер

$\text{Observables} \ni A$

$\text{States} \ni \rho$ – чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\Psi$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_\Psi = \langle A \rangle_{\Psi'}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг — Observables

States — Картина на Шрьодингер

$$\text{Observables} \ni A \qquad \text{States} \ni \rho$$

ρ – чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle$$

Квантови трансформации

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг → **Observables** | **States** ← Картина на Шрьодингер

$A \in$ Observables, $\rho \in$ States — ρ – чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | A U\Psi \rangle = \langle \Psi | U^{*} A U \Psi \rangle$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\ni A$

States $\ni \rho$ – чисто с вектор Ψ

Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\Psi$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_\Psi = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | AU\Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle$$

$$\langle A' \rangle_\Psi = \langle \Psi | A' \Psi \rangle$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\ni A$

States $\ni \rho$ – чисто с вектор Ψ

Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_\Psi$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_\Psi = \langle A \rangle_{\Psi'}$$

$$\langle A' \rangle_\Psi = \langle \Psi | A' \Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle = \langle A \rangle_{\Psi'}$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг — Observables — States — Картина на Шрьодингер

$A \in$ Observables

$\rho \in$ States — чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle$$

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle \Psi | A' \Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\ni$ A

States $\ni$ ρ – чисто с вектор Ψ

Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle$$

$$\langle \Psi | A' \Psi \rangle \underset{\forall \Psi}{=} \langle \Psi | U^{*} A U \Psi \rangle = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг

Observables $\ni A$

States $\ni \rho$ – чисто с вектор Ψ

Картина на Шрьодингер

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите: $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията: $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | A U \Psi \rangle$$

$$\langle U\Psi | A U \Psi \rangle = \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle \underset{\forall \Psi}{=} \langle \Psi | A' \Psi \rangle$$

$$\boxed{A' = U^* A U} \Leftarrow$$

наблюдаеми — състояния

Картина на Хайзенберг → Observables   States ← Картина на Шрьодингер

$A \in$ Observables $\rho \in$ States $\;$ – чисто с вектор Ψ

средна стойност

$$\rho(A) \equiv \langle A \rangle_{\Psi}$$

еволюират (изменят се) наблюдаемите : $A \mapsto A'$

еволюират (изменят се) състоянията : $\Psi \mapsto \underbrace{\Psi'}_{U\Psi}$

съгласуваност

$$\langle A' \rangle_{\Psi} = \langle A \rangle_{\Psi'} = \langle U\Psi | A U\Psi \rangle$$

$$\langle \Psi | A' \Psi \rangle \underset{\forall \Psi}{=} \langle \Psi | U^* A U \Psi \rangle = \langle U\Psi | A U\Psi \rangle$$

$$\boxed{A' = \underbrace{U^*}_{U^{-1}} A\, U} \Leftarrow$$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \to \mathcal{A}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A\, U$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата:
  - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A\, U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата:
  - $U^{-1}(AB)\,U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
  - $U^{-1}\hat{I}\,U = \hat{I}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A\, U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата:
  - $U^{-1}(AB)\, U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
  - $U^{-1}\hat{I}\, U = \hat{I}$
  - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A\, U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата:
  - $U^{-1}(AB)\,U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
  - $U^{-1}\hat{I}\,U = \hat{I}$
  - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$

  $\Rightarrow$ това е изоморфизъм на $*$-алгебри с единица

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \longrightarrow \mathcal{A} : A \longmapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата :

$$\left.\begin{array}{l} - \ U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU) \\ - \ U^{-1}\hat{1}U = \hat{1} \\ - \ (U^{-1}AU)^* = U^*A^*U^{-1*} \end{array}\right\} \Rightarrow \text{това е изоморфизъм на } *\text{-алгебри с единица}$$

- Горният вид изоморфизми се наричат "вътрешни" / "inner".

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \to \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата:
  - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
  - $U^{-1}\hat{1}U = \hat{1}$
  - $(U^{-1}AU)^* = U^* A^* U^{-1*}$

  $\Rightarrow$ това е изоморфизъм на $*$-алгебри с единица
- Горният вид изоморфизми се наричат "вътрешни" / "inner".
- Математематически резултат: всички $*$-изоморфизми на $Mat_n(\mathbb{C})$ в себе си са вътрешни.

Квантови трансформации в картината Хайзенберг / Hesenberg

- Трансформацията $\mathcal{A} \to \mathcal{A} : A \mapsto U^* A U$ за $U^* = U^{-1}$ има свойствата:
  - $U^{-1}(AB)U = (U^{-1}AU)(U^{-1}BU)$
  - $U^{-1}\hat{1}U = \hat{1}$
  - $(U^{-1}AU)^* = U^*A^*U^{-1*}$

  $\Rightarrow$ това е изоморфизъм на $*$-алгебри с единица
- Горният вид изоморфизми се наричат "вътрешни" / "inner".
- Математематически резултат: всички $*$-изоморфизми на $Mat_n(\mathbb{C})$ в себе си са вътрешни.
- Това показва, че за крайни, чисто квантови системи, двете картини на описание на квантовите трансформации са еквивалентни.